**C. 1438.** Bizonyítsuk be, hogy az $x^2+y^3=z^4$ egyenletnek nincs megoldása az $x$, $y$, $z$ prímszámok körében.

### Feladatok 11. évfolyamtól

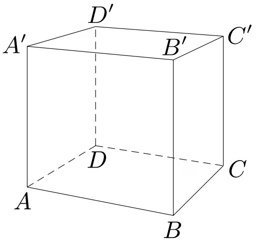
**C. 1439.** Milyen $c$ érték esetén lesz az

$$(x-5)^2+(y-1)^2=c,$$
$$(x-1)^2+(y-5)^2=c$$

egyenletrendszernek egyetlen megoldása?

**C. 1440.** Az $ABCDA'B'C'D'$ egységkockában legyenek $M$ és $N$ a $D'$ és $B$ pontok merőleges vetületei a $B'D$ testátlóra. Határozzuk meg a $BND'M$ négyszög területét.

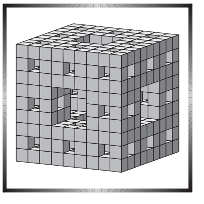
*Matlap* (Kolozsvár)




**Beküldési határidő: 2017. november 10.**
**Elektronikus munkafüzet:** `https://www.komal.hu/munkafuzet`
**Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518**

❄

## A B pontversenyben kitűzött feladatok (4894–4902.)



**B. 4894.** Hét rabló a zsákmányolt aranytallérokat úgy osztja el, hogy névsor szerint haladva annyit vesznek el, amennyi a még nem szétosztott aranytallérok számában a számjegyek összege. Két teljes kör után az arany elfogy. Mindenkinek ugyanannyi jutott, csak a vezérnek lett több. Hányadik volt a vezér a névsorban?

(*4 pont*) *Matlap* (Kolozsvár)

**B. 4895.** Bizonyítsuk be, hogy ha $n-1$ és $n+1$ egyaránt prímszámok, és $n>6$ egész szám, akkor $n^2(n^2+16)$ osztható 720-szal.

(*3 pont*)

**B. 4896.** Az $ABCD$ konvex négyszög oldalfelező pontjai legyenek $A_1$, $B_1$, $C_1$, $D_1$. Az $A_1B_1C_1D_1$ négyszög oldalfelező pontjai legyenek $A_2$, $B_2$, $C_2$, $D_2$ és ezt folytatjuk tovább. Bizonyítsuk be, hogy ha $A_1B_1C_1D_1$ húrnégyszög, akkor $A_{2017}B_{2017}C_{2017}D_{2017}$ is húrnégyszög.

(*3 pont*) Javasolta: *Szoldatics József* (Budapest)

**B. 4897.** Adott a síkon $n$ darab pont. Mutassuk meg, hogy kiválasztható közülük három – mondjuk $A$, $B$ és $C$ – úgy, hogy $ABC\sphericalangle \leqslant 180°/n$.

(*4 pont*)

**B. 4898.** Bizonyítsuk be, hogy ha $A$ egy pozitív egész számokból álló négyelemű halmaz, hogy bármely $a, b \in A$, $a \neq b$ esetén $ab + 13$ négyzetszám, akkor $A$ elemei 4-gyel osztva 2-t adnak maradékul. (Lásd *Diofantoszi számhalmazok* című cikkünket a 391. oldalon.)

(*4 pont*) Javasolta: *Nyul Gábor* (Debrecen)

**B. 4899.** A $G$ egyszerű síkgráf minden csúcsa harmadfokú, és tudjuk, hogy létezik $G$-nek olyan síkba rajzolása, ahol $G$ élei egymást nem metsző egységnyi hosszú szakaszok. Mutassuk meg, hogy $G$-nek legalább 8 csúcsa van.

(*5 pont*)

**B. 4900.** Legyen $K$ egy origóra szimmetrikus konvex lemez, $e$ egy origóra illeszkedő egyenes, $e'$ pedig egy tetszőleges, $e$-vel párhuzamos egyenes. Jelölje továbbá $\#H$ a $H$ halmazba eső rácspontok számát. Igazoljuk, hogy $\#(K \cap e) + 1 \geqslant$ $\geqslant \#(K \cap e')$.

(*5 pont*)

**B. 4901.** Törpfalván járvány ütötte fel a fejét azt követően, hogy csúf kórság fertőzött meg néhány törpöt. Szerencsére a betegségből minden törp egy nap alatt meggyógyul, és ezután egy napig immunissá válik, ám sajnos ezt követően újra fertőződhet. Az állapot megváltozása mindig éjszaka, alvás közben következik be. Kellemetlen, hogy a törpök még betegen sem adják fel azt a megrögzött szokásukat, hogy minden egyes nap minden barátjukat meglátogatják. Márpedig ha egy beteg törp egy nem immunis, egészséges törppel találkozik, az utóbbi bizonyosan megfertőződik. Mutassuk meg, hogy ha Törpfalván 100 törp él, akkor a járványnak a kitörését követő 101. napon már biztosan vége van.

(*6 pont*) *BME VIK folklór*

**B. 4902.** Adott a síkon négy különböző hosszúságú, egymással párhuzamos szakasz, $A_1B_1$, $A_2B_2$, $A_3B_3$ és $A_4B_4$. Tetszőleges $1 \leqslant i < j \leqslant 4$ esetén legyen $M_{ij}$ az $A_iB_j$ és $A_jB_i$ egyenesek metszéspontja. Mutassuk meg, hogy az $M_{12}M_{34}$, $M_{13}M_{24}$ és $M_{14}M_{23}$ egyenesek egy ponton mennek át vagy párhuzamosak.

(*6 pont*)

❄

**Beküldési határidő: 2017. november 10.**
**Elektronikus munkafüzet:** `https://www.komal.hu/munkafuzet`
**Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518**

❄