rettette a matematikát, hanem számtalan diákkal külön foglalkozva, tanulmányi versenyekre is felkészítette őket, ahol a tanítványai mindig jól szerepeltek. Emellett több osztályban tartott matematika szakkört is. Nagyon szerették őt a gyerekek, meghatározó tanári példakép volt számukra. Az évek során több olyan diák is akadt, aki Pista hatására lett tanár vagy választotta a matematika szakot.

A tantestületi kollegáknak külön szakmai előadásokat is tartott. Voltak olyan évek, amikor órarend szerint rendszeresen tartott órákat az analízis rejtelmeiről. Sok éven keresztül az Arany Dániel középiskolai matematikaverseny versenybizottságának is aktív tagja volt feladatok kitűzésében és a dolgozatok javításában egyaránt.

Teljes szakmai életútjának elismeréseként 2017-ben elnyerte a nagy presztízsű „Rátz Tanár Úr” életműdíjat. A kiírás szerint ezt a díjat csak a kimagasló oktató-nevelő tevékenységet végző tanárok kaphatják meg. És István ilyen volt …

Elvesztése mindannyiunk számára felfoghatatlan, súlyos veszteség. Hiányozni fog állandó jelenléte, az, hogy vele meg lehetett beszélni az érdekes feladatokat, eszmét cserélni a világ dolgairól. Nem hallhatjuk érdekes történeteit a túráiról, utazásairól. Mégis, bennünk és tanítványaiban tovább él és megmarad sokáig.

Fantasztikus kolléga, tanár és ember volt! Mi mással is búcsúzhatnánk, mint amivel néhány évvel ezelőtt István búcsúzott egy kolleganőnktől nekrológjában: „Emlékedet megőrizzük! Legyen könnyű az örök álmod!”

Besenyei Ádám, Faragó István (ELTE)

Mezei István először fiai megoldásait hozta be személyesen a szerkesztőségbe. Úgy érezte, nagyon sokat köszönhetnek a lapnak, hálából évekig ő gravíroztatta be a mérési verseny győzteseinek nevét a kupába. Később tanítványai dolgozatait hozta rendszeresen és szállította hátizsákjában a KöMaL-t (50-100 példányt) az Árpád Gimnáziumba. Az októberi megoldásokkal már nem tudott bejönni, így postán adta fel az iskola a csomagot, ami nem jutott el a szerkesztőségbe … A posta visszavitte „a címzett nem kereste” indoklással.

Mindig öröm volt vele találkozni, beszélgetni.

Ratkó Éva

Gyakorló feladatsor emelt szintű matematika érettségire

I. rész

1. *a*) $A\cup B$ halmaznak 192 eleme van. $A\cap B$ elemszáma A elemszámának 20%-a, B elemszámának 15%-a. Hány eleme van az A és a B halmaznak? (*6 pont*)

b) Egy város felnőtt lakosságának 30%-a nyugdíjas. A nyugdíjasok 55%-a nő. A férfiaknak 73%-a aktív korú (nem nyugdíjas). Bizonyítsuk be, hogy a városban a felnőtt férfiak és nők száma egyenlő. (*5 pont*)

2. *a*) Oldjuk meg az egyenletet a valós számok halmazán: $3^{2+x}+3^{6-x}=2190$. (*7 pont*)

b) Legyen az a_n sorozat definíciója: $a_n=8^{n(n+1)}$. Bizonyítsuk be, hogy a sorozat első n tagjának szorzata $2^{n(n+1)(n+2)}$. (*7 pont*)

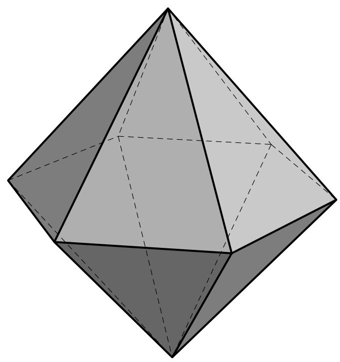
3. *a*) Egy 10 egység sugarú körbe az $ABCD$ négyszöget írtuk. A négyszög két átlója 70°-os szögben metszi egymást. Az AC átló hossza 20 egység, és a CD oldallal 40°-os szöget zár be. Számítsuk ki a négyszög szögeit. (*6 pont*)

b) Egy 10 egység sugarú gömbbe csonkakúpot írunk, melynek alap-, illetve fedőlapja a gömb középpontjától 6 cm, illetve 8 cm távolságra van. (A gömb középpontja a két sík közé esik.) Számítsuk ki a csonkakúp felszínét. (*8 pont*)

4. Elemezzük monotonitás szempontjából a valós számok halmazán értelmezett $f(x)=x^4-8x^3+13{,}5x^2+10$ függvényt, és adjuk meg lokális szélsőértékeit. (*12 pont*)

II. rész

5. Egy dobókockához hasonlóan használható fajáték alakja két egybevágó, alapjuknál egymáshoz illesztett szabályos hatoldalú gúla, amelyeknek alapéle 2 cm, oldaléle 3 cm.

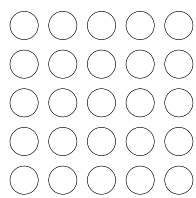


a) Számítsuk ki a test tömegét (grammban kifejezve), ha anyagának sűrűsége 430 kg/m^3. (*7 pont*)

b) A test lapjai közül négy piros, a többi fekete. A piros dobás jelent szerencsét a társasjátékban. Ha tíz játékos dob egyszerre egy-egy ilyen testtel, mekkora a valószínűsége, hogy a játékosoknak pontosan a fele dob pirosat? (*3 pont*)

c) A játék során a tíz játékos összesen öt alkalommal dobott egyszerre. Mindegyik alkalommal feljegyezték a piros dobások számát. Mind az öt esetben a játékosok kevesebb, mint fele dobott pirosat, de olyan nem fordult elő, hogy egyiküknek sem volt szerencséje. Mi volt az öt feljegyzett szám, ha átlaguk 1,6 és szórásuk 0,8? (A számok sorrendje nem kérdés.) (*6 pont*)

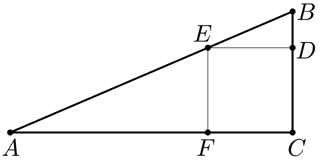
6. Az *ábrán* látható huszonöt kör mindegyikét fehérre vagy feketére színezzük. (Az ábra rögzített, a mozgatással egymásba vihető színezéseket nem tekintjük azonosnak.)



a) Hány olyan színezés lehetséges, amelyben több a fekete kör, mint a fehér? (*3 pont*)

b) Hány olyan színezés lehetséges, amely szimmetrikus az ábra vízszintes vagy függőleges tengelyére? (*6 pont*)

c) Hány olyan színezés lehetséges, amelyben pontosan 7 kör fekete, és szimmetrikus az ábra függőleges tengelyére? (*7 pont*)



7. Az ABC derékszögű háromszög befogói $AC = 7$ egység, $BC = 3$ egység. A háromszögbe az *ábrán* látható módon négyzetet írtunk.

a) Milyen hosszú a négyzet oldala? (*4 pont*)

Az AFE derékszögű háromszögbe ugyanilyen módon újabb négyzetet írunk, majd az ekkor keletkezett újabb, A csúccsal rendelkező derékszögű háromszögbe újabb négyzetet stb.

b) Milyen hosszú a hatodik négyzet oldala? (*4 pont*)

c) Tovább folytatva az eljárást, összesen hány négyzet oldala lesz nagyobb, mint 0,0001? (*4 pont*)

d) Mekkora a négyzetek „fölött” (DBE mintájára) keletkező végtelen sok derékszögű háromszög területének összege? (*4 pont*)

8. *a*) Egy várfal nyugat-keleti irányú egyenes szakaszán négy kisméretű bástya áll, sorrendben A, B, C és D. Az A és a D bástya az egyenes fal két végén helyezkedik el. Egy, az A bástyától pontosan északi irányban található megfigyelőpontból az AB szakasz 31°-os, a BC szakasz 17°-os, a CD szakasz pedig 14°-os szögben látszik. A bástyák közötti távolságok közül csak a BC távolságot ismerjük, ez 200 méter. Mekkora az AB és a CD távolság? Készítsünk ábrát. Az eredményeket 10 m pontossággal adjuk meg. (*7 pont*)

b) Egy egyenlőszárú háromszög szárhoz tartozó súlyvonala az alappal 20°-os szöget zár be. Mekkorák a háromszög szögei? (*9 pont*)

9. Két, véletlenszám-generátor segítségével előállított 0 és 10 közötti számot jelöljünk x-szel és y-nal. Adjuk meg, mekkora az alábbi események valószínűsége:

$$A:\ x+y\leqslant 8;\quad B:\ x^2+y^2+49\leqslant 10(x+y);\quad C:\ 20y\geqslant x^2. \qquad (16\ pont)$$

Deák Anna
Budapest

Megoldásvázlatok a 2017/8. szám emelt szintű matematika gyakorló feladatsorához

I. rész

1. *a*) *Oldjuk meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet:*

$$\lg x-\left(1-\lg^2 x\right)=-1.$$

b) *Igazoljuk, hogy a következő egyenletnek nincs valós megoldása:*

$$\left|\sin^2 x-\cos x\right|=-x^2. \qquad (11\ pont)$$

Megoldás. *a*) Az egyenlet értelmezési tartománya: $x>0$.