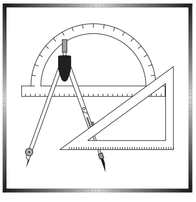
K. 575. Egy összejövetelen hat ember vesz részt. Bármely három résztvevő között van kettő, aki nem ismeri egymást. Bizonyítsuk be, hogy van három olyan résztvevő közöttük, akik között nincsen ismeretség. (Az ismeretség kölcsönös.)

K. 576. Egy dobozban piros és kék golyók vannak. Tudjuk, hogy $\frac{2}{5}$ annak a valószínűsége, hogy a dobozból egy golyót véletlenszerűen húzva kék színű akad a kezünkbe. Ha kiveszünk a dobozból egy kék golyót, akkor $\frac{5}{8}$ lesz annak a valószínűsége, hogy a dobozból egy golyót véletlenszerűen kiválasztva pirosat kapunk. Hány golyó van a dobozban?

❄

Beküldési határidő: 2018. február 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`
Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518

❄



A C pontversenyben kitűzött gyakorlatok (1455–1461.)

Feladatok 10. évfolyamig

C. 1455. Egy szigeten különös pénzérmék vannak forgalomban: a pénznem alapegységei három egymástól különböző egyjegyű szám, és ezeken túl létezik az ő tízszeresük, százszorosuk, ezerszeresük. Tudjuk továbbá, hogy egy kiló kókuszdió árát ki lehet fizetni két egyforma és egy tőlük különböző harmadik pénzérme segítségével, a kétszer annyiba kerülő maracujához viszont a harmadik pénzérme helyett annak tízszeresét kell a másik kettőhöz hozzátenni. Határozzuk meg, hogy milyen értékű érmék vannak forgalomban, ha tudjuk, hogy nincsen 1-es, és a legértékesebb érme a 7000-es.

C. 1456. Bizonyítsuk be, hogy nincs olyan négyzetszám, amely felírható $3^a + 9^b + 1$ alakban (a, b pozitív egész számok).

Feladatok mindenkinek

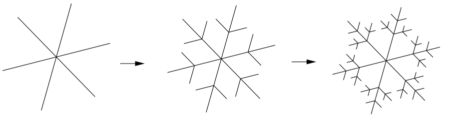
C. 1457. Az egységsugarú körbe írt egyenlőszárú, derékszögű háromszöget a kör középpontja körül 45 fokkal elforgattuk. Határozzuk meg a két háromszög közös részének kerületét és területét.

C. 1458. Oldjuk meg az egyenletet a valós számok halmazán:

$$\sqrt{x+11} + \sqrt{x^2+11x} - \sqrt{x} - x = 4.$$

C. 1459. Tükrözzük az $y=x^2$ egyenletű normál parabolát az $F\left(0;\frac{1}{4}\right)$ pontra. Mekkora szögben metszi egymást a két parabola?

Feladatok 11. évfolyamtól



C. 1460. Egy speciális, forgásszimmetrikus hópehely képződése a következőképpen zajlik: minden másodpercben a hópehely végződéseinek felezőpontjából indulva két, egyenként harmadakkora új végződés keletkezik. (A hópehely kiinduló állapota és a képződés első két lépése az *ábrán* látható.) Hány darab 10 mikrométer hosszúságú végződése lesz a hópehelynek 6 másodperc elteltével, ha a hópehely átmérője 4,32 mm?

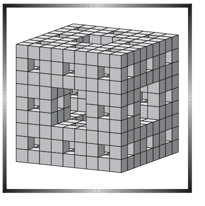
C. 1461. A pozitív egész számok esetén értelmezzük a $\circ$ műveletet, amelyről a következő dolgokat tudjuk: *i*) $1\circ 1=3$; *ii*) $a\circ b=b\circ a$ minden a, b számra; *iii*) $a\circ(b+1)=a\circ b+(a+1)+2b$ minden a, b esetén. Adjuk meg $2017\circ 2018$ értékét.

❄

Beküldési határidő: 2018. február 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`
Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518

❄

A B pontversenyben kitűzött feladatok (4921–4929.)



B. 4921. Bizonyítsuk be, hogy ha n és k pozitív egészek, akkor $n+k$ egész szám közül mindig ki lehet választani legalább $(k+1)$-et úgy, hogy az összegük n-nel osztható legyen.

(*5 pont*) Javasolta: *Gyenes Zoltán* (Budapest)

B. 4922. Oldjuk meg az egész számhármasok körében a következő egyenletrendszert:

$$3x-y^2=\frac{z}{2},$$

$$3y+x^2=\frac{3z}{2}.$$

(*3 pont*) Javasolta: *Bíró Bálint* (Eger)