FORGÓ BERENDEZÉSEK NUMERIKUS HÁLÓZÁSÁNAK SZEMPONTJAI ÉS MÓDSZEREI

ASPECTS AND METHODS OF NUMERICAL MESHING OF ROTATING EQUIPMENT

*Fodor Béla**

ABSZTRAKT

A cikk átfogó képet ad a numerikus hálóról. Többek között segítséget ad a numerikus szimuláció elvégzéséhez szükséges legfontosabb lépés a numerikus hálózás szempontjainak megértéséhez és alkalmazásához. Rámutat olyan tényekre, melyek az úgynevezett „jó” vagy „rossz” háló megítélésére alkalmasak. Továbbá kitér a forgó gépek hálózásával kapcsolatos szempontokra.

ABSTRACT

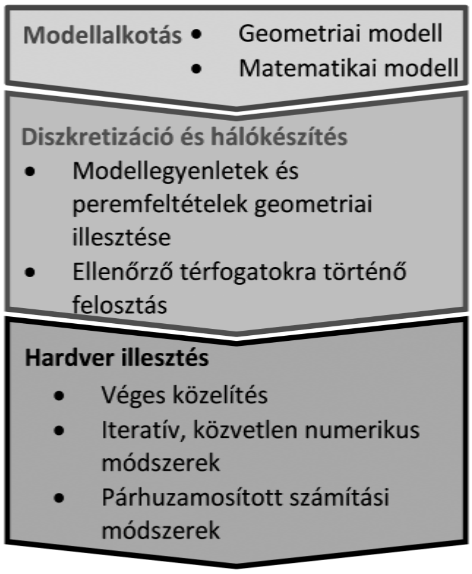
The article gives a comprehensive view of the numerical mesh. Among other things, it provides help with the most important step required to perform the numerical simulation for understanding and applying the aspects of numerical meshing. It points to facts that are suitable for evaluating the so-called "good" or "bad" mesh. Furthermore, it covers aspects related to the meshing of rotating machines.

1. BEVEZETÉS

A tervezési, fejlesztési és kutatási feladatok számára a jelen kor egyik leghatékonyabb módszere a szimuláció alapú megközelítés. A numerikus számítási módszerek hagyományos matematikai alapokon nyugszanak, azonban a számítógép kapacitás növekedésének köszönhetően ezek a módszerek egyre könnyebben alkalmazhatók a mindennapi mérnöki gyakorlatban. Alkalmazásuk széles körben elterjedt, a kezdő mérnököktől az „expert” felhasználókig. Használatuk többnyire kereskedelmi alapú szoftvereken keresztül történik, mely sokak számára zárt működési mechanizmust rejt, sokan nevezik emiatt ún. „black box”-nak a háttérben rejlő számításokat és módszereket. Távhitek is kialakulhatnak sokakban és mondhatják azt, hogy „nem tudjuk hogyan működik”, „nem ismerjük a számítási mechanizmust”, „nem is jó az eredmény”, stb..

Azonban ez nem ennyire zárt és nem ennyire „varázslat”. A mérnöki tanulmányok alatt és a gyakorlatban matematikai számítási módszereket és numerikus alapokat mindenki tanult, azonban annak gyakorlati alkalmazását kevésbé ismerik. Ennek a megismerése elengedhetetlen annak érdekében, hogy a szimulációs munkafolyamatot hatékonyan lefolytathassuk, és az eredmények olyan minőségi szintet képviseljenek, mely a mérésekkel azonos, vagy akár jobb eredményeket produkáljanak.

Általánosságban elmondható, hogy vannak olyan esetek, amikor a szimuláció eredménye a valósághoz közelebb áll, mint amelyet korábban csak méréssel, vagy empirikus összefüggésekkel határoztunk meg. A számítási pontosság sok esetben visszavezethető a számítási „felbontás” növeléséhez. Ez azonban nem szükséges feltétele annak, hogy pontos eredményeket kapjunk.



1. ábra. Szimulációs folyamat illesztés

A numerikus megoldási folyamat eléggé hierarchikus felépítésű. Először a matematikai modell összeállítását kell elvégezni, majd a megfelelő diszkretizációs módszert kell kiválasztanunk, ezt követi a koordináta rendszer meghatározása és a numerikus háló elkészítése, mely szorosan illeszkedik a diszkretizációs módszerhez. Az így, többnyire háromdimenziós térben meghatározott rendszer alkalmas a megoldási folyamat megkezdésére, mely jelentős mennyiségű számítás elvégzését igényli. Az így elkészült modellt illeszteni kell a hardverhez, melyen a számításokat elvégezzük. Ezért numerikus közelítésekkel iteratív egyenletrendszer megoldó és közelítő módszereket alkalmazunk, mint pl. Gauss elimináció, vagy LU faktorizáció stb.. A legfontosabb lépéseket az 1.

* *tanszéki mérnök, Miskolci Egyetem, Energetikai és Vegyipari Gépészeti Intézet*

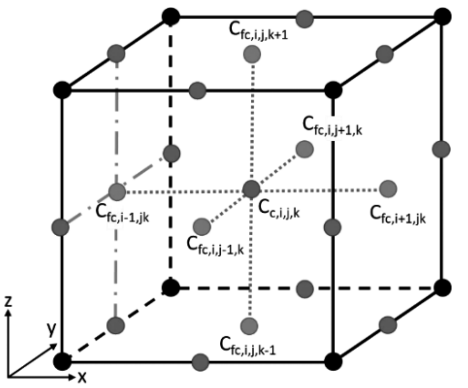
ábra szemlélteti, aminek részleteihez és megértéséhez számos irodalom áll rendelkezésre. [1]

Az irodalmak többsége, sok esetben a numerikus hálót az ún. ellenőrző térfogatok jelentőségét kevésbé emeli ki. Fontos megjegyezni, hogy a diszkretizációs módszerek közül az áramlástani szimulációk esetén a véges térfogatok módszerét használjuk, azonban a véges elemek vagy véges differenciák módszerét is jelentős mértékben használjuk a szimulációs feladatok esetén. A rácshoz (hálóhoz) kötött technikák mellett a jelenleg fejlődőben lévő ún. rácsnélküli technikák alkalmazása is egyre elterjedtebb, azonban ezek a módszerek elsősorban nem a számszerű adatok meghatározására alkalmasak, hanem pl. nagyon hatékonyan vizsgálható változások okozta hatások vizsgálatára, ahol pl. egy geometriai változásból adódó áramlástani jelleg, vagy trend változik meg.

Ennek ismeretében körvonalazható, az az általános tény, hogy a háló készítés a szimulációs feladatok elvégzéséhez szükséges idő döntő többségét teszi ki.

2. NUMERIKUS HÁLÓ

A numerikus háló a valóságos többnyire háromdimenziós geometriai tér felosztását jelenti un. ellenőrző térfogatokra, ahol a hálóelemek egyszerű könnyen kezelhető geometriai alaptérfogatok, mint a tetraéder, hasáb, gúla, poliéder. Az ellenőrző térfogatokat oldallapok határolják, melyeket élek kötnek össze. Geometriai szempontból az élek végpontjaiban definiáljuk a csomópontokat, azonban fontos pontkoordináták még az oldal-, felületi- (c_{fc}) és cellaközéppontok (c_c). (*2. ábra*)



2. ábra. Ellenőrző térfogatok és számítási csomópontjaik

Elmondható, hogy egy „jó” háló minimalizálja a számítások mennyiségét és feltételezhetően javítja az eredmények pontosságát. Akik a numerikus háló kialakításával foglalkoznak elég nehezen fogalmazzák meg azt, hogy mit nevezünk jó hálónak és mit rossznak. A többség inkább azt tudja definiálni, hogy mi a rossz háló mintsem azt, hogy rámutasson arra, hogy mi a jó. Saját tapasztalataim alapján is elfogadhatjuk azt az állítást, hogy *„az számít, hogy a CFD-megoldás mennyire pontosan tükrözi a valóságot.”*[2]

A háló kialakításának szempontjait több módon csoportosíthatjuk ezek leginkább a felhasználói, kutatói, vagy megoldóspecifikus nézőpontok. Természetesen ezek is többnyire szubjektív nézőpontok, azonban rámutatnak arra miért és milyen intuitív szempontok alapján kell olyan döntéseket meghozni, vagy mérőszámokat alkalmazni, ami a valós fizikai folyamatoktól, vagy egyszerűen a valóságos geometriai tér jellemzőitől független, vagy nem összeegyeztethető módon eltér. Például dimenziótlan hálóminőségi paraméterek közötti műveletek, vagy egy számított változó értéke és egy geometriai jellemző kettőséből megkonstruált mérőszám, ami a fizikai folyamat alakulására mutat rá.

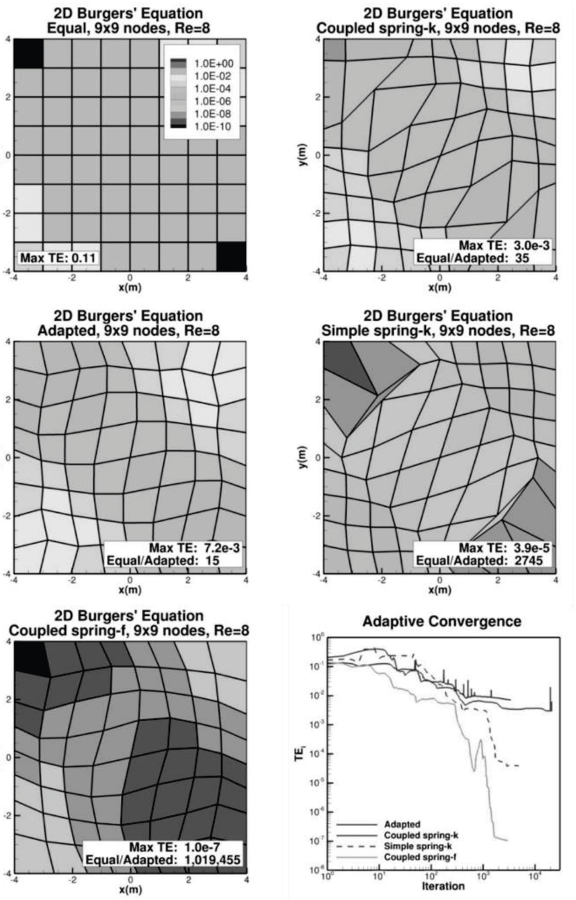
Tehát látható, hogy a számítási folyamat, amit a számítógéppel, – tehát a hardverrel – végzünk, ami egy iteratív megoldási folyamat nem azonos azzal a folyamattal, ami a fizikai (valóságos) térben zajlik. Ennek nagy jelentősége van a tranziens vizsgálatok megértésében.

Összegezhetjük tehát, hogy a szimulációs munkafolyamatra vonatkozó hálóminőség értelmezése nem lehet sokak érzéséből adódóan „esztétikusnak” definiálni, amit a jó geometriai mutatókkal jellemeznek és ami sok esetben az uniform, strukturált, vagy blokkstrukturált hálót jelenti. A legalapvetőbb mutatók az ortogonalitás, ferdeség, vagy oldalarány, de cellatípusonként változó további számos mutatókat alkalmazhatunk. [3]

Az ellenőrző térfogatok eddig részletezett felépítése csak kezdeti megfontolások, mivel a valós fizikai folyamatotok és az azokat leíró egyenletek is nagy mértékben befolyásolják az eredményeket. Az áramlási térben emiatt figyelembe kell venni pl. a fal környezetében alkalmazott egyenleteket és azok felbontását, nyírórétegek, vagy a hirtelen nagy gradiensek helyét és befolyását a teljes térre, de nem szabad elfelejtkeznünk a szűk hézagokon történő átáramlások figyelembevételéről sem. Ezek a szempontok globális, vagy lokális torzulásokat eredményeznek. Mely többnyire a cél, tehát a valóságos jellemzők torzulásához vezet.

A *3. ábra* rámutat arra a tényre, hogy a folyamatainkat leíró egyenleteinket – gondoljunk csak a mozgásegyenlet legegyszerűbb formális alakjára – véges közelítéssel kell számítástechnikai oldalról megoldani, ami csonkolási hibát (TE) eredményez. Az ábrán látható, hogy milyen mértékben csökken a TE értéke a különböző, de közel azonos elemszámú láthatóan különböző hálóminőségi paraméterekkel rendelkező háló esetén. [4] Az ábrát tekintve a megoldott egyenletnek nincs különösebb jelentősége, azonban az iterációs folyamat jellege jól látható. Az uniform egyenközű háló esetén TE=0,11 a hálón történt módosítások eredményeként ez a hiba néhány lépést követően TE=1e-3 nagyságrend alá lehetett csökkenteni.

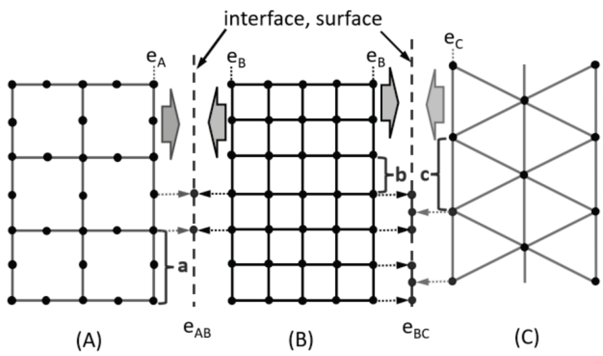
Itt kell megemlíteni azt, hogy az eddigiekben statikus hálóról volt szó. Statikusnak nevezhetünk egy hálót, ha azt egy kiinduló geometriához elkészítettük, majd azon további módosításokat nem szándékozunk tenni. Azonban megtehetjük azt is, hogy a meglévő hálónkat a megoldási folyamat során módosítjuk. Ezt nevezzük adaptációnak. Az adaptált háló többnyire a kiinduló statikus háló újrahálózását, sűrítését vagy ritkítását jelenti. Adaptálással figyelembe vehetők a kezdetben nem ismert áramlási viszonyok, pl. leválások, örvények, határréteg változások, nagyobb gradiensek, vagy fázishatárok jobban leírhatók, stb. Ezzel a lehetőséggel dinamikussá tehető a számítási folyamat igazodva az iterációs lépések során kialakult állapotokhoz. A *3. ábra* alapján látható, hogy a kezdeti uniform háló 35 → 1M adaptációs lépés után 1e-7 nagyságrendű hibát eredményezett. Azonban nem szabad elfelejtkeznünk arról, hogy ez még továbbra sem a valósággal egyenértékű eredmény, tehát egy gyorsított konvergencia még nem elégséges feltétele a megoldásnak.



3. ábra. Csonkolási hiba (TE) alakulása a háló kialakításnak függvényében [4]

Nem esett szó eddig a numerikus háló geometriai megvalósításáról. A numerikus hálót a vizsgálat tárgyát képező geometria felületei burkolják. Ezáltal a jól definiálható felületek esetén lényeges (természetesen az élek esetén is) ha sok kis apró elemi cellával közelítjük. Különösen igaz a görbült felületekre és élekre. Belátható tehát, hogy egy bonyolult felületet minél több ilyen elemi cellával közelítjük annál jobban visszakapjuk az eredeti geometriai teret. A véges cella méretek miatt figyelembe kell venni azt, hogy a cellán belüli adatokat milyen módon számítunk ki. A megfelelő diszkretizációs módszer alkalmas megválasztásával a cellán belüli értékek kiszámíthatóak.

Egy háromdimenziós tér a korábban említett hálótípusok változatos elegyéből épülhet fel. Tételezzük fel, hogy a vizsgált tér kizárólag folyékony halmazállapotú közeget foglal magába, ami több kisebb térfogatból épül fel. Tehát az összefüggő folyadéktéren belül kisebb térfogatokat különbözőképpen oszthatunk fel ellenőrző térfogatokra, ezáltal az érintkező hálókat össze kell kapcsolni. Ezek a kapcsolatok igen nagy jelentőséggel bírnak, mert általánosságban elmondhatjuk, ha a kapcsolódós nem megfelelő felbontású, vagy illesztésű, akkor szükséges feltétele annak, hogy rossz konvergenciát és eredményeket kapjunk. A *4. ábra* egy kétdimenziós hálórendszert és kapcsolódásukat mutatja. A kapcsolódás az „interface” vagy „surface” felületeken történik konkrétabban az e_A, e_B, e_C vagy egyesített e_{AB} és e_{BC} éleken történik. A részletek kifejtése nélkül az ábra alapján látható, hogy a cella méretek összeegyeztetése, illetve a rácspontok számának kapcsolódása egy megoldandó feladat az egyenletmegoldó hatékony működéséhez. Az alap eset a (B) ún. elsőrendű 4 csomópontos négyszög elemekből felépülő háló, melynek oldalait egyenesek alkotják és az egyenesek végén vannak a csomópontok definiálva. Az (A) esetén kvadratikus 8 csomópontból felépülő négyszög elemű, mely oldalfelezőket is tartalmaz, és (C) esetén elsőrendű 3 csomópontos háromszög cellákból felépülő hálót láthatunk. A cellaméretek *a*, *b*, *c* méretekkel definiálhatók. Látható, hogy (A)-(B) kapcsolódás esetén a cellaméret különbség áthidalható a csomópontok száma miatt, azonban B-C esetén külön interpolációval kezelhető, ami további számítást és ezáltal számítási hibát eredményez.



4. ábra. Háló típusok és kapcsolódásuk. (A) kvadratikus négyszög, (B) elsőrendű négszög, (C) elsőrendű háromszög elemek

Fontos értelmezni azt, hogy nem minden esetben kapcsolódnak különböző hálók csomópontjai. A (B) és (C) hálók közötti e_B és e_C élek mentén a csomópontok nem találkoznak, amit az egyesített e_{BC} élen láthatunk. Emiatt, hogy az értékátadás megtörténjen további interpolációt kell alkalmazni. A kapcsolódások milyensége miatt tehetünk különbséget ún. „surface” és „interface” között. A

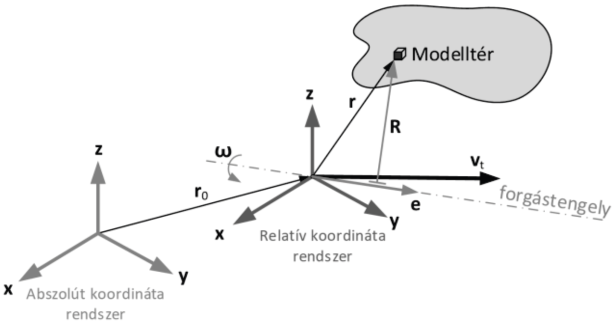
„surface” olyan felületek találkozása, ahol a csomópontok nem találkoznak. Ebben az esetben az *4. ábra* alapján az e_B és e_C élt külön-külön definiáljuk és a közöttük lévő kapcsolatot előírjuk. Tehát a két különböző típusú háló határoló éle rendelkezik önálló/saját határozott geometriai éllel. Az „interface” ellenben szoros kapcsolatot jelent, ahol a csomópontok találkoznak. Egy ilyen csomópont halmaz, mind a két hálótípushoz tartozik tehát csak egy van belőlük. Ezt az ábrán a e_{AB} él szemlélteti leginkább.

Eddigiekben olyan megfontolások sorakoztak fel, melyek leginkább a megoldhatóságra és konvergenciára fókuszáltak. A geometriai modell felépítése hasonló megfontolásokkal rendelkezik. A szimuláció számára egységes jól definiált felületekből és élekből kell állnia a modellnek. A műszaki gyakorlatban a műhelyrajzok nem igényelnek különösebb megfontolásokat, kizárólag a gyártástechnológia számára kell géprajzi alapokkal egységes jól átláthatónak lennie. Ellenben különös figyelmet kell fordítani arra, hogy egy vonal vagy görbült él egy darabból legyen összeállítva, tehát egy görbe esetén a kezdő és végpont között szerkesztési pont nem lehet kizárólag egy folytonos függvényként kell értelmezni. A CAD és szimulációs rendszerekben előszeretettel a NURBS függvényeket használják. Ennek az elvnek az érvényessége elmondható az egyenesre, felületekre is, ahol értelemszerűen a felületen nem lehet olyan vonal, mely a felületet kettévágja. Ezeket a hibás szerkesztésből adódó pontok vagy vonalak hálókészítés szempontjából kényszerként vannak jelen. Tehát egy automata háló esetén ezekre a helyekre hálópontok fognak kerülni. A hibák megfelelő hibajavító technikák alkalmazásával kiküszöbölhetők. Ezt nevezzük tisztításnak.

3. FORGÓ GÉPEK MŰKÖDÉSI MECHANIZMUSA ÉS HÁLÓZÁSA

A forgó berendezések vizsgálatára számos módszer áll rendelkezésre. Közös feladat mindegyikben a mozgó és álló numerikus háló összekapcsolása, illetve esetleges hálóadaptáció, ahol a változó geometriához igazodva újra és újra előállítjuk a hálót. A két eset alapvető különbsége, hogy „surface” és „interface” felületek is lehetnek a számítási modelltől függően. Ebből következik, hogy a hálókapcsolatoknak (ún. térkapcsolatoknak) alkalmasnak kell lenniük az értékátadásra. Továbbá a modellkapcsolatnak is képesnek kell lennie az abszolút és relatív sebességtér összekapcsolására. [5] Az *5. ábra* szemlélteti a modelltér és koordináta rendszer kapcsolatát.

A forgó rendszerek esetén egy instacionárius áramlási modellt kell megoldani véges közelítéssel. Általában a forgó rendszer esetén a jellemző mozgásjellemző a fordulatszám, vagy kerületi sebesség.
Ahhoz, hogy az eredményünk értékelhető legyen, a kapott eredményekből diszkrét értékeknek pontosan követniük kell a várt függvényt. Emiatt az időnek, mint változónak megfelelő felbontásúnak kell lennie.



5. ábra. Modelltér elhelyezkedése és referencia koordináták

Példaként elmondható, hogy egy 1Hz frekvenciájú szinusz függvény esetén a szimuláció során alkalmazott időlépésnek legalább periódusonként 50-100Hz frekvenciájúnak kell lennie. A forgó gépek esetén ezt minimális szinten a fordulatszám függvényében javaslatként a 1-3°-hoz tartozó időlépést célszerű alkalmazni. Ennél nagyobb időlépéssel a tranziens jellemzők eltűnhetnek.

4. ÖSSZEGZÉS

Annak érdekében, hogy a forgó gépek szimulációját numerikus hálóval kezelni és értelmezni tudjuk a megoldási folyamat során, elengedhetetlen a háló ún. „jóságának” megértése. A számítás során kapott visszajelzések, ami különböző változók, felületi átlagok, hálóminőségi paraméterek folyamatos monitorozása, olyan adatokat szolgáltatnak, amik előre jelzik a várható eredmények alakulását.

Továbbá az iteratív számítások jelentősége sokkal nagyobb, mint egy nem mozgó rendszer esetén.

5. IRODALOM

[1] J. H. Ferziger és M. Peric, *Computational methods for fluid dynamics*, 3. kiad., köt. 50, sz. 3. 2002. doi: 10.1063/1.881751

[2] J. Chawner, „Accuracy, convergence and mesh quality”, *The Connector*. 2012.

[3] C. J. Stimpson, C. D. Ernst, P. Knupp, P. P. Pébay, és D. Thompson, „The Verdict Geometric Quality Library”, 2007. doi: 10.2172/901967

[4] T. S. Phillips, C. J. Roy, E. J. Alyanak, és C. F. Ollivier-Gooch, „Optimal mesh adaption for Burgers’ equation”, *42nd AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit 2012*, doi: 10.2514/6.2012-2710.

[5] B. Fodor, „Forgó áramlástechnikai gépek numerikus vizsgálatának módszerei”, *GÉP*, sz. LXXII 2021/1-2., o. 46–49, 2021, ISSN 0016-8572.