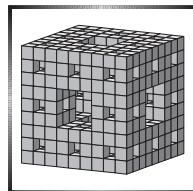


A B pontversenyben kitűzött feladatok (4885–4893.)



B. 4885. Legyen k és m két különböző, 14-jegyű pozitív egész szám, mindkétben 2 darab 1-es, 2-es, 3-as, 4-es, 5-ös, 6-os és 7-es számjegyet tartalmaz (mint pl. a 22133456456717). Bizonyítsuk be, hogy $\frac{k}{m}$ nem lehet egész.

(4 pont)

(MÉIQ)

B. 4886. Hányféle konvex poliédert határoznak meg egy adott kocka csúcsai? (Két poliédert akkor tekintünk különbözőnek, ha nem egybevágók.)

(3 pont)

B. 4887. Bizonyítsuk be, hogy végtelen sok olyan (a, b) számpár van, amelyre $a + \frac{1}{b} = b + \frac{1}{a}$, ahol $a \neq b$. Adjuk meg ab lehetséges értékeit.

(3 pont)

Javasolta: Szoldatics József (Budapest)

B. 4888. Sebestyén a harmadiktól kezdve minden születésnapjára olyan háromszög alapú hasáb alakú tortát kap, amelynek a felső három csúcsában van egy-egy gyertya, és a tetején még annyi, hogy az életkorával megegyező számú gyertya legyen összesen a tortán úgy, hogy semelyik három nem esik egy egyenesbe. Sebestyén olyan, háromszög alakú szeletekre szeretné vágni a tortát, melyeknek a csúcsait a gyertyák helye adja (a háromszögek belseje nem tartalmazhat gyertyát). Hány szeletre oszthatja a tortát a k -adik születésnapján?

(4 pont)

B. 4889. Az $ABCD$ érintőtrapéz beírt köre az AB alapot a T , a vele párhuzamos CD alapot az U pontban érinti. Legyen M az AD és BC száraegyenesek metszéspontja, és legyen V az AB oldal és az MU egyenesek metszéspontja. Mutassuk meg, hogy $AT = VB$.

(4 pont)

B. 4890. Oldjuk meg a pozitív egész számok halmazán a következő egyenletet:

$$x - y - \frac{x}{y} - \frac{x^3}{y^3} + \frac{x^4}{y^4} = 2017.$$

(5 pont)

Javasolta: Kovács Béla (Szatmárnémeti)

B. 4891. Az S_1, S_2, S_3 körök páronként kívülről érintik egymást. Legyenek A, B és C rendre az S_1 és S_2, S_1 és S_3, S_2 és S_3 körök közös pontjai. Az AB egyenes ismételten elmetszi az S_2 és S_3 köröket a D , illetve az E pontokban. A DC egyenes újabb metszéspontja az S_3 körrel legyen az F pont. Bizonyítsuk be, hogy a DEF háromszög derékszögű.

(5 pont)

(Kvant)