

# HOSSZIRÁNYÚ MEREVÍTŐKKEL ELLÁTOTT HEGESZTETT LEMEZEK MEGBÍZHATÓSÁG-ALAPÚ KÖLTSÉGSZÁMÍTÁSA

## RELIABILITY-BASED COST DESIGN OF LONGITUDINALLY STIFFENED WELDED STEEL PLATES

Luis M.C. Simões\*, Jármai Károly \*\*, Virág Zoltán \*\*\*

### ABSTRACT

*The aim of this work is the reliability-based optimization of a stiffened plate subjected to in-plane or combined in-plane and transverse loading. The design variables are the thickness of the base plate, the number of stiffeners and their thickness. The constraints deal with the overall plate buckling, the stiffener failure and the distortion of the plate due to welding. The cost function includes the cost of material, assembly and welding. A level II reliability method (FORM) is employed. The overall structural reliability is obtained by using Ditlevsen method of conditional bounding. The branch and bound strategy is employed to enumerate  $\varepsilon$ -optimum costs, which are solutions within a specified tolerance of the optimum.*

### ÖSSZEFOGLALÓ

*A tanulmány célja síkban vagy kombinált síkban és keresztirányú terhelésnek kitett bordázott lemezek megbízhatóság alapú optimalizálása. A tervezési változók az alaplemez vastagsága, a bordák száma és vastagsága. A feltételek a teljes lemez horpadás, a borda tönkremenetel és a hegesztésből adódó lemez deformáció. A költség függvény tartalmazza az anyagköltséget, az összeszerelési költséget és a hegesztés költségét. A vizsgálat során II. szintű megbízhatósági módszert (FORM) alkalmazunk. A teljes szerkezeti megbízhatóság a Ditlevsen feltételes határoló módszer alkalmazásával érhető el. „Branch and bound” stratégiát alkalmazzuk az  $\varepsilon$ -optimális költségek meghatározására, melyek megoldások az optimum meghatározott tűrésén belül.*

### 1. BEVEZETÉS

A hegesztett bordázott lemezek gyakran fő szerkezeti elemei különböző teherviselő szerkezeteknek, pl. hajóknak, hidaknak, bunkereknek, tartály tetőknek, offshore szerkezeteknek, járműveknek stb. A szerkezetek különböző terhelésnek vannak kitéve, mint pl. nyomás, hajlítás, nyírás vagy kombinált terhelés. A lemezek alakja lehet négyzet, téglalap, kör, trapéz stb. Merevíthetjük őket egy vagy két irányban különböző lemez, L, trapéz vagy más alakú bordákkal.

A minimális költségre való tervezés megtalálható hajlított négyzetes és téglalap alakú bordázott és cellalemezekre [1], egytengelyűleg nyomott lemez és L-bordás lemezre [2,3], excentrikus nyomással terhelt hegesztett acél lemezekre [4], kétirányban terhelt lemezekre [5] nyitott és zárt szelvényvel merevített hegesztett hídpályákra [6]. A megbízhatóság alapú diszkrét optimalizálást bordázott lemezek és héjak tervezésére [7-9] és a fáradási előírások kielégítésére használták [10].

Ez a tanulmány L- és trapézbordás téglalap alakú lemezek megbízhatóság alapú optimalizálásával foglalkozik, melyek bordairányban nyomottak síkban és kereszt irányban. A méretezés során Mikami és Niwa [11] tervezési előírásait használtuk.

Minimális költségre való tervezésben azt az optimális szerkezetet keressük, amely minimalizálja a költségeket és teljesíti a tervezési feltételeket. A költség függvény tartalmazza az alapanyag és a gyártási költségeket [12], a minőségi előírás pedig előírja a megengedhető deformációt, amelyet a maradandó hegesztési feszültség okoz [13].

Az I. típusú kódtípus előnye (a kódok nélküli parciális biztonsági tényezők alkalmazásával) az, hogy a határállapotokat csak kevés változó kombinációval kell ellenőrizni. A biztonsági tényezőket gyakran a struktúra komponenseiből származtatják, figyelmen kívül hagyva a rendszer viselkedését. Ezt a problémát leginkább

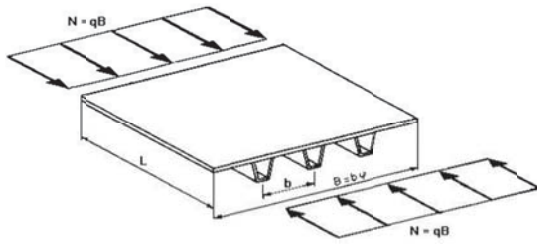
\* egyetemi tanár, Dep. Civil Engineering, University of Coimbra, Portugal

\*\* egyetemi tanár, Miskolci Egyetem Energetikai és Vegyipari Gépészeti Intézet

\*\*\* egyetemi docens, Miskolci Egyetem Geotechnikai Berendezések Intézet Tanszék

kifinomultabb megbízhatósági módszerek, például a II-es szintű (elsőrendű, másodrendű megbízhatósági módszer, FOSM (First-Order Second-Moment Method) [14]) és III-as szintű (Monte Carlo) megbízhatósági módszerek segítségével lehet megoldani. Ebben a munkában az FOSM módszert használtuk, és analitikusan nyertük ki az érzékenységi információt. Amellett, hogy meghatároztuk a meghibásodás maximális valószínűségeit az egyes módok esetében, figyelembe vesszük a teljes meghibásodási valószínűséget, amely figyelembe veszi az interakciót a meghibásodási módok korrelálásával.

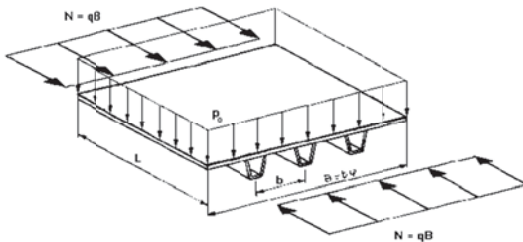
A megbízhatóság alapú optimalizálás megoldásához egy entrópia alapú algoritmussal társított „branch and bound” stratégiát alkalmaznak [8]. Az entrópia alapú eljárást az optimális, folyamatos tervezési változók megtalálásához használjuk, melyek alsó határokat adnak a döntési fa számára. A diszkrét megoldásokat implicit számba vétellel találjuk meg. A „branch and bound” stratégiát az  $\varepsilon$ -optimum költségek számba vételére használjuk, melyek a meghatározott tűréshatáron belül megoldások az optimumra. Miután megtaláltuk az optimumot egy maximális költséget határozunk meg, amely egy új támpont lesz. Visszaugorva és javítva az új iránynál minden alacsonyabb költségű alternatívát, a vizsgálat végén ezek lesznek az optimum közeli megoldások.



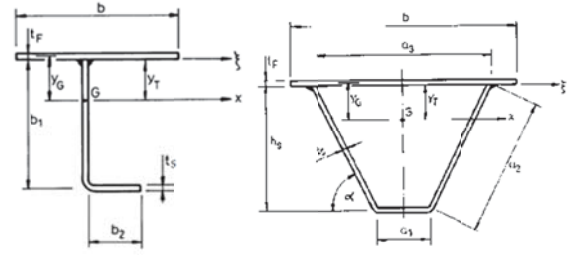
1. ábra Egytengelyű nyomásnak kitett bordázott lemez

## 2. A VIZSGÁLT SZERKEZET GEOMETRIÁJA ÉS A TERVEZÉSI VÁLTOZÓK

A vizsgált bordázott lemezek négy él mentén alátámasztottak. A vizsgált szerkezet geometriáját és a különböző terhelési eseteket az 1. és 2. ábra mutatja be. A tervezési változók az alaplemez vastagság  $t_f$ , a bordák vastagsága  $t_s$  és a bordák száma  $n$ .



1 ábra. Egytengelyű nyomásnak és hajlításnak kitett bordázott lemez



2. ábra Az L és trapéz bordák geometriája

### 2.1. Az L és trapéz borda adatai

Feltéve, hogy  $b$  a borda közök nagysága,  $\varphi = n+1$  és  $\nu = 0.3$

$$\varepsilon = \left( \frac{235}{f_y} \right)^{1/2}; \delta_s = \frac{A_s}{bt_f}; \gamma_s = \frac{EI_s}{bD} \quad (1)$$

$$D = \frac{Et_f^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{Et_f^3}{10.92}; h = t_f + \frac{A_s}{b}; b = \frac{B}{\varphi} \quad (2)$$

$A_s$  egy borda keresztmetszeti területe,  $\varphi-1$  a bordák száma,  $I_s$  egy borda inercianyomatéka  $\xi$  tengely szerint (3. ábra).

L borda geometriai paraméterei:

$$A_s = (b_1 + b_2)t_s \quad (3)$$

$$b_1 = 30t_s\varepsilon \quad (4)$$

$$b_2 = 12.5t_s\varepsilon \quad (5)$$

$$y_G = \frac{b_1t_s \frac{b_1+t_f}{2} + b_2t_s \left( b_1 + \frac{t_f}{2} \right)}{bt_f + A_s} \quad (6)$$

$$I_x = \frac{bt_f^3}{12} + bt_f y_G^2 + \frac{b_1^3 t_s}{12} + b_1 t_s \left( \frac{b_1}{2} - y_G \right)^2 + b_2 t_s (b_1 - y_G)^2 \quad (7)$$

$$I_s = \frac{b_1^3 t_s}{3} + b_1^2 b_2 t_s \quad (8)$$

$$I_t = \frac{b_1 t_s^3}{3} + \frac{b_2 t_s^3}{3} \quad (9)$$

$$I_\omega = \frac{b_1^2 b_2^3 t_s}{3} \quad (10)$$

A trapéz borda geometriai paraméterei:

$$A_s = (a_1 + 2a_2)t_s \quad (11)$$

$$a_2 = \sqrt{\left( \frac{a_3 - a_1}{2} \right)^2 + h_s^2} \quad (12)$$

A figyelembevett minimális értékek  $a_1 = 90$  és  $a_3 = 300$  mm [15], így

$$h_s = (a_2^2 - 105^2)^{1/2} \quad (13)$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{105}{a_2}\right)^2 \quad (14)$$

$$y_G = \frac{a_1 t_s (h_s + t_F / 2) + 2 a_2 t_s (h_s + t_F) / 2}{b t_F + A_s} \quad (15)$$

$$I_x = \frac{b t_F^3}{12} + b t_F y_G^2 + a_1 t_s \left(h_s + \frac{t_F}{2} - y_G\right)^2 + \frac{1}{6} a_2^3 t_s \sin^2 \alpha + 2 a_2 t_s \left(\frac{h_s + t_F}{2} - y_G\right)^2 \quad (16)$$

$$I_S = a_1 h_s^3 t_s + \frac{2}{3} a_2^3 t_s \sin^2 \alpha \quad (17)$$

$$I_t = \frac{4 A_p^2}{\sum b_i / t_i} \quad (18)$$

$$A_p = h_s \frac{a_1 + a_3}{2} = 195 h_s \quad (19)$$

$$\sum \frac{b_i}{t_i} = \frac{a_1 + 2 a_2}{t_s} + \frac{a_3}{t_F} \quad (20)$$

A trapézbordás lemez helyi horpadási feltétele  $a_2 / t_s \leq 38 \varepsilon$  (21)

ami aktív feltételnek vehető.

### 3. A SIKBAN NYOMÁS TERVEZÉSI FELTÉTELEI

#### 3.1 A teljes bordázott lemez horpadása

Mikami és Niwa [11] kísérletei alapján a terheletlen szerkezet kezdeti alak-pontatlanságát és a bordázott lemez gyártása során maradandó hegesztési feszültség hatását is figyelembe vesszük a horpadási görbében. Így számíthatjuk a redukált karcsúságot

$$\lambda = (f_y / \sigma_{cr})^{1/2} \quad (22)$$

ahol  $\sigma_{cr}$  a klasszikus kritikus horpadási feszültség, amely nem tartalmazza a fent említett hatásokat,  $f_y$  a folyáshatár.

A klasszikus kritikus horpadási feszültség hosszirányban nyomott hosszirányban bordázott lemezre

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 D}{h B^2} \left( \frac{1 + \gamma_s}{\alpha_R^2} + 2 + \alpha_R^2 \right)$$

ahol

$$\alpha_R = L / B < \alpha_{R0} = (1 + \gamma_s)^{1/4} \quad (23a)$$

$$\sigma_{cr} = \frac{2 \pi^2 D}{h B^2} \left[ 1 + (1 + \gamma_s)^{1/2} \right] \text{ ahol } \alpha_R \geq \alpha_{R0} \quad (23b)$$

A tényleges teljes horpadási feszültség a következőképpen számítható:

$$\sigma_U / f_y = 1 \text{ ahol } \lambda \leq 0.3 \quad (24a)$$

$$\sigma_U / f_y = 1 - 0.63(\lambda - 0.3) \text{ ahol } 0.3 \leq \lambda \leq 1 \quad (24b)$$

$$\sigma_U / f_y = 1 / (0.8 + \lambda^2) \text{ ahol } \lambda > 1 \quad (24c)$$

Ez a horpadási görbe tartalmazza a kezdeti alakpontatlanság és a maradandó hegesztési feszültség hatását, ezért kisebb értéket ad, mint a klasszikus kritikus horpadási görbe, amely elhanyagolja ezeket.

A teljes horpadási feltétel:

$$\frac{N}{A} \leq \sigma_U \frac{\rho_P + \delta_s}{1 + \delta_s} \quad (25)$$

ahol

$$A = B t_f + (\varphi - 1) A_s \quad (26)$$

és  $\rho_P$  tényező a következőképpen függ a feszültségektől:

$$\rho_P = 1 \text{ ha } \sigma_{UP} > \sigma_U \quad (27a)$$

$$\rho_P = \sigma_{UP} / f_f \text{ ha } \sigma_{UP} < \sigma_U \quad (27b)$$

#### 3.2. Alaplemez horpadás

Ez a feltétel az alaplemez bordák közötti helyi horpadására írható fel. A klasszikus horpadási feszültség az egy irányban nyomott esetben felírható

$$\sigma_{crP} = \frac{4 \pi^2 E}{10.92} \left( \frac{t_F}{b} \right)^2 \quad (28)$$

A redukált karcsúsági tényező L-borda esetén

$$\lambda_P = \left( \frac{4 \pi^2 E}{10.92 f_y} \right)^{1/2} \frac{b}{t_F} = \frac{b / t_F}{56.8 \varepsilon} \quad (29)$$

és trapézborða esetén

$$\lambda_P = \left( \frac{4 \pi^2 E}{10.92 f_y} \right)^{1/2} \frac{b_1}{t_F} = \frac{b_1 / t_F}{56.8 \varepsilon} \quad (30)$$

ahol

$$b_1 = b - 300 \text{ ha } b - 300 \geq a_3 \quad (31a)$$

$$b_1 = a_3 = 300 \text{ ha } b - 300 \leq a_3 \quad (31b)$$

és a kezdeti alakpontatlanságtól és maradandó hegesztési feszültségtől függő horpadási feszültség

$$\sigma_{UP} / f_y = 1 \text{ ha } \lambda_P \leq 0.526 \quad (32a)$$

$$\frac{\sigma_{UP}}{f_y} = \left( \frac{0.526}{\lambda_P} \right)^{0.7} \text{ ha } \lambda_P \geq 0.526 \quad (32b)$$

Az alaplemez horpadási feltétel

$$\frac{N}{A} \leq \sigma_{UP} \quad (33)$$

### 3.3. Bordák helyi horpadásának és elcsavaródó kihajlásának számítása

Az elcsavaródó kihajlásra vonatkozó feszültségi feltétel L borda esetén a következő

$$N / A \leq \sigma_{UT} \quad (34)$$

A klasszikus elcsavarodási kihajlási feszültség

$$\sigma_{crT} = \frac{GI_t}{I_S} + \frac{EI_\omega}{L^2 I_S} \quad (35)$$

ahol  $G = E/2.6$  a nyírási modulus,  $I_S$  a poláris inercianyomaték,  $I_t$  az elcsavarodási inercianyomaték és  $I_\omega$  a torzulási konstans. Az elcsavaródó kihajlási feszültség a redukált karcsúság függvényében számolható

$$\lambda_T = (f_y / \sigma_{crT})^{1/2} \quad (36)$$

$$\sigma_{UT} / f_y = 1 \quad \text{ha} \quad \lambda_T \leq 0.45 \quad (37a)$$

$$\frac{\sigma_{UT}}{f_y} = 1 - 0.53(\lambda_T - 0.45) \quad \text{ha} \quad 0.45 \leq \lambda_T \leq 1.41 \quad (37b)$$

$$\frac{\sigma_{UT}}{f_y} = \frac{1}{\lambda_T^2} \quad \text{ha} \quad \lambda_T \geq 1.41 \quad (37c)$$

### 3.4. Lehajlási feltétel

A nagy hosszirányú hegesztésből származó lehajlásokat kerülni kell. A megengedhető maradandó alakváltozást  $f_0$  tervezési szabványok írják elő. Nyomott merevítőkre a Eurocode 3 (EC3) [16] szerint  $f_0 = L/1000$  alkalmazható, így a lehajlási feltétel

$$f_{\max} = CL^2 / 8 \leq f_0 = L / 1000 \quad (38)$$

ahol az acélok görbülete

$$C = 0.844x10^{-3} Q_T y_T / I_x \quad (39)$$

$Q_T$  a hőbevitel,  $y_T$  a hegesztési excentricitás

$$y_T = y_G - t_F / 2 \quad (40)$$

$$Q_T = 2x59.5a_w^2 \quad (41)$$

$I_x$  az alaplemezt és a bordát is magába foglaló  $b$  szélességre vett inercianyomaték és  $a_w = 0.5t_s$ , ahol  $a_{wmin} = 4$  mm.

## 4. TERVEZÉSI FELTÉTELEK SÍKBELI NYOMÁSRA ÉS KERESZTIRÁNYÚ TERHELÉSRE

Paik és társai [17] differenciálegyenleteket alkalmaznak ortotrop lemezek nagy deformációjának meghatározására, és a Galerkin módszert a következő harmadfokú egyenlet megoldására, melynek változója az  $A_m$  rugalmas deformáció

$$C_1 A_m^3 + C_2 A_m^2 + C_3 A_m + C_4 = 0 \quad (42)$$

ahol

$$C_1 = \frac{\pi^2}{16} \left( E_x \frac{m^4 B}{L^3} + E \frac{L}{B^3} \right); \quad C_2 = \frac{3\pi^2 A_{om}}{16} \left( E_x \frac{m^4 B}{L^3} + E \frac{L}{B^3} \right)$$

$$C_3 = \frac{\pi^2 A_{om}^2}{8} \left( E_x \frac{m^4 B}{L^3} + E \frac{L}{B^3} \right) + \frac{m^2 B}{L} \sigma_{xav} +$$

$$+ \frac{\pi^2}{t_F} \left( D_x \frac{m^4 B}{L^3} + 2H \frac{m^2}{LB} + D \frac{L}{B^3} \right)$$

$$C_4 = A_{om} \frac{m^2 B}{L} \sigma_{xav} - \frac{16LB}{\pi^4 t_F} p$$

$$E_x = E \left( 1 + \frac{nA_S}{Bt_F} \right); \quad E_y = E \quad (43)$$

ahol  $m$  a horpadási félhullámhosszak száma.

$$\left( \frac{L}{B} \right)^4 \leq \frac{D_x}{D_y} m^2 (m+1)^2 \quad (44)$$

$$\sigma_{xav} = \frac{N}{Bt_f + (\varphi - 1)A_S} \quad (45)$$

Az önsúlyt figyelembe vesszük a lehajlás számításánál

$$p = p_0 + \frac{\rho V g}{BL} \quad (46)$$

ahol  $g$  a gravitációs állandó.

Az ortotrop lemez hajlítási merevsége és csavarómerevsége

$$D_x = \frac{Et_F^3}{12(1-\nu_{xy}^2)} + \frac{Et_F y_G^2}{1-\nu_{xy}^2} + \frac{EI_x}{b} \quad (47)$$

$$D_y = \frac{Et_F^3}{12(1-\nu_{xy}^2)}$$

$$\nu_x = \frac{\nu}{0.86} \sqrt{\frac{\frac{E}{E_x} \left( \frac{Et_F^3}{12} + Et_F y_G^2 + \frac{EI_x}{b} \right) - \frac{Et_F^3}{12}}{\frac{EI_x}{b} \left( \frac{E}{E_x} \right)^2}} \quad (48)$$

$$\nu_y = \frac{E}{E_x} \nu_x; \quad \nu_{xy} = \sqrt{\nu_x \nu_y} \quad (49)$$

$$H = \frac{G_{xy} I_t}{b}; \quad G_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu_{xy})} \quad (50)$$

A deformáció a függőleges terhelés hatására

$$A_{om} = \frac{5qL^4}{384EI_x}; \quad q = pb; \quad b = B/\varphi \quad (51)$$

(40) egyenlet megoldása

$$A_m = -\frac{C_2}{3C_1} + k_1 + k_2 \quad (52)$$

ahol

$$k_1 = \sqrt[3]{-\frac{Y}{2} + \sqrt{\frac{Y^2}{4} + \frac{X^3}{27}}}; \quad k_2 = \sqrt[3]{-\frac{Y}{2} - \sqrt{\frac{Y^2}{4} + \frac{X^3}{27}}} \quad (53)$$

$$X = \frac{C_3}{C_1} - \frac{C_2^2}{3C_1^2}; \quad Y = \frac{2C_2^3}{27C_1^3} - \frac{C_2 C_3}{3C_1^2} + \frac{C_4}{C_1} \quad (54)$$

A feszültségi feltétel tartalmazza a hosszirányú nyomás, az oldalirányú nyomás és a hosszirányú varratok zsugorodásából származó átlagos nyomófeszültséget és hajlítófeszültséget.

$$\sigma_{\max} = \sigma_{xav} + \frac{M}{I_x} y_G \leq \sigma_{UP} \quad (55)$$

ahol

$$M = N(A_{0m} + A_m + f_{\max}) + \frac{qL^2}{8} \quad (56)$$

és  $\sigma_{UP}$  ismert (29)-(32) egyenletekből.

## 5. A KÖLTSÉG FÜGGVÉNY

Az anyag és a gyártási költség összege a költség függvény a célfüggvény, amit minimalizálni kell

$$K = K_m + K_f = k_m \rho V + k_f \sum T_i \quad (57)$$

vagy más alakban

$$\frac{K}{k_m} = \rho V + \frac{k_f}{k_m} (T_1 + T_2 + T_3) \quad (58)$$

ahol  $\rho$  az anyag sűrűsége,  $V$  a szerkezet térfogata,  $K_m$  és  $K_f$  az anyag és gyártási költségek,  $k_m$  és  $k_f$  az anyag és gyártási költség tényezők,  $T_i$  előállítási idők a következők szerint:

$T_1$  az előkészítési, összeszerelési és összefűzési idő

$$T_1 = \Theta_d \sqrt{\kappa \rho V} \quad (59)$$

ahol  $\Theta_d$  a hegesztett szerkezet bonyolultsági tényezője,  $\kappa$  a szerkezet összeszerelendő részeinek száma;

$T_2$  a hegesztési idő, és  $T_3$  a járulékos idők, mint például elektróda csere, salaklehzás és sorjázás.

$T_3 \approx 0.3 T_2$ , így,

$$T_2 + T_3 = 1.3 \sum C_{2i} a_{wi}^n L_{wi} \quad (60)$$

ahol  $L_{wi}$  a varratok hossza, a  $C_{2i} a_{wi}^n$  varratra jellemző értékét COSTCOMP [12] software által meghatározott formulákból és diagramokból kapjuk meg, ahol  $a_w$  a varrat mérete. Ennek az értéke GMAW (CO<sub>2</sub> védőgáz, fogyóelektródás hegesztés) sarok varratokra

$$C_2 a_w^n = 0.3258 \cdot 10^{-3} a_w^2 \quad (L \text{ mm-ben}) \quad (61)$$

## 6. MEGBÍZHATÓSÁG ALAPÚ OPTIMALIZÁLÁS

A következő feltételezéseket kell figyelembe venni: (1) az általános konfigurációt, beleértve a minden tag hosszát, amelyek meg vannak adva egy rögzített (determinisztikus) módon; (2) a meghibásodási módok: a teljes horpadás, a helyi horpadás és maximális alakváltozása; (3) a terhelési vektort alkotó statikus terhelések nagyságai rendszertelenek, de a helyzetük determinisztikus; (4) a megengedhető feszültségek és elmozdulások véletlenszerűek, de pozíciójuk determinisztikus.

Abban az esetben, ha a határállapot függvény  $g(\underline{x})$  lineáris függvénye normálisan elosztott alap véletlenszerű változóknak ( $\underline{x}$ ), akkor a meghibásodás valószínűsége a lineáris biztonsági határral  $M$  írható fel:

$$P_F = P\{g(\underline{x}) \leq 0\} = P(M \leq 0) \quad (62)$$

amely csökkenti a normál eloszlásfüggvény értékét

$$P_F = \Phi(-\beta) \quad (63)$$

ahol  $\beta$  a megbízhatósági index, amely

$$\beta = \mu_M / \sigma_M \quad (64)$$

A megbízhatósági index geometriai értelmezése a legkisebb távolság a vonaltól (vagy a hipersíktól), amely a határt jelenti a biztonságos tartomány és a meghibásodási tartomány között. A tönkremenetel valószínűségének értékelése az egyszerű véletlenszerű változók átlagértékeinek és standard szórásainak egyszerű értékelésére korlátozódik.

Amikor a határállapot függvény nem lineáris a véletlenszerű változókra ( $\underline{x}$ ), akkor a határállapot-függvény linearizálását a normalizált térben ( $\underline{u}$ ) hibás felület tervezési pontján kell elvégezni (FORM-First Order Reliability Method),

$$u_i = (x_i - \mu_{x_i}) / \sigma_{x_i} \quad (65)$$

Mivel nem ismerjük előre a tervezési értéket, ezt iteratív módon kell megtalálni. Feltéve, hogy a határállapot függvény differenciálható, a következő egyszerű iterációs sémát kell követni:

$$\alpha_i = -\partial g(\beta\alpha) / \partial u_i \left[ \frac{\sum_{j=1}^n \partial g(\beta\alpha)^2}{\partial u_j} \right] \quad (66)$$

$$G(\beta\alpha_1, \beta\alpha_2, \dots, \beta\alpha_n) \quad (67)$$

amely megadja a tervezési pontot ( $\underline{u}^*$ ) és a megbízhatósági indexet  $\beta$ .

Altalánosságban elmondható, hogy szerkezeti tervezésre megengedhető meghibásodás valószínűsége nagyon alacsony. A rendszerint alkalmazott teljes tönkremeneteli valószínűségi megközelítések vagy a tökéletes statisztikai függőség feltételezésén (Cornell-féle alsó határ) vagy statisztikai függetlenségükön (Cornell-féle felső határ) alapul. Ezek a határok nagymértékben különböznek egymástól, mert a meghibásodási módok közötti korreláció nem szerepel a képletben. A Ditlevsen módszer [18], amely magában foglalja a statisztikai függőség hatását bármelyik két meghibásodási mód között, jelentősen csökkentette a rendszer meghibásodási valószínűségének határait.

A legfontosabb meghibásodási mód azonban a példákban dominánsnak bizonyult, a tönkremenetel valószínűségével társított fennmaradó határállapotok pedig nem relevánsak. A II. szintű módszerek (FORM, SORM (Second Order Reliability Method), amelyek másodrendű közelítést alkalmaznak) nem lehetnek pontosak, ha a határállapot függvény nem lineáris. Az eredményeket egy III. szintű eljárással erősítjük meg.

## 7. AZ OPTIMALIZÁLÁSI STRATÉGIA

### 7.1. Branch and Bound

A feladat nem lineáris, és a tervezési változók diszkrét. Tekintettel a diszkrét tervezési változók kis számára, az implicit „branch and bound” stratégiát alkalmazzuk, hogy megtaláljuk a legkisebb költségű megoldást. A két fő alkotóelem egy kombinatorikus fa, amelynek megfelelően definiált csomópontjai vannak, valamint a fa csomópontjaihoz kapcsolódó optimális megoldás felső és alsó határai. Ezen kívül lehetőség van arra, hogy számos lehetséges megoldást kizárjunk a számításból.

Három szintet vettünk fel a kombinatorikus fán. A bordák számát ( $n$ ) rögzítettük a fa tetején, a fennmaradó szintek az alaplemez vastagság  $t_f$  és a borda vastagság  $t_s$  jelentik. Ehhez a vastagság értékeinek folytonos értékeknek kell lenniük. A harmadik szinten a kapott diszkrét minimális megoldás lesz a támpont megoldás (felső határ). A fa bármely levele aktív, aminek határa szigorúan kevesebb, mint a támpont. Egyébként pedig befejezettnek jelöli ezt az irányt, és nem kell tovább vizsgálni. A B&B fa addig fejlődik, míg minden levél vizsgálata befejeződik. Az alkalmazott elágazási stratégia az első, amely tartalmazza az alsó megkötéssel rendelkező csomópont kiválasztását.

A „branch and bound” stratégiát alkalmazzuk itt úgy, hogy az optimális megoldás egy meghatározott tűrésén belül számba vegyük az  $\varepsilon$ -optimum költségeket. Miután megtaláltuk az optimumot, meghatározunk egy maximális költséget, amely az új támpont lesz. Visszaugorva és javítva az új támpontnál minden alacsonyabb költségű levelet (alternatívát), a befejezett irányban történt vizsgálatok során ezen levelek lesznek az optimum közeli megoldások.

### 7.2. Optimalizálás folyamatos tervezési változókkal

Az egyes egyszerűbb feladatok (relaxed problem) folyamatos tervezési változókkal történő megoldása érdekében a költségek és feltételek egyidejű minimalizálását kell keresni. Ezeket a célfüggvényeket normalizált formába kell önteni. Ha egy referencia költség  $K_0$  adott, akkor a célfüggvényeket a következő alakba írható fel,

$$g_1(n, t_f, t_s) = K(n, t_f, t_s) / K_0 - 1 \leq 0 \quad (68)$$

Egy másik célfüggvény a teljes horpadás megbízhatósági feltételéből adódik,

$$g_2(n, t_f, t_s) = \sigma(n, t_f, t_s) / \sigma_U - 1 \leq 0 \quad (69)$$

Több célfüggvény foglalkozik a helyi horpadással és az elcsavarodási kihajlással, a melyeket hasonló módon fejezünk ki. Az alakváltozási feltételből adódó megbízhatósági célfüggvény,

$$g_m(n, t_f, t_s) = f(n, t_f, t_s)_{\max} / f_0 - 1 \leq 0 \quad (70)$$

Ennek a Pareto optimalizálásnak az a célja, hogy fenntartsa a folyamatos tervezés töretlen fejlődését,

amelyet a konvex skaláris függvény korlátlan minimalizálásával lehet elérni:

$$F(t_f, t_s) = \frac{1}{\rho} \cdot \ln \left[ \sum_{j=1}^m \exp \rho(g_j(t_f, t_s)) \right] \quad (71)$$

Ez az alak a cél és a kényszer határok konvex konzervatív megközelítéséhez vezet.  $\rho$  -val nő pontosság.

Az alkalmazott stratégia az explicit közelítési modellek egy iteratív sorozata, amelyet a lineáris meghatározás után az összes célfüggvény csonkított Taylor-sorának felírásával fogalmaztunk meg. Ebből következők:

$$\text{Min } F(t_f, t_s) = \frac{1}{\rho} \cdot \ln \left[ \sum_{j=1}^3 \exp \rho(g_0(t_f, t_s) + \frac{\partial g_{0j}(t_f, t_s)}{\partial t} dt_s + \frac{\partial g_{0j}(t_f, t_s)}{\partial h} dt_s) \right] \quad (72)$$

Ennek a feladatnak van egy analitikus megoldása, amely a tervezési változókat  $dt_s$  és  $dt_f$  alakra változtatja. A  $g_{0j}$  adott számértékének megoldása a probléma megoldásának iterációját képezi (71). A tervezési változó változtatásaihoz a határértékek mozgását kell előírni, hogy biztosítsák a közelítések pontosságát. A tervezési változók kis számának köszönhetően analitikus megoldás áll rendelkezésre. Az iterációk során megnöveltük a  $\rho$  szabályozási paramétert, amelyet a jobb megoldás elérése érdekében nem szabad csökkenteni.

## 8. SZÁMPÉLDÁK

### 8.1. Egyirányban nyomott hosszirányban bordázott lemez

A kiinduló adatok a következők: alaplemez szélesség  $B = 6000$  [mm], alaplemez hosszúság  $L = 3000$  [mm], nyomóerő  $N = 1.974 \times 10^7$  [N], anyag sűrűség  $\rho = 7.85 \times 10^{-6}$  [kg/mm<sup>3</sup>], Young modulus  $E = 2.1 \times 10^5$  [MPa], és a folyás határ  $f_y = 355$  [MPa], a Poisson tényező 0.3. Ha a  $k_F/k_m$  arány nulla, akkor a gyártási költséget nem vesszük figyelembe, így akkor az optimum a tömeg minimum. Az ismeretlenek az alaplemez és borda vastagság, bordák száma, melyek a következő határok között változhatnak:

$$3 \leq t_f \leq 40 \text{ [mm]}; 3 \leq t_s \leq 12 \text{ [mm]}; 3 \leq \varphi \leq 10$$

A hagyományos határállapot tervezéssel (1. szintű megközelítés) összhangban az acél folyáshatára  $f_y = 355$  MPa. Mivel 1.10 a szerkezeti acélra felvehető biztonsági tényező és 0.10 a felvett variációs tényező értéke, így ez 440 MPa átlagértéknek felel meg. A tervezési tényezővel változtatott terhelési intenzitás  $p_0 = 0.0015$  N/mm<sup>2</sup> és a változó együtthatója 0.20. A véletlen változókra Gaussian eloszlást alkalmaztunk. A Young modulus véletlenszerűségét az egyszerűség kedvéért nem vettük figyelembe. A megadott (várható) hiba valószínűsége  $10^{-4}$  (béta nagyobb, mint 3.72). A

determinisztikus megoldások is megbízhatóság-alapú optimális tervezések az egy határállapot dominálásának köszönhetően.

1. táblázat Optimumok és az 5%-nál közelebbi optimumok száma L-borda esetén

feszültség	$t_f$ [mm]	$t_s$ [mm]	$\varphi$	$k_F/k_m = \theta$	$\varepsilon$ -megoldások
alsó	20	12	5	<b>3403</b>	<b>13</b>
felső	17	12	7	<b>3106</b>	<b>8</b>

2. táblázat Optimumok és az 5%-nál közelebbi optimumok száma L-borda esetén

feszültség	$t_f$ [mm]	$t_s$ [mm]	$\varphi$	$k_F/k_m = 1.5$	$\varepsilon$ -megoldások
alsó	22	12	4	<b>4488</b>	<b>6</b>
felső	20	12	4	<b>4097</b>	<b>5</b>

3. táblázat Optimumok és az 5%-nál közelebbi optimumok száma trapézborða esetén

feszültség	$t_f$ [mm]	$t_s$ [mm]	$\varphi$	$k_F/k_m = \theta$	$\varepsilon$ -megoldások
alsó	15	4	10	<b>2454</b>	<b>2</b>
felső	13	4	10	<b>2123</b>	<b>2</b>

4. táblázat Optimumok és az 5%-nál közelebbi optimumok száma trapézborða esetén

feszültség	$t_f$ [mm]	$t_s$ [mm]	$\varphi$	$k_F/k_m = 1.5$	$\varepsilon$ -megoldások
alsó	15	4	10	<b>3768</b>	<b>12</b>
felső	13	4	10	<b>3388</b>	<b>13</b>

Az 1-4. táblázatok eredményeiből látható, hogy trapézborðás lemez gazdaságosabb (kb. 30% csak anyag, 16% teljes költség), habár találhatunk jobb megoldást L-bordára, amennyiben a  $t_s$  tartományát növeljük. A gyártási költség aránya L- bordára 24%, trapézborðára 36%. Az  $\varepsilon$  megoldások száma trapézborðás esetben ellentétesen változik, mint a L-borðás lemezek optimalizálásánál.

## 8.2. Síkban nyomott és keresztirányban terhelt hosszirányban bordázott lemez

A következő számításokban L- és trapézborðás lemezeket hasonlítottunk össze. A kiinduló adatok a következők: alaplemez szélesség  $B = 4000$  [mm], alaplemez hosszúság  $L = 6000$  [mm], nyomóerő  $N = 1.974 \times 10^7$  [N]. A Young modulus  $E = 2.1 \times 10^5$  [MPa], az anyag sűrűség  $\rho = 7.85 \times 10^{-6}$  [kg/mm<sup>3</sup>]. A számításban különböző értékeket kap a felületi nyomás  $p_0 = 0.005, 0.01, 0.02$  [MPa] és a folyáshatár  $f_y = 255, 355$  [MPa]. Az ismeretlenek az alaplemez és borda

vastagság, bordák száma, melyek a megkövetkező határok között változhatnak.

$$3 \leq t_f \leq 40 \text{ [mm]}; \quad 3 \leq t_s \leq 12 \text{ [mm]}; \quad 4 \leq \varphi \leq 10$$

5. táblázat Optimumok és az 5%-nál közelebbi optimumok száma L-borda esetén

feszültség	terhelés	$t_f$ [mm]	$t_s$ [mm]	$\varphi$	$k_F/k_m = \theta$	$\varepsilon$ -megoldások
alsó	alsó	23	10	6	<b>5334</b>	<b>12</b>
alsó	felső	24	12	6	<b>5963</b>	<b>8</b>
felső	alsó	21	12	5	<b>4895</b>	<b>16</b>
felső	felső	23	12	6	<b>5506</b>	<b>6</b>

6. táblázat Optimumok és az 5%-nál közelebbi optimumok száma L-borda esetén

feszültség	terhelés	$t_f$ [mm]	$t_s$ [mm]	$\varphi$	$k_F/k_m = 1.5$	$\varepsilon$ -megoldások
alsó	alsó	26	9	5	<b>6914</b>	<b>17</b>
alsó	felső	28	12	4	<b>7669</b>	<b>11</b>
felső	alsó	26	8	3	<b>5908</b>	<b>2</b>
felső	felső	30	12	3	<b>7280</b>	<b>9</b>

7. táblázat Optimumok és az 5%-nál közelebbi optimumok száma trapézborða esetén

feszültség	terhelés	$t_f$ [mm]	$t_s$ [mm]	$\varphi$	$k_F/k_m = \theta$	$\varepsilon$ -megoldások
alsó	alsó	18	9	5	<b>4704</b>	<b>10</b>
alsó	felső	17	11	5	<b>5122</b>	<b>8</b>
felső	alsó	15	8	6	<b>3928</b>	<b>8</b>
felső	felső	15	10	6	<b>4494</b>	<b>9</b>

8. táblázat Optimumok és az 5%-nál közelebbi optimumok száma trapézborða esetén

feszültség	terhelés	$t_f$ [mm]	$t_s$ [mm]	$\varphi$	$k_F/k_m = 1.5$	$\varepsilon$ -megoldások
alsó	alsó	22	8	5	<b>5932</b>	<b>19</b>
alsó	felső	23	9	4	<b>6437</b>	<b>7</b>
felső	alsó	17	8	5	<b>5215</b>	<b>11</b>
felső	felső	20	10	4	<b>5962</b>	<b>15</b>

Ugyanazokat a feltételezéseket alkalmaztuk, mint az előző példában, hogy megtaláljuk a megbízhatóság-alapú optimumot.

Az eredmények összefoglalva láthatóak az 5-8. táblázatokban. Az optimumot félkövér számmal jelöltük. Az eredmények azt mutatják, hogy a trapézborðás lemez gazdaságosabb. A költség megtakarítás 14 %-tól (alacsony folyáshatár és minimális felületi nyomás) 18%-ig (magas folyáshatár

és maximális felületi nyomás) jelentkezett. A magasabb folyáshatárú anyagok adták az olcsóbb eredményeket. Általánosságban elmondható, hogy az anyag és a költség minimum különböző, és a hegesztési költség hatása miatt a költség minimumnál kisebb a bordák száma.

## 9. Köszönetnyilvánítás

"A cikkben/előadásban/tanulmányban ismertetett kutató munka az EFOP-3.6.1-16-2016-00011 jelű „Fiatalodó és Megújuló Egyetem – Innovatív Tudásváros – a Miskolci Egyetem intelligens szakosodást szolgáló intézményi fejlesztése” projekt részeként – a Széchenyi 2020 keretében – az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg"

## 10. Irodalomjegyzék

- [1] FARKAS, J., JÁRMAI, K.: Analysis and optimum design of metal structures. Balkema, Rotterdam-Brookfield (1997).
- [2] FARKAS, J., JÁRMAI, K.: Economic design of welded steel structures. J. Constructional Steel Research 46 Nos.1-3. 35-36. Full paper on CD-ROM. Paper No.142 (1998).
- [3] VIRÁG Z, JÁRMAI K.: Parametric studies of uniaxially compressed and laterally loaded stiffened plates for minimum cost, International Conference on Metal Structures (ICMS), Millpress, Rotterdam:237-242, 2003.
- [4] JÁRMAI, K., FARKAS, J., SIMOES, L. M. C., VIRÁG, Z.: Minimum cost design of longitudinally stiffened welded plates loaded by eccentric compression, In Proceedings of the Third European Conference on Steel Structures, Coimbra (2002).
- [5] FARKAS J, SIMOES MC, JÁRMAI K: Minimum cost design of a welded stiffened square plate loaded by biaxial compression, Structural and Multidisciplinary Optimization; 29 (4): 298-303 (2005).
- [6] JÁRMAI, K., FARKAS, J., HORIKAWA, K.: Economic design of steel bridge decks. Welding in the World 41. No.1. 49-59, (1998).
- [7] SIMÕES, L. M. C., JÁRMAI, K., FARKAS, J.: Minimum cost design of uniaxially compressed plates with welded trapezoidal stiffeners considering a reliability constraint. In Metal Structures - Design, Fabrication, Economy, ed. Karoly Jarmai & Jozsef Farkas, 209- 216. ISBN: 90-77017-75-5. Rotterdam: Millpress Rotterdam (2003).
- [8] SIMÕES, L. M. C., FARKAS, J., JÁRMAI, K.: Reliability-based optimum design of a welded stringer-stiffened steel cylindrical shell subject to axial compression and bending, Structural and Multidisciplinary Optimization 31, 2: 147 – 155 (2006).
- [9] SIMÕES, L. M. C., FARKAS, J., JÁRMAI, K.: Optimization of a Cylindrical Shell Housing a Belt-conveyor Bridge, Computers and Structures 147, 159 – 164, (2015).
- [10] SIMÕES, L. M. C., FARKAS, J., JÁRMAI, K.: Optimization of Orthogonally Stiffened Plate Considering Fatigue Constraints. In Design, Fabrication and Economy of Welded Structures, ed. Karoly Jarmai and Jozsef Farkas, 27 - 34. ISBN: 978-1-904275-28-2. Horwood Publishing (2008).
- [11] MIKAMI I, NIWA K.: Ultimate compressive strength of orthogonally stiffened steel plates. J. Struct. Engng ASCE; 122 (6): 674-682, (1993).
- [12] COSTCOMP Programm zur Berechnung der Schweisskosten. Deutscher Verlag für Schweißtechnik, Düsseldorf, (1990).
- [13] FARKAS, J., JÁRMAI, K.: Optimum design of a stiffened conical roof considering the residual welding distortions. Welding in the World 43 No.5. 54-59, (1999).
- [14] HASOFER A.M., LIND N.C.: Exact and invariant second moment code format, J.Eng. Mech Div. 100 (1), 111-121, (1974).
- [15] Stahlbau Handbuch Band 2. Köln, Stahlbau-Verlag, (1985).
- [16] EUROCODE 3: Design of steel structures. Part 1.1. General rules and rules for buildings. European Prestandard ENV 1993-1-1. CEN European Committee for Standardisation, Brussels, (1992).
- [17] PAIK JK, THAYAMBALLI AK, KIM BJ.: Large deflection orthotropic plate approach to develop ultimate strength formulations for stiffened panels under combined biaxial compression/tension and lateral pressure. Thin-Walled Structure; 39: 215-246 (2001).
- [18] DITLEVSEN, O.: Narrow reliability bounds for structural systems, J.Struct. Mech, 7 (4), 453-472, (1979).