

Matematika feladat megoldása

B. 4806. Adott egy K körlemez, és rajta két pont, amelyek távolsága nagyobb, mint 2 egység. Mutassuk meg, hogy K -ban van olyan, egységsugarú körlemez, amely a két pont egyikét sem tartalmazza.

(3 pont)

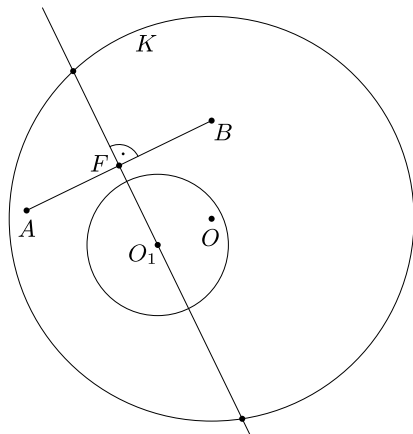
Javasolta: Károlyi Gyula (Budajenő)

Megoldás. A K körlemez középpontja legyen O , a két adott pont pedig A és B (1. ábra). Húzzuk meg az AB szakasz felezőmerőlegesét. Az így keletkezett húr felezőpontja legyen O_1 .

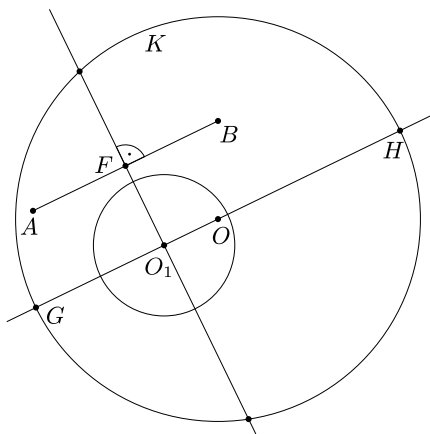
Állítás. Az O_1 középpontú egységsugarú körlemez rajta van a K körlemezen és nem tartalmazza az A és B pontokat.

Bizonyítás. Az O_1 középpontú egységsugarú körlemez nem tartalmazhatja az A és B pontokat, mert

$$AO_1 = BO_1 \geq AF = \frac{AB}{2} > 1.$$



1. ábra



2. ábra

Mivel az O_1 pont rajta van az AB szakasszal párhuzamos GH átmérőn (2. ábra), ahol $GO_1 \geq AF > 1$ és $HO_1 \geq BF > 1$, így az O_1 középpontú egységsugarú körlemez biztosan a K -ban fog elhelyezkedni.

Asztalos Ádám (Budapest, XIII. ker. Berzsenyi D. Gimn., 9. évf.)
dolgozata alapján

161 dolgozat érkezett. 3 pontos 86, 2 pontos 29, 1 pontos 23, 0 pontos 21 dolgozat. Nem versenyszerű 2 dolgozat.