

A leibnizi és a gödeli üdvtörténet

Van Gödelnek egy megjegyzése, amely az elmondottak fényében többszörösen kétértelmű. Egyszerre tekinthető kritikának és elleplezésnek, támadásnak és védekezésnek, egyszerre szól Leibnizről, de róla magáról is, úgyhogy egyenesen ki is cserélhetnénk benne Leibniz nevének említését a sajátjára:

A valóságos világ struktúrájához Leibniz nem férközött olyan közel, mint Hegel, csupán néhány 'vitaindító felvetést' tett. Néhány fogalom, így például a lehetőség, nem igazán világos Leibniz munkásságában. Leibniz szeme előtt egy olyan világkonstrukció lebegett, amely arra van determinálva, hogy a lehető legjobb világhoz vezessen. (LJ 310)

A valóságos világ struktúrájához, ehhez az egyszerre kirostáló és korlátozó instanciához nem férközött Leibniz közel. De hogy is tehetne volna ezt, ha ez az instancia közvetlen közlőről fenyegette az életét és az életművét, ahogyan Gödel is joggal retteghet tőle? Hegel bevonása beszédes: mintha a negatív pozitivitását elismerő dialektikus gondolkodás lenne csak képes a világ-struktúra kétarcú, providenciális és diabolikus működésének a megragadására. Ugyanakkor Gödel mégiscsak Leibniz, és nem Hegel filozófiája mellett kötelezi el magát – minden bizonnyal azért, mert a negativitásnak ez a már-már maniheista produktivitása Hegelnél túlon túl sok ördögi vonást kölcsönözne a világnak, amit Gödel mind teista alapon, mind mentálhigiénés okokból visszautasít.

Az idézett megjegyzésben szerepel a lehetőség fogalma is, ami Gödel szerint nem igazán világos Leibniznél. Valóban, nem igazán világos, hogy pontosan mi is az, ami lehetőségként áll egy elvileg végtelen élettartamú monász előtt. Látuk ezt már a rossz desifrározásának példáján. A rossz megértése annak a tökéletesség-nyereségnek a megértésében áll, amelynek az érdekében a rossz fellépett. Ám a megértés felszámolja a rosszat, ahogyan a csonkaság kiegészítése felszámolja a csonkaságot, így a rosszat megértő monász tökéletesebbé válik annál, mint amilyen a megértés előtt volt, feljebb lép a tökéletességi fokok grádján, ezen az egész számokhoz hasonlóan elrendezett hierarchikus struktúráján. A tökéletesedés azonban nem lehet korlátlan. Korlátja a monadikus univerzum szerkezete (ahogyan azt a leibnizi *mathesis metaphysica* kodifikálja), amely szét-feszülne, ha a monászok tetszőleges magasra hághatnának a tökéletességi fokok latorjáján. Az univerzum tökéletesedése ezért korlátozott, mindig fennmarad valamennyi rossz. Nemcsak nehéz, de egyenesen lehetetlen elgondolnunk az

univerzumot a leibnizi metafizika keretein belül *rossz nélkül*. Másfelől azonban azt is kénytelenek vagyunk megállapítani, hogy ha minden rossz egy nagyobb tökéletesség előkészítője és a monadikus univerzum a magában hordozott rossz révén egyre tökéletesedik, e fejlődésnek csak egyetlen dolog parancsolhatna megálljt: az, ha a rossz teljesen eltűnne a világból. Csakhogy épp az előbb állapítottuk meg, hogy mindig fennmarad valamennyi rossz. Ezért a tökéletesedésnek semmi sem parancsolhat megálljt: az univerzum tökéletesedése korlátlan...

Ez a hazug paradoxonhoz hasonló körkörösen öncáfoló struktúra kering a monadikus univerzum jövőjére és a monászok üdvtörténetére vonatkozó kérdések háttérében. Vajon milyen lehetőségállományt tűr el, enged meg, visel el „a valóságos világ struktúrája”? Mit mondhatunk a világunk és benne saját magunk fejlődési lehetőségeiről? Zárásképpen e nyitott és homályos probléma körüli tapogatózást vesszük szemügyre Leibniznél és Gödelnél. Mint látni fogjuk, az üdvtörténet eszméje mindkét gondolkodó esetében valóságos szétfeszítő erővel hat az univerzum szerkezetére.

Kezdjük Leibnizzel. Leibniz 1666-os *De Arte Combinatoria*-ja nyitja meg azt a vizsgálódási utat, amelynek tágabb horizontját képezik a monász előtt álló lehetőségekre vonatkozó kérdések. Az *ars combinatoria* alapgondolata szerint az emberi tudás egésze kifejezhető egy olyan ábécével, amelynek a lehetséges kombinációi révén eljuthatunk az elemi fogalmaktól az összetettekig, a tudás építőköveitől a tudomány épületéig. Ha ez így van, akkor e kombinatorikus rendszer jóvoltából „ki lehetne számolni az emberek által elérhető igazságok számát és meg lehetne határozni annak a könyvnek a méretét, amely a lehetséges emberi ismeretek összességét tartalmazza”.⁴⁹ Leibniz ezt a számot konkrétan megadja, egy felső becsléssel, ugyanis nem pusztán a megfogalmazható igazságokra, hanem egyáltalán a megfogalmazható mondatok összességére ad egy felső határértéket.⁵⁰ Leibniz ezt az emberi szellem jelenlegi kapacitása alapján határozza

⁴⁹ Leibniz 1690 után kelt feljegyzése. In: Leibniz: *De l'horizon de la doctrine humaine* (éd. par M. Fichant), Paris, Vrin, 1991, 37.

⁵⁰ $10^{7300000000000}$ ez a szám, lásd Leibniz *De l'horizon de la doctrine humaine* (1693) feljegyzését, uo. 96; 42-51. Leibniz a latin abc 24 betűjét veszi alapul és miután megállapítja, hogy 24 egybetűs, 24x24 kétbetűs, 24x24x24 hárombetűs szó képezhető, stb., e lehetséges szavakat az $a + a^2 + a^3 + \dots + a^n = (a^{n+1} - a) : (a - 1)$ képlettel összegzi, n értékét 32-nek véve – lévén az általa ismert leghosszabb szó 32 betűs. A leghosszabb szavakba önthető igazság nem lehet hosszabb a leghosszabb elolvasható igazságnál, így elég ez utóbbit meghatározni: „Feltesszük, hogy egy ember 100 lapot képes elolvasni

meg, azaz első körben még nem számol azzal, hogy „egy másik életben, midőn az emberi lélek egy magasztosabb állapotra emelkedik” (uo. 533) ez a számérték a nagyobb szellemi kapacitással növekedhet. Amennyiben figyelmen kívül hagyjuk e magasztosabb élet lehetőségét, Leibniz szerint el fog jönni az idő, amikor a megadott véges számértéket elérve az abc variációs lehetőségei kimerülnek. Innentől fogva az emberi faj már nem gondolhat el olyan igazságot, amit azelőtt el ne gondolt volna, és egyáltalán nem írhat le semmi olyat, amit korábban már valamikor le ne írtak volna. A véges jelkészletű, rögzített hosszúságú jelsorozatok a végtelen időben örök ismétlődésre vannak ítélve.

Leibniz a későbbiekben továbbfűzi e gondolatkísérletet és immár eljátszik a „magasztosabb élet lehetőségének” gondolatával. Ez jelentheti akár a túlvilági megtisztult életet, akár az emberi fajnak egy jövőbeli emelkedettebb, tisztább, „angyalibb” állapotát itt a Földön – vagy akár mindkettőt egyszerre, hiszen az idők végezetével kapcsolatban a Szentírás egyik helyén emlegetett ἀποκατάστασις πάντων (ti. minden teremtmény eredeti állapotába való visszaállítása) feljogosít e két üdvtörténet azonosításra.⁵¹ Leibniz ismeri az ἀποκατάστασις origenészi egzegézisét, amely a romlás, a bűn, a rossz eltörlését látja a végítéletkor megvalósuló eredeti, szeplőtelen állapot visszaállításában, ahogyan ismeri e téma J. W. Petersen teológus és felesége által az 1700-as évek körül több könyvben is megjelentetett milleniarista ihletettséggű feldolgozásait, amelyek a történelmi közeljövőre datálják a teremtett világ helyreállítását és a

naponta, minden lap 100 000 betűt tartalmaz, vagyis egy év alatt 3650000000 betűt olvas el. Feltéve, hogy az ember legfeljebb ezer évig élhet, a leghosszabb szavakba önthető mondat vagy könyv 3 650 000 000 000 betűt számlálhat. Az összes elképzelhető (igaz vagy hamis, értelmes vagy értelmetlen, kimondható vagy kimondhatatlan) mondat száma tehát: $(24^{36500\ 000\ 000001} - 24) : 23$.” Az *Ἀποκατάστασις πάντων* *La Restitution Universelle* (1715) című Leibniz szöveg egy másik számítást közöl: annak a könyvtárnak a méretét próbálja felbecsülni, amely az összes lehetséges, emberi léptékkel mérve elolvasható méretű – Leibniz szerint ez 10 000 oldalas – könyvet felöleli. Oldalanként 100 sorral, soronként 100 betűvel számolva e könyvek összesen 100 millió betűből fognak állni. Ha e 100 millió rubrikába az összes lehetséges módon kiosztjuk az abc betűit, megkapjuk azt a számot, amely az emberi tudás tárházának a maximuma. Lásd: *De l'horizon de la doctrine humaine*, 60-77.

⁵¹ „És elküldje a Jézus Krisztust, a ki néktek előre hirdetett. Kit az égnek kell magába fogadnia mind az időkig, míglen *újja teremtetnek mindenek* (ἀποκατάστασις πάντων), a mikről szólott az Isten minden ő szent prófétájának szája által eleitől fogva.” Ap.csel.3.20-21.

rossztól való végleges megszabadulását.⁵² A kezdetben merőben kombinatorikai feladat e teológiai motívumokkal kiegészülve onto-teológiai perspektívájú problémává terebélyesedik, hiszen a monadikus univerzum jövőbeli, és egyáltalán, időbeli létmódjára vonatkozó kérdésekkel találja magát szemben. Leibniz így 1701-ben már arról elmélkedik – e szövege azon ritka helyek egyike, ahol az átmenetek folytonosságát hirdető filozófus *ugrásról* fog beszélni –, hogy az emberi fajt a jövőben felválthatják

olyan intelligens szubsztanciák, amelyek mélyebb fogalmakra tesznek szert és még nagyobb, még összetettebb igazságoknak jutnak birtokába. A természethez ugyanis méltatlan a korábbi események pusztá ismétlése. A tudás így a végtelenségig növekedhet. Következésképpen számolnunk kell azzal, hogy amennyiben az emberi elmék platóni világkorszakokat élnek meg, ugyanaz a személy immár azért tér vissza a földre újra és újra, hogy spirálisan emelkedő pályán valami nagyobb felé fejlődjön tovább, valahogy úgy, mint amikor egy árok átugrásának nekiveselkedve egyet visszalépünk. [...] Ezek a platóni világkorszakok nem csupán a lélek halhatatlanságával egyenértékűek, hanem valamiképpen megfelelnek a test feltámadásának is, ha éppenséggel nem ebben áll a feltámadás maga.⁵³

Leibniz nem mondja ki a végső szót a kérdésben, hogy a természet tökéletességével melyik tökéletesség-struktúra áll a leginkább összhangban: az, hogy mindig egyformán tökéletes és a végtelen időben ugyanaz tér vissza újból és újból; vagy az, hogy folyamatosan gyarapodik tökéletességben és az idők folyamán egyre gazdagabban ismétli magát. „Jelenleg nem látom, hogyan lehetne de-

⁵² Lásd Leibniz Petersenről írt feljegyzését: *De l'horizon de la doctrine humaine*, 94-97. Lásd még *Essais de Théodicée*, I, 17, In: G VI. 111-112, ahol Leibniz „nagy paradoxonként” utal az origenészi-peterseni optimista álláspontra, mely szerint „a jó idővel minden és mindenütt felülkerekedik, és minden eszes teremtmény, a rossz angyalokat is beleértve, szentté és boldoggá lészen.”

⁵³ Leibniz: *A világkorszakokról* (1701), (V – LH IV, 5. 9. folio 7 recto) In: *De l'horizon de la doctrine humaine*, 56-61. Vegyük észre, hogy miközben a szövegben fölcillan az angyali lét lehetősége a földön, addig az antik alvilághoz hasonlatos ontológiai homályzónát képez a „hátralépést” – vagyis a földi életbe való visszatérést – megelőző előrehaladás, ti. az emberi monásznak a halála utáni túlvilági élete. Hiszen sem a lélek, sem a test halhatatlansága nem e túlvilági szintéren valósul meg.

monstratív módon kimutatni, hogy a tiszta észre hagyatkozva melyik hipotézist kell választanunk”, írja egy évvel a halála előtt az egyik utolsó állásfoglalásában a kérdésben. Leibniz annyit tesz még hozzá ehhez, leginkább a saját megnyugtatóására, hogy „bár a gyarapodási hipotézis szerint a világegyetem állapota egyetlen pillanatban sem lehet abszolút tökéletes, az aktuális sorozat egésze ettől még az összes lehetséges sorozat közül a legtökéletesebb lehet, hiszen Isten mindig a lehető legjobbat választja”.⁵⁴ Vagyis a lehetséges világok közötti választás leibnizi eszméjét nem fenyegeti a progresszió hipotézise. Isten pusztán egy további szempontot kap a kezdeti mérlegeléshez és a választásánál immár a világokban rejlő fejlődési potenciált is figyelembe veszi. A progresszió hipotézise mellett Isten a lehetséges világok közül azt a világot választja ki létezésre, amelyiknek az összes közül a legnagyobb a tökéletesedési potenciálja. Ám hogy mi lehet az a *raison*, amely Isten szemében egy tökéletesedő világot kitüntet egy eleve tökéletes világgal szemben, illetve Leibniz szemében az első hipotézist kitüntetheti a másodikkal szemben, úgy tűnik rejtély marad: a világ valóságos struktúrájának nem férközünk a közelébe.

Mi rosszabb, Leibniznél ráadásul az onto-teológiai örök visszatérés elméleti pillérei is hézagosak. A bizonytalanságot a monadikus univerzum végtelen gazdagsága okozza. Leibniz pontosan amiatt tartja kezdetben a kombinatorikai gondolatkísérletét az emberi tudományosság (*doctrine humaine*), azaz a szavakba önthető állítások körén belül, mert e körön túl, azaz az emberi elmében megbúvó érzéki-érzelmi árnyalatok, észrevétlen benyomások végtelen tömegében nem alkalmazható az a kombinatorikai számlálási technika, ami matematikailag kikényszerítené a visszatérést, az esetek újraismétlődését.⁵⁵ A monászok

⁵⁴ Leibniz 1715. augusztus 5-i levele Bouguet-hez. In: G III. 582-583. Leibniz itt egészen pontosan három modellt ad a világunk időbeli létmódjára: egy stagnálót, és két tökéletességben gyarapodót. Ez utóbbiak közül az első egy szétnyíló háromszöggént, a második egy szétnyíló hiperbolaként fejlődik. Mindhárom modell megengedi a tökéletesség ingadozását is, vagyis azt, hogy a világ egy részének tökéletessége csökkenjen, amikor egy másik része nagyobb tökéletességre megy át. Lloyd Strickland megmutatja, hogy e különböző modellek hogyan váltakoznak Leibniz gondolkodásában az 1670-es évektől 1715-ig, anélkül, hogy a kérdés nyugvópontra jutna. Lásd Lloyd Strickland: *Leibniz reinterpreted*, Continuum, London, 2006, 115-125. A leibnizi szövegek összegyűjtve megtalálhatók a *The Shorter Leibniz Text. A Collection of New Translations* (by Lloyd Strickland), Continuum, 2006. 195-200.

⁵⁵ „Itt csak szavakba önthető igazságokról [vö. 55: szavakba önthető állításokról, *de propositionibus enuntiabilibus*] akarok beszélni, hiszen nem tagadom azt, hogy az embe-

zavaros percepciói, amelyekben az univerzum végtelen gazdagsága tükröződik soha nem térnek vissza ugyanúgy. Itt az örök változatosság érvényesül. De akkor hogyan beszélhet Leibniz „ugyanannak a személynek a visszatéréséről”, testi-lelki „feltámadásáról”? Itt nem is az a probléma az érdekes, hogy a visszatérő személy elenyésző részletekben, vagy épp, ha a leibnizi „ugrást” komolyan vesszük, nembelileg különbözni fog az eredetitől, így egy individuumhoz ön-maga végtelen repetíciós sorát kellene hozzárendelnünk. Hanem egyáltalán az, hogy mi kényszeríti ki a személy visszatérését, amikor kombinatorikai szükség-szerűségről a végtelen variabilitás terén nemigen beszélhetünk?

Leibniz megpróbálja kiterjeszteni a kombinatorikai modelljét a személyes életre: ha az emberi életeket percről-percre leírnánk a születéstől a halálig, minden élethez hozzárendelhetnénk egy-egy kötetet, amelyek a teljes élettörténeteket tartalmazzák. Mivel a kötetméretnek itt is van egy véges felső korlátja, a beírt jelek sorozata egy idő után ugyanúgy ismétlődni kezdene, mint a megfogalmazható kijelentések korábbi számbavételénél. Így akár teljes köteteknek, azaz teljes emberi életeknek is szóról-szóra meg kellene ismétlődniük.⁵⁶ Kombinatorikai alapon Leibniz persze csak annyit állíthat – ez az A. T. Overbeckkel folytatott eszmecsereiből időközben világossá válik számára –, hogy lesznek olyan személyek, akik visszatérnek, de nem mindenki és nem minden tér vissza, miután „egyedül a számításból nem bizonyítható az, hogy I. Lipót, vagy XIV. Lajos, vagy én, vagy valaki más pontosan ugyanúgy vissza fog térni”.⁵⁷ Ráadásul

reknek rengeteg olyan gondolata, elmosódott érzése, álma, képzelődése, benyomása van és lehet, amit nem tud szavakba önteni, hiszen kétségtelen, hogy nincs elég szavunk az érzéki minőségekben fellelhető összes árnyalatra, mint amilyenek a színek, hangok, szagok, ízek vagy érintések, sem a belső érzések különbségeire, mint amilyenek a vágyak, örömeik, fájdalmak, melyek tárgyaik szerint és az emberek temperamentumai, illetve egészségi állapotai szerint igen változatosak lehetnek. Itt kizárom az összes efféle dolgot, amelyeket nem lehet szavakba önteni. Ezért beszélek az emberi tudományosság (*la doctrine humaine*) horizontjáról, és nem az emberi gondolkodás, vagy szellem horizontjáról, hiszen mindaz, ami a tudományosság alá tartozik, szavakba önthető. Szavakba önthetőn azt értem, ami írásba foglalható”, Leibniz: *De l'horizon de la doctrine humaine*, 40-41.

⁵⁶ Leibniz: Ἀποκατάστασις πάντων *La Restitution Universelle* (1715) (VI. L Br 705 folio 72 recto). In: *De l'horizon de la doctrine humaine*, 60-77.

⁵⁷ Leibniz: Ἀποκατάστασις πάντων *La Restitution Universelle* (1715), 72-73. Overbeck matematikai észrevételeiből válik érthetővé, hogy miért csak részleges visszatérésről beszélhetünk. Tekintsük a $\sqrt{5}$ tizedesjegyeinek számsorozatát, írja Overbeck 1715. július 7-i levelében Leibniznek (*De l'horizon de la doctrine humaine*, 86-89). Ha a

a visszatérők is csak a könyvükben lejegyzettek erejéig térnek vissza, vagyis tömérdek megegyező részlettel, ám végtelen sok enyhén eltérő, íratlan árnyalattal: „Nincsen teljesen azonos visszatérés, [...] legfeljebb csak hasonlónak érzékeljük őket”.⁵⁸ Inkább sztorik, narratívák, bárki által felvehető életminták visszatérése ez, mintsem valódi személyes visszatérés – ami édeskevés egy ontoológiai üdvtörténet megalapozásához.

Leibniznek egyetlen aprócska célzása van, ami mintha áthidalhatóvá tenné a könyvek és a valóság között húzóódó szakadékot: az, hogy bár „az észrevétlenül maradó (*imperceptible*) soha nem fejezhető ki könyvekben”, mindazonáltal „az észrevétlen különbségek egyre csökkennek az ismételt visszatérések folyamán”.⁵⁹ Vagyis a kombinatorikailag számba vett tények összessége idővel konvergálna a

2,23606797... kezdetű számsor a végtelen időben kifejtve minden egyes szegmensében, vagy akár csak egyetlen adott szegmensében periodikusan újrasméltódné, az annak jele volna, hogy a $\sqrt{5}$ racionális szám, márpedig a $\sqrt{5}$ nem írható fel két egész szám hányadosaként. Így ha e szegmensek történelmi periódusokat vagy személyes életperiódusokat reprezentálnak, el kell fogadni, hogy végtelen sok olyan periódus lesz az idők folyamán, amely soha többé nem fog pontosan ugyanúgy megisméltódni. Ez persze nem jelenti azt, hogy egyáltalán ne lennének ismétlődések, hiszen másfelől az sem jelenthető ki, hogy egy adott véges szegmensmérethez tartozó permutációk mindegyike csak egyszer fordulhat elő a teljesen kifejtett sorozatban. Szükségképpen lesznek olyanok, amelyek megisméltódnak, egyesek gyakrabban, mások ritkábban. És persze megint mások soha. Overbeck végül, megengedve immár azt is, hogy végtelenül hosszú múlt áll a hátunk mögött, „kibogozhatatlan csomónak” minősíti azt a további problémát, hogy lehetnek-e olyan szegmensek, amelyek a végtelen sorozatban eddig még egyszer sem bukkantak fel. Kombinatorikai alapon tehát, írja Overbeck a következő levelében Leibniznek, végső soron csupán ennyi állítható: „amilyen bizonyos az, hogy ha több tehenet veszünk, függetlenül attól, hogy milyen sok szőrszála van a legszőrösebbnek, lesznek olyanok, akiknek egyenlő számú szőrszála van, olyan bizonyos, hogy végtelen sok évszázad távlatában lesznek azonosan visszatérő könyvek” (Overbeck 1715. augusztus 1-én kelt levele Leibnizhez: *De l'horizon de la doctrine humaine*, 92-93). Az overbecki fejtegetés értelmében így ha egy személy, vagyis monász, annak szentelné a teljes életét (vagyis a végtelen időben lepergő végtelen élettörténetét), hogy a $\sqrt{5}$ tizedesjegyeit egymás után felsorolja, az illetőnek számtalan, tetszőleges hosszúságú életszakasza lenne – akár a teljes földi élete is –, amelyek a jövőben sohasem ismétlődnének meg ugyanúgy, miközben lennének azonosan vissza-visszatérő életszakaszai is.

⁵⁸*De l'horizon de la doctrine humaine*, 57.

⁵⁹ Leibniz 1715. június 17-én kelt levele Overbeckhez. In: *De l'horizon de la doctrine humaine*, 87.

valóságos tények összességéhez, a könyvek részletgazdagsága idővel konvergálna a valóság végtelen részletgazdagságához, a kettő közötti szakadék egyre szűkülne. Leibniznek ez a kifejtetlenül maradó állítása persze inkább feltételezi, mintsem megalapozza a tudás végtelen kiterjeszhetőségének, és így közvetve a világ fokozatos tökéletesedésének a hipotézisét. Ráadásul az sem világos, hogy a konvergencia hogyan biztosíthatná annak az embertömegnek a testi-lelki feltámadását, akik visszatérését a kombinatorikai modell nem garantálja. Persze talán a valóságban sem tér mindenki vissza, ami már csak azért is valószínűsíthető – rossz hír Gödelnek: Leibniz itt a millenarista Petersennel szemben a manicheista Bayle, és nem mellesleg a domináns teológiai álláspont pártját fogja –, mivel az üdvözülés sem mindenki számára biztosított. Lesznek olyanok, akik elkárhoznak.⁶⁰ Viszont a visszatérők egyre tökéletesedve térnek vissza, azaz egyre részletgazdagabb, egyre vaskosabb kötetek látnak napvilágot róluk a jövőben, míg végül – végtelen idő múltán – az egyes kötetekben felhalmozott tudás gazdagsága elérheti a személyek valóságos monadikus gazdagságát. Ekkor a könyvbeli sztori immár csakugyan a valóság újraeljövele lesz: a könyv innentől fogva a valósággal együtt íródik...

E spekuláció fantasztikumát némileg csökkentheti Leibniznek egy 1695 után írott szövege, amelyben a pascali kettős végtelenségből kiindulva mutatja be saját monadikus végtelen-felfogását.⁶¹ E szöveg szerint a világegyetemet kitöltő organikus anyag bármely részében „végtelenül végtelen” (*infiniment infini*) temporális gazdagsággal van jelen a teljes világegyetem. Egyfelől minden anyagdarab jelenében benne van a végtelenbe futó múlt és jövő, vagyis az adott jelen teljes előzménye és folytatása. Másfelől, ezen túlmenően, az anyagdarab bármely jelene végtelen sűrűségű, azaz végtelen sok pillanatot tömörít magába: „minden egyes órában vagy az idő bármely egyéb részében végtelen sok pillanat

⁶⁰ A kárhozat lehetősége jól összeegyeztethető a 54. lábjegyzetben említett tökéletesség-ingadozással. Lásd bővebben Lloyd Strickland: *Leibniz reinterpreted*, 131-138. Leibniz az *Essais de Théodicée* I. 19-ben G VI, 113. írja: „Tartva magunkat az elfogadott tanításhoz, amely szerint az örök kárhozatra jutó emberek száma összehasonlíthatatlanul nagyobb az üdvözültekénél, azt kell mondanunk, hogy ettől még a rossz szinte semminek tűnik a jóval összevetve, ha Isten városát teljes kiterjedtségében szemléljük.”

⁶¹ Lásd Frédéric de Buzon: *Double infinité chez Pascal et Monade. Essai de reconstitution des deux états du texte, Les études philosophiques*, 2010/4 (n° 95), 554-555. Lásd még Leibniz: *Textes inédits, tome 2*, G. Grua (éd.), PUF, 1998. 553-554.

van”.⁶² Ez a szöveg arról tanúskodik, hogy Leibniz a szukcesszivitás rendjén, vagyis az inkonzisztens mozzanatok egyetlen világgá összefűző logikai rendezőelven túl eljátszadozik az idő egy olyan felfogásával is, amelyben az idő szerkezete az egymásba dobozolt monász-univerzumok végtelenségét tükrözi vissza. Ebben a logikainál gazdagabb időfelfogásban „minden pillanat végtelen sok dolgot foglal magában, és ezek is mind végtelen gazdagok”. Így végeredményben minden időtartam egy olyan univerzum, amely további időuniverzumok végtelen sokaságát tartalmazza, és az idő telése – függetlenül attól, hogy milyen hosszú tartam telik el – e végtelen idő sokaság valóságos lefutásában valósul meg. A végtelen csipkézetű monadikus idő eszméje ott lappang Leibniz filozófiájában, a végtelen csipkézetű monadikus tér tőszomszédságában.

A monadikus idő fényében az az evolúciós perspektíva, hogy egy monászról szóló könyvben felhalmozott véges tudás végtelen idő múltán eléri a monász valóságos végtelen gazdagságát, már jóval több üres frázisnál. Mivel a monadikus időt minden tartományában ugyanaz a kimeríthetetlen gazdagság jellemzi, mint a monadikus világegyetemet, ezért a világban zajló események nem egy monoton metronómketyegés időskáláján gördülnek le, a természetes számok szukcessziójának skáláján, hanem egy olyan „végtelenül végtelen” csipkézetű skálán, amelyen nemcsak hogy lehetséges egy végtelenül variábilis eseményt lepergetni, de ez konkrétan meg is történik, percről-percre, órától-óra, nappalról-napra. Minden időtartam így telik el a valóságban. Mi több, egy napban, órában, percben sorjázó pillanatok kimeríthetetlen sokasága nemcsak ahhoz elegendő, hogy eljuttassanak egy időtartam kezdetétől a végéig, hanem ahhoz is, hogy eközben, e tartam időuniverzumán belül akár egész életeket, világkorszakokat, éónokat pörgessenek le, akár végtelen sokat is – hisz bőven van rá idő

⁶² „[...] toute la matière est organique partout, et que sa portion quelque petite qu'on la prenne, contient représentativement, en vertu de la diminution actuelle à l'infini qu'elle enferme, l'augmentation actuelle à l'infini qui est hors d'elle dans l'univers, c'est-à-dire que chaque petite portion contient d'une infinité de façons un miroir vivant exprimant tout l'univers infini qui existe avec elle; en sorte qu'un assez grand esprit, armé d'une vue assez perçante, pourrait voir ici tout ce qui est partout. Mais il y a bien plus: il y pourrait lire encore tout le passé, et même tout l'avenir infiniment infini, puisque chaque moment contient une infinité de choses <dont chacune en enveloppe une infinité>, et qu'il y a une infinité de moments dans chaque <heure ou autre> partie du temps, et une infinité d'heures, d'années, de siècles, d'éônes, dans toute l'éternité future. Quelle infinité d'infinités infiniment répliquée, quel monde, quel univers <aperceptible> dans quelque corpuscule qu'on pourrait assigner” (uo. 554-555).

–, és e végtelen sok történezen átsuhanva érkezzünk el a tartam kezdetétől a végéig. A „végtelen idő múltán” fordulat így konkrét értelmet nyer: bármely véges rövidségű idő végtelen idő múltán telik le, de letelik. És bármely végtelen hosszúságú időtávlat letelik egyszer, méghozzá véges idő múltán, midőn a távlat végtelensége integrálódik abba a nagyobb monász-univerzumba, amelyen belül véges tartamot alkot. Így akár az emberi történelem végtelen menete is egyetlen percbe zsugorodhat egy emberinél magasabb szintű monász monadikus egységében. A monadikus idő fogalmában olyan potenciál rejlik tehát, amely képes végtelen sokaságokat véges egységekbe sűríteni, és ezáltal végtelen időtávlatokat realizálni, jelenvalóvá tenni.

A mai olvasó önkéntelen kísértést érez arra, hogy Leibniz *mathesis metaphysicá*ját, amely a monadikus világegyetem kimeríthetetlenül gazdag, „minden megadható számnál nagyobb” végtelenségét az egész számok hierarchiájára képezi le⁶³ kapcsolatba hozza ezzel a monadikus időpotenciállal és azt mondja: Leibniz csak azért választhatta az egész számokat a monadikus konstrukció modelljéül, mert a konstrukció *folyamata* maga egy olyan potenciál jóvoltából valósul meg, amit az egész számokénál jóval nagyobb komplexitás, ti. végtelenül végtelen komplexitás jellemez (amit ma az irracionális, illetve valós számok számosságához kötünk). Ezzel szemben amikor Leibniz az eszkatologikus elméleteiben kombinatorikai modellekkel kísérletezik, e modell technikájából adódóan kénytelen az időt a természetes számok ritkásabb skálájára és a monadikusnál erőtlenebb telési potenciálra visszaszorítani, amiből viszont rögtön adódik a *mathesis metaphysicá*nak ellentmondó eredmény, amit Leibniz maga is kénytelen konstatálni: „nincs könyv, amely adekvátan leírhatná [a végtelen gazdagságot], miután a kontinuum valóságosan fel van osztva végtelen sok részre, és az anyag minden egyes részében végtelen sok teremtménytől nyüzsgő világ van, amit egyetlen könyv sem írhat le, bármilyen hosszú legyen is”.⁶⁴ A monadikus világegyetem végtelen gazdagságát nem lehetséges semmilyen könyvvel, azaz semmilyen véges jelkészletű végtelen hosszú sorozattal kifejezni. Így nyilván nem lehet a természetes számok sorozatával sem, ezzel az ugyancsak véges jelkészletű végtelen sorozattal sem, amit a *mathesis metaphysica* a tökéletességek leírásánál használ. Leibniz *mathesis metaphysicá*ja és az eszkatologikus kombinatorikája látványosan ellentmond egymásnak.

⁶³ Lásd a 20. lábjegyzetet.

⁶⁴ Leibniz: *Ἀποκατάστασις πάντων La Restitution Universelle* (1715), 76.

A monadikus idő eszméje feloldhatja ezt az ellentmondást, és egyúttal elgondolhatóvá teheti Leibniz onto-teológiai üdvtörténetét is, hiszen elegendő „mennységű” időt bocsát rendelkezésünkre ahhoz, hogy a véges jelkészletű sorozatok utolérjék a valóság végtelen gazdagságát, a könyvek utolérjék a valóságot, az üdvözültek visszatérjenek és magasztosabb szintekre emelkedjenek. Ugyanakkor Leibniz, a mai olvasóval szemben, sohasem hivatkozik az irracionális (vagy valós) számokra, mint lehetséges matematikai modellre az üdvtörténeti, vagy a metafizikai eszme-futtatásokhoz. Azt is könnyű megmondani, hogy miért. Azért, mert a matematikának az a területe, ahová e számok tartoznak, Leibniz korában a legkevésbé sem modellértékű, hanem még egy tisztázatlan, nyitott, kidolgozás alatt álló terület: a születőben lévő függvényanalízis által alkalmazott idealizációknak, kalkulációs műfogásoknak, „hasznos fikcióknak” a területe. Márpedig a monadikus végtelenség metafizikai érvényű matémája nyilván nem lehet egy hasznos fikció.

Van talán egy további ok is Leibniz tartózkodására. A „végtelenül végtelen” komplexitású monadikus időben túl nagy telési potenciál rejlik. Túl sok mindent tesz lehetővé, mind a jelenben, mind a jövőben. Mivel elegendő időt bocsát rendelkezésünkre bármely monász „szóról-szóra” azonos visszatéréséhez, sőt e visszatérések mellett akár még arra is, hogy a monász infinitezimálisan különböző, vagy fejlődő sorozatokban is újra megjelenjen a jövőben, ezért gyakorlatilag *kalkulálhatatlanná* teszi az üdvtörténeti lehetőségeket: túlságosan sok, túlságosan szerteágazó jövőállomány áll a monadikus univerzum előtt, és a végtelenszer végtelen eshetőség közül *mindegyiknek* van ideje megvalósulni. A monadikus idővel számolva mind a tökéletességben stagnáló, mind a tökéletességben fejlődő univerzum meg fog valósulni a jövőben, hiszen mindkettőre bőven van idő a „jövő teljes örökkévalóságában, amely órák, évek, századok, éónok végtelen sokaságát foglalja magában”.⁶⁵ Ha ezt a bizarr következtetést el akarjuk kerülni és a feltorlódozó lehetőségeket le akarjuk redukálni egyre, egyetlen jól beazonosítható világfolyamra, találnunk kell a monadikus időn túl egy *raison*-t, amely kikényszeríti ezt. Ám a *raison* ezúttal is hiányzik. Így a lehető

⁶⁵ Lásd: 62. lábjegyzet. Az 57. lábjegyzetben említett overbeck-i modellt módosítva azt mondhatnánk, hogy ha a jövőbe tartó végtelen idő a valós számok sorozatát futja be, valóságosan befutva eközben minden racionális és irracionális szám (így pl. a $\sqrt{5}$) teljes végtelen kifejtését is, akkor tetszőleges hosszúságú és permutációjú tizedesjegy mintázat tetszőleges sokszor visszatérhet az idők folyamán.

legjobb világhoz vezető világkonstrukcióban a lehetőség fogalma, mint Gödel megállapította, reménytelenül homályos marad Leibniznél...

Térjünk át ezek után Gödelre. Ahogyan Leibniznél, úgy Gödel esetében is az üdvtörténeti megfontolások egy merőben matematikai, tudományelméleti kérdésfeltevésből nőnek ki. A nem-teljességi tételek és Turing kiszámíthatatlansági tétele után érthetően vetődik fel a kérdés az 1930-as évek második felétől, hogy vajon az emberi elme Turing-gép módjára működik-e, vagy sem. Ha a válasz igen, akkor nem csupán bizonyos formális logikai rendszerekre, hanem magára az emberi gondolkodásra is érvényes lesz az, hogy az ember – végső soron pedig az egész emberiség – bizonyos matematikai, vagy egyéb problémákat soha nem fog tudni egzaktan megválaszolni, gondolkodjon bár rajtuk az idők végezetéig. Gödel tagadja ezt. Tagadja az intuícóra hivatkozva, amelynek legragyogóbb példája a Husserlrel kapcsolatban emlegetett abszolút tudás. Az intuíció az elme nem mechanikus működés módja, amely Gödel szerint bármilyen igazságba bepillantást engedhet, elvi megszorítás nélkül. Maga a matematika is az intuícióval veszi kezdetét, hisz a legelemibb matematikai objektumokat, alapfogalmakat, axiómákat intuícióval értjük meg. Ugyanakkor az intuíció pillanatait leszámítva az elme mégiscsak mechanikusan működik, az emberi agy komputációs kapacitásának kényszerű határain belül. Gödel az agyat véges sok állapot felvételére képes véges komputációs rendszernek tekinti – mind az agysejtek, mind az agyat alkotó fizikai részecskék száma véges, felvehető állapotaik szintén végesek. E rendszer szukcesszív állapotai egy Turing-gép egymást követő számításainak feleltethetők meg. Emiatt az elme működésének az a hányada, amely az agyműködésből következik, s ennek folytán mechanikus és algoritmikus, a nem-teljességi megszorítás alá esik, míg e megszorítás alól kibúvó intuitív hányada nyilvánóan visszavezethetetlen lesz az agyműködésre, sőt akár teljesen független is lehet attól.⁶⁶

⁶⁶ Vö. DG 147-154. Gödel a platonista álláspontjával összhangban nem tartja képtelenségnek az anyagtól független elme gondolatát: „Korunk előítélete azt hinni, hogy nem létezhet anyagtól különálló elme, jóllehet ezt még tudományosan bizonyítani kell” (LJ 198). „Az emberi elme működése nem redukálható az agyműködésre, hiszen az agy minden jel szerint egy véges gépezet, véges számú alkatrészszel, a neuronokkal és a kapcsolataikkal. Vagyis úgy tűnik, valamiféle vitalista állápontra kell helyezkednünk” (CW III, 311). A „*some vitalistic viewpoint*”-ot akár a leibnizi vitalizmusra tett célzásként is értelmezhetjük.

Gödel ezekkel az okoskodásokkal Leibniz kombinatorikai vizsgálódásai közelében tartózkodik. Leibniz véges jelkészletű, tetszőleges hosszúságú könyvtől nem sokban különbözik a véges állapotkészletű, tetszőleges hosszúságú számításokat produkáló emberi agy. Ahogyan a leibnizi könyv képtelen volt leírni a világ végtelen gazdagságát, úgy a Turing-agy is képtelen formális levezetésekkel kifejezni a matematikai univerzum végtelen gazdagságát. Ugyanakkor Gödellel ellentétben Leibniz elméletében az intuíció nem játszik kitüntetett szerepet – emlékezzünk csak Leibniznek a karteziánus *intuitus*-szal szembeni kritikájára, és a „vak, avagy szimbolikus” gondolkodás előtérbe helyezésére.⁶⁷ Leibniznél másrészt sem az agyra, sem bármilyen más anyagdarabra nem érvényesül a véges komplexitás korlátja, szemben a minden anyagi rendszert véges komplex rendszerként kezelő 20. századi tudományparadigmával. Az agy és a vele párhuzamosan működő elme Leibniznél egy olyan véges komputációs gépezet, amely végtelen sok állapot felvételére képes, ráadásul – a monadikus időnek megfelelően – bármely kis időintervallumban végtelen sok számítást végez. A leibnizi spirituális automata ezért nyilvánvalóan nem Turing-automata. Pontosan ennyiben viszont értékes kritikai szempontot nyújt Gödel számára az elme kapacitásának korlátokat szabó tudományos előítéletektől való elrugaszkodásra: Nem nyilvánvaló, hogy egy véges elme csak véges számú megkülönböztethető állapotra képes. Ez a tézis előfeltételezi, hogy 1) a szellem anyag, 2) vagy a fizika véges (*finitary*), illetve az agy neuronokra épülő számítógép” (LJ 196). Nincs akadálya tehát annak, hogy az ezzel ellentétes feltevés mellett kötelezzük el magunkat, amely szerint „az elme valami olyat foglal magában, ami működését tekintve teljesen különbözik egy véges kombinatorikájú mechanizmustól”.⁶⁸ Gödelnek ugyanakkor nincs a husserli „abszolút tudással” felérő intuíciója arról, hogy technikailag miként festhet a nem Turing-automataként működő gondolkodás,

⁶⁷ Leibniz az egyszerű alapfogalmak, illetve a köztük lévő kapcsolatok csekély számú, egyidejűleg észben tartható hányadának felfogására korlátozza az intuíció hatókörét, míg az összetett dolgokat boncolgató fogalmi analíziseknél általánosságban a szimbolikus gondolkodást tartja lehetségesnek és célravezetőnek. Ld. Leibniz: *Meditationes de cognitione, veritate et ideis*. In: A Teil A, 6. Reihe, 4. Band, Göttingen, 1999, 585–592, ill. *Animadversiones in partem generalem Principiorum Cartesianorum*. In: G IV. 350-392. Lásd még Moldvay Tamás: *Az elme karteziánus reformjának berekesztése Leibniznél*. In: Pavlovits Tamás (szerk.): *Logika és gondolkodás: a megismerés elméletei a korai felvilágosodásban*, Budapest, L'Harmattan, 2012. www.c3.hul/~prophill/profi063/moldvay.html, ill. Schmal Dániel: „Intuíciónak vitája az intuíciónak”. In: Forrai Gábor (szerk.): *Filozófiai intuíciónak: filozófusok az intuíciónakról*, Budapest, L'Harmattan Kiadó, 2012, 41-56.

⁶⁸ P, 4b, item 020516. Idézi: DG 221.

vagyis az a *calculus ratiocinator*, amely a véges állapotkészletű agy helyett egy „végtelen sok állapotra képes” elme erőforrásait mozgósítja. Számára, mint maga fogalmaz, valószínűségek léteznek: „Nekem nincs hozzáférésem az abszolút tudáshoz, számomra csak valószínűségek léteznek”.⁶⁹ Gödel valószínűsíti, hogy e kalkulus előállítás volt az univerzális karakterisztika leibnizi programjának végcélja, ő maga pedig a számára legvalószínűbbnek tűnő úton, a végestől a végtelen felé araszolva próbál e kalkulus felé tapogatózni és a Turing-gép kapacitását meghaladni:

Turing érve azt próbálta kimutatni, hogy a mentális eljárások nem juthatnak messzebb a mechanikus eljárásoknál. Csakhogy az érve nem bizonyító erejű, mivel azon a feltevésen alapszik, hogy egy véges szellem csak véges számú különböző állapotot vehet fel. Turing teljesen figyelmen kívül hagyja azt a tényt, hogy a szellem, amikor tevékenykedik, nem statikus, hanem *folyamatos fejlődésben van*. [...] Ezért bár a szellem fejlődésének minden állomásánál a lehetséges állapotainak száma véges, nincs elvi akadálya annak, hogy ez a szám a fejlődés során a végtelenhez tartson. (CW V, 576)⁷⁰

⁶⁹ Lásd a 39. lábjegyzetet.

⁷⁰ Gödel így folytatja: „Now there may exist systematic methods of accelerating, specializing, and uniquely determining this development, e.g. by asking the right questions on the basis of a mechanical procedure. But it must be admitted that the precise definition of a procedure of this kind would *require a substantial deepening of our understanding of the basic operations of the mind*.” Gödel szövegének van egy másik változata is, amely az iméntivel szemben nem a kognitív aktusok pszichológiai-fenomenológiai feltárásától, hanem a tudományos alapfogalmak mélyebb megértésétől várja a szellem fejlődését: „What Turing disregards completely is the fact that mind, in its use, is not static, but constantly developing, i.e., that *we understand abstract terms more and more precisely as we go on using them, and that more and more abstract terms enter the sphere of our understanding*. There may exist systematic methods of actualizing this development, which could form part of the procedure. Therefore, although at each stage the number and precision of the abstract terms at our disposal may be finite, both (and, therefore, also Turing’s number of distinguishable states of mind) may converge toward infinity in the course of the application of the procedure. [...] This process [...] would require a substantial advance in our understanding of the basic concepts of mathematics” (CW II, 306 – kiemelések tőlem – MT).

Az agy lényegében talán egy bináris számítógép, amely [ideiglenesen] össze van kötve egy olyan véges szellemmel, amely [szisztematikus, de nem mechanikus módon] végtelen fejlődésre képes. [...] Ez az észrevétel egy olyan lehetséges világ felé mutat (ami talán maga a valóságos világ), amelyben a véges szellemek számára léteznek olyan mentális eljárások, amelyek semmilyen Turing-géppel nem reprodukálhatóak.⁷¹

Ismét adódik a Leibnizzel való párhuzam: ahogyan Leibniz üdvtörténetében a visszatérő véges könyvek részletgazdagsága konvergált a valóság végtelenségéhez, úgy Gödel elképzelése szerint a véges gondolkodó elme állapotainak száma gyarapodhat vég nélkül. Ha a szellem jelenleg még nem is végtelen (vagy legalábbis a jelenkori tudomány számára még hozzáférhetetlen a benne rejlő végtelenség), a jövőben azzá válhat, és e végtelen fejlődéssel a tudomány lépést tarthat. Ahogyan Leibniznél a visszatérő könyvek végül utolérhetik a valóság végtelen gazdagságát, úgy tárhatja fel a végtelenné váló szellem Gödelnél az igazságok végtelen sokaságát maradéktalanul. Nem egy előre adott algoritmus mechanikus követésével, hanem az intuíciók és a formális levezetések szisztematikus összekombinálásával.

Az elgondolás önmagában egyszerű és felfogható a nem-teljességi tételek korolláriumaként. Egy konzisztens kalkulus konzisztenciájának a felismerése az elme intuíciója kell legyen, hiszen a konzisztencia ténye formálisan levezethetetlen a kalkulus kiinduló axiómáiból, mint azt Gödel második tétele megmutatta. A második tétel így most már egyszerre szolgál filozófiai bizonyítékként az intuíció létezése mellett és nyújt ötletet arra, hogy az intuícióval felismert igazságokat hogyan lehet új axiómaként hozzáilleszteni egy kalkulus kiinduló axiómáihoz. Ezek után egy szisztematikus és átfogó igényű tudomány létrehozásához „már csak” arra van szükség, hogy egy megfelelő alapfogalmakat és axiómákat tartalmazó kalkulusból induljunk ki, és az útközben felismert, a kiinduló axiómákból formálisan levezethetetlen, de más módon belátható igazságokkal gyarapítsuk a rendszert – a végtelenségig. A tudomány tehát nem egy véges axiómarendszerből levezetett végtelen sok igazság foglalatoként totalizálódik, ez lehetetlen, hanem végtelen sok axiómából levezetendő végtelen sok igazság foglalatoként, ahol az új igazságok kutatása párhuzamosan folyik az új axiómák kutatásával, amelyek immár abban az értelemben is függetlenek egy-

⁷¹ P, 20. doboz, Wang dosszié, idézi: DG 228. (A szögletes zárójelek Gödel utólagos beszúrásai.)

mástól, hogy nincs mechanikus-algoritmikus eljárás a fellelésükre és számbavételükre. Hiszen, tegyük hozzá rögtön, ha egy olyan kalkulusból indulnánk ki, amely végtelen sok kiinduló axiómát tartalmaz ugyan, de listába szedve, mechanikus-algoritmikus eljárással megkonstruálva, akkor erre a végtelen sok axiómára továbbra is érvényes maradna a gödeli nem-teljesség.⁷² Nem ilyen axiómarendszerre, hanem „végtelen sok olyan új axiómára van szükség, amelyek igazságát (ha egyáltalán belátható) csak a matematikai intuíciónhoz való újbóli és újbóli visszatéréssel láthatjuk be” (CW IV, 330).⁷³

Gödel úgy jellemzi saját filozófiai kutatását a *Time Magazine* 1963-as különkiadásához készített jegyzeteiben, mint annak „valószínűsítésére”, „igazolására”, „bizonyítására” irányuló erőfeszítést – Gödel habozik, melyiket is merje mondani –, hogy az emberi gondolkodás természetében van valami nem mechanikus *ingénium*, amely képessé teszi a végtelen sok axiómán nyugvó univerzum megismerésére, végtelen időtávlatban.⁷⁴ Ehhez a gondolkodás folyamatának és alapfogalmainak fenomenológiai elemzésétől, a husserli kategoriális intuíciónál, továbbá a freudi és a méltánytalanul lenézett introspektív pszichológiától, és végül a leibnizi teista monadológiától mint metafizikai keretelmélet-

⁷² Gödel már a nem-teljességi tételei közreadásakor nyilvánvalóvá teszi ezt, lásd: *Some metamathematical results on completeness and consistency* (1930) In: CW I, 143. Lásd továbbá *On undecidable sentence* (1931) In: CW III, 30-31.: „Minden véges sok axiómára épülő, a természetes számok aritmetikáját tartalmazó formális rendszer nem-teljes. Ugyanez érvényes a végtelen sok axiómára épülő rendszerekre, amelyekben az axiómák képzési szabálya (vagyis az a törvény, amely az axiómák végtelen halmazát generálja) konstruktív.” Konstruktív alatt Gödel a listába szedhetőséget érti: „Az axiómák képzési szabályát el tudjuk gondolni egy olyan törvény formájában, amely egy axiómának egy-egy n természetes számot feleltet meg. A legáltalánosabb értelemben 'konstruktív' nevezük ezt, ha a törvény eljárást ad arra, hogy bármely n számhoz tartozó axiómát effektíve leírassunk” (uo.: lábjegyzet).

⁷³ Lásd még CW II, 151.: „Let us consider, e.g., the concept of demonstrability. It is well known that, in whichever way you make it precise by means of a formalism, the contemplation of this very formalism gives rise to new axioms which are exactly as evident and justified as those with which you started, and that this process of extension can be iterated into the transfinite. So there cannot exist any formalism which would embrace all these steps; but this does not exclude that all these steps (or at least all of them which give something new for the domain of propositions in which you are interested) could be described and collected together in some non-constructive way.”

⁷⁴ Lásd: DG 189-191, illetve Mark van Atten: *Essays on Gödel's reception of Leibniz, Husserl, and Brouwer*, Springer, 2015. 157-162.

től vár segítséget. Úgy tűnik, a teista monadológia az, ami értelmessé teszi és megalapozza ezt a tudományos projektet, és egyben racionális optimizmussal képes eltölteni a pesszimizmusra hajló Gödelt, hiszen az alapfogalmak ideiglenes listájában az a leibnizi ok-fogalom szerepel az első helyen, amely egyben értelemadó alapzatként is funkcionál: „Az az eszme, hogy a világban minden dolognak értelme van, végső soron pontos megfelelője annak a tudomány egésze mögött meghúzódó alapelvnek, hogy minden dolognak oka van”.⁷⁵

Ami az alapfogalmak listáját illeti: „A legalapvetőbb filozófiai fogalom az ok. Az ok magában foglalja az akaratot, erőt, élvezést, Istent, időt, teret. A lét állítása oka a világnak. A tulajdonság oka a dolgok különbözőségének. Lehet, hogy a többi kanti kategória is meghatározható az ok segítségével. Az akarat és élvezés vezet el az élethez, az állításhoz és a tagadáshoz. Az időbeli és térbeli közelség mögött a ráhatás lehetősége áll” (LJ 294 és 315). Ez a lista persze ideiglenes. Ahogyan már a leibnizi univerzális karakterisztika tervezetének egyik fő nehézségét az alapfogalmak szótárának összeállítása jelentette, úgy két évszázaddal később a gödéli projektben is akut probléma marad ez.⁷⁶ Ezzel együtt a megfelelően megválasztott, koherensen összefüggő alapfogalmakkal megformulázott axiómákból építkező, evolutív univerzális tudomány tervezete a gödéli filozófiai optimizmus csúcspontja. Egy ilyen rendszer építésének bármely fázisában véges sok axiómát (vagy axiómasémát) és véges sok bizonyított tételt tartalmazna, ám soha nem korlátozná az elvi nem-teljesség. Vagyis elvileg teljessé kerekedhetne: tetszőleges hosszúságú, de véges időn belül bármely igazság – intuitív, vagy axiómákból levezetett – belátásához eljuthatna.

Kérdéses ugyanakkor, Gödel Leibniz-kritikáját immár megfogalmazója ellen visszafordítva, hogy ez a lehetőség, és egyáltalán a *lehetőségnek* a fogalma kellően világos-e a gödéli projektben. Emlékezzünk vissza Gödel hezitálására saját filo-

⁷⁵ Gödel 1961-es levele anyjához. In: CW IV, 438.

⁷⁶ „The epistemological problem is to set the primitive concepts of our thinking right. [...] This is because epistemology and science (in particular, mathematics) are far apart at present. It need not necessarily remain so. True science in the Leibnizian sense would overcome this apartness. In other words, there may be another way of analyzing concepts (e.g., like Hegel's) so that true analysis will lead to the solution of the problem” (LJ 237). Wang megjegyzi: „A filozófia fő feladata Gödel szerint (1) az alapfogalmak (*primitive concepts*) meghatározása, és (2) e fogalmak helyes elemzése, észlelése, megértése, melyek révén megtalálhatjuk a rájuk vonatkozó főbb axiómákat. Vagyis az kell a metafizikához, amit Newton tett a fizikával. Gödel számtalanszor mondta, hogy egyik problémára sincs kielégítő megoldása” (LJ 288).

zófiai célkitűzése megfogalmazásakor: megmutatni, valószínűsíteni, bizonyítani, hogy a szellem intuícója bármely igazsághoz hozzáférhet. Ez a lehetőségről szóló állítás távolról sem magától értetődő, és nyilvánvalóan nem logikai, hanem metalogikai tézis. Mint ilyen, talán valamiféle pszichológiai-fenomenológiai faktum volna? Érthető Gödel élénk érdeklődése e diszciplínák iránt... Már csak azért is, mert a szövelezés feletti habozás azt mutatja, hogy Gödelnek nincs magára az intuícóra vonatkozó intuícója. Avagy netalántán valamiféle metafizikai alapelvről lenne itt szó? Csakhogy említettük, az eszményképül választott metafizika, Leibniz metafizikája nem épít az intuícóra, inkább óvatos távolságtartással kezeli azt. Gödel második nem-teljességi tétele konkrét példát ad a formalizálás alól kibúvó intuícóra, a levezetések futószalagja mögül előbukkanó spontaneitásra, ám a legkevésbé sem garantálja, hogy a spontán intuícó a világon bármely problémával meg fog birkózni. Legrosszabb esetben az intuícó elvi korlátlanságára vonatkozó önreflexív intuícó hiányát akár még bizonyítékként is felhozhatnánk az intuitív megismerés korlátozottságára: íme, az intuíciónak épp saját magára vonatkozóan nincs intuícója! Már megint az ördög tűnik föl, csak most egy ördögi kör alakjában: Gödel azért nyúl az intuícóhoz, hogy egy olyan végtelen sok axiómából álló rendszert építsen ki a segítségével, amelyet semmilyen rendszerező pillantás nem tekinthet át⁷⁷ – hiszen máskülönben a nem-teljességi tétel értelmében az axiómarendszer rögvest konzisztens totalitássá válna, ami képtelenség –, emiatt viszont elvileg nem lehet semmilyen intuitív átlátásunk arra vonatkozólag, hogy képes-e egyáltalán az intuícó erre a végtelen teljesítményre, vagy sem. Egyszerűbben fogalmazva: a spontaneitásra, éppen mert spontaneitás, nem vonatkozhat prediktív evidencia. Nem kétséges, hogy a spontaneitás végtelen gazdag és a spontán intuícó végtelen sok igazsághoz hozzáférhet. De semmi sem garantálja, hogy egyúttal az *összes* igazságot megismeri, lévén nincs mit gondolnunk – sem intuícóval, sem másként – *összesség* alatt.

Gödel, akinek a vállalkozását éppoly közelről fenyegeti ez az apória, ahogyan korábban a paranoia logikai kutyaszorítója fenyegette monadikus egzisztenciájában, nem reflektál direkt módon a nehézségre. Minden bizonnyal az is közrejátszik ebben, hogy Gödel gondolkodói pályafutása során soha nem tud felmu-

⁷⁷ „Axiómák olyan végtelen sorával állunk szemben, amely sor tovább és tovább bővíthető *bármínemű látható vég nélkül*, és úgy tűnik anélkül, hogy a legcsekélyebb lehetőség volna arra, hogy axiómáinkat *egyetlen véges generáló szabállyal összefoghassuk*.” *Gibbs-előadás* (1951) In: CW, III. 306 (kiemelés tőlem – MT).

atni kimunkált filozófiai elméletet az intuícioról. Ahogyan a 70-es években Hao Wangnak bevallja: „Az intuíciónak nincs precíz tudománya, és jelenleg még nem tanulható” (LJ 169).⁷⁸ Az intuíció apóriája így inkább csak lappangó feszültségként van jelen Gödel gondolkodásában.

A feszültség olykor szövegszerűen tapintható. Gödel az 1951-es *Gibbs-előadásában* egy olyan érvelést követ, amely az általa védelt matematikai platonizmus mellett egyik nyomós érvként éppen azt hozza fel, amit a fentiekben a prediktív evidencia lehetetlenségével kapcsolatban mi is felhoztunk: az áttekintőképeségünk behatároltságát. Tegyük fel, mondja Gödel, hogy kezünkben van egy véges szabály, amely a matematika összes evidens axiómáját generálja. Még ebben az igen szerencsés helyzetben *sem tudhatnánk sohasem az emberi értelmi képességeink alapján*, hogy e szabály valóban ilyen, azaz az általa generált végtelen sok állítás csakugyan helyes-e. (Matematikai bizonyításunk a nem-teljeségi tételek miatt nem lehet erről, a csalhatatlan tudással felérő intuíciót pedig – az erre vonatkozó bizonyítékok hiányában – az előadás szövege zárja ki.) Ha viszont nem tudhatjuk ezt, akkor az emberi elme egy véges géppel ekvivalens, amely még a saját működését sem képes tökéletesen kiismerni. Így szükségképpen lesznek az emberi elme számára abszolút eldönthetetlen – azaz minden általa létrehozott formális rendszerben eldönthetetlen – problémák, ami annak bizonyítéka, konkludál az előadás gondolatmenete, hogy a matematika univerzuma nem az emberi elme alkotása, hanem a mentális aktusainktól

⁷⁸ Gödel szótárában a 40-es évek közepétől bukkan fel az intuíció terminus, és a szórványos használata alapján Gödel ekkortájt nem tévedhetetlen belátást, hanem sejtést, common-sense feltevést, természetes meggyőződést ért alatta. Az 1951-es *Gibbs-előadásban* nem szerepel a szó (szerepel viszont a percepció, amivel az intuíciót a későbbiekben majd párhuzamba állítja Gödel), míg az 1953-59 között hat különböző szövegvariánsban kidogozott *Is mathematics syntax of language?* tanulmányban ismét felbukkan a terminus. Gödel e szövegekben az intuíciót 1) olykor pszichológiai faktumként mutatja be; 2) párhuzamba állítja az érzékszervi percepcióval; 3) miközben használja *de re és de dicto* értelemben is (azaz az intuíció tárgyai lehetnek matematikai objektumok, de akár egyszerű fogalmak, tételek, axiómák is); 4) a tudás forrásának, és nem annyira magának a tudásnak tekinti, amennyiben egy kiinduló intuíció a későbbiekben gazdagodhat, de akár korrekcióra is szorulhat, sőt, adott esetben tévesnek is bizonyulhat. Az 1961-es *The modern development of the foundations of mathematics in the light of philosophy* és az 1964-es *What is Cantor's continuum problem?* írások már a husserli fenomenológia hatását mutatják. Lásd Charles Parsons: *Platonism and Mathematical Intuition in Kurt Gödel's Thought*. In: *The Bulletin of Symbolic Logic*, Vol. 1, No. 1 (1995), 44-74.

függetlenül létező objektív realitás, a fizikai külvilághoz hasonló exterioritású ideális külvilág.⁷⁹

Az előadás érvelését parafrazálva azt mondhatjuk, hogy a Gödel által kitűzött végtelen megismerési program kivitelezhetőségére vonatkozó pozitív intuíciónk *pontosan azáltal, hogy nem emelkedik fel az explicit tudás, a karteziánus intuitív evidencia, illetve a matematikai bizonyosság szintjére, válik a Gödel által támogatott matematikai platonizmus ismeretelméleti támaszává*. A platonizmus e körülmények között *konzisztenciát* ad a matematikai igazságok összességének, általa gondolható el a matematikai idealitások átláthatatlanul gazdag halmaza *összességként*, avagy univerzumként. Ha ellenben a gödeli projekt kivitelezhetősége valaha is intuitív evidenciává válna számunkra, ezzel máris érvként szolgálna a matematikai platonizmus ellen, és tenné egyben az összesség gondolati tartalmát ezen intuitív evidencia függvényévé, végső soron saját gondolkodói aktivitásunk termékévé. Gödel a matematikai intuicionizmussal-konstruktívizmussal folytatott vitájában mindvégig elutasítja ezt. Így viszont Gödel ismeretelméleti projektjének alapintuíciója nem lehet több egy nyitott sejtésnél, egy homályos előérzetnél, amelynek a teljesülésére a jelenben nincsen semmilyen garancia. Az

⁷⁹ „Nem kizárt, hogy létezik olyan finit szabály, amely a matematika valamennyi evidens axiómáját generálja. De ha létezik is ilyen szabály, az emberi értelmi képességeink alapján sohasem tudhatnánk, hogy valóban ilyen, azaz sohasem tudhatnánk matematikai bizonyossággal, hogy a szabály által generált valamennyi állítás helyes, más szóval csak arra lennénk képesek, hogy állításról állításra haladva tetszőleges véges számú állításról belássuk (*perceive*), hogy igazak. [...] Ez annyit jelentene, hogy az emberi elme (a tiszta matematika vonatkozásában) ekvivalens egy véges géppel, amely gép azonban a saját működését nem képes tökéletesen megérteni. [...] Ha az emberi elme egy véges géppel volna ekvivalens, úgy [...] léteznének abszolút értelemben eldönthetetlen diofantikus problémák is, az 'abszolút értelemben' kitévelt e helyütt úgy értve, hogy ezen állítások nem csupán egy adott axiomatikus rendszer keretei között eldönthetetlenek, de eldöntésükhöz bármely, az ember által felfogható (*conceive*) bizonyítás elégtelen. [...] Ha léteznének abszolút értelemben eldönthetetlen matematikai állítások, azzal aláássuk azt az elképzelést, mely szerint a matematika a tulajdon alkotásunk eredménye; az alkotónak ugyanis szükségszerűen ismernie kell alkotásának valamennyi tulajdonságát, hiszen az nem rendelkezhet olyan vonásokkal, amelyekkel nem alkotója ruházta fel. Ezen alternatíva tehát, úgy tűnik, ahhoz a nézethez vezet, mely szerint a matematikai tárgyak és matematikai tények objektíve, mentális aktusainktól és döntéseinktől függetlenül léteznek (vagy legalábbis valami így létezik bennük), azaz – a matematikai tárgyak vonatkozásában – egyfajta platonizmust vagy realizmust implikál” (CW III, 309 skk.).

intuíció ismeretelméleti státusza a valószínű sejtés és nem a csalhatatlan tudás. Gödel néhány kései megjegyzése valóban ezt erősíti meg:

Ha egy pozíciót az érvényességi körén túl alkalmazunk, az a legrosszabb módja a hiteltelenítésének. Különösen igaz ez az intuíció esetében: az intuícióra való hivatkozás több elővigyázatosságot és jártasságot igényel, mint a bizonyítások alkalmazása – nem pedig kevesebbet. Bár folyamatosan szükséges az intuícióra hivatkozni, mindig előrelépést jelent, ha egy intuíciót (vagy annak egy részét) sikerül bizonyításokkal felváltani és igazolni, amelyek kevésbé idealizált intuíciókra vezetnek vissza azt. [...] Az intuíció nem csalhatatlan. Egy matematikusnak gyakran először van egy intuíciója arról, hogy egy tétel feltehetőleg igaz, majd ezután bizonyítja is ezt. Ha egy tétel minden következménye ellentétes az intuícióval, akkor statisztikailag nagyon valószínűtlenné válik. [...] Nincs abszolút tudás. Mindent csak valószínűségekkel tudunk. Csupán feltevésekkel élünk, [feltesszük, hogy] van valamiféle valószínű intuíció – és nem egzakt kalkuláció – az a priori valószínűség meghatározására. [...] Semmiről sincs abszolút tudásunk. Csak evidenciafokozatok vannak. (LJ 301-302)

Van azonban Gödelnek néhány elszórt megjegyzése, amelyek súlyosságban az iméntieknél is tovább mennek, és már magát a valószínűséget, a valószínűsíthetőséget kérdőjelezzik meg:

Ami intuitíve evidens, az még nem feltétlenül igaz. (LJ 302)

Mind az intuíció, mind az absztrakt tudás terén hiányzik a precíz fogalma annak, hogy mit is jelent evidensnek lenni. (CW II, 243)

Az evidenciák gyakran külső sugalmazások formájában vannak jelen. [...] Ugyanazzal a kérdéssel kapcsolatos evidenciák egyik napról a másikra megváltozhatnak. Az evidencia egyfajta [?], ami a tudattalanban megy végbe, automatikusan, könnyedén, de gyakran hamisan. [...] Az, hogy az ördög befolyása alatt állunk, azt jelenti, hogy [...] gyakran nem állunk igazi választás előtt. [...] Mintha reína nélkül vakon, vagy a fü-

lünkkel próbálnánk látni. A közvetlen evidenciáink ellentmondanak egymásnak.⁸⁰

Ezek szerint az evidenciafokozatok nem implikálnak szükségképpen valószínűségfokozatokat, mi rosszabb, akár az is előfordulhat, hogy a legmagasabb fokú evidenciák, a közvetlen evidenciáink ellentmondásban állnak egymással, anélkül, hogy rendelkeznének az ellentmondásos helyzet átlátásához szükséges „retinával”. Az abszolút eldönthetetlenség ezúttal az elemi intuíciók szintjén bukkan fel. Azt is látjuk, hogy az abszolút eldönthetetlenség olyan feszültséget tud gerjeszteni Gödel gondolkodásában, amely ténylegesen előhívja az ördög alakját és a gonosz befolyásától való szorongást. Úgy tűnik tehát, hogy Gödel gondolkodásának a legnagyobb feszültsége nem az intuíciónak a valószínű sejtés és a csalhatatlan tudás közti ingadozása, ismeretelméleti tisztázatlansága, hanem az a kontraszt, hogy dacára a *Gibbs-előadás*ban felvonultatott matematikai platonizmus melletti érvrendszer hatékonyságának, Gödel az ördögi következmények miatt voltaképpen mélységesen irtózik saját érvelésétől, amely az emberi elmét egy véges géppel azonosítja, amely előtt bizonyos problémák örökre átláthatatlanok, eldöntetlenek maradnak. Ő csak az ugyanebben az előadásban érintőlegesen felvetett, érvekkel alá nem támasztott ellenhipotézisre fogadhat, amely szerint „az emberi elme végtelenül meghaladja bármely véges gép kapacitását” (CW III, 310). Hogy Gödel személy szerint mennyire abszurdnak tartja azt, hogy létezne abszolút eldönthetetlen tétel, jól mutatja az is, hogy e meggyőződését határozottan kifejezésre juttatja a hasonló logikai kérdésekkel foglalkozó Emil Post előtt, aki ezt a nézetet képviseli, sőt lázasan törekszik bizonyítani, és aki az abszolút eldönthetlenség bizonyításának próbálkozásai közben valamikor az 50-es években végleg megtébolyodik.⁸¹ Gödel bizonyosan kristálytiszttán látja, hogy a Post álláspontjához való csatlakozás őt is védtelenné tenné az örülettel szemben. Látjuk már, hogy miért. Ha vannak igazságok, amelyek mindörökre takarásban maradhatnak az emberi elme előtt, akkor az

⁸⁰ P VII, C. Dawson átirat, 511, (idézi: DG 161). Az [?] egy olvashatatlan szó a gyorsírással írt szövegben.

⁸¹ Emil Leon Post egy olyan, a „gödeli mondatnál” is virulensebb mondat után kutat, amely nemcsak egy adott formális rendszerben, hanem minden formális rendszerben bizonyíthatatlan. Post egyik feljegyzése szerint Gödel előszóban gúnyosan elutasította és abszurdnak ítélte az abszolút eldönthetlenség eszméjét. Post további kutatásait e téren hátráltatja az erőfeszítéseivel párhuzamosan újra és újra kiújuló idegbaja. Postot végül az egyik elektrokok kezelését követő szívrohama viszi el 1954-ben. Lásd DG 169-196.

ördög is mindörökre elleplezheti magát Isten álarca mögött, és ezt, vagyis az Istenben megbúvó Gonosz végső igazságát soha nem fogja tudni feltárni a korlátolt emberi ész. Ha létezik abszolút eldönthetetlen állítás, akár csak egyetlenegy, ez már elég ahhoz, hogy az általa vetett árnyékban alattomban minden a visszájára forduljon. Post a maga bizonyítási kísérleteivel tehát voltaképp helyet készít az ördögnek, és ezért – ha felidézzük Leibniz *Otium Hanoveranum*-jának idevágó passzusát – Isten színről színre látása helyett, amelyben az üdvözültek részesülnek, az a pokoli büntetés vár rá, hogy a rosszat kell színről színre látnia, és a kínzó látomásai Isten tudja meddig gyötrik majd a túlvilágon.⁸²

Az emberi megismerés elvi korlátlansága ezért Gödel számára nem pusztán intuitív igazság, az intuíción legerősebb értelmében, hanem jóval több annál: ortodoxia. Minden kétely felett álló hittétel. Rögeszmésen vallott dogma. És mint dogma, védőpajzs a legrosszabb ellen. Egy monász számára az örület még a halálnál is rosszabb, hiszen mint korábban már láttuk, az ész őrjöngésének legvégső foka nem egyéb, mint az önmagát kárhozatra kárhoztatás ördögi köre, amelybe belegabalyodva az örült mindig találni fog logikus érvet arra, hogy a sötét gondolataiba börtönözve meneteljen körbe és körbe, az idők végezetéig. Ezzel szemben a halál, vagyis a földi élet küszöbének átlépése akár az angyali tudás közelébe is emelhet. Ennyiben, ha az abszolút tudásba bepillantó Husserl a halál fenyegeti, mint azt Gödel véli, e fenyegetés voltaképp csak annyit tesz, hogy a filozófus vészesen közel került az angyali lét minőségéhez, ahol az intuitív tudás végtelen sok dolgot fog át egyszerre, és a világ struktúrája könnyen végleg átperderítheti őt az angyali rendbe. Ha így vesszük, az azonnali halálnak ez a lehetősége ígéretes tudományfejlődési perspektívát nyit meg, melynek során az emberi szellem – amely Gödel feltételezése szerint csak ideiglenesen van összekötve a Turing-gépként működő aggyal és az ettől elválaszthatatlan megszámálható idő-szukcesszivitással – a jövőben egy szép napon levál-

⁸² G.W.Leibniz – J.F.Feller: *Otium Hanoveranum, sive Miscellanea 1718, 179*. Az 1698 előttré datálható szöveg hely szerint „a purgatórium olyan hosszú ideig tart, amennyi idő szükséges ahhoz, hogy a lélek elforduljon a korábbi vétkében rejlő rosszasság szemlélésétől, és így a lélek kínja abban áll, hogy látja a vétket, a rosszat és az ördögöt, ahogyan a mennyei boldogság abban áll, hogy látja Istent és a jót. Ám akik Istennel szemben ellenséges érülettel halnak meg, azok gonoszsága végtelen nagy, hiszen az ártó szándékban végtelen gonoszság rejlik” (Lloyd Strickland angol fordításából fordítom, lásd www.leibniz-translations.com/purification.htm).

hat tökéletlen hordozójáról és átköltözhet az angyali rendbe. Gödel néhány megjegyzése valóban ebbe az üdvtörténeti irányba tapogatózik:

A világ (beleértve az emberi kapcsolatokat), mint tudjuk, távolról sem tökéletes. Ám az élet, mint tudjuk, lehet, hogy nem azonos egy individuum teljes élettartamával. Lehet, hogy egy másik világban folytatódik, ahol nincs betegség vagy halál, ahol minden házasság boldog, és ahol minden munka (minden foglalkozás) örömteli. Nincs bizonyíték a lélekvándorlás ellen. Egy lélek csak egy hozzá illő testtel egyesülhet, és visszaemlékezhet az előző életére. Sok technika létezik az emlékezet fejlesztésére. Lehet, hogy hetven év igen tökéletlen élet szükséges egy későbbi tökéletes élethez, amely kárpótol majd az előzőért. (LJ 316-317)

Az emberi ész elvileg magasabb szintre fejleszthető (bizonyos technikák segítségével). Vannak más világok és más magasabb rendű értelmes lények. A világ, amelyben élünk, nem az egyetlen, amiben élni fogunk, vagy éltünk. Az ész az emberi nemben minden irányban ki fog fejlődni” (LJ 316)⁸³

Gödel szerint így végső soron „elgondolható, hogy egy napon az illúzió szertefoszlik, és akkor minden cselekvésünket szimultán fogjuk véghezvinni”.⁸⁴ Szimultán, akár az angyalok, akiknek a kognitív aktusaik már az abszolút tudásra jellemző pillanatszerű egyidejűséggel mennek végbe.

Minden jel arra mutat, hogy elértük Gödel töprengéseinek azt a szintjét, ahol az intuícioit a lehetséges világok sokaságában ereszti szélnek, és a jelenben megoldhatatlan őrrítő apóriákat, logikai kutyaszorítókat a lehetséges jövőkből visszatekintve próbálja meg fellazítani, ahelyett, hogy a jelenből kiindulva direkt támadná őket. Gödel nem hisz a jelen bizonyosságaiból kiinduló dedukció mindenhatóságában.⁸⁵ A diabolikus világ lehetősége, az intuíció teljesítőképes-

⁸³ Gödel 2., 4., 5., 8. tézise.

⁸⁴ Gödel, P X (C. Dawson átírata), 24, idézi: DG 364.

⁸⁵ Még a matematikán belül sem: „Szeretnék rámutatni, hogy lehetséges úgy megsejteni valamely univerzális állítás igazságát (teszem azt verifikálhatom, hogy *bármely* adott egész számra teljesül egy bizonyos tulajdonság), hogy egyúttal azt is sejtjük: a szóban forgó tényállásnak nem létezik általános bizonyítása. [...] Ha a matematika, a fizikához hasonlóan egy objektív világ leírása, akkor miért ne alkalmazhatnánk induktív módszereket a matematikában is, éppúgy, mint a fizikában? Manapság a matematikában ugya-

sége, az igazságok végtelen sokaságának kimerítő megismerése, a lehető legtökéletesebb világ továbbtökéletesítése mind olyan gondolatlabirintusok, amelyek a jelenlegi korlátozott intuíciónkra támaszkodva nem feltétlenül kezelhetőek. De miért ne lennének kezelhetőek egy majdani átfogóbb intuícióval? Nyilván Gödel tudja a legjobban, hogy a kiinduló axiómáit vég nélkül gyarapító evolatív tudomány soha, jövőbeli fejlődésének egyetlen konkrét pillanatában sem lesz teljes. Valóban így van, de ez csak a korlátolt jelenből kiinduló intuíciónk igazsága, amely a jelenbeli korlátot terjeszti ki – az intuíció spontaneitásához méltatlan mechanikussággal – a végtelen jövőre. Ez az intuíció épp a szellem plaszticitását, spontaneitását, nem mechanikus fejlődőképességét téveszti szem elől: azt, hogy nem csak hogy lehet, de nagyon is valószínű, hogy a szellem egy jövőbeli állapotában aktuálisan végtelen sokaságokat fog majd át egyetlen intuícióval. Annál is hihetőbb forгатókönyv ez, mivel a leibnizi monász természetes észlelőapparátusa már eleve végtelen sokaságokat fog át, végső soron magát a végtelen világegyetemet, és miután Gödel számára nincs lényegi különbség az érzéki észlelés és a matematikai intuíció működésmódja között,⁸⁶ ezért a matematikai intuícióban is benne kell rejtenie a végtelen átfogás lehetőségének. Ha e forгатókönyv valósággá válik a jövőben, a monász a saját időbeli pozícióját minden bizonnyal úgy fogja ekkor elgondolni, mint ami végtelen távolságra van a mostani jelenünktől, de e távolságot mégis befutotta. Gödel így töpreng az egyik jegyzetlapján:

Vajon tényleg lehetséges volna (ellentmondás nélkül), hogy olyat éljünk meg, ami végtelen sok egyedi tény után következik? Elgondolható egy olyan szituáció, amelyben visszaemlékezünk arra, hogy végtelen sok mindent vittünk véghez. [...] Lehetséges, hogy egy napon ez a szituáció megvalósul (amelyben az, amit korábban megéltünk egyre gyorsulna [mintha egy végtelen hosszú élet telt volna el]). [...] Másként fogalmazva, létre tudunk hozni egy elméletet nem-arkhimédészi idővel (azaz egy nem-arkhimédészi módon rendezett halmazzal, amely pontosan azt a

naz az attitűd érvényesül, mint ami régen az összes tudományban, ti. mindent a definíciókból (avagy ontológiai terminológiával: a dolgok lényegéből) próbálunk levezetni, kétségbevonhatatlan bizonyítások segítségével. Lehet, hogy ez a módszer, amennyiben egyeduralomra tör, éppoly tévesnek bizonyul majd a matematikában, mint egykor a fizika esetében” (CW III, 313). Ha ez az érvelés elfogadható a matematikában, a fortiori követhető a filozófiai és üdvtörténeti fejtegetések esetében.

⁸⁶ Lásd LJ 226.

szerepet játszhatja, amit az idő játszik számunkra), és meg tudunk alkotni egy lényt, aki felismeri ebben az időben a (múltjához tartozó) ki-jelentéseket. (P VI, 431)⁸⁷

A nem-arkhimédészi módon rendezett idő fantasztikus eszméje – amely elgondolhatóvá teszi azt, hogy egy konkrét időpontot végtelen hosszú idő eltelése előzzön meg, és ez az időpont ennek dacára bekövetkezzen, jelenvalóvá váljon – Gödelt a lehető legközelebb viszi a monadikus idő leibnizi fogalmához, amely az idő minden egyes részében végtelen sok pillanatot tételez. A két idő-fogalom ugyanazt a potenciált hordozza magában: mindkettő képes egy végtelen időtávlatot jelenvalósággá, egy jövőbeli valószínű eseményt realitássá tenni. A nem-arkhimédészi idő elérhető közelségbe hozza a matematikai intuíciónban potenciálisan benne rejlő végtelen átfogást. A végtelen sok „egyedi tényre” visszatekintő intuíció nem a jelenből a lehetséges jövő felé irányuló rendszerező pillantás, hanem a jövőből a lehetséges múlt felé irányuló intuitív anamnézisz (Gödel „visszaemlékezésről” beszél!), amely ha egyszer megvalósul és a tudomány alkalmazásba veszi, igaz lesz rá, hogy tudása végtelen sok egyedi axiómát fog át, anélkül hogy algoritmikus módon tett volna szert rájuk. Olyan intuíció ez, amely végtelen sok előzőleg „véghezvittet”, azaz végtelen sok önnön „múltjához tartozó kijelentést” fog át, anélkül, hogy képes lenne felsorolni őket,⁸⁸ amelyekről azonban mégis tisztán látja, hogy a jelen szituációjának előfeltételét alkotják. A nem-arkhimédészi idővel és az intuitív anamnézisszel a gödéli evolatív tudomány projektjét már sem véges, sem végtelen időtávlatban nem korlátozhatja sem elvi, sem gyakorlati nem-teljesség. Persze, hogy mi az a *raison*, ami a nem-

⁸⁷ Az arkhimédészi rendezés kritériuma: egy halmaz így van rendezve, ha minden $a < b$ halmazbeli elemhez található olyan n természetes szám, hogy $na > b$. Ilyen módon rendezett pl. a természetes, racionális és valós számok halmaza. A nem-arkhimédészi rendezésre példa a nem-standard analízisben a valós számok infinitezimális ε -okkal – azaz a valós számoktól eltérő matematikai objektumokkal – kiegészített teste, ahol ε minden pozitív valósnál kisebb, de nullánál nagyobb mennyiség (ezért $\varepsilon < b$ -ra nincs olyan n természetes szám, hogy $n\varepsilon > b$, hiszen $n\varepsilon$ továbbra is minden pozitív valósnál kisebb mennyiség). A nem-arkhimédészi rendezést elképzelhetjük úgy is, hogy a természetes számokat felsoroló végtelen papírszalagot visszahajlítjuk és összeragasztjuk a szalag elejével, majd újra elvágjuk a szalagot valahol máshol, pl. az 1 és 2 között. Ekkor a szalagon a 2, 3, 4, ... 1 sorozat úgy lesz hierarchikusan rendezve, hogy bármely $a \neq 1$ számra $a < 1$ és bármely n természetes szám esetén $na < 1$, vagyis ε rendezés immár nem arkhimédészi.

⁸⁸ Hisz „az intuíció más, mint a konstrukció: az intuíció egy pillantással átlát” (LJ 302).

arkhimédieszi idő fikcióját a közönséges idővel szemben kitüntetheti és valóságossá teheti, Gödelnél ugyanolyan megválaszolatlan kérdés marad, mint Leibniznél a világ időszerkezetének *raison*-ja. A lehetőség fogalma így mindkét gondolkodónál homályos marad. Ám ettől még a lehetőség mindkettőnél megmarad: „A lehetséges legjobb világ követelményénél a világ megszerkesztését a vágyak kielégítésének maximum-elve vezérli. Nevezetesen, [miután rengeteg megvalósíthatatlan lehetőség van a világunkban, ez szükségképpen] az előképzület egy másik világra. Leibniz is ebben az irányban tapogatózik” (LJ 312). Egy másik világba, talán az anyagi világba való ugrást mindkét gondolkodó racionális lehetőségként fontolgatja...

Mivel zárjuk? A lehetőség fogalma nem teljesen világos, az intuício teljesítő-képessége nem teljesen átlátható, ráadásul az ördög akár meg is téveszthet egyik-másik intuíciónkkal. Igaz. De nem ez számít. A valószínűséget komolyan fontolóra vevő, a jövőben keresgélő és a jövőből visszafelé gondolkozó Gödel nem torpan meg a jelen ördögi körei láttán. Valójában elég, ha kitart, ha nem örül meg, ha nem enged a kárhuzatos és mérgező gondolatmenetek szédületének, mert az idő neki dolgozik. Az üldözési mániája által éhhalálba kergetett idős gondolkodó paranoiája ekkor paradox módon a kitartás, a józan ész megőrzése attitűdjének tűnik. Hiszen ha kitart, egy napon talán, amikor már végtelen sok idő, vagy akár végtelenszer végtelen sok idő eltelt, e végtelenszer végtelen idő után egy napon egyszer csak ott áll majd a napnál világosabb bizonyíték arról, hogy az intuício mindent képes átfogni és az ördög csak egy rossz álom, amit már senki sem álmodik tovább.

Irodalom:

Cassou-Noguès, Pierre: *Les démons de Gödel – Logique et folie*, Éditions du Seuil, 2007. [= DG]

Csaba Ferenc (szerk.): *A matematika filozófiája a 21. század küszöbén*, Osiris kiadó, 2003.

Dawson, John W. Jr.: *Logical Dilemmas, The Life and Work of Kurt Gödel*, AK Peters, Wellesley, Massachusetts, 1997.

Gödel, Kurt: *Collected Works I-V*, Oxford University Press-Clarendon Press, 1986-2003. [= CW]

- Hao Wang: *Reflections on Gödel*, The MIT Press, 1995.
- Hao Wang: *A Logical Journey: From Gödel to Philosophy*, The MIT Press, 1996.
[= LJ]
- Van Atten, Mark: *Essays on Godel's Reception of Leibniz, Husserl, and Brouwer*, Springer, 2015.
- Kreisel, G: *Kurt Gödel, Biographical Memoirs of the Fellows of the Royal Society*, 1980, 26. kötet
- Leibniz, Wilhelm Gottfried: *Die Philosophischen Schriften*. Hrsg.: C. I. Gerhardt. 1-7. Band. Berlin, Weidmann 1875-90. Verlag-Hildesheim, New York, 1978. (röv. G)
- Leibniz, Wilhelm Gottfried: *Sämtliche Schriften und Briefe* (ed. Akademie der Wissenschaften), multiple volumes in 6 series, Berlin, Akademie Verlag, 1923 – (röv. A)
- Leibniz, Wilhelm Gottfried: *Textes inédits, 1-2*, Gaston Grua (éd), PUF, 1948, 1998.
- Leibniz, Wilhelm Gottfried: *Válogatott filozófiai írások*, Európa kiadó, Budapest, 1986.
- Leibniz, Wilhelm Gottfried: *De l'horizon de la doctrine humaine*, (éd. par M. Fichant), Vrin, 1991.
- Leibniz, Wilhelm Gottfried: *Confessio philosophi, Papres Concerning the Problem of Evi*, 1671-1678. Yale University Press, 2005.
- „La correspondance Leibniz-Fontenelle et les relations de Leibniz avec l'Académie royale des Sciences en 1700-1701”. (par Birembaut Arthur, Costabel Pierre et Suzanne Delorme) In: *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*. 1966, Tome 19 n°2.
- Leibniz, Wilhelm Gottfried: *Double infinité chez Pascal et Monade*. Essai de reconstitution des deux états du texte par Frédéric de Buzon, In: *Les Études philosophiques* 2010/4 (n° 95)
- Parsons, Charles: „Platonism and Mathematical Intuition in Kurt Gödel's Thought”. In: *The Bulletin of Symbolic Logic*, Vol. 1, No. 1 (1995), 44-74.

Resher, Nicholas: *On Leibniz: Expanded Edition*, University of Pittsburgh Press, 2013.

Strickland, Lloyd: *Leibniz reinterpreted*, Continuum, London, 2006.

Strickland, Lloyd (ed.): *The Shorter Leibniz Text. A Collection of New Translations*, Continuum, 2006.

Strickland, Lloyd: „Leibniz’s Philosophy of Purgatory”. In: *American Catholic Philosophical Quarterly*, 2010. Vol. 84, No. 3.

Tieszen, Richard: *After Gödel*, Oxford University Press, 2011.