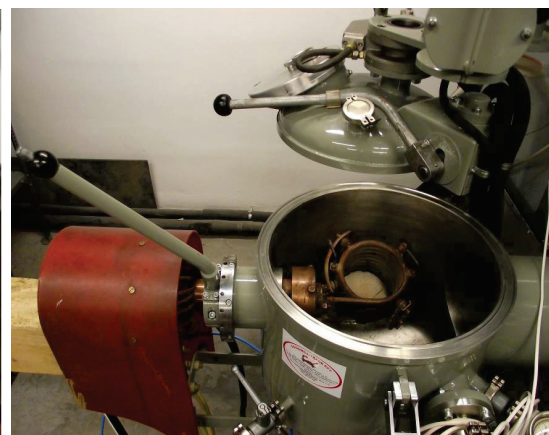
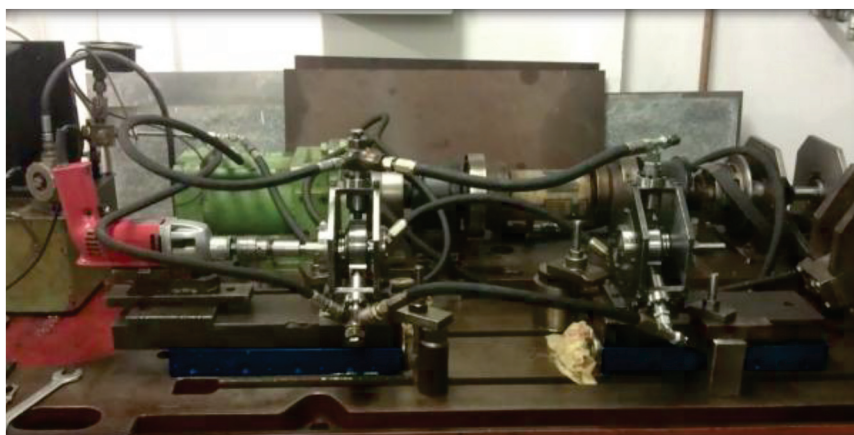
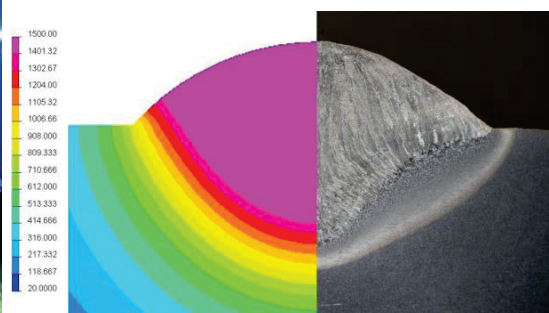
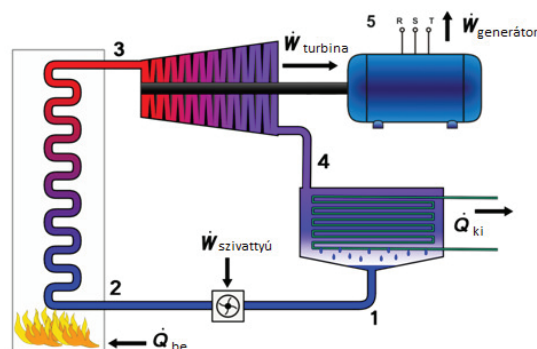
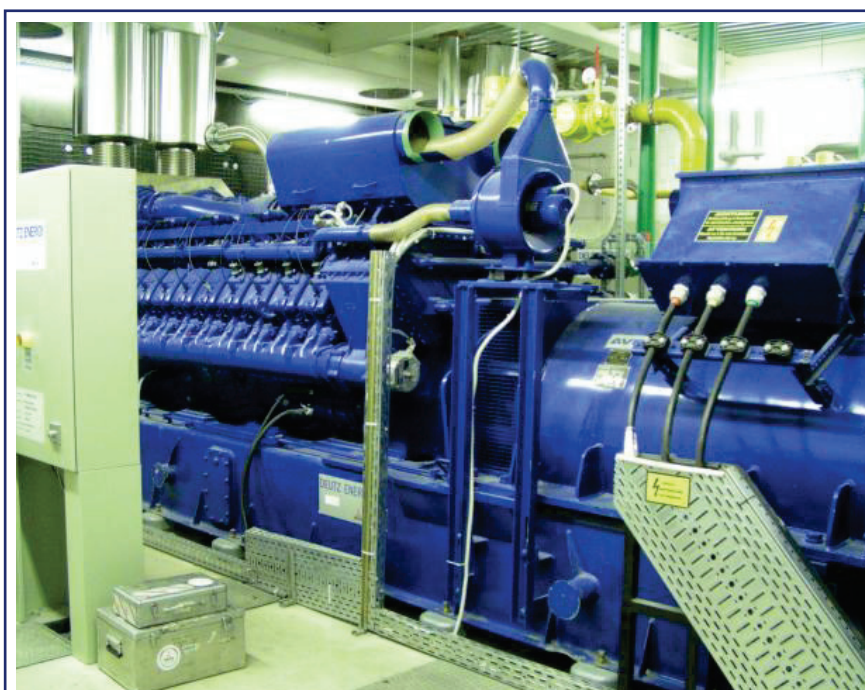


GÉP

A GÉPIPARI TUDOMÁNYOS EGYESÜLET MŰSZAKI FOLYÓIRATA



SÁLYI ISTVÁN GÉPÉSZETI TUDOMÁNYOK DOKTORI ISKOLA



Dúl Róbert PhD védése (2013. Május 31.)



Doktori Szeminárium (2013. Január 14.)

GÉP

A GÉPIPARI TUDOMÁNYOS EGYESÜLET

műszaki, vállalkozási, befektetési, értékesítési, kutatás-fejlesztési, piaci információs folyóirata

SZERKESZTŐBIZOTTSÁG

Dr. Döbröczöni Ádám

elnök

Vesza József

főszerkesztő

Dr. Jármái Károly

Dr. Péter József

Dr. Szabó Szilárd

főszerkesztő-helyettesek

Dr. Barkóczi István

Bányai Zoltán

Dr. Beke János

Dr. Beresey Tibor

Dr. Bukoveczky György

Dr. Czitán Gábor

Dr. Danyi József

Dr. Dudás Illés

Dr. Gáti József

Dr. Horváth Sándor

Dr. Illés Béla

Kármán Antal

Dr. Kalmár Ferenc

Dr. Orbán Ferenc

Dr. Pálincás István

Dr. Patkó Gyula

Dr. Péter László

Dr. Penninger Antal

Dr. Rittinger János

Dr. Szabó István

Dr. Szántó Jenő

Dr. Szűcs Edit

Dr. Tímár Imre

Dr. Tóth László

Tisztelt Olvasó!

A Miskolci Egyetem az Európai Unió által finanszírozott strukturális alapokból támogatott TÁMOP-4.2.2/B-10/1-2010-0008 pályázat keretében 2010-ben *Tehetségeket gondozunk* címmel pályázati támogatást nyert el. A projekt – a Miskolci Egyetem Intézményi Fejlesztési Tervével összhangban – a tehetség-gondozást két területen kívánja erősíteni: kiemelten a doktori iskolák, valamint a TDK tevékenység támogatásával. Az egyetem doktori iskolái – köztük a Sályi István Gépészeti Tudományok Doktori Iskola is – egy-egy alprojekttel kapcsolódnak a kutatási projekthez.

A projekt kiemelt területét képezi a PhD hallgatói tudományos kutatási feltételeinek javítása; a stratégiai iránymutatás és kitörési lehetőségek kijelölése a kezdő kutatók (doktoranduszok) számára; a kutató-mentor kapcsolat elmélyítése; az elért eredmények disszeminációja; minőségi tudományos publikációk elkészítésének ösztönzése. Ez utóbbi célkitűzéshez kapcsolódóan a Sályi István Gépészeti Tudományok Doktori Iskola hallgatói immáron a negyedik folyóirat számot töltik meg értékes új szakmai eredményeik bemutatásával.

A négy folyóirat szám közül kettő a Doktori Iskola profiljához közelálló GÉP című folyóirat számait, egy további folyóiratszám a Miskolci Egyetem által gondozott Multidiszciplináris Tudományok, egy pedig a Production Processes and Systems angol nyelvű folyóiratot jelentette.

A GÉP folyóirat ezen száma a Sályi István Gépészeti Tudományok Doktori Iskola alprogramjainak sokszínűségét illusztrálja. A Gépészeti alaptudományok igényes elméleti megközelítése, a magas szintű mechanikai és matematikai ismeretek magabiztos alkalmazása követhető nyomon Kiss László: Heterogén anyagú síkgörbe rúd szabadrezgéseinak sajátfrekvenciái című cikkében, csakúgy, mint Gönczi Dávid és Lengyel Ákos mechanikai tárgyú cikkében.

Az elméleti, alaptudományi cikkek mellett anyagtechnológiai témájú (Gáspár Marcell: Nagyszilárdságú acélok hegesztésének végeelemes modellezése) és konstrukciós tervezési cikkeket (Kelemen László: Domborított fogazat elméleti hordképe, illetve Fekete Tamás: Szinkron váltakozó áramú hidraulikus hajtás elemzése) találunk ebben a számban. Külön meg kell említeni Szamosi Zoltán és szerzőtársai, valamint Bodnár István hulladékhasznosítással foglalkozó cikkeit. A minőségi publikációs tevékenységhez jelentős mértékben hozzájárul a cikkek lektorainak alapos, gondos és számos iránymutatást tartalmazó véleménye, amelyért az iskola vezetőjeként ezúton is köszönetemet fejezem ki.

A bevezetőben említett projekt támogatás nemcsak a doktorandusz hallgatók publikációs tevékenységének ösztönzésében játszott kiemelkedő szerepet. Fel-tétlenül meg kell említeni, hogy a projekt 2 éves futamideje alatt ugrásszerűen megemelkedett a sikeres PhD védések száma is a Sályi István Gépészeti Tudományok Doktori Iskolában. A projekt futamideje alatt ez idáig összesen 15 fő szerzett PhD fokozatot.

*Prof. Dr. Tisza Miklós
a Sályi István Gépészeti Tudományok Doktori Iskola
vezetője*

Miskolc, 2013. augusztus

A szerkesztésért felelős: Vesza József. A szerkesztőség címe: 3534 Miskolc, Szervezet utca 67.

Telefon/fax: 06-46/379-530, 06-30/9-450-270 • e-mail: mail@gepujsag.hu

Kiadja a Gépipari Tudományos Egyesület, 1027 Budapest, Fő u. 68. Levélcím: 1371 Bp. Pf.: 433.

Telefon: 06-1/202-0656, fax: 06-1/202-0252, e-mail: a.gaby@gteportal.eu, internet: www.gte.mtesz.hu

A GÉP folyóirat internetcíme: <http://www.gepujsag.hu>

Kereskedelmi és Hitelbank: 10200830-32310236-00000000

Felelős kiadó: Dr. Igaz Jenő ügyvezető igazgató.

Gazdász Nyomda Kft. 3534 Miskolc, Szervezet u. 67. Telefon: 06-46/379-530 • e-mail: gazdasz@chello.hu

Előfizetésben terjeszti a Magyar Posta Rt. Hírlap Üzletága 1008 Budapest, Orczy tér 1.

Előfizethető valamennyi postán, kézbesítőknél, e-mailen: hirlapelofizetes@posta.hu, faxon: 06-1/303-3440. További információ: 06-80/444-444

Egy szám ára: 1260 Ft. Dupla szám ára: 2520 Ft.

Külföldön terjeszti a Kultúra Könyv és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat,
H-1389 Budapest, Pf. 149. és a Magyar Média, H-1392 Budapest, Pf. 272.

Előfizethető még közvetlenül a szerkesztőségben is.

INDEX: 25 343 ISSN 0016-8572

A megjelent cikkek lektoráltak.

A kiadvány a Nemzeti Kulturális Alap támogatásával jelenik meg.

TARTALOM

1. Bodnár I.:

A HULLADÉK, MINT MÁSODNYERSANYAG, ÉS MINT KIMERÍTHETETLEN MEGÚJULÓ ENERGIAFORRÁS 3

A folyamatosan újratermelődő hulladékok jelentős hasznosítható energiatartalommal rendelkeznek. Az energia kinyerésére különböző termikus kezeléseket használnak. Szerző arra a megállapításra jut, hogy a plazma technológia és a szintézis gáz gázmotorokban való elégetése látszik az egyik leghatékonyabb megoldásnak.

2. Szamosi Z.; Ferenczi T.; Harcsik B.:

BÚZASZALMA PÖRKÖLÉSE VÁKUUMINDUKCIÓS KEMENCÉBEN 11

Az alacsony hőmérsékletű pirolízis, vagy más néven pörkölés alkalmas a mezőgazdasági hulladékok energiatartalmának növelésére. A búzaszalma pörkölését vákuumban végezve a pirolízis gázok tisztítás és szeparálás nélkül felhasználhatók. Az első kísérleti vizsgálatok kedvező eredményekre vezettek.

3. Kiss L. P.:

HETEROGÉN ANYAGÚ SÍKGÖRBE RÚD SZABADREZGÉSEINEK SAJÁTFREKVENCIÁI 16

Szerző a keresztmetszetében heterogén görbe rudak rezgéseivel foglalkozik. Az első négy sajátfrekvenciát a Green funkciómátrix és a Fredholm integrálegyenletrendszer segítségével határozta meg. A számítási eredmények jól egyeztek a végelelemes kontrollszámítások eredményeivel.

4. Lengyel Á. J.; Ecsedi I.:

NORMÁL ÉS CSÚSZTATÓ FESZÜLTSEGEK SZÁMÍTÁSA RÉSZLEGESEN KAPCSOLT RÉTEGEZETT KOMPOZIT RUDAKBAN 22

A cikk a kétrétegű lamináris kompozitok feszültségmezéjének számításával foglalkozik. A rétegek között gyenge nyírókapcsolatot feltételezve a normál- és csúsztató feszültségek számítására több képletet mutat be, amelyek az ilyen rudak méretezésére közvetlenül felhasználhatók.

5. Gönczi D.; Ecsedi I.:

HŐFESZÜLTSEGEK SZÁMÍTÁSA ÜREGES HENGERES TESTEK BEN HŐMÉRSÉKLETTŐL FÜGGŐ ANYAGÁLLANDÓK ESETÉN 28

A tanulmány egy analitikus (egzakt) eljárást ismertet az üreges körhenger alakú testekben a mechanikai és hőterhelés hatására kialakuló elmozdulásmező és hőfeszültségek meghatározására. Az analitikus megoldás síkalakváltozási állapotra érvényes.

6. Bodnár I.:

TERMIKUS HULLADÉKKEZELÉSI TECHNOLÓGIÁK GAZDASÁGI ÉS GAZDASÁGOSSÁGI KÉRDÉSEI 33

Napjainkban a hulladékgyártásban négy termikus kezelési eljárást alkalmaznak: égetést, pirolízist, gázosítást és plazmatechnológiát. A tanulmány az egyes folyamatok gazdasági és gazdaságossági kérdéseivel foglalkozik. Az elemzés eredményei több esetben erősen eltértek a várakozástól.

7. Gáspár M.:

A HŐMÉRSÉKLETMEZŐ ELŐÁLLÍTÁSA NAGYSZILÁRDSÁGÚ ACÉLOK HEGESZTÉSÉNEK VÉGESELEMES MODELLEZÉSEKOR 37

Az újonnan kifejlesztett nagyszilárdságú acélok hegesztése a megszokottól eltérő technológiát igényel. A hegesztés során a hőhatásövezetben végbemenő folyamatok a repedésképződés és az elrögzedés veszélye miatt kritikusak. Szerző a hegesztési paraméterek legkedvezőbb értékének kiválasztásához végelelemes analízist javasol.

8. Fekete T.:

SZINKRON VÁLTAKOZÓ ÁRAMÚ HIDRAULIKUS HAJTÁS ÉS AZ EXCENTER MŰKÖDÉSI ELVE 43

Szerző ismerteti a hidraulikus hajtások típusait és a hajtások fő egységeit. A doktori programban a szinkron váltakozó áramú változótervező vizsgálatokat. Kísérleti célra merev és flexibilis vezetékes berendezést épített, amellyel elsőként az átviteli pa-paramétereket kívánja vizsgálni.

9. Kelemen L.; Szente J.:

DOMBORÍTOTT FOGFELÜLET ELEMZÉSE TENGELYKAPCSOLÓNÁL 47

A fogasgyűrűs tengelykapcsolókat elsősorban az egytengelyűségi eltérések kiegyenlítésére használják. Szerzők matematikai modellt mutatnak be a kapcsolóvonal és az elméleti hordkép meghatározására. A modell segítségével a szöghiba hordképre gyakorolt hatása elemezhető.

A HULLADÉK, MINT MÁSODNYERSANYAG ÉS MINT KIMERÍTHETETLEN MEGÚJULÓ ENERGIAFORRÁS

THE WASTE AS SECOND MATERIAL AND AS AN INEXHAUSTIBLE SOURCE OF RENEWABLE ENERGY

Bodnár István*

ABSTRACT

This paper presents the waste as second material and as an inexhaustible source of renewable energy. The wastes, depending on their composition, are suitable for the redemption of raw materials and fossil energy sources. However, their energy content depends on their origin and on time, and this change can be expressed with a mathematical equation. The thermic treatment processes, which transform the waste into big synthesis gas with energy content, make it possible to use them as an energy source. We may apply a different technical circular process, which will influence the energetics efficiency indicators significantly. The plasma technology and the burning of the synthesis gas in a gas engine seem to be the most efficient solution.

1. BEVEZETÉS

A hulladékok megújuló energiaforrásként való kezelése teljesen új fogalmat teremthet a hulladékgazdálkodásban. Bizonyos hulladékok energiatartalma megközelelti, sőt meg is haladja a fosszilis energiahordozók energiatartalmát mindemellett, velük ellentétben a hulladékok sosem fognak kimerülni. Napjaink pazarló életvitelének köszönhetően óriási hulladékpotenciállal rendelkezünk. Egy átlagos magyar ember naponta 1 kg hulladékot „termel”, amelynek legnagyobb része csomagolási hulladék. Az iparból naponta átlagosan 1,2 kg ehhez hasonló összetételű hulladék származik egy lakosra vonatkoztatva. Ezzel az Európai Unió középmezőnyébe tartozunk. Eddig úgy tekintettünk a hulladéokra, mint egy haszontalan ömlesztett anyaghalmoz, amitől minél hamarabb és minél egyszerűbben meg kell szabadulnunk. Ezért a legnagyobb részét vagy hulladéklarakókba, vagy hulladékégetőkbe szállítjuk, és ott ártalmatlanítjuk. A hulladék eredeti definíciója így fogalmaz: „a hulladék az ember mindennapi élete, munkája, gazdasági tevékenysége során keletkező, a keletkezés helyén feleslegessé vált, ott közvetlenül fel nem használha-

tó, különböző minőségű és halmazállapotú anyag, termék, maradvány, tárgy, leválasztott szennyezőanyag, szennyezett kitermelt föld, amelyet tulajdonosuk sem közvetlenül felhasználni, sem értékesíteni nem tud, és amelynek kezeléséről külön kell gondoskodni” [1].

Eszerint a hulladék egy teljesen felesleges anyaghalmoz, amivel nem lehet mit kezdeni. De mindannyian ismerjük azt a régi mondást, miszerint ami az egyik ember számára haszontalan, az egy másik számára valódi kincs. Mivel a hulladékok legnagyobb része újrahasznosítható ezért ezt a definíciót célszerűen módosítani kell. A hulladék hivatalos fogalma ettől rövidebb. A hulladékról szóló 2012. évi CLXXXV. törvény (2. § (1) bekezdésének 23. pontja) a következő módon definiálja a hulladékot: *bármely anyag vagy tárgy, amelytől birtokosa megválnak, megválni szándékozik vagy megválni köteles* [2];

Természetesen a jogszabály származási helyük, és veszélyességük szerint megkülönbözteti a hulladékokat, mint például biohulladék, háztartási hulladék, vagy éppen építési-bontási hulladék, azonban ezek definíciói sem tartalmazzák azt a pluszt, amit maga a hulladék jelenthet bizonyos iparágakban. Célszerűnek tartanám a hulladék fogalmának kiegészítését, mégpedig úgy, hogy csak azokat az anyagokat és tárgyakat tartalmazza, amelyeket a jelenleg ismert hulladékkezelési technológiák egyikével sem tudunk hasznosítani. Azok a komponensek, amelyek alkalmasak hasznosításra, kerüljenek ki a hulladék fogalomköréből és két új fogalom bevezetésével adjunk nekik új értelmet. Ennek megfelelően a hulladék új fogalma: *bármilyen olyan anyag vagy tárgy, amelytől birtokosa megválnak, megválni szándékozik vagy megválni köteles, és ami az ismert hulladékkezelési technológiák egyikével sem hasznosítható.*

Az anyagában hasznosítható komponensek csoportjának értelmezéséhez vezessük be a másodnyersanyag definícióját: *bármilyen olyan anyag vagy tárgy, amelytől birtokosa megválnak, megválni szándékozik vagy megválni köteles, és ami feldolgozás útján alkalmas anyagában történő hasznosításra.*

Az energiatermelésre alkalmas komponenscsoportokat pedig a másod-energiához néven definiáljuk: *bármilyen olyan anyag vagy tárgy, amelytől birtokosa*

* PhD hallgató, Miskolci Egyetem, Vegyipari Gépek Tanszéke

megválnak, megválni szándékozik vagy megválni köteles, és amely közvetlenül, vagy átalakítást követően energiatermelés céljából hasznosítható.

A három definíció kiegészíti egymást, ezért jelentős közöttük az átfedés. A hulladékgazdálkodásban zajló folyamatos kutatás és fejlesztés következtében egyre több alternatív technológia áll a rendelkezésünkre, amelyekkel hatékonyan tudjuk a hulladékainkat hasznosítani. Napjainkban olyan technológiák is ismertek, amelyekkel a korábban lerakóba került anyagok is hasznosíthatók. Bizonyos anyagkomponensek (például a csomagolási hulladékok) kémiai összetételük miatt egyaránt besorolhatók a másodnyersanyagok és a másod-energiahordozók közé. Természetesen az elsődleges célnak továbbra is az újrahasznosításnak kell lennie, és csak másodlagos legyen az energetikai célú hasznosítás, mert az újrahasznosításnak kisebb a környezetterhelése, mint az energetikai célú hasznosításnak. A háztartásokban keletkező hulladékok 100 %-ban újrahasznosíthatók, ezért ezt a csoportot célszerű kivenni a hulladék tárgyköréből. A műanyag, az üveg és a papír csomagolóeszközöket anyagukban tudjuk hasznosítani, és így másodnyersanyagként tekinthetők. Az ételmaradékok, a zöldségek és gyümölcsök héjai a fermentálás legjobb alapanyagai, így biogáz és talajjavító, műtrágyakiváltó előállítására alkalmazhatók. A szelektíven gyűjtött, illetve az ömlesztett hulladék szétválogatást követően visszavezethetők számtalan gyártási folyamatba, ennek köszönhetően igen jelentős mértékben lehet nyersanyagokat és fosszilis energiahordozókat kiváltani. Az igazi problémát jellemzően a veszélyes hulladékok, a veszélyes anyagokkal szennyezett csomagolóeszközök jelentik. Ezeket a veszélyességük miatt nem tudjuk anyagában hasznosítani, ez esetben a jogszabályok is az energetikai célú hasznosítást helyezik előtérbe.

2. HULLADÉKOK ÁTLAGOS ÖSSZETÉTELE ÉS ENERGIATARTALMA

A hulladékok összetétele a származási helytől és az évszaktól függően változik, eszerint a hulladék - fajlagos - energiatartalma a származási hely és az idő függvénye. Ennek megfelelően egy kétváltozós függvénynek tekinthető és a következő alakban írható fel (1. képlet):

$$e = e(\mathbf{k}, t) \left[\frac{MJ}{kg} \right] \quad (1.)$$

ahol: \mathbf{k} = a származási hely koordinátái (földrajzi szélesség és hosszúság),
 t = a keletkezésének időpontja

Abban az esetben, ha a begyűjtés helyszíne állandó, azaz a hulladék származási helye egy bizonyos terület, akkor a kétváltozós függvény egyváltozósra módosul,

mert a származási koordináta független változóvá válik. Ezt a megközelítést kiindulási feltételként rögzítenünk kell. Ekkor a módosított egyenlet a következő (2. képlet):

$$e = e(t) \left[\frac{MJ}{kg} \right] \quad (2.)$$

alakot veszi fel. A kezdeti feltétel pedig: \mathbf{k} = állandó

Ha a hulladék tömege: m , amely egy V térfogatba van zárva, amely térfogat függ az időtől $V = V(t)$, akkor az adott m tömegű hulladék energiatartalma, ami nyilvánvalóan ugyancsak függ az időtől (3. képlet):

$$E(t) = \int_m e(t) dm = \int_{V(t)} e(t) \cdot \rho dV \quad [MJ] \quad (3.)$$

alakban írható fel. Ha a $V(t)$ térfogatú hulladéktömeg Δt idő elteltével $V(t+\Delta t)$ térfogatú lesz, de a tömege továbbra is m marad és alkalmazva a tömegmegmaradás törvényét, akkor a hulladék energiatartalmának a teljes idő szerinti (szubsztanciális) megváltozása (4. képlet):

$$\frac{dE(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{V(t)} e(t) \cdot \rho dV = \int_{V(t)} \frac{\partial e(t)}{\partial t} \cdot \rho dV + \int_{A(t)} e(t) \cdot \rho \cdot (\mathbf{v} \cdot d\mathbf{A}) \quad (4.)$$

összefüggéssel írható fel. A d/dt differenciáloperátor a $V(t)$ térfogattal együttmozgó koordinátarendszerben vett időbeli teljes (szubsztanciális) deriváltat jelenti, amely egy lokális és egy konvektív tagból áll (5. képlet):

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \quad (5.)$$

A 4. képletben szereplő felületi integrálnak a Gauss-tétel segítségével történő átalakítása után a hulladék energiatartalmának szubsztanciális deriváltja egy másik kifejezéssel is felírható (6. képlet):

$$\frac{dE(t)}{dt} = \int_{V(t)} \left[\left(\frac{de(t)}{dt} + e(t) \cdot \text{div } \mathbf{v} \right) \cdot \rho \right] dV \quad (6.)$$

A függvény teljes idő szerinti deriváltja megadja a hulladék energiatartalmának időbeli változását. A lokális tag a hulladék energiatartalmának naptári idő szerinti változását, a konvektív pedig az átalakítási és a kezelési műveletek (beleértve a logisztikai, a mechanikai és a kémiai műveleteket is, amelyekben a hulladék a begyűjtését követően átesik) idő szerinti megváltozását fejezi ki. - Mindkét tag lehet pozitív és negatív is. - A függvény felvételével tervezhetőbbé válik a hulladékok

energetikai célú hasznosítására szolgáló erőművek teljesítményének és kapacitásának meghatározása. Ezzel nem csak költségmegtakarítást érhetünk el, hanem hatékonyabb lehet az erőforrás felhasználás és javulhat az erőmű kihasználtsága, mindemellett növekedhet a létesítmény nettó villamos- és hőhatásfoka, amely szintén gazdasági előnyhöz juttathatja az erőművet.

Mivel a másod-energiahordozóként hasznosítható hulladékokat tovább lehet osztályozni a származási helyük alapján, ezért az összetételük és az energiatartalmuk széles sávban mozog. A könnyebb érthetőség érdekében célszerű összehasonlítani a különböző típusú hulladékok és a fosszilis energiahordozók energiatartalmát (1. táblázat). Megfigyelhető, hogy az értéktartományok között jelentős átfedés található. Ez azt jelenti, hogy bizonyos hulladékok közvetlenül, egy az egyben alkalmasak bizonyos fosszilis energiahordozók kiváltására. Például a szilárd települési hulladék alkalmas a tőzeg, a lignit és a barnaköszén kiváltására. Az ipari szerves hulladék a barnaköszén és a fekete köszén kiváltására alkalmazható. A gumiabroncs hulladék a feketeköszén és az antracitot helyettesítheti. A biomassa fermentálása során átlagosan 40÷70 % metántartalmú biogáz keletkezik, amely a földgázt válthatja ki. Az új termikus hulladékkezelési technológiákkal pedig bármilyen típusú hulladékot át tudunk alakítani nagy energiatartalmú, gáz halmazállapotú energiahordozóvá, amely így könnyebben szállíthatóvá válik.

1. táblázat: Különböző típusú hulladékok és fosszilis energiahordozók energiatartalma [forrás: saját szerkesztés]

Hulladék és energiahordozó típusa	Energiatartalom [MJ/kg]
Települési szilárd hulladék	5,0÷16,8
Ipari szerves hulladék	14,0÷21,1
Gumiabroncs hulladék	24,83÷36,38
Biomassa	7,1÷18,92
Kőolaj	41,87÷48,15
Köszén	8,0÷32,7
Földgáz	45,6÷49,0

Példaként a szilárd települési hulladék összetételét szeretném bemutatni (2. táblázat), mert ez az a hulladéktípus, amelyet a legkönnyebben tudunk hasznosítani. Látható, hogy csak olyan összetevőket tartalmaz, amelyek teljes mértékben újrahasznosíthatók akár anyagukban, akár átalakítás nélkül. Ahhoz, hogy „újtermékek” legyenek belőlük legelső lépés, hogy szelektíven gyűjtjük be őket. Ha erre nincs lehetőség, akkor pedig az ömlesztve begyűjtött hulladékot szét kell válogatni. Ez azonban meglehetősen költséges megoldás. A szétválogatás megtörténhet kézi munkaerővel, vagy gépesítve [6]. A kézi szétválogatás előnye, hogy új munkahelyeket teremt, hátránya viszont a rossz higiéniai viszonyok,

a fertőzésveszély, a gyakori megbetegedések veszélye. Ha viszont nem szeretnénk szétválogatni az ömlesztve begyűjtött hulladékot, akkor energiatermelés céljából hasznosíthatjuk. Ez kevésbé jó megoldás, hiszen itt jelentős légszennyezőanyag kibocsátásával kell számolnunk, amely nagy mértékben terheli a környezetet. De legalább fosszilis energiahordozót vált ki és így nézve lehet, hogy egységnyi energia előállításánál csökkenhet a károsanyag-kibocsátás, ezért szükségesnek tartom életciklus elemzés felhasználásával összehasonlítani a hulladékártalmatlanító erőműveket és a hagyományos fosszilis energiahordozókat tüzelő erőműveket!

A kiválasztott hulladék egy hazai nagyvárosból származik, amelynek energiatartalma 9 MJ/kg. Összetételét és energiatartalmát tekintve ez megközelítőleg az országos átlagával megegyező. A mintavétel minden település esetében 2006 tavaszán történt [3].

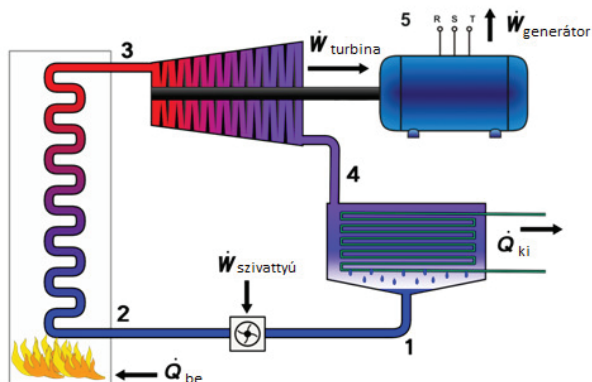
2. táblázat: Települési szilárd hulladék átlagos összetétele [3]

Alkotó	Tömeghányad [%]		
	Nagyváros	Kisváros	Országos átlag
Biológiai	11,16	13,62	13,19
Papír	13,23	6,30	7,05
Karton	2,58	1,36	2,05
Komposzt	1,18	0,97	1,07
Textil	3,02	3,87	2,88
Higiéniai	2,94	3,53	3,90
Műanyag	15,42	13,92	12,73
Egyéb éghető	3,61	9,16	3,15
Éghetetlen	2,27	16,08	5,01
Üveg	3,47	4,25	4,67
Fém	3,63	4,56	3,38
Veszélyes	0,54	1,27	0,69
Finom szemcsés	36,95	21,11	40,23

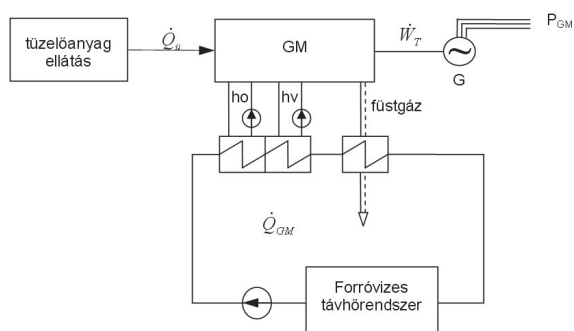
3. HULLADÉKOK ENERGIASHORDOZÓKÉNT TÖRTÉNŐ HASZNOSÍTÁSA

A hulladékok energiahordozóként történő hasznosítására szolgálnak a termikus hulladékkezelési technológiák. A legegyszerűbb megoldás a hulladékok szabályozott körülmények közötti - hagyományos - elégetése. Ez esetben egy erre a célra megfelelően kialakított melegvíz-, vagy gőzkazánban, elégetjük a hulladékot és a keletkező hőt fűtési, hűtési vagy villamosenergiatermelés céljára használjuk. Mivel Rankine- Clausius-körfolyamat valósul meg, ezért a villamos hatásfok kisebb, mint 20 %, a hőhatásfok pedig átlagosan 65 %. A körfolyamat elvi sémáját az 1. ábra szemlélteti. Ezzel ellentétben az új termikus technológiák első lépésként átalakítják a hulladékot, nagy energiatartalmú haszontermékké [4]. Pirolízis esetén pirokoks, pirololaj és

pirogáz keletkezik, amelyek alkalmasak a kőszén, a kőolaj és a földgáz kiváltására. Gázosítás és plazmatechnológia esetén szintézisgáz keletkezik, amely ugyancsak alkalmas a földgáz kiváltására. A pirolízisnél keletkező pirokokszot vagy kazánban égetjük el és a már említett módon termelünk belőle energiát, vagy egy másik termikus kezelési eljárással (gázosítás, plazmatechnológia) szintén éghető gázzá alakítjuk [5]. A pirolízist ugyan olajtüzelésű erőműben, vagy dízelmotorban lehetne energiatermelésre használni, de környezetvédelmi szempontok miatt ez kevésbé tűnik jó megoldásnak. Azonban tisztítással és rektifikálással alkalmasá tehető dízel üzemanyagok kiváltására, így a közlekedésben kaphatna jelentős szerepet. A legkisebb környezeti kockázatot az ipari, vagy kenőolajként való hasznosítása jelentené. A pirogáz és a szintézisgáz gázkazánban, gázmotorban, vagy gázturbinában történő elégetésével tudunk energiát előállítani [4], [14]. A gázmotoros megoldás villamos energetikailag és környezetvédelmi szempontok szerint is hatékonyabb megoldás. Diesel- körfolyamat révén (2. ábra), a villamos hatásfok általában 40%, a hőhatásfok pedig 45% [7].



1. ábra: Gőzkazánnal és gőzturbinával megvalósított kapcsolt energiatermelés elvi sémája [11]



2. ábra: Gázmotorral megvalósított kapcsolt energiatermelés elvi sémája [12]

A gázmotoros kapcsolt energiatermelés napjainkban egyre divatosabbá vált (3. ábra). Az egységeket a 2000-es évek elején telepítették a távhőt szolgáltató létesítményekben. Azonban a mai földgázárak mellett,

valamint a földgázból kapcsoltan termelt villamos energia kötelező átvételi árának a támogatottak köréből való kikerülése óta, ezek az erőművek nem gazdaságos megoldások, nagy a megterülesi idejük [15].



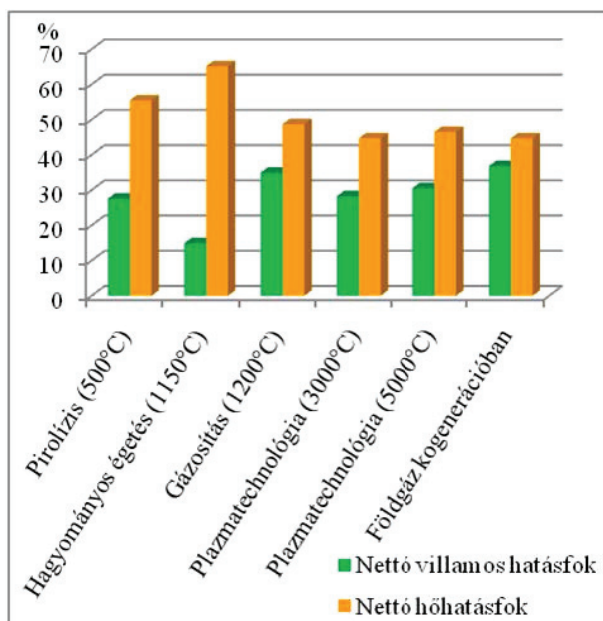
3. ábra: Földgáztüzelésű gázmotorral megvalósított kapcsolt energiatermelő egység [11]

A hulladékból termelt szintézisgázok hasznosítására energetikai hatékonyság alapján ez a technológia tűnik a legjobbnak. Ráadásul jelenleg a hulladékból kapcsoltan történő energiatermelés a támogatott körbe tartozik, ezért az így termelt villamos energiát kötelező emelt áron átvennie az áramszolgáltatónak [10], [16].

A termikus hulladékkezelési technológiáknál nem csak azt célszerű megvizsgálni, hogy milyen villamos teljesítményű hulladékhasznosító üzemeltetést kell építeni adott hulladék-kapacitás esetén, és nem is csak azt, hogy milyen hatékonysággal tudjuk a hulladékot energiává alakítani, hanem azt is, hogy egységnyi tömegű hulladékból mekkora mennyiségű a kinyerhető hasznos energiamennyiség. Az energetikai hatékonyság százalékos értéke gyakran félrevezető, mert csak azt mutatja meg, hogy a bevitt energia hány százaléka nyerhető ki, és hasznosítható (3. táblázat, 4. ábra).

3. táblázat: A vizsgált technológiák nettó villamos-, hő- és eredő hatásfoka [forrás: saját számítás]

Technológia	η_n villamos [%]	η_n hő [%]	η_n eredő [%]
Pirolízis (500 °C)	27,60	55,50	83,10
Hagyományos égetés (1150 °C)	14,93	65,17	80,10
Gázosítás (1200 °C)	34,96	48,72	83,68
Plazmatechnológia (3000 °C)	28,31	44,74	73,05
Plazmatechnológia (5000 °C)	30,55	46,47	77,02
Földgáz kogenerációban	36,80	44,70	81,50



4. ábra: A vizsgált technológiák nettó villamos- és hőhatásfoka [forrás: saját számítás]

Ezzel ellentétben az egységnyi tömegű hulladékból termelt hasznos energiamennyiség, azt mutatja meg, hogy egységnyi tömegű hulladékból ténylegesen mekkora mennyiségű hasznos energiát kaphatunk. Erre mutat példát a 4. és az 5. táblázat. Előfordulhat, hogy egy technológiának kisebb a százalékosan kifejezett nettó villamos hatékonysága, de egy kg tömegű hulladékból ennek ellenére is több energiát tudunk kinyerni és hasznosítani, mint egy másik nagyobb hatásfokú technológiánál [8]. Erre a plazmatechnológia a legjobb példa. A nettó hatásfoka ugyan kisebb, mint a gázosítási technológiának, de a fajlagos energiamutatója nagyobb. Ugyanez figyelhető meg a referencia erőművel való összehasonlításnál is. Ennek oka a technológiai sajátosságokban és az alkalmazott segédgázokban rejlik.

4. táblázat: Egységnyi tömegű hulladékból termelt nettó, hasznosítható villamosenergia-mennyiség [forrás: saját számítás]

Technológia	Villamos energia	
	[MJ _e]	[kWh _e]
Pirolízis (500 °C)	6,28	1,74
Hagyományos égetés (1150 °C)	1,92	0,53
Gázosítás (1200 °C)	7,56	2,10
Plazmatechnológia (3000 °C)	18,35	5,10
Plazmatechnológia (5000 °C)	47,31	13,14
Földgáz kogenerációban	18,53	5,15

Mivel a pirolízisnél nem alkalmaztunk segédgázt, mert a pirolízis az oxigén teljes kizárása mellett lejátszódó hőbontási folyamat, ezért a keletkező pirogáz éghető gázokban dús gázelegy. A pirokoks nagy szén-

tartalmú szilárd maradék, a piroolaj pedig szénhidrogén származék, amelyek így alternatív energiahordozó.

5. táblázat: Egységnyi tömegű hulladékból termelt nettó, hasznosítható hőenergia-mennyiség [forrás: saját számítás]

Technológia	Hőenergia	
	[MJ _e]	[kWh _e]
Pirolízis (500 °C)	8,97	2,49
Hagyományos égetés (1150 °C)	7,20	2,00
Gázosítás (1200 °C)	10,80	3,00
Plazmatechnológia (3000 °C)	29,48	8,19
Plazmatechnológia (5000 °C)	85,16	23,66
Földgáz kogenerációban	23,82	6,62

A gázosításnál ugyan levegő volt a gázosító közeg, de a mennyisége közel harmada a tökéletes égéshez szükséges mennyiségnek. A plazmatechnológiák esetén pedig vízgőz (3000 °C hőmérsékleten), valamint oxigén és szén-dioxid (5000 °C hőmérsékleten) megfelelő arányú keveréke volt a gázosító közeg. A gázosító közeg szerepe a keletkező szintézisgáz energiatartalmában jelentkezik. A helyesen megválasztott segédgáz akár 60 százalékkal is növelheti a gáztermék energiatartalmát, ezért minden esetben célszerű megvizsgálni az ártalmatlanítani kívánt hulladékot, és a kémiai összetétele alapján kell kiválasztani a segédgázt, valamint meghatározni annak szükséges mennyiségét az energiamaximum elérésének érdekében [9].

Annak ellenére, hogy a plazmatechnológiával üzemelő hulladékhasznosító erőművek villamos hatásfokai kisebbek, mint a referencia erőműé, egységnyi tömegű hulladékból megközelítőleg ugyanannyi, vagy több energiát lehet velük előállítani. Ezek alapján a plazmatechnológiával üzemelő hulladékhasznosító erőművek alkalmasak a földgáz üzemű gázmotoros erőművek kiváltására energetikai hatékonyság szempontjából.

4. „HULLADÉKBÓL ENERGIÁT” TECHNOLÓGIÁK ÉLETCIKLUS-ELEMZÉSE

Az életciklus-elemzést világszerte több évtizede sikerrel alkalmazzák döntéstámogató módszerként. Magyarországon az utóbbi évben ismerték el fontosságát. Elsősorban az energiaiparban és a gyártóiparban alkalmazzák termékek, technológiák és szolgáltatások értékelésére [13]. De egyre nagyobb szerepet kap a hulladékgazdálkodásban is. A hulladékok energetikai célú hasznosítására szolgálók (WtE, Waste to Energy: hulladékból energiát) technológiák életciklus-elemzése lehetőséget ad arra, hogy megbecsüljük és számszerűsítsük a technológiák környezetre gyakorolt hatását. Az elemzéssel kapott környezeti hatáskategóriák értékeinek felhasználásával a különböző technológiák összehasonlíthatóvá

válnak és így az adott hulladékáramra vonatkozóan kiválasztásra kerülhet a lehetséges legjobb technológia környezetvédelmi szempontból. A vizsgálati környezeti hatáskategóriák megnevezéseit és az elemzés jellemezőit a 6. táblázat foglalja össze. Az értékelést az MSZ EN ISO 14040:2006 szabvány alapján életciklus-elemző szoftver segítségével végeztem el. Minden technológiát normál üzemi körülmények között (stacionárius állapot) vizsgáltam. Mivel az új termikus technológiák haszonterméke az éghető szintézisgáz, amivel földgázt szeretnék kiváltani, ezért referenciaértékként az földgázüzemű gázmotoros erőművet tekintettem. Az így kapott eredményeket a 7. és a 8. táblázat tartalmazza.

6. táblázat: A vizsgálati környezeti hatáskategóriák, a rendszerhatár, az értékelési módszer, és a funkcionális egység [forrás: saját szerkesztés]

Környezeti hatáskategóriák		
Rövid jel	Megnevezés	Mértékegység
HTP	Humán Toxicitási Potenciál	kg DCB-egyenérték
GWP	Globális felmelegedési Potenciál	kg CO ₂ -egyenérték
ODP	Ózonréteg elvékonyodás	kg R11-egyenérték
AP	Savasodási Potenciál	kg SO ₂ -egyenérték
EP	Eutrofizációs Potenciál	kg Foszfát-egyenérték
POCP	Fotokémiai Ózonképződési Potenciál	kg Etilén-egyenérték
Rendszerhatár A hulladék erőműben történő feladásától a keletkező végtermékek kezeléséig.		Értékelési módszer: CML 2001, 2010. novemberi Funkcionális egység: 1 kWh villamos energia

7. táblázat: Vizsgált technológiák környezeti hatáskategória értékei [forrás: saját számítás]

Technológia	HTP	GWP	ODP
Pirolízis (500 °C)	1,83E-01	4,37E-01	9,08E-04
Hagyományos égetés (1150 °C)	9,88E-01	2,45E-01	3,47E-05
Gázosítás (1200 °C)	9,71E-02	1,70E-01	7,02E-12
Plazmatechnológia (3000 °C)	1,14E-03	2,60E-02	1,26E-09
Plazmatechnológia (5000 °C)	3,56E-05	4,95E-03	1,73E-11
Földgáz kogenerációban	5,64E-05	8,33E-02	5,45E-11

A kapott eredményeken megfigyelhető, hogy a kisebb hőmérsékleten végzett pirolízis kiugróan magas értéket képvisel a globális felmelegedésre gyakorolt hatás (GWP), az ózonréteg elvékonyodását (ODP) és a savasodást okozó gázok kibocsátásának (AP) tekintetében egyaránt. A földgázüzemű gázmotoros erőműhöz viszonyítva is gyengén teljesít. A hőmérséklet növelésével ezek az értékek csökkenthetően. Kivételt az emberi szervezetre gyakorolt toxikus hatás (HTP), az eutrofizációs potenciál (EP) és a fotokémiai ózonképződési potenciál (POCP) jelent, ahol a legrosszabb értéket a hagyományos égetéses technológia eredményezte. Ez utóbbi hatáskategória kivételével, ahol a referenciaérték a legrosszabb, a vizsgált pirolízis és a hagyományos égetéses technológiák környezetvédelmi szempontból nem alkalmas a földgáz üzemű gázmotoros erőmű kiváltására.

8. táblázat: Vizsgált technológiák környezeti hatáskategória értékei [forrás: saját számítás]

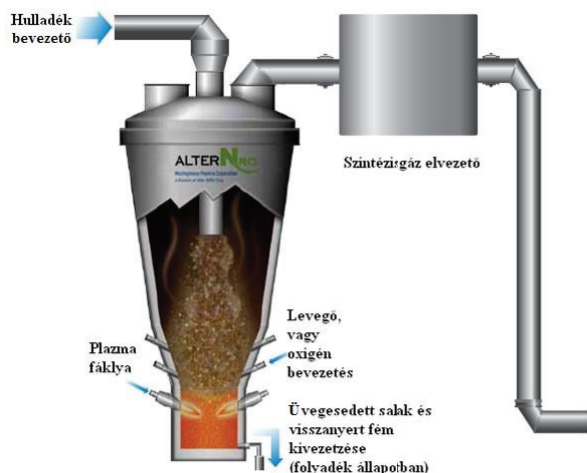
Technológia	AP	EP	POCP
Pirolízis (500 °C)	1,07E-01	1,91E-02	3,39
Hagyományos égetés (1150 °C)	8,97E-02	2,34E-02	7,19
Gázosítás (1200 °C)	3,08E-02	8,00E-03	2,88E-02
Plazmatechnológia (3000 °C)	1,39E-04	1,78E-05	2,51E-02
Plazmatechnológia (5000 °C)	5,30E-06	6,96E-06	2,31E-03
Földgáz kogenerációban	1,78E-04	2,46E-05	8,73

A gázosítási technológiára kapott értékek jellemzően a referencia értékekhez közel helyezkednek el. A legkedvezőbb eredményeket a plazmatechnológiát alkalmazó hulladékhasznosító erőműveknél tapasztaltam. A 5000 °C hőmérsékleten végzett plazmatechnológia minden környezeti hatáskategória tekintetében jobb, mint a földgázüzemű gázmotoros erőmű. Ezek alapján elmondható, hogy a hulladékok plazmatechnológiával történő energetikai célú hasznosítása környezetvédelmi szempontból alkalmas a földgázüzemű gázmotoros erőmű kiváltására.

5. PLAZMATECHNOLÓGIA, MINT ENERGIA-SŰRŰSÉGNÖVELŐ MÓDSZER

A plazmatechnológia energia-sűrűsége-növelő módszerként való alkalmazása nem újdonság, 1963-as megalkotása óta az USA-ban és egyes ázsiai országokban előszeretettel alkalmazzák, jellemzően biomassza, és

települési szilárd hulladék esetén [17]. A plazmatechnológia legfontosabb egysége a plazmareaktor, amely tulajdonképpen nem más, mint egy nyomástartó edény. Egy harmadik generációs plazmareaktor (Alter NRG Corp.) elvi felépítését és működését az 5. ábra szemlélteti. A reaktor alakja rendszerint a tervező és gyártó cégtől függ, azonban minden esetben három jól elhatárolható térrészre osztható és lefelé szűkülő. A felső térrész a gázgyűjtő rész, amely térfogata a reaktor térfogatának több mint a kétharmadát teszi ki.



5. ábra: Plazmareaktor felépítése és működése [forrás: Alter NRG Corp.]

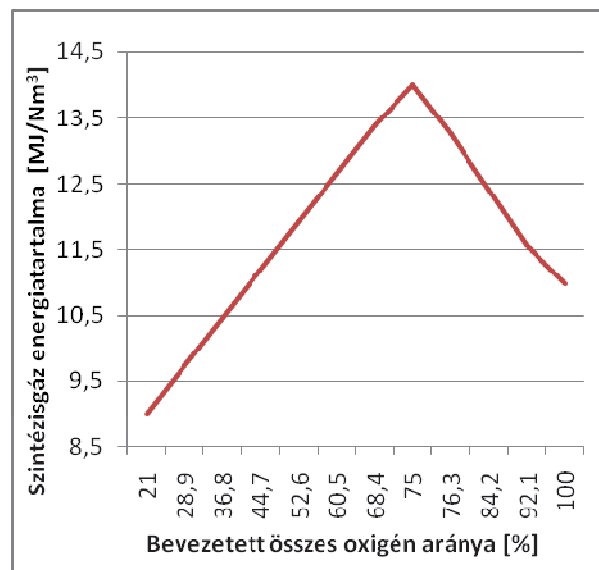
A középső rész a hulladéktér, amely fogadja a feladott hulladékot és a felszálló szintézigáz felhasználásával azt előmelegíti. A segédgáz bevezető csonkjai is itt helyezkednek el. A segédgáz előmelegítéséről a szintézigáz gondoskodik. A harmadik térrész az olvad salak gyűjtésére szolgál. A plazmafáklya, amely nem más, mint két darab villamos elektród, a salakgyűjtő rész felső részén helyezkedik el. A villamos ív hatására az ívtérben elhelyezkedő hulladék kémiai alkotórészeire bomlik és a megmaradási törvényeknek megfelelően olyan kémiai vegyületekké állnak össze, amelyek egy része gáz fázisban távozik, maradék része pedig olvadt állapotban hagyja el a reaktort. A keletkező szintézigáz hidrogénben és szén-monoxidban gazdag, amely így energiahordozóként hasznosítható. Az alkalmazott segédgáz összetétele és mennyisége az ártalmatlanítani kívánt hulladék kémiai összetételétől, első sorban annak hidrogén- és szénvegyület tartalmától függ. A segédáramok megválasztásánál az energiamaximumra kell törekedni, ez akkor következik be, ha a keletkező szintézigásznak maximális a H_2 és CO_2 tartalma.

Végezetül szeretném megmutatni, hogy hogyan alakul annak a szintézigásznak az energiatartalma, amely szilárd települési hulladék plazmatechnológiával történő ártalmatlanítása során szabadul fel. A 9. táblázatban és a 6. ábrán szemmel látható a különbség, hogy ha a levegőt elkezdjük tiszta oxigénnel keverni, akkor egy ideig növelhető az energiatartalom, de egy ponton túl az

energiatartalom újra csökkenni kezd. Ez akkor következik be, ha túl sok az oxigén a plazmareaktorban, ugyanis ekkor az oxigénfelesleg miatt a szén-monoxid elkezd átalakulni szén-dioxiddá, ami már nem éghető, és így ballasztként fog viselkedni a szintézigásban.

9. táblázat: Szintézigáz energiatartalmának alakulása a segédgáz összetételének a függvényében [forrás: saját számítás]

Szintézigáz energiatartalma [MJ/kg]	Segédgáz összetétele [%]		
	Levegő	Tiszta O_2	O_2 arány
9,00	100	0	21,0
9,73	90	10	28,9
10,46	80	20	36,8
11,19	70	30	44,7
11,93	60	40	52,6
12,66	50	50	60,5
13,39	40	60	68,4
13,27	30	70	76,3
12,42	20	80	84,2
11,56	10	90	92,1
10,98	0	100	100
Optimum			
14,01	31,65	68,35	75,0



6. ábra: Szintézigáz energiatartalmának változása a segédgázzal bevezetett összes oxigén arányának függvényében [forrás: saját számítás]

Annak ellenére, hogy a technológia igen jelentős mennyiségű villamos energiát igényel a működéséhez (akár a megtermelt egyharmadát), mégis energia visszanyerési folyamat. A technológia alkalmazása a hulladékgazdálkodásban és az energetikában még várat magára, de a következő évtizedekben várható elterjedése.

6. ÖSSZEFOGLALÁS

A hulladék az emberi tevékenységek során keletkezik, ezért folyamatosan újratermelődik, így kimeríthetetlen, megújuló energiaforrásnak is tekinthető. Az összetételüktől függően vagy anyagukban, vagy energiahordozóként hasznosíthatók. Természetesen törekednünk kell arra, hogy a lehető legnagyobb részük újrahasznosításra kerüljön, mert azzal nem csak nyersanyagokat lehet kiváltani, hanem csökkenteni lehet a környezetkockázati tényezőjüket is. Mivel összetételük folyamatosan változik, ezért az energiatartalmuk is függ az időtől, és a helytől, amik az ismert fizikai törvényszerűségek figyelembevételével egyértelműen megfogalmazhatók. Abban az esetben, ha a származási helyüket állandónak tekintjük, a helytől való függőségüket független változóként vehetjük figyelembe, és így az energiatartalmuk már csak az idő függvénye. Energiahordozóként történő hasznosításukra szolgálnak a termikus ártalmatlanítási technológiák, amik közül környezetvédelmi szempontok és energetikai hatékonysági paraméterek alapján kiemelkedik a plazmatechnológia. Nem csak egymáshoz viszonyítva, hanem a földgázüzemű gázmotoros erőműhöz képest is kedvezőbb eredményeket kaptunk, első sorban a környezetvédelmi hatáskategóriák tekintetében. Ugyan a százalékban kifejezett villamos hatásfokok tekintetében mintegy 20 %-kal kedvezőtlenebb értékeket kaptam, ennek ellenére az egységnyi tömegű hulladékból e technológiánál lehet a legtöbb hasznos energiamennyiséget kinyerni. Ezek alapján elmondhatom, hogy a plazmatechnológia megoldást nyújthat a hulladékgazdálkodásban jelentkező problémákra.

7. KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

„A tanulmányban ismertetett kutató munka a TÁMOP-4.2.2/B-10/1-2010-0008 jelű projekt részeként – az Új Magyarország Fejlesztési Terv keretében – az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.”

8. FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] Fenntartható mezőgazdasági rendszerek és környezettechnológia. Szaktudás Kiadó Ház ZRt. 2008, aktualizálva 2010.
- [2] A hulladékról szóló 2012. évi CLXXXV. törvény.
- [3] FAITLI J., CSÖKE B., LÁSZLÓ T., GYÖRFI A., KECSKÉS Á., BURAI L., ÁGOSTON CS., BÉRES A., NAGY GY.: Települési szilárd hulladék összetételének vizsgálata. Műszaki szakértői tanulmány, Miskolci Egyetem, 2006.
- [4] HOGG R.: Energy from waste by pyrolysis and gasification the experience and performance of an

operational plant. Proceedings of the International Conference on Sustainable Solid Waste Management, Chennai, India, pp. 385-392. 2007.

- [5] HILL T. & DOWEN S.: Pyrolysis and gasification, Briefing (Draf 2), UK Without Incineration Network (UK WIN). Available electronically at <http://uk.org.uk>. 2010.
- [6] A hulladékgazdálkodásról szóló 2000. évi XLIII. törvény módosításáról 2012. évi XXVIII. törvény
- [7] BODNÁR I.: Vegyipari hulladékok termikus ártalmatlanításának vizsgálata és az optimális technológia kiválasztását elősegítő módszer bemutatása. A „Tudományos Próbpálya” című VI. PhD Konferencia. Elektronikus kiadvány. 2013. pp. 256-265.
- [8] MANNHEIM V., BODNÁR I.: Hulladékkezelési eljárások környezetterhelési és energiahatékonysági vizsgálata. Energiagazdálkodás. 54. évf. 3. sz. 2013. pp. 8-11.
- [9] BODNÁR I.: Növényvédőszer hulladékok termikus kezelési eljárásainak összehasonlítása. Doktoranduszok Fóruma, Miskolci Egyetem, Gépészmérnöki és Informatikai Kar szekciókiadványa. 2012. pp. 12-17.
- [10] BÜKKI G., SZEDERKÉNYI S.: EU-direktíva a kapcsolt energiatermelésről. Magyar Energetika. 9. évf. 5. szám. 2002, pp. 45-48.
- [11] GRÓF GY., KÖNCZÖL S.: Gázmotoros kapcsolt hő- és villamos-energiatermelés. Háttér tanulmány az üzemeltetési ajánlás kidolgozásához. 2008.
- [12] ŐSZ J.: Kapcsolt hő- és villamosenergia-termelés. Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Oktatási segédlet. 2011.
- [13] BILITEWSKY B., HÄRDTLE G., MAREK K., WEISSBACH A., BOEDDICKER H.: Waste Management. Verlag Springer, Berlin, Germany. 1994.
- [14] HELSEN L, BOSMANS A.: Waste-to-Energy through thermochemical processes: matching waste with process. Proceedings of the International Academic Symposium on Enhanced Landfill Mining, Houthalen-Helchteren, Belgium, pp. 133-180. 2010.
- [15] A megújuló energiaforrásból vagy hulladékból nyert energiával termelt villamos energia, valamint a kapcsoltan termelt villamos energia kötelező átvételéről és átvételi áráról szóló 389/2007. (XII. 23.) Korm. rendelet módosításáról a 320/2012. (XI. 14.) Korm. rendelet.
- [16] A megújuló forrásokból előállított energia részarányának kiszámítási módszertanáról 1/2012. (I. 20.) NFM rendelet
- [17] YOUNG G. C.: Municipal solid waste to energy conversion processes: Economic, technical, and renewable comparisons. John Wiley & Sons, Inc., New Jersey. 2010.

BÚZASZALMA PÖRKÖLÉSE VÁKUUMINDUKCIÓS KEMENCÉBEN

TORREFACTION OF THE WHEAT STRAW IN VACUUM INDUCTION FURNACE

Szamosi Zoltán^{*}, Ferenczi Tibor^{**}, Dr. Harcsik Béla^{***}

ABSTRACT

This paper's goal is to present possibilities of torrefaction in vacuum. In that first researching step we would like to ensure ourselves this technology is a working technology and we can increase the heating value of the agricultural residues. The torrefaction is a three stepped heat treating process, we use vacuum because the generating pyrolysis gases easily usable if we do not need to clean or separate from the other inert gases. The first results are: the heating value of the biomass can increase, and the torrefied wheat straw is incineratable well.

1. BEVEZETÉS

Magyarországon a mezőgazdasági termelés során sok olyan anyag keletkezik, mely a mezőgazdaság számára kevésbé értékes, alig hasznosítható a keletkező formájában. Gondoljunk a búza szalmájára, mely egy része aratás, illetve bálázás után, alomként hasznosul, de a keletkező szalma mennyiségnek csupán harmadát hasznosítják állattartáshoz. A szalma fennmaradó részét, mivel a szántó melletti elégetése szigorúan törvényileg szabályozott, ezért a gazdák aratás közben szecskázzák, majd lebontó baktériumokkal és nagy mennyiségű nitrogén alapú műtrágyával együtt beszántják a földbe [1].

A mezőgazdasági hulladékok, és általában a biomassza használatának egyik akadálya az energiasűrűség kicsiny volta. Az energiasűrűség egységnyi tömegre vagy térfogatra vonatkoztatott energiatartalom, mely növelésével gazdaságossá illetve gazdaságosabbá tehető a biomassza szállítása és felhasználása.

A kutatás célja megvizsgálni, hogy a mezőgazdasági hulladékok és melléktermékek fűtőértékének növelése lehetséges-e vákuumban történő pörköléssel.

Irodalomkutatás során találtunk olyan technológiai leírásokat, melyeket már alkalmaznak a tüzelőanyagok fűtőértékének növelésére a pörkölést. Inert gázokkal (mint hőközlő közeg) fűrészporra, faforgácsra [2], illetve már alkalmazzák az eljárást búzaszalmára is

[3]. A kezelés során, mint minden száraz leparlásnál, keletkeznek éghető gázok, mivel az illó gázok távozása megindul 200 °C-nál. Ezek az illó gázok többnyire szénhidrogének, melyek éghetőek. Ezért a vákuumos technológia előnyösebb, mert a képződő, gyúlékony gázokat is hasznosítani lehet, ami a gyártási folyamat energetikai mérlegét kedvezően befolyásolja.

A szakirodalmi kutatás során a megvizsgált eljárások során [4] a hemi-cellulóz tartalmú anyagok térfogatát/tömegét csökkentik, és fűtőértékét növelik, így az energiasűrűség akár 20%-kal is megnő.

A vizsgálatok során az 1. táblázatban összefoglalt technológiai paramétereket kívántuk megvalósítani:

1. táblázat:

A pörkölési technológia paraméterei

Paraméter	Érték
Pörkölési hőmérséklet	290 – 300 °C
Pörkölőtéri nyomás	0,1 mbar
Tartózkodási idő	5 min

A Miskolci Egyetem Metallurgiai és Öntészeti Intézetében rendelkezésre álló vákuumindukciós kemence szabad kapacitását kihasználva lehetőségünk adódott kipróbálni a technológia működését. Arra kerestük a választ, hogy a búzaszalma pörkölése vákuumban növeli-e a tüzelőanyag fűtőértékét.

2. DIFFERENCIÁL TERMOGRAVIMETRIAI ELEMZÉS

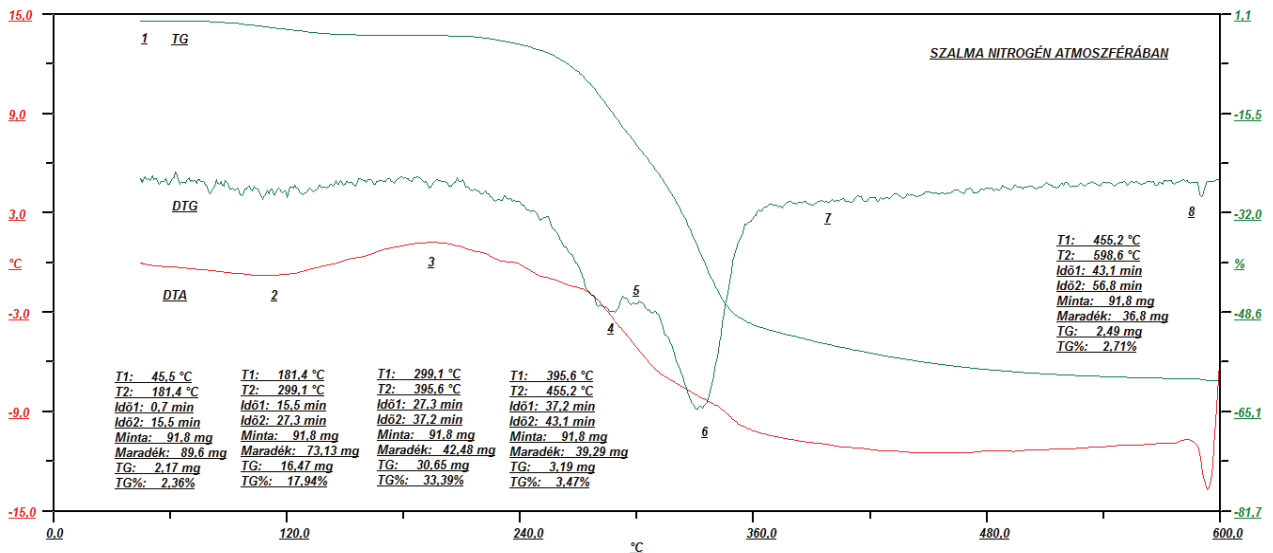
A derivatográfia a termikus elemzések közé tartozik. A termikus elemzések a vegyületekben, illetve többkomponensű rendszerek esetében a vegyületek között hő hatására végbemenő kémiai reakciók vagy fizikai átalakulások vizsgálatára szolgálnak [6].

A derivatográfus vizsgálatot elvégeztük nitrogén atmoszférában (1. ábra), melynek eredménye három görbe. A három görbe, TG (Termogravimetria), DTG (Differenciál Termogravimetria) és a DTA (Differenciál-Termikus Analízis). A TG görbe a tömegváltozást mutatja a hőmérséklet emelés hatására. A DTG a TG görbe deriváltja tulajdonképpen, az ún. differenciál termogravimetrikus görbéje. Ahol a TG

^{*} Doktorandusz, Miskolci Egyetem, Vegyipari Gépek Tanszéke

^{**} Mérnök tanár, Miskolci Egyetem, Metallurgiai és Öntészeti Intézet

^{***} Tudományos segédmunkatárs, Miskolci Egyetem, Metallurgiai és Öntészeti Intézet



görbének inflexiós pontja van ott a DTG-nek csúcsa. A DTA görbe pedig azt a hőmennyiséget mutatja meg, amely a minta felmelegítése illetve hevítése esetén a hőtartalom változással járó fizikai és kémiai változások miatt felszabadul, illetve elnyelődik a vizsgálati rendszerben. A kapott görbe a minimuma felé, endoterm míg a maximuma felé haladva, exoterm folyamatokra utal [7].

A derivatogram görbét kiértékelve nyert adatokat a 2. táblázatban foglaltuk össze:

	Hőmérséklet T, °C	Tömegváltozás TG, %	Hőmérséklet különbség DTA, °C	Tömegváltozás sebessége DTG
1	45	-0,03	-0,037	-0,014
2	112	-1,13	-0,762	-0,276
3	195	-2,45	+1,223	-0,009
4	286	-14,91	-3,184	-3,971
5	294	-18,34	-4,323	-3,572
6	331	-37,49	-8,039	-6,912
7	395	-53,73	-10,940	-0,640
8	600	-59,64	-10,788	-0,073

2. Táblázat:

A minta derivatogramjának jellemző pontjaihoz tartozó értékek

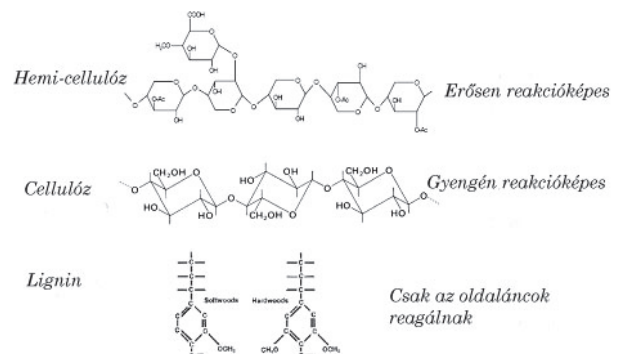
Az ábráról megállapítható legfontosabb jellemzők:

1. a legintenzívebb nedvesség eltávozásának hőmérséklete: 112 °C,
2. a száradás befejeződésének hőmérséklete: 195 °C,
3. az illók kiválásának kezdőhőmérséklete: 195 °C,
4. az illók leggyorsabb kiválásának hőmérséklete: 331 °C,
5. az illók kiválásának véghőmérséklete: 420 °C,
6. a hőkezelés véghőmérséklete: 600 °C.

3. A FŰTŐÉRTÉK NÖVEKEDÉSÉNEK MAGYARÁZATA

A növények sejtfalát felépítő poliszaharidok a lignin, a cellulóz és a hemi-cellulóz (1. ábra). Az összes növény különböző arányban tartalmazza a felsorolt alkotókat.

A pörkölés egy háromlépcsős hőkezelési technológia, mely egy hevítési, egy hőntartási és egy lehűlési fázisból áll.



1. ábra:

A növényi sejtfalat alkotó poliszaharidok

A reaktor belsejében a hevítési fázisban először a minta nedvessége párolog el, majd a kötött víz is eltávozik. Amikor a hőntartási fázist elérjük és a rendszer 280 °C-t eléri, a hemi-cellulóz depolimerizálódik, azaz a hemi-cellulóz polimer monomerré visszaalakul, lebomlik, megváltozik az anyag C/O aránya. Továbbá dehidratációs folyamat is megindul, mint minden polimer esetén, aminek következtében a lignin oldalláncain található „OH” csoportok lebomlanak, amely a kezelés utáni víztaszító tulajdonságért felel. [2]

A 3. táblázatban bemutatjuk a technológia során keletkező termékeket.

Gáz fázis	Folyadék fázis	Szilárd fázis
H ₂ , CH ₄ , CO, CO ₂ , C _x H _y , aromások	Savak, ketonok, furanok, alkoholok, terpének, kátrány, fenolok, víz	Elszenesedett növényi részek, új szerkezetű cukrok és polimerek, hamu

3. Táblázat:

A hőkezelés során a következő fázisok, illetve anyagok képződnek [5]

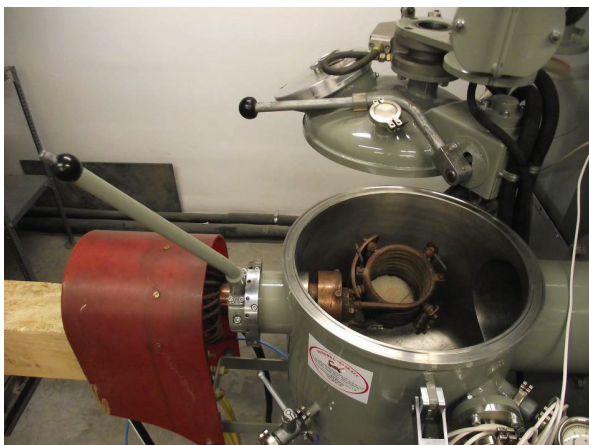
A fent leírt pörkölési technológiát egy vákuumindukciós kemencében próbáltuk ki, a vizsgálatokat és annak eredményeit az alábbiakban mutatunk be.

4. A BERENDEZÉS LEÍRÁSA

A vákuumindukciós kemence, Leybold-Heraeus gyártmány (3. ábra), alapvetően öntészeti célú fémötvözetek olvasztására, kezelésére fejlesztették ki. Számos igen előnyös tulajdonsággal rendelkezik, amik nemesfém olvasztására, illetve nagy homogenitást igénylő anyagok előállítására is alkalmassá teszik. A tervezett vizsgálattal arra keressük a választ, hogy – kiszélesítve a vákuumkemence felhasználhatóságát – alkalmassá tehető-e biomasszák pörkölésére. [8]

A kemence legfontosabb tulajdonságát tekintve vákuumozható, és az idő-hőmérséklet szabályozása nagy pontosságú.

A kemencéhez két induktor tekercs tartozik, ezért lehetőség van a cserére. Olvasztási céllal, az egyik magnezittel van kidöngölve, a másikban pedig felváltva használható kerámia és grafittegely. Az utóbbinak köszönhetően ellenállású fűtésű kemenceként is használható a berendezés, így van lehetőség a búzaszalma pörkölésének kipróbálására.



2. ábra: A hőkezelő kemence

5. A VÁKUUMOS TECHNOLÓGIA ALKALMAZÁSÁNAK ELŐNYEI ÉS HÁTRÁNYAI

Ahogy a Bevezetésben írtuk azért került a vákuumos technológiára a választás, mert így jól szabályozott körülmények között vizsgálhatók a lejátszódó folyamatok.

A vákuumkemence lehetőséget ad oxigén mentes atmoszférában történő hőkezelésre, így a búzaszalma pörkölésére is.

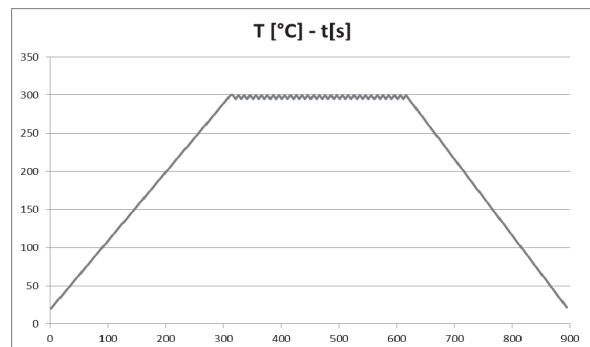
A hőátadás itt, mivel nincs hőátadó közeg, csak sugárzással és hővezetéssel valósul meg.

6. A KÍSÉRLET LEFOLYTATÁSA

A berendezés vákuumkamrájába, a képen látható belső hűtésű réz induktortekercsbe, egy grafittegelybe helyeztünk ismert tömegű, előaprított búzaszalmát. A hőmérséklet mérésére egy PT-300K köpenyhőelemet használtunk, melyet a 3. ábrán látható alsó csonkon keresztül vezetünk a kemencetérbe. A grafittegely elektromosan elszigeteltük az induktortekercstől.

Mivel a kemence fémek vákuum alatti kezelésére szolgál eredendően, gondoskodni kellett arról, hogy a kis sűrűségű szalmát a vákuum ne szívja el. Ennek megakadályozására egy fedelet készítettünk.

A rendszer légtelenítése után (0,1 mbar), felfűtöttük a kemencét, 60 °C/perc fűtési sebességgel, öt perc alatt 300 °C-ra. Az öt perc hevítési szakaszt egy 5 perces hűtési idő követte, melyet a lehűtési szakasz zár (4. ábra).



3. ábra: Az elvi hőmérséklet-lefutás



4. ábra: A kísérlet eredménye és végterméke

A végtermék égéshőjének meghatározását a Miskolci Egyetem Tüzeléstani Tanszékén végeztük el egy Parr 6200 típusú kaloriméterben. A fűtőérték meghatározásához ismernünk kell az adott anyagok nedvességtartalmát, illetve a hidrogéntartalmát. Ezek felhasználásával kapjuk meg a számított fűtőértéket. Az égéshő meghatározásának folyamata a következő, egy ún. kaloriméter bombába helyezük az ismert tömegű, 500 µm alatti vizsgálandó szemcséket, és tiszta oxigénben elégetjük. Az égés hatására a bombát körülvevő folyadék, melynek ismerjük a hőkapacitását (közönséges hálózati víz) felmelegszik, és a számítógép a felmelegedéséhez szükséges energiából számítja az anyag ún. égéshőt. Az égéshőből lehet kiszámítani a tüzelőanyag fűtőértékét a következő összefüggéssel [9]:

$$H_u = H_a - 24,42 \cdot (8,94 \cdot H + W) \quad (1)$$

H_u fűtőérték [J/g]
 24,42 1% nedvességnek megfelelő korrekciós tényező 25°C mérési hőmérsékleten
 H_a égéshő [J/g]
 H az elemzési minta hidrogéntartalma [m/m %]
 8,94 a hidrogén átszámítási tényezője vízre
 W az elemzési minta nedvességtartalma [m/m %]

4. táblázat:

Az alapanyag és a pörkölt szalma hidrogén és nedvességtartalma

	Hidrogén-tartalom [m/m%]	Nedvesség-tartalom [m/m%]
Búzaszalma	5,69	8,12
Pörkölt búzaszalma	4,33	3,46

A fűtőérték meghatározása ismeretében összehasonlíthatjuk a kezdeti és pörkölés utáni állapotot (5. táblázat).

5. Táblázat:

Az alapanyag és a kezelt szalma fűtőértéke

	Égésmegleg [MJ/kg]	Fűtőérték [MJ/kg]
Búzaszalma	15,74	14,30
Pörkölt búzaszalma	18,86	17,83

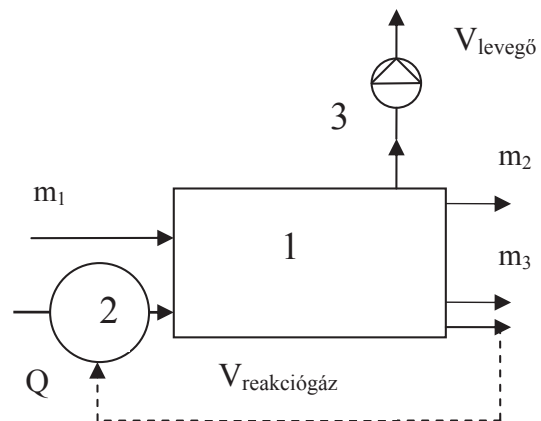
Megállapítottuk, hogy az alkalmazott technológiával a mezőgazdasági hulladékok, illetve a búzaszalma fűtőértéke biztosan növelhető.

Megállapíthatjuk, hogy 24% fűtőérték növekedést okoz a hőkezelés:

$$\frac{17,83}{14,30} \cdot 100 = 124\% \quad (1)$$

Ez a kísérlet csak a vákuumos technológia alkalmazhatóságát próbálta bizonyítani.

Jelölés	Megnevezés
1	Kemencebetét
2	Hőközlő berendezés
3	Vákuumszivattyú
Q	Szükséges hőmennyiség
m_1	Alapanyag mennyiség
m_2	Végtermék mennyiség
$V_{\text{levegő}}$	Az elszívott levegő mennyisége
$V_{\text{reakciógáz}}$	A keletkezett reakciógáz
m_3	Kondenzálódott és visszamaradt folyékony anyag tömege



5. ábra: A tervezett technológia elvi-folyamatábrája

Mivel a vákuumindukciós kemencét csak erre a kísérletre használhattuk, szükség lesz egy olyan eszközre, mely segítségével, a várhatóan nagyszámú kísérletsorozatot elvégezhetünk. A berendezés két részből áll: egy vákuumozható kemence betétből és egy fűtőfelületből áll. A kemence szintén a Metallurgiai és Öntészeti Intézet egyik berendezése, ehhez kellett egy hengeres kemencebetétet gyártani a megfelelő csonkozással. Mivel vákuumos technológiáról van szó, fontos, hogy a kemencebetét negatív nyomásra legyen méretezve. Fontos továbbá, hogy az edény anyaga 300 °C-on is kellően szilárd legyen csökkent folyáshatár mellett is [10]. Az kemencebetét anyag végül P265GH lett, ennek az anyagnak a folyáshatára 300 °C-on is megfelel az

7. ÖSSZEFOGLALÁS

Bizonyítottuk, hogy a vákuumos technológiával a búzaszalma fűtőértéke megnövelhető, de ahhoz, hogy megfelelő következtetést tudjunk levonni a technológiáról, több tényezőt is figyelembe kell még venni. Ugyan önmagában a fűtőérték megnövekedése ígéretesnek tűnik, de, ahogy a cikk elején említettük, a kezelt mezőgazdasági hulladék tömege csökken, mert illó gázok és víz távoznak. A tömegcsökkenés

nagyságának, illetve a távozó gázok összetételének vizsgálata a pörkölési idő és a hőmérséklet függvényében további elemzést igényel. Optimalizálásuk után meghatározható a kezeléshez minimálisan szükséges energia bevitel nagysága is és vizsgálható, milyen arányban és milyen módon lehet ehhez felhasználni a pörkölés során keletkezett gázokat.

Előzetesen úgy gondoljuk, hogy a reakció paraméterei (hőmérséklet, tartózkodási idő) és a végbemenetele (a végtermék minősége) függ a sejtfalat alkotók arányától, ezért tervezzük különböző típusú anyagok (venyige, törek, stb.) esetében is vizsgálatok elvégzését.

8. KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

„A kutatás a TÁMOP 4.2.4.A/2-11-1-2012-0001 azonosító számú *Nemzeti Kiválóság Program – Hazai hallgatói, illetve kutatói személyi támogatást biztosító rendszer kidolgozása és működtetése konvergencia program* című kiemelt projekt keretében zajlott. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.”

"A kutató munka a Miskolci Egyetem stratégiai kutatási területén működő Alkalmazott Anyagtudomány és Nanotechnológia Kiválósági Központ keretében valósult meg."

„A tanulmány/kutató munka a TÁMOP-4.2.2/B-10/1-2010-0008 jelű projekt részeként – az Új Magyarország Fejlesztési Terv keretében – az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.”

9. IRODALOMJEGYZÉK

- [1] SZAMOSI Z., LAKATOS K.: Is the agripellet renewable or not?, Acta Metallurgica Slovaca Conference, Vol. 2. 2011, No. 1., pp. 207-212., Kosice, Slovakia, ISSN-1338-1660
- [2] P. C. A. BERGMAN: Combined torrefaction and pelletisation, The TOP process, The Netherlands, 2005
- [3] ISEMIN R., KUZMIN S., KONYAKHIN V., MILOVANOV O., MIKHALEV A.: Development and testing of a pilot reactor for low-temperature pyrolysis (torrefaction) of straw pellets, European Pellet Conference, Wels, Austria 2013.
- [4] SZAMOSI Z., SIMÉNFALVI Z.: Mezőgazdasági hulladékok pörkölésére alkalmas berendezések és üzemi paraméterei, GÉP Folyóirat, 2013. 01.SZAMOSI Z.: The torrefaction, GÉP LXIII. évfolyam, 2012. 10. szám pp. 45-48.
- [5] SZAMOSI Z.: The torrefaction, GÉP LXIII. évfolyam, 2012. 10. szám pp. 45-48.
- [6] TAMÁS F.: Szilikátipari laboratóriumi vizsgálatok, Műszaki Könyvkiadó, 1970, pp. 296-302.
- [7] FERENCZI T., HARCSIK B., SÁRVÁRI I.: A ME Metallurgiai és Öntészeti Intézet vákuumindukciós kemencéjé-nek korszerűsítő felújítása, BKL Bányászati és Kohászati Lapok, 2013. megjelenés alatt
- [8] FÁY Á.: Hősugárzás, Miskolci Egyetemi Kiadó, 1996.
- [9] MSZ 24000-5 szabvány a Szenek laboratóriumi vizsgálatáról. Az égéshő meghatározása és a fűtőérték kiszámítása, 2. kiadás, 2003. szeptember
- [10] ANTAL B. J.: Szilikát- és vegyipari kemencék III. Tankönyvkiadó Budapest, 1971.

HETEROGÉN ANYAGÚ SÍKGÖRBE RÚD SZABADREZGÉSEINEK SAJÁTFREKVENCIÁI

FREE VIBRATIONS OF HETEROGENEOUS CURVED BEAMS

Kiss László Péter*

ABSTRACT

The present paper deals with the vibration of a heterogeneous curved beam. First we determine the equations of motion provided that the beam is prestressed by a load in such a way that the membrane strain due to the load is constant in the beam. Then we determine the Green function matrix of the beam if there is no load. With the knowledge of the Green function matrix the self adjoint eigenvalue problem giving the natural frequencies are replaced by a system of homogeneous Fredholm integral equations for which the symmetric Green function matrix constitute the kernel. After solving the eigenvalue problem determined by the homogeneous Fredholm integral equations we depict the graphs representing the first four natural frequencies as functions of the central angle. The results are compared with those obtained from a FEM solution.

1. BEVEZETÉS

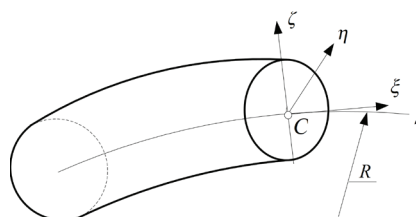
A keresztmetszeti heterogenitású rudak alapvető szilárdságtani összefüggéseit az [1, 2002] tanulmány közli. Az egyensúlyi egyenletek, valamint ezek stabilitásvizsgálattal kapcsolatos feladatok megoldásához felhasználható növekményes alakjának levezetését a szerző MSc diplomaterve tartalmazza. Érdekes hangsúlyozni, hogy a homogén anyagú körívalakú rudak rezgéseivel számos tanulmány foglalkozott. Célszerű ezek közül kiemelni a [2, 1935] dolgozatot – ez az első átfogó jellegű tanulmány, valamint a [3, 1975] értekezést, amely közli a Green-féle függvénymátrix értelmezését elfajuló differenciálegyenlet-rendszerekre. A jelen tanulmány a szokásos feltevések mellett (a rúd állandó sugarú síkgörbe, keresztmetszeti inhomogenitás esete forog fenn, a rúd terhelése a rúd síkjában működik, a keresztmetszet szimmetrikus erre a síkra) kívánja meghatározni az egyik végén befogott, másik végén csuklóval megtámasztott rúd esetén az első négy sajátfrekvenciát, mint a középponti szög függvényét. A gondolatmenet részeredménye lesz a terhelt rúd rezgéseivel kapcsolatos formalizmus tömör levezetése.

*a Sályi István Gépészeti Tudományok Doktori Iskola hallgatója

Témavezető: Prof. Dr. habil Szeidl György, Miskolci Egyetem, Mechanikai Tanszék.

2. ALAPÖSSZEFÜGGÉSEK

Az alábbiak a [4] tanulmány alapján összefoglalóan tekintik át a legfontosabb összefüggéseket. Az 1. ábra az alkalmazott $(\xi = s, \eta, \zeta)$ görbevonalú koordináta-rendszert szemlélteti. A $\xi = s$ koordináta vonal egybeesik az E -vel súlyozott középvonallal (neve röviden középvonal, heterogén rúd esetén nem esik egybe a geometriai középvonallal) – magát a fogalmat az (1) egyenlet értelmezi. A rugalmassági modulus csak a keresztmetszeti koordináták függvénye: $E(\eta, \zeta) = E(-\eta, \zeta)$.



1. ábra. Az alkalmazott koordináta-rendszer

Az E -vel súlyozott középvonal a C pontban dőli a keresztmetszetet, helyét az

$$S_{e\eta} = \int_A E(\eta, \zeta) \zeta \, dA = 0 \quad (1)$$

egyenlet határozza meg. A képletben $S_{e\eta}$ az E -vel súlyozott statikai nyomaték az η tengelyre. Az

$$A_e = \int_A E(\eta, \zeta) \, dA, \quad I_{e\eta} = \int_A E(\eta, \zeta) \zeta^2 \, dA \quad (2)$$

integrálok az E -vel súlyozott területet és másodrendű nyomatékot értelmezik. A továbbiakban különbséget teszünk a terhelés okozta mechanikai mennyiségek (ezek időfüggetlenek), és a terhelt rúd rezgéseire tartozó mechanikai mennyiségek (ezek az előző mechanikai mennyiségek növekményei és időfüggőek) között – az utóbbiakat b index jelöli. Legyen u_o és w_o a középvonal érintő és sugárirányú elmozdulása, R pedig a középvonal görbületi sugara. Az s ívkoordináta és a φ polárszög között az $s = R\varphi$ összefüggés áll fenn. A

középvonal $\varepsilon_{o\xi}$ fajlagos nyúlását és $\psi_{o\eta}$ szögelfordulását az

$$\varepsilon_{o\xi} = \frac{du_o}{ds} + \frac{w_o}{R}, \quad \psi_{o\eta} = \frac{u_o}{R} - \frac{dw_o}{ds} \quad (3)$$

képletek értelmezik. Az N rúderő és az M hajlítónyomaték a

$$\begin{aligned} \frac{dN}{ds} + \frac{1}{R} \left[\frac{dM}{ds} - \left(N + \frac{M}{R} \right) \psi_{o\eta} \right] + f_t &= 0, \\ \frac{d}{ds} \left[\frac{dM}{ds} - \left(N + \frac{M}{R} \right) \psi_{o\eta} \right] - \frac{N}{R} + f_n &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

egyensúlyi egyenleteknek köteles eleget tenni, ahol f_t és f_n a középvonalon megoszló érintő- és sugárirányú teher (a vizsgálni kívánt konkrét feladatban ez zérus, mivel a szerkezetet a szimmetria tengelyén működő koncentrált erő terheli). A fenti egyenletekhez társul a Hooke törvény:

$$N = \frac{I_{e\eta}}{R^2} \varepsilon_{o\xi} - \frac{M}{R}, \quad M = -I_{e\eta} \left(\frac{d^2 w_o}{ds^2} + \frac{w_o}{R^2} \right), \quad (5a)$$

$$N + \frac{M}{R} = \frac{I_{e\eta}}{R^2} \varepsilon_{o\xi}, \quad m = \frac{A_e R^2}{I_{e\eta}} - 1. \quad (5b)$$

Bevezetve az

$$U_o = \frac{u_o}{R}, \quad W_o = \frac{w_o}{R}, \quad (\dots)^{(n)} = \frac{d^n(\dots)}{d\varphi^n}$$

dimenziómentes elmozdulás-koordinátákat és az n . deriválttal kapcsolatos jelölést az (5) Hooke törvény és a (3) kinematikai egyenletek felhasználásával a

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_o \\ W_o \end{bmatrix}^{(4)} + \begin{bmatrix} -m & 0 \\ 0 & 2 - m\varepsilon_{o\xi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_o \\ W_o \end{bmatrix}^{(2)} + \\ + \begin{bmatrix} 0 & -m \\ m & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_o \\ W_o \end{bmatrix}^{(1)} + \\ + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & m+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_o \\ W_o \end{bmatrix}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ -m\varepsilon_{o\xi} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

differenciálegyenlet-rendszert (DER-t) kapjuk a (4) egyensúlyi egyenletekből, ha a rúdon csak koncentrált erő működik teherként. Az átalakítások során kihasználtuk hogy $f_t = 0$ esetén a (4)₁ egyenlet szerint $\varepsilon_{o\xi} = \text{állandó}$.

Ami a mechanikai mennyiségek növekményeit illeti az

$$\begin{aligned} \varepsilon_{mb} = \varepsilon_{o\xi b} + \psi_{o\eta} \psi_{o\eta b}, \quad \psi_{o\eta b} = \frac{u_{ob}}{R} - \frac{dw_{ob}}{ds}, \\ \varepsilon_{o\xi b} = \frac{du_{ob}}{ds} + \frac{w_{ob}}{R} \end{aligned} \quad (7)$$

kinematikai egyenletek, a

$$\frac{d}{ds} \left(N_b + \frac{M_b}{R} \right) - \frac{1}{R} \left(N + \frac{M}{R} \right) \psi_{o\eta b} + f_{tb} = 0, \quad (8a)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 M_b}{ds^2} - \frac{N_b}{R} - \frac{d}{ds} \left[\left(N + \frac{M}{R} \right) \psi_{o\eta b} + \right. \\ \left. + \left(N_b + \frac{M_b}{R} \right) \psi_{o\eta} \right] + f_{nb} = 0 \end{aligned} \quad (8b)$$

mozgásegyenletek (itt

$$f_{tb} = -\rho_a A \frac{\partial^2 u_{ob}}{\partial t^2}, \quad f_{nb} = -\rho_a A \frac{\partial^2 w_{ob}}{\partial t^2}, \quad (8c)$$

ahol A a keresztmetszet területe és ρ_a a keresztmetszeti sűrűség átlaga), továbbá az

$$N_b = \frac{I_{e\eta}}{R^2} \varepsilon_{o\xi b} - \frac{M_b}{R}, \quad M_b = -I_{e\eta} \left(\frac{d^2 w_{ob}}{ds^2} + \frac{w_{ob}}{R^2} \right), \quad (9a)$$

$$N_b + \frac{M_b}{R} = \frac{I_{e\eta}}{R^2} \varepsilon_{o\xi b} \quad (9b)$$

Hooke törvény felhasználásával – értelemszerűen ismételve meg a (6) DER-re vezető gondolatmenetet – a (8) mozgásegyenletekből a

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{ob} \\ W_{ob} \end{bmatrix}^{(4)} + \begin{bmatrix} -m & 0 \\ 0 & 2 - m\varepsilon_{o\xi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{ob} \\ W_{ob} \end{bmatrix}^{(2)} + \\ + \begin{bmatrix} 0 & -m \\ m & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{ob} \\ W_{ob} \end{bmatrix}^{(1)} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & m+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{ob} \\ W_{ob} \end{bmatrix} = \\ = \lambda \begin{bmatrix} U_{ob} \\ W_{ob} \end{bmatrix}, \quad \lambda = \rho_a \frac{AR^4}{I_{e\eta}} \alpha^2 \end{aligned} \quad (10)$$

DER-t kapjuk, harmonikus rezgések feltételezése mellett, a dimenziómentes U_{ob} és W_{ob} elmozdulás amplitúdókra. A λ állandót értelmező összefüggésben α jelöli a sajátkőrfrekvenciát. Az átalakítások során a linearizálás érdekében elhanyagoltuk az alábbi kvadratikus tagokat: (a) (8a) egyenlet: $\varepsilon_{o\xi} \varepsilon_{o\xi b}$, (b) (8b) egyenlet: második tag az $\varepsilon_{o\xi b} - (\varepsilon_{o\xi b} \psi_{o\eta})^{(1)}$ különbségben, és ismét a második tag az $1 - \varepsilon_{o\xi}$ különbségben.

Vegyük észre, hogy a terhelés hatása az állandó értékű $\varepsilon_{o\xi}$ fajlagos nyúlás révén jelenik meg a fenti egyenletben. Ez másként fogalmazva azt jelenti, hogy az α sajátkőrfrekvenciákat adó sajátértékfeladatban az α az $\varepsilon_{o\xi}$ fajlagos nyúláson keresztül függ a tehertől.

Vegyük azt is észre, hogy a rúd heterogén volta az m és a ρ_a paramétereken keresztül van jelen a formalizmusban.

A továbbiakban az egyik végén befogott, másik végén csuklóval megtámasztott heterogén rúd szabadrezgéseit vizsgáljuk. Ez esetben a

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{ob} \\ W_{ob} \end{bmatrix}^{(4)} + \begin{bmatrix} -m & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{ob} \\ W_{ob} \end{bmatrix}^{(2)} + \\ + \begin{bmatrix} 0 & -m \\ m & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{ob} \\ W_{ob} \end{bmatrix}^{(1)} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & m+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{ob} \\ W_{ob} \end{bmatrix} = \\ = \lambda \begin{bmatrix} U_{ob} \\ W_{ob} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11)$$

alakban írható fel a mozgásegyenlet. Megjegyezzük, hogy ezt az egyenletet ki kell egészíteni a vonatkozó homogén peremfeltétel rendszerrel.

3. GREEN-FÉLE FÜGGVÉNYMÁTRIX

A jelen szakaszban a [3, 1975] értekezés alapján tömören ismertetjük a (11) DER homogén részéhez adott peremfeltételek mellett tartozó Green-féle függvénymátrix szerepét és bemutatjuk a számítását.

A (11) egyenlet átírható a

$$\begin{aligned} \mathbf{K}(\mathbf{y}) &= \sum_{\nu=0}^4 \overset{\nu}{\mathbf{P}}(\varphi) \mathbf{y}^{(\nu)}(\varphi) = \\ &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\overset{4}{\mathbf{P}}} \underbrace{\begin{bmatrix} U_{ob} \\ W_{ob} \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}^{(4)}} + \underbrace{\begin{bmatrix} -m & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}}_{\overset{2}{\mathbf{P}}} \underbrace{\begin{bmatrix} U_{ob} \\ W_{ob} \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}^{(2)}} + \\ &+ \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -m \\ m & 0 \end{bmatrix}}_{\overset{1}{\mathbf{P}}} \underbrace{\begin{bmatrix} U_{ob} \\ W_{ob} \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}^{(1)}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & m+1 \end{bmatrix}}_{\overset{0}{\mathbf{P}}} \underbrace{\begin{bmatrix} U_{ob} \\ W_{ob} \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}^{(0)}} = \\ &= \lambda \underbrace{\begin{bmatrix} U_{ob} \\ W_{ob} \end{bmatrix}}_{\mathbf{r}(\varphi)}, \quad (12) \end{aligned}$$

azaz a

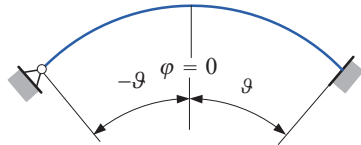
$$\mathbf{K}[\mathbf{y}(\varphi)] = \mathbf{r}(\varphi) \quad (13)$$

alakba, ahol $\overset{3}{\mathbf{P}}(x) = 0$, míg a jobb oldalon álló $\mathbf{r}(\varphi)$ súlyozott tehervektornak tekinthető. Vegyük észre, hogy a (11) DER elfajul, mivel a $\overset{4}{\mathbf{P}}$ mátrixnak nincsen inverze. A (11) DER homogén részének általános megoldása az

$$\mathbf{y} = \left[\sum_{i=1}^4 \overset{\mathbf{Y}}{(2 \times 2)}_i \overset{\mathbf{C}}{(2 \times 2)}_i \right] \overset{\mathbf{e}}{(2 \times 1)} \quad (14)$$

alakban írható fel, ahol a \mathbf{C}_i állandó és nem szinguláris mátrix, az \mathbf{e} pedig állandó oszlop mátrix, továbbá

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_1 &= \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 \\ \sin \varphi & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Y}_2 = \begin{bmatrix} -\sin \varphi & 0 \\ \cos \varphi & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{Y}_3 &= \begin{bmatrix} -\sin \varphi + \varphi \cos \varphi & (m+1)\varphi \\ \varphi \sin \varphi & -m \end{bmatrix}, \\ \mathbf{Y}_4 &= \begin{bmatrix} -\cos \varphi - \varphi \sin \varphi & 1 \\ \varphi \cos \varphi & 0 \end{bmatrix}. \quad (15) \end{aligned}$$



2. ábra. A vizsgált lapos síkgörbe rúd

Nem nehéz belátni, hogy a (12) egyenlethez a vizsgálat tárgyát képező rúd esetén – lásd a 2. ábrát – az

$$\begin{aligned} U_{ob}(-\vartheta) &= 0, & U_{ob}(\vartheta) &= 0, \\ W_{ob}(-\vartheta) &= 0, & W_{ob}(\vartheta) &= 0, \\ W_{ob}^{(2)}(-\vartheta) &= 0, & W_{ob}^{(1)}(\vartheta) &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

peremfeltételek tartoznak.

A (13), (16) peremérték feladat megoldását az

$$\mathbf{y}(\varphi) = \int_a^b \mathbf{G}(\varphi, \psi) \mathbf{r}(\psi) d\psi \quad (17)$$

alakban keressük, ahol a $\mathbf{G}(\varphi, \psi)$ Green-féle függvénymátrixot a következő tulajdonságok határozzák meg:

1. A Green-féle függvénymátrix folytonos függvénye φ -nek és ψ -nek, a $-\vartheta \leq \varphi \leq \psi \leq \vartheta$ és $-\vartheta \leq \psi \leq \varphi \leq \vartheta$ háromszögeken. A

$$(G_{11}(\varphi, \psi), G_{12}(\varphi, \psi)) [G_{21}(\varphi, \psi), G_{22}(\varphi, \psi)]$$

függvények (2-szer) [4-szer] differenciálhatók φ szerint. Maguk a

$$\frac{\partial^\nu \mathbf{G}(\varphi, \psi)}{\partial x^\nu} = \mathbf{G}^{(\nu)}(\varphi, \psi) \quad (\nu = 1, 2),$$

$$\frac{\partial^\nu G_{2i}(\varphi, \psi)}{\partial x^\nu} = G_{2i}^{(\nu)}(\varphi, \psi) \quad (\nu = 1, \dots, 4; i = 1, 2)$$

deriváltak pedig folytonos függvényei φ -nek és ψ -nek.

2. Legyen φ a $[-\vartheta, \vartheta]$ tartományban. Annak ellenére, hogy a

$$G(\varphi, \psi)_{11}, \quad G_{12}^{(1)}(\varphi, \psi),$$

$$G_{21}^{(\nu)}(\varphi, \psi) \quad (\nu = 1, 2, 3), \quad G_{22}^{(\nu)}(\varphi, \psi) \quad (\nu = 1, 2)$$

függvény és deriváltak folytonosak $\varphi = \psi$ esetén, a $G_{11}^{(1)}(\varphi, \psi)$ és $G_{22}^{(3)}(\varphi, \psi)$ deriváltaknak ugyanitt véges szakadása van:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} [G_{11}^{(1)}(\varphi + \varepsilon, \varphi) - G_{11}^{(1)}(\varphi - \varepsilon, \varphi)] = 1/P_{11}(\varphi),$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} [G_{22}^{(3)}(\varphi + \varepsilon, \varphi) - G_{22}^{(3)}(\varphi - \varepsilon, \varphi)] = 1/P_{22}(\varphi).$$

3. Legyen α egy tetszőleges állandó vektor. Rögzített $\varphi \in [-\vartheta, \vartheta]$ mellett a $\mathbf{G}(\varphi, \psi)\alpha$ vektor, mint φ ($\varphi \neq \psi$) függvénye ki kell elégítse a homogén differenciálegyenletet:

$$\mathbf{K}[\mathbf{G}(\varphi, \psi)\alpha] = 0.$$

4. A $\mathbf{G}(\varphi, \psi)\alpha$ vektor, mint φ függvénye köteles teljesíteni a (16) peremfeltételeket.

Igazolható a Green-féle függvénymátrix egzisztenciája. Igazolható hogy a (17) vektor kielégíti a (13) DER-t és a (16) peremfeltételeket.

A Green-féle függvénymátrixot az értelmezés harmadik szakasza alapján a

$$\underbrace{\mathbf{G}(\varphi, \psi)}_{(2 \times 2)} = \sum_{i=1}^4 \mathbf{Y}_i(\varphi) [\mathbf{A}_i(\psi) \pm \mathbf{B}_i(\psi)] \quad (18)$$

alakban keressük, ahol az előjel {pozitív}[negatív] ha $\{\varphi \leq \psi\}[\varphi \geq \psi]$ és

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} i & i \\ A_{11} & A_{12} \\ i & i \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} i & i \\ B_{11} & B_{12} \\ i & i \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix}. \quad (19)$$

A Green-féle függvénymátrix értelmezésének második tulajdonsága a

$$\begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & -\sin \psi + \psi \cos \psi & (1+m)\psi & -\cos \psi - \psi \sin \psi & 1 \\ \sin \psi & \cos \psi & \psi \sin \psi & -m & \psi \cos \psi & 0 \\ -\sin \psi & -\cos \psi & -\psi \sin \psi & 1+m & -\psi \cos \psi & 0 \\ \cos \psi & -\sin \psi & \psi \cos \psi + \sin \psi & 0 & -\psi \sin \psi + \cos \psi & 0 \\ -\sin \psi & -\cos \psi & -\psi \sin \psi + 2 \cos \psi & 0 & -\psi \cos \psi - 2 \sin \psi & 0 \\ -\cos \psi & \sin \psi & -\psi \cos \psi - 3 \sin \psi & 0 & \psi \sin \psi - 3 \cos \psi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{B_{11}} & \frac{1}{B_{12}} \\ \frac{2}{B_{11}} & \frac{2}{B_{12}} \\ \frac{3}{B_{11}} & \frac{3}{B_{12}} \\ \frac{3}{B_{21}} & \frac{3}{B_{22}} \\ \frac{4}{B_{11}} & \frac{4}{B_{12}} \\ \frac{4}{B_{21}} & \frac{4}{B_{22}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{2m} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (20)$$

lineáris egyenletrendszerre vezet. Ez az egyenletrendszer zárt alakban oldható meg:

$$\begin{aligned} \frac{1}{B_{11}} &= \frac{1}{2} \sin \psi - \frac{1}{4} \psi \cos \psi, \\ \frac{2}{B_{11}} &= \frac{1}{4} \psi \sin \psi + \frac{1}{2} \cos \psi, \\ \frac{3}{B_{11}} &= \frac{1}{4} \cos \psi, \quad \frac{3}{B_{21}} = \frac{1}{2m}, \\ \frac{4}{B_{11}} &= -\frac{1}{4} \sin \psi, \quad \frac{4}{B_{21}} = -\frac{1}{2} (1+m) \frac{\psi}{m} \end{aligned} \quad (21a)$$

és

$$\begin{aligned} \frac{1}{B_{12}} &= -\frac{1}{4} \cos \psi - \frac{1}{4} \psi \sin \psi, \\ \frac{2}{B_{12}} &= \frac{1}{4} \sin \psi - \frac{1}{4} \psi \cos \psi, \\ \frac{3}{B_{12}} &= \frac{1}{4} \sin \psi, \quad \frac{3}{B_{22}} = 0, \\ \frac{4}{B_{12}} &= \frac{1}{4} \cos \psi, \quad \frac{4}{B_{21}} = \frac{1}{2}. \end{aligned} \quad (21b)$$

$$\begin{bmatrix} \cos \vartheta & \sin \vartheta & \sin \vartheta - \vartheta \cos \vartheta & -(1+m)\vartheta & -\cos \vartheta - \vartheta \sin \vartheta & 1 \\ \cos \vartheta & -\sin \vartheta & -\sin \vartheta + \vartheta \cos \vartheta & (1+m)\vartheta & -\cos \vartheta - \vartheta \sin \vartheta & 1 \\ -\sin \vartheta & \cos \vartheta & \vartheta \sin \vartheta & -m & -\vartheta \cos \vartheta & 0 \\ \sin \vartheta & \cos \vartheta & \vartheta \sin \vartheta & -m & \vartheta \cos \vartheta & 0 \\ \sin \vartheta & -\cos \vartheta & -\vartheta \sin \vartheta + 2 \cos \vartheta & 0 & \vartheta \cos \vartheta + 2 \sin \vartheta & 0 \\ \cos \vartheta & -\sin \vartheta & \sin \vartheta + \vartheta \cos \vartheta & 0 & \cos \vartheta - \vartheta \sin \vartheta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{A_{1i}} \\ \frac{2}{A_{1i}} \\ \frac{3}{A_{1i}} \\ \frac{3}{A_{2i}} \\ \frac{4}{A_{1i}} \\ \frac{4}{A_{2i}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a \cos \vartheta - b \sin \vartheta - c(\sin \vartheta - \vartheta \cos \vartheta) + d(1+m)\vartheta + e(\cos \vartheta + \vartheta \sin \vartheta) - f \\ a \cos \vartheta - b \sin \vartheta - c(\sin \vartheta - \vartheta \cos \vartheta) + d(1+m)\vartheta - e(\cos \vartheta + \vartheta \sin \vartheta) + f \\ a \sin \vartheta - b \cos \vartheta - c\vartheta \sin \vartheta + dm + e\vartheta \cos \vartheta \\ a \sin \vartheta + b \cos \vartheta + c\vartheta \sin \vartheta - dm + e\vartheta \cos \vartheta \\ -a \sin \vartheta + b \cos \vartheta + c(\vartheta \sin \vartheta - 2 \cos \vartheta) - e(\vartheta \cos \vartheta + 2 \sin \vartheta) \\ a \cos \vartheta - b \sin \vartheta + c(\sin \vartheta + \vartheta \cos \vartheta) + e(\cos \vartheta - \vartheta \sin \vartheta) \end{bmatrix}. \quad (23)$$

A (23) egyenletrendszer is zárt alakban oldható meg. A megoldást a Maple 15 program felhasználásával határoztuk meg. Azokat a viszonylag hosszú kifejezéseket, melyeket az $\frac{1}{A_{11}}(\psi), \dots, \frac{4}{A_{21}}(\psi); \psi \in [-\vartheta, \vartheta]$ függvényekre kaptunk terjedelmi okok miatt nem közöljük.

Figyelembe véve, hogy a (11) mozgásegyenlet esetén $\mathbf{r} = \lambda \mathbf{y}(\varphi)$ a (11) mozgásegyenlet és a (16) homogén peremfeltétel-rendszer által meghatározott sajátér-

Figyeljük meg, hogy a megoldást adó

$$\frac{1}{B_{11}}(\psi), \dots, \frac{4}{B_{21}}(\psi), \quad \psi \in [-\vartheta, \vartheta]$$

függvények függetlenek a peremfeltételektől.

Vezessük be az egyszerűbb írásmód kedvéért az

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{B_{1i}}, \quad b = \frac{2}{B_{1i}}, \quad c = \frac{3}{B_{1i}}, \\ d &= \frac{3}{B_{2i}}, \quad e = \frac{4}{B_{1i}}, \quad f = \frac{4}{B_{2i}} \quad i = 1, 2 \end{aligned} \quad (22)$$

jelöléseket.

Figyelembe véve a (16) peremfeltételeket, de elhagyva a vonatkozó részleteket hat egyenletből álló egyenletrendszert kapunk az

$$\frac{1}{A_{11}}(\psi), \dots, \frac{4}{A_{21}}(\psi), \quad \psi \in [-\vartheta, \vartheta]$$

függvényekre:

térfeladat megoldása köteles kielégíteni a

$$\mathbf{y}(\varphi) = \lambda \int_a^b \mathbf{G}(\varphi, \psi) \mathbf{y}(\psi) d\psi \quad (24)$$

integrálegyenlet-rendszert. Másiként fogalmazva azt mondhatjuk, hogy a (24) homogén integrálegyenlet-rendszer megoldása megadja a λ sajátértékeket és az \mathbf{y} sajátfüggvényeket. A (24) integrálegyenlet-rendszer által meghatározott sajátértékfeladatot algebrai sajátér-

térfeladatra lehet visszavezetni a peremelem módszer numerikus eljárásainak felhasználásával.

4. HETEROGÉN EGYENES RÚD REZGÉSEI

A görbe rúdra vonatkozó eredmények kiértékelését segíti majd, ha áttekintjük röviden az egyenes tengelyű, keresztmetszeti inhomogenitású rudak sajátrezgéseire vonatkozó sajátértékfeladat megoldását [5, 2011]. Feltelevük hogy az egyenes rúd keresztmetszeti jellemzői és heterogenitása megegyezik a görbe rúdéval. Feltelevük továbbá hogy az egyenes és görbe rúd azonos hosszúságú. Ismeretes, hogy ez esetben a

$$\frac{d^4 W_s}{ds^4} = \lambda_s W_s, \quad \lambda_s = \frac{\rho_a A}{I_{e\eta}} \alpha_s^2 \quad (25)$$

a középvonalra merőleges irányú rezgések W_s amplitúdóját adó differenciál-egyenletet. Itt az indexben álló s az egyenes rudat azonosítja, egyébként a jelölések ugyanazok mint a görbe rúd esetén, pl. ρ_a a keresztmetszet átlagos sűrűsége, avagy α_s pedig az egyenes rúd sajátfrekvenciája. A bal oldali végén csuklóval megtámasztott, jobb oldali végén befogott egyenes rúd esetén az 1. táblázat tartalmazza a peremfeltételeket.

1. táblázat.

Bal oldalon csukló, jobb oldalon befogás

Bal oldali támasz	Jobb oldali támasz
$W_s = 0$	$W_s = 0$
$W_s^{(2)} = 0$	$W_s^{(1)} = 0$

Igazolható – lásd pl. [5, 2011] – hogy

$$\sqrt[4]{\lambda_{i s}} \ell_s = c_{i, jell} \pi, \quad i = 1, 2, \dots \quad (26)$$

ahol az i index a sajátértékeket (vagy ami ugyanaz, a sajátfrekvenciákat) számlálja, ℓ_s az egyenes rúd hossza, a $c_{i, jell}$ együttható értéke pedig a támaszoktól függ – nekünk a továbbiakban a 2. táblázatból csak a bal oldalon csuklóval megtámasztott, a jobb oldalon pedig befogott rúd esetére vonatkozó adatok kellenek, a többi érték csak a teljesség kedvéért szerepel a táblázatban:

2. táblázat.

A $c_{i, jell}$ együttható értékei

Megtámasztás	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$
Két végén csukló	1,000	4,000	9,00	16,00
Csukló, befogás	1,556	5,078	10,541	17,97
Két végén befogás	2,266	6,243	12,23	20,25

A (25)₂ és a (26) képletek egybevetéséből az

$$\alpha_{i s} = \frac{c_{i, jell} \pi^2}{\sqrt{\frac{\rho_a A}{I_{e\eta}} \ell_s^2}} \quad (27)$$

összefüggést kapjuk a heterogén egyenes rúd i . sajátfrekvenciájára.

5. SZÁMÍTÁSI EREDMÉNYEK

Összevetve a görbe rúdra érvényes (10) összefüggést, valamint az egyenes tengelyű rudakra érvényes (27) képletet (az eddigiekkel összhangban azonos hosszúságú, azonos keresztmetszetű és azonos heterogenitású rudakat tételezve fel) rögtön adódik, hogy a

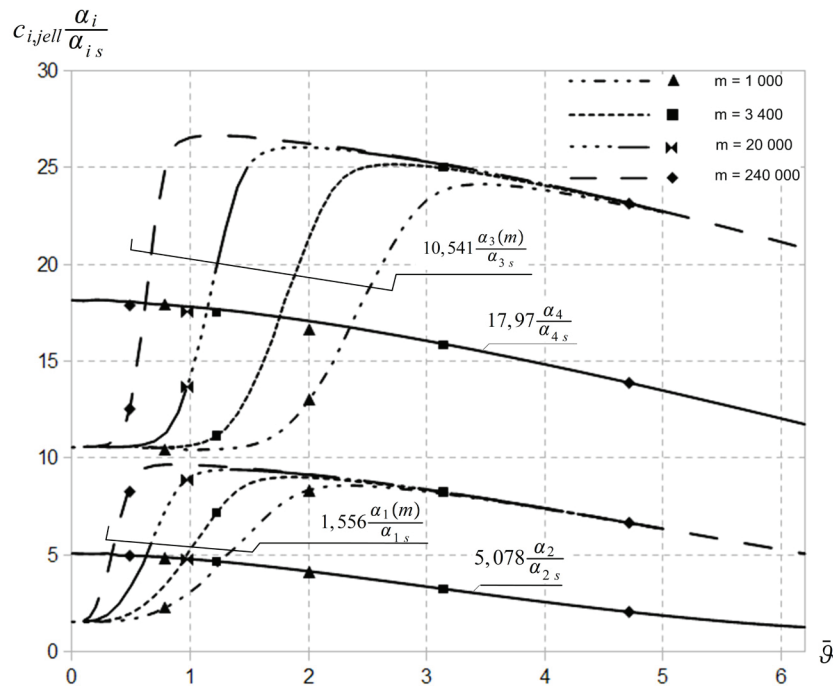
$$\frac{\alpha_i}{\alpha_{i s}} = \frac{\sqrt{\lambda_i}}{\sqrt{\frac{\rho_a A}{I_{e\eta}} R^2}} = \frac{\bar{\vartheta}^2 \sqrt{\lambda_i}}{c_{i, jell} \pi^2} \quad (28)$$

tört a sajátfrekvenciák hányadosa. A képlet átalakítása során kihasználtuk, hogy $\ell_s = 2R\vartheta = R\bar{\vartheta}$ – azonos a két rúd hossza.

Program készült Fortran90 programozási nyelven a (24) Fredholm integrálegyenlet-rendszerrel kapcsolatos sajátértékfeladat megoldására. A program a fenti hányadost határozza meg a $\bar{\vartheta}$ teljes nyílásszög és a heterogenitást tükröző m paraméter függvényében. A számítási eredményeket a 3. ábra grafikusán szemlélteti az első négy sajátfrekvencia esetére. Az alábbiakra érdemes felhívni a figyelmet:

(a) megváltozik a $\bar{\vartheta} \rightarrow 0$ határesethez tartozó frekvenciasorrend ahogy a $\bar{\vartheta}$ nyílásszög növekszik – pl. az első sajátfrekvenciából nagyságát tekintve a harmadik lesz; (b) a $\bar{\vartheta} \rightarrow 0$ határesetben páros frekvenciák nem függenek az m paramétertől.

Végeselemes kontrolszámításokat is végeztünk az Abaqus 6.7. kereskedelmi szoftver segítségével (a Linear perturbation/Frequency step módot választva a B23 jelű két csomópontú köbös rúdelemek segítségével). A végeselemes számítások eredményeit diszkrét pontok jelölik az ábrán. A kétféleképpen végzett számítások eredményei között nincs jelentős eltérés. A maximális különbség a saját programmal végzett számítási eredményekre vonatkoztatva nem haladja meg a 2,7%-ot.



3. ábra A sajátfrekvenciák hányadosai

6. KÖVETKEZTETÉSEK

Összhangban a jelen tanulmány bevezetésében megfogalmazott célkitűzésekkel az alábbiakat érdemes ehelyütt hangsúlyozni:

- Ha ismeretes a konstans fajlagos nyúlás az azt okozó teher függvényében, akkor a (10) mozgásegyenlet felhasználásával meghatározható a terhelés és sajátfrekvenciák közötti kapcsolat a lineáris elmélet keretei között.
- Zérus terhelés esetére homogén Fredholm-féle integrálegyenlet rendszerrel kapcsolatos sajátértékfeladatra vezettük vissza a sajátfrekvenciák meghatározásának feladatát. Ez a vonatkozó Green-féle függvénymátrix kiszámítását igényelte. Ezek az eredmények ismereteink szerint új eredményeknek tekinthetők.
- Érdemes arra itt külön is felhívni a figyelmet, hogy a Green-féle függvénymátrix ismeretében tetszőleges $r(\varphi)$ teherre kvadratúrákkal számítható ki a rúd középvonalának elmozdulása – visszahivatkozunk itt az elmozdulást adó (17) képletre.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A kutatás a TÁMOP 4.2.4.A/2-11-1-2012-0001 azonosító számú Nemzeti Kiválóság Program - Hazai hallgatói, illetve kutatói személyi támogatást biztosító rendszer kidolgozása és működtetése konvergencia program

című kiemelt projekt keretében zajlott. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

A kutató munka a TÁMOP-4.2.2/B-10/1-2010-0008 jelű projekt részeként - az Új Magyarország Fejlesztési Terv keretében - az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

Hivatkozások

- [1] L. Kiss. A possible model for heterogenous curved beams. *Multidiszciplináris tudományok*, 2(1):61–76, 2012, (in Hungarian).
- [2] K. Federhoffer. *Über den Einfluss der Achsendehnung der Rotationsträgheit und der Schubkraft auf die Frequenzen der Biegungsschwingungen eines Kreisringes*. Sitz-Ber. Akad. Wiss. Austria, Series IIa. Vol 144., 1935.
- [3] G. Szeidl. *Effect of Change in Length on the Natural Frequencies and Stability of Circular Beams*. Ph.D Thesis, Department of Mechanics, University of Miskolc, Hungary, 1975. (in Hungarian).
- [4] G. Szeidl and L. Kiss.: A Nonlinear Mechanical Model For Heterogeneous Curved Beams. In S. Vlase, editor, *Proceedings of the 4th International Conference on Advanced Composite Materials Engineering, COMAT*, volume 2, pages 589–596, 18 - 20 October 2012, Braşov, Romania.
- [5] L. Kiss. Heterogén anyagú síkgörbe rudak egyes feladatainak megoldása. MSc diplomatervezés, Miskolci Egyetem, Mechanikai Tanszék, 2011.

NORMÁL ÉS CSÚSZTATÓ FESZÜLTSÉGEK SZÁMÍTÁSA RÉSZLEGESEN KAPCSOLT RÉTEGEZETT KOMPOZIT RUDAKBAN

DETERMINATION OF NORMAL AND SHEARING STRESSES IN COMPOSITE BEAMS WITH WEAK SHEAR CONNECTION

Lengyel Ákos József¹, Ecsedi István²

ABSTRACT

The main objective of the present paper is the analysis of the stress field in a two-layer composite beam with imperfect shear connection. Some formulae are derived for the normal and shearing stresses. It is assumed that the two layers follow the requirements of the Euler-Bernoulli beam theory and the applied loads act in the plane of symmetry of the composite beam.

$$\langle AE \rangle = A_1 E_1 + A_2 E_2, \quad c = \overline{C_1 C_2}. \quad (2)$$

Feltevés szerint a B_1 és B_2 rúd komponensek mechanikai viselkedését az Euler-Bernoulli rúd elmélet írja le. Ennek megfelelően, tekintettel a geometriai és terhelési, valamint a megtámasztási viszonyokra a rúd elmozdulásmezője a választott $Oxyz$ koordináta-rendszerben az alábbi alakban adható meg. (1. ábra):

1. BEVEZETÉS

Kétrétegű rugalmas anyagú kompozit rúd keresztmetszetét és terhelését az 1. ábra szemlélteti. Az yz sík a rúd szimmetriasíkja, amely egyben az alkalmazott terheléseket és a megtámasztási kényszereket is tartalmazza. A rúd keresztmetszet $A = A_1 \cup A_2$ A_i ($i=1,2$) résztartományát E_i ($i=1,2$) rugalmassági modulusú homogén, izotrop anyag tölti ki. Az A_1 és A_2 keresztmetszeti tartományok közös határgörbéjét ∂A_{12} jelöli, továbbá az A_1 és A_2 keresztmetszetű B_1 és B_2 rúdkomponensek közös határoló felülete a $\partial A_{12} \times (0, L)$ téglalap. Kiemelendő, hogy jelen tanulmányban az A_1 és A_2 keresztmetszeti tartományok közös határgörbéje az yz síkra szimmetrikus egyenes szakasz (1. ábra). Feltevés szerint normál irányban (y irányban) a B_1 és B_2 rúdkomponensek kapcsolata tökéletes, szakadás csak az axiális (z tengely irányú) elmozdulásban lehetséges a ∂B_{12} felületszakaszon történő áthaladáskor a B_1 rúdkomponensről a B_2 rúdkomponensre (interlayer slip) [2,3,4,5]. Az $Oxyz$ koordináta-rendszer O origója a $z=0$ koordinátával kijelölt keresztmetszet E rugalmassági modulusú súlyozott C súlypontjával esik egybe [6,7], továbbá az A_1 és A_2 keresztmetszeti tartományok súlypontjait C_1 és C_2 jelöli (1. ábra). Könnyen belátható, hogy

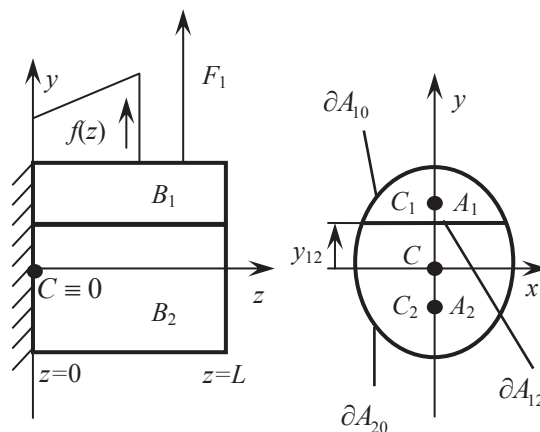
$$c_1 = \overline{CC_1} = \frac{A_2 E_2}{\langle AE \rangle} c, \quad c_2 = \overline{CC_2} = \frac{A_1 E_1}{\langle AE \rangle} c, \quad (1)$$

$$\mathbf{u}(x, y, z) = u(x, y, z) \mathbf{e}_x + v(x, y, z) \mathbf{e}_y + w(x, y, z) \mathbf{e}_z, \quad (3)$$

$$u = 0, \quad v = v(z), \quad (4)$$

$$w(x, y, z) = w_i(z) - y \frac{dv}{dz}, \quad (5)$$

$$(x, y) \in A_i, \quad i = (1, 2), \quad 0 \leq z \leq L.$$



1. ábra. Kétrétegű részlegesen kapcsolt kompozit rúd.

A rugalmas rudakkal kapcsolatos rugalmasságtani egyenletek alkalmazásával azt kapjuk, hogy [1]

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = \gamma_{xy} = 0, \quad (6)$$

¹PhD hallgató, Miskolci Egyetem, Mechanikai Tanszék, mechlen@uni-miskolc.hu

²egyetemi tanár, Miskolci Egyetem, Mechanikai Tanszék, mechecs@uni-miskolc.hu

$$\varepsilon_z = \frac{dw_i}{dz} - y \frac{d^2v}{dz^2}, \quad (7)$$

összhangban az Euler-Bernoulli rúdelmélettel. Az ε_z fajlagos nyúláshoz tartozó σ_z normál feszültségre a

$$\sigma_z = E_i \left(\frac{dw_i}{dz} - y \frac{d^2v}{dz^2} \right), \quad (x, y, z) \in B_i, \quad i = (1, 2) \quad (8)$$

eredményt tudjuk levezetni. Mivel a rudat keresztirányú yz síkban ható erőrendszer terheli, a rúd teljes keresztmetszetén működő N normálerő értéke zérus, azaz

$$N = N_1 + N_2 = \int_{A_1} \sigma_z dA + \int_{A_2} \sigma_z dA = 0. \quad (9)$$

A rétegek relatív elcsúszása s (interlayer slip) a tengely irányú elmozdulások különbsége a ∂B_{12} belső határoló felület mentén számolva. Nyilván

$$s(z) = w_1(z) - w_2(z). \quad (10)$$

A nem tökéletesen kapcsolódó rétegek által átvitt T kapcsolati nyíróerő, lineáris anyag törvényt feltételezve, a

$$T = ks \left([T] = \frac{\text{erő}}{\text{hosszúság}}, [k] = \frac{\text{erő}}{(\text{hosszúság})^2} \right) \quad (11)$$

alakba írható, ahol k a kapcsolat nyírási merevségét jelöli [2,3,6,7].

2. NORMÁL FESZÜLTÉG SZÁMÍTÁSA

A levezetendő képleteket az $s=s(z)$ szlip és $v=v(z)$ lehajláshoz kapcsolódó alakváltozási jellemzőkkel fogalmazzuk meg. Ennek érdekében a (8) képletből a (9) és (10) egyenletek felhasználásával elimináljuk a $w_1=w_1(z)$ és a $w_2=w_2(z)$ axiális elmozdulás komponensek z szerinti deriváltjait. A (9) és (10) egyenletekből az következik, hogy

$$N_1 + N_2 = E_1 A_1 \frac{dw_1}{dz} + E_2 A_2 \frac{dw_2}{dz} = 0, \quad (12)$$

$$\frac{ds}{dz} = \frac{dw_1}{dz} - \frac{dw_2}{dz}. \quad (13)$$

Az (1) és (2) továbbá a (12) és (13) egyenletek kombinálásával jutunk a következő eredményre

$$\frac{dw_1}{dz} = \frac{c_1}{c} \frac{ds}{dz}, \quad \frac{dw_2}{dz} = -\frac{c_2}{c} \frac{ds}{dz}. \quad (14)$$

A (8) egyenletbe helyettesítve a fenti kifejezéseket megkapjuk a normál feszültségek képleteit a B_1 és B_2 rúdkomponensekre

$$\sigma_z(x, y, z) = E_1 \left(\frac{c_1}{c} \frac{ds}{dz} - y \frac{d^2v}{dz^2} \right) \quad (15)$$

$$(x, y, z) \in B_1,$$

$$\sigma_z(x, y, z) = -E_2 \left(\frac{c_2}{c} \frac{ds}{dz} + y \frac{d^2v}{dz^2} \right) \quad (16)$$

$$(x, y, z) \in B_2,$$

Egyszerű számolással adódik, hogy

$$N_1 = \int_{A_1} \sigma_z dA = \langle AE \rangle_{-1} \left(\frac{ds}{dz} - c \frac{d^2v}{dz^2} \right), \quad (17)$$

$$\begin{aligned} M &= \int_{A_1} y \sigma_z dA = \int_{A_2} y \sigma_z dA = \\ &= c \langle AE \rangle_{-1} \frac{ds}{dz} - \{EI\} \frac{d^2v}{dz^2}. \end{aligned} \quad (18)$$

Itt bevezettük a

$$\langle AE \rangle_{-1} = \frac{A_1 E_1 A_2 E_2}{\langle AE \rangle}, \quad (19)$$

$$\{EI\} = E_1 \int_{A_1} y^2 dA + E_2 \int_{A_2} y^2 dA \quad (20)$$

jelöléseket. A (17) és a (18) egyenletek felhasználásával a

$$\lambda = \frac{ds}{dz}, \quad \frac{1}{\rho} = -\frac{d^2v}{dz^2} \quad (21)$$

szlip alakváltozást és a rugalmassági modulussal súlyozott középvonal görbületváltozását az $N_1=N_1(z)$ és $M=M(z)$ igénybevételek segítségével az alábbi alakban tudjuk megadni:

$$\frac{ds}{dz} = -\frac{c}{\langle EI \rangle} M + \frac{\{EI\}}{\langle AE \rangle_{-1} \langle EI \rangle} N_1, \quad (22)$$

$$-\frac{d^2v}{dz^2} = \frac{M}{\langle EI \rangle} - \frac{c}{\langle EI \rangle} N_1. \quad (23)$$

A (15), (16) és a (22), (23) egyenletek kombinálásával kapjuk a normál feszültségek képleteit az $N_1=N_1(z)$ és $M=M(z)$ igénybevételekkel kifejezve:

$$\sigma_z = \frac{E_1}{\langle EI \rangle} \left[-c_1 M + \frac{\{EI\}}{A_1 E_1} N_1 + y(M - c N_1) \right] \quad (24)$$

$$(x, y, z) \in B_1,$$

$$\sigma_z = \frac{E_2}{\langle EI \rangle} \left[c_2 M - \frac{\{EI\}}{A_2 E_2} N_1 + y(M - cN_1) \right] \quad (25)$$

$(x, y, z) \in B_2$.

A fenti egyenletekben alkalmaztuk az

$$\langle EI \rangle = \{EI\} - c^2 \langle AE \rangle_{-1} \quad (26)$$

jelölést. Megjegyzendő, hogy $\{EI\}$ a rúdkeresztmetszet hajlítási merevségét jelenti tökéletes (elcsúszásmentes) kapcsolat esetén, mikor is $k=\infty$, továbbá $\langle EI \rangle$ abban az esetben a keresztmetszet hajlítási merevsége, ha a B_1 és a B_2 rúdkomponensek szabadon elcsúszhatnak axiális irányban egymáshoz képest, vagyis $k=0$. A (15), (16) valamint a (24) és (25) képletekből az következik, hogy a $\sigma_z = \sigma_z(y, z)$ függvény $y = y_{12}$, $0 \leq z \leq L$ helyen szakadással rendelkezik (1. ábra).

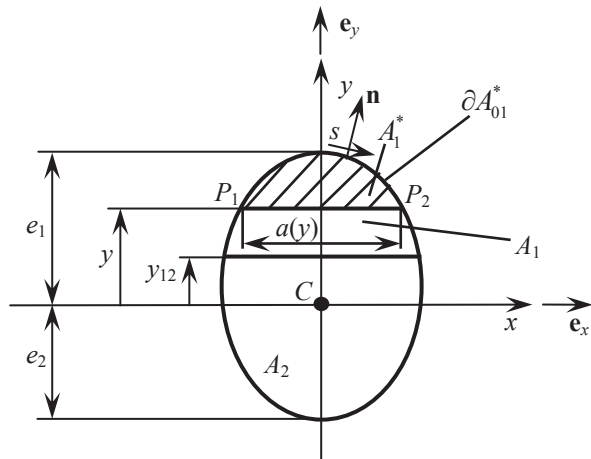
3. CSÚSZTATÓ FESZÜLTSEG SZÁMÍTÁSA

Az A_1 tartomány pontjaiban ébredő τ_{yz} csúsztató feszültség P_1 , P_2 pontok által meghatározott egyenes szakaszra vonatkozó átlag értékét a

$$\bar{\tau}_{yz}(y, z) = \frac{1}{a(y)} \int_{P_1 P_2} \tau_{yz}(x, y, z) dx \quad (27)$$

egyenlet definiálja (2. ábra). A $\bar{\tau}_{yz}$ meghatározásához a

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0 \quad (28)$$



2. ábra. A_1^* tartomány szemléltetése.

mechanikai egyensúlyi egyenletet használjuk [1]. Jelölje A_1^* a $P_1 P_2$ egyenes szakasz és a ∂A_{01}^* görbe által határolt résztartományát A_1 -nek (2. ábra). A (28)

egyenletből integrálással az alábbi összefüggésre jutunk:

$$\int_{A_1^*} \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} \right) dA + \int_{A_1^*} \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} dA = \int_{\partial A_1^*} (\tau_{xz} n_x + \tau_{yz} n_y) ds = - \int_{P_1 P_2} \tau_{yz} dx + \int_{A_1^*} E_1 \left(\frac{c_1}{c} \frac{d^2 s}{dz^2} - y \frac{d^3 v}{dz^3} \right) dA = 0. \quad (29)$$

A (29) egyenlet levezetése során alkalmaztuk a Stokes-tételt, a ∂A_{01}^* görbeszakaszra vonatkozó

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} n_x + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} n_y = 0, \quad (x, y) \in \partial A_{01}^*, \quad 0 < z < L \quad (30)$$

feszültségi peremfeltételt (2. ábra), ahol

$$\mathbf{n} = n_x \mathbf{e}_x + n_y \mathbf{e}_y \quad (31)$$

a $\partial A_{01}^* \cup \overline{P_1 P_2}$ zárt görbe normális egységvektorát jelöli. Nyilván

$$n_x = 0, \quad n_y = -1, \quad (x, y) \in \overline{P_1 P_2}. \quad (32)$$

A (29) egyenlet alapján írható, hogy

$$\bar{\tau}_{yz}(y, z) = \frac{E_1 A_1^*}{a(y)} \left[\frac{c_1}{c} \frac{d^2 s}{dz^2} - y_1^* \frac{d^3 v}{dz^3} \right], \quad (33)$$

$y_{12} < y < e_1$.

Itt

$$y_1^* = \frac{1}{A_1^*} \int_{A_1^*} y dA. \quad (34)$$

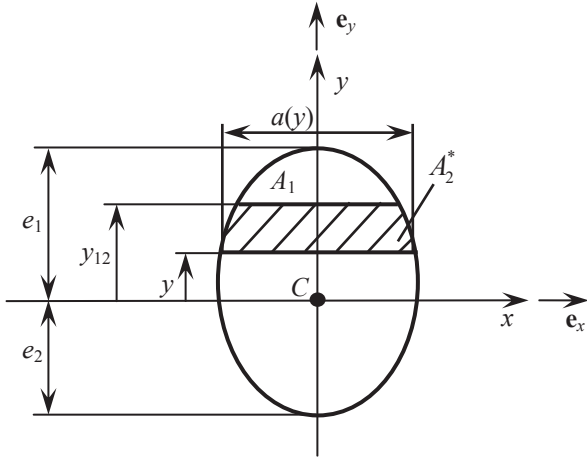
Hasonló okoskodással az $y_{12} > y \geq -e_2$ egyenlőtlenséggel kijelölt tartományra a következő képletet tudjuk levezetni a $\bar{\tau}_{yz}(y, z)$ átlagos nyírófeszültségre (3. ábra)

$$\bar{\tau}_{yz}(y, z) = \frac{1}{a(y)} \left\{ \frac{E_1 A_1 c_1 - E_2 A_2^* c_2}{c} \frac{d^2 s}{dz^2} - (-c_1 E_1 A_1 + y_2^* E_2 A_2^*) \frac{d^3 v}{dz^3} \right\}, \quad -e_2 \leq y \leq y_{12}. \quad (35)$$

A fenti képletben A_2^* az A_2 tartományból az $y=y_{12}$ és $y(-e_2 \leq y \leq y_{12})$ x tengellyel párhuzamos egyenesek által kihasított tartomány területét jelenti (3. ábra) és

$$y_2^* = \frac{1}{A_2^*} \int y dA. \quad (36)$$

A keresztmetszeti csúsztató feszültségekre levezetett képletek felírhatók a teljes keresztmetszetre vonatkozó $V=V(z)$ nyírőerő és $T=T(z)$ kapcsolati nyírőerő függvényeként.



3. ábra. Az A_2^* tartomány szemléltetése.

A levezetéshez az alábbi összefüggéseket fogjuk használni [6,7]

$$V(z) = \frac{dM}{dz}, \quad T(z) = \frac{dN_1}{dz}. \quad (37)$$

A (22), (23), (33), (35) és (37) egyenletek kombinálásával kapjuk a (38) és (39) egyenleteket:

$$\bar{\tau}_{yz}(y, z) = \frac{E_1 A_1^*}{a(y) \langle EI \rangle} \left\{ -c_1 V + \frac{\langle EI \rangle}{A_1 E_1} T + \right. \quad (38)$$

$$\left. + y_1^* (V - cT) \right\}, \quad y_{12} < y \leq e_1,$$

$$\bar{\tau}_{yz}(y, z) = \frac{E_1 A_1}{a(y) \langle EI \rangle} \left[-c_1 V + \frac{\langle EI \rangle}{A_1 E_1} T + \right. \quad (39)$$

$$\left. + c_1 (V - cT) \right] + \frac{E_2 A_2^*}{a(y) \langle EI \rangle} \left[c_2 V - \frac{\langle EI \rangle}{A_2 E_2} T + y^* (V - cT) \right], \quad -e_2 < y \leq y_{12}.$$

4. PÉLDA. KONCENTRÁLT ERŐVEL TERHELTT FIXEN MEGFOGOTT RÚD

A 4. ábra szemlélteti az F nagyságú koncentrált erővel terhelt a $z=0$ koordinátával kijelölt keresztmetszetről

befalazott kétrétegű kompozit rudat. A tartó keresztmetszete téglalap. A 4. ábra jelöléseit használva írható, hogy

$$A_1 = h_1 b, \quad A_2 = h_2 b, \quad (40)$$

$$c_1 = \frac{E_2 h_2 (h_1 + h_2)}{2(E_1 h_1 + E_2 h_2)}, \quad (41)$$

$$c_2 = \frac{E_1 h_1 (h_1 + h_2)}{2(E_1 h_1 + E_2 h_2)}, \quad (42)$$

$$y_{12} = c_1 - \frac{h_1}{2}, \quad (43)$$

$$\{EI\} = \frac{b}{12} (E_1 h_1^3 + E_2 h_2^3) + (E_1 c_1^2 h_1 + E_2 c_2^2 h_2) b, \quad (44)$$

$$\langle EI \rangle = \frac{b}{12} (E_1 h_1^3 + E_2 h_2^3), \quad (45)$$

$$\langle AE \rangle_{-1} = \frac{E_1 h_1 E_2 h_2 b}{E_1 h_1 + E_2 h_2}. \quad (46)$$

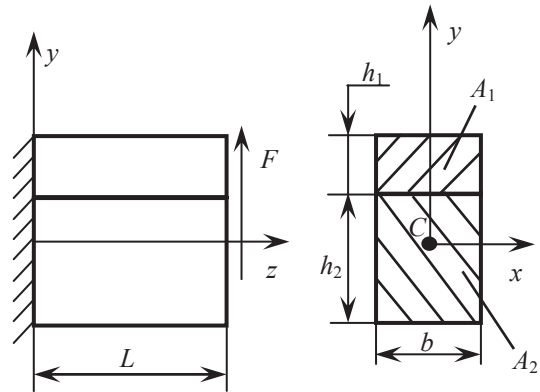
A későbbiekben még szükség lesz a

$$\Omega = \sqrt{k \frac{\{EI\}}{\langle AE \rangle_{-1} \langle EI \rangle}} \quad (47)$$

képlettel definiált változóra is [6,7]. A numerikus példához az alábbi adatokat használjuk:

$$L = 0,5 \text{ m}, \quad b = 0,03 \text{ m}, \quad h_1 = 0,02 \text{ m}, \quad h_2 = 0,04 \text{ m},$$

$$E_1 = 2 \cdot 10^{11} \text{ Pa}, \quad E_2 = 10^{10} \text{ Pa}.$$



4. ábra. Téglalap keresztmetszetű hajlított és nyírt rúd koncentrált erővel terhelve

Az igénybevételi függvényekre a [6] tanulmány a következő eredményeket vezette le:

$$T(z) = \frac{ckF}{\langle EI \rangle \Omega^2} [\sinh \Omega z \tanh \Omega L +$$

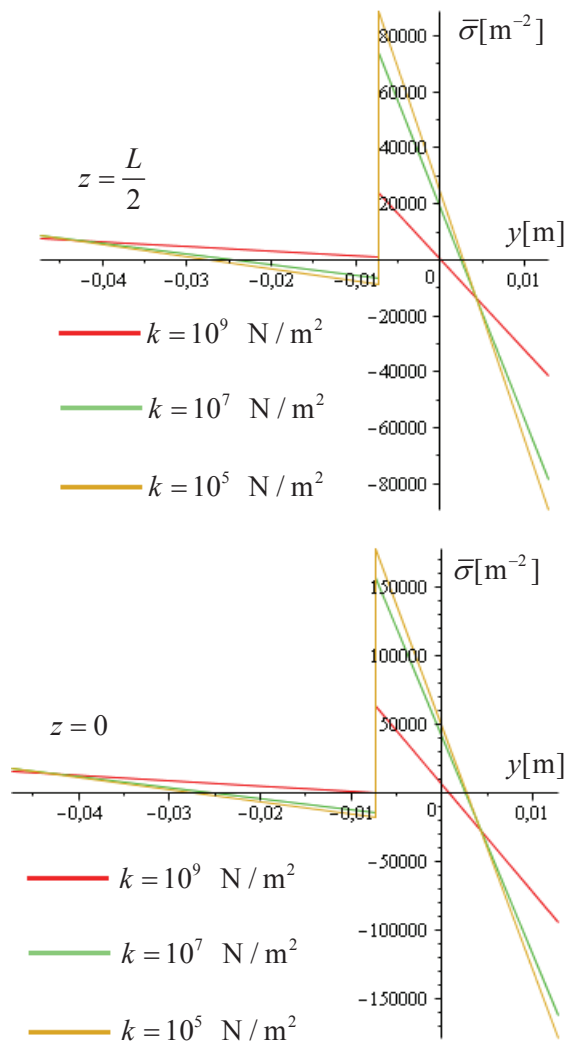
$$+1 - \cosh \Omega z], \quad 0 \leq z \leq L, \quad (48)$$

$$M(z) = F(L - z), \quad 0 \leq z \leq L, \quad (49)$$

$$N_1(z) = \frac{ckF}{\langle EI \rangle \Omega^3} [(\cosh \Omega y - 1) \tanh \Omega L -$$

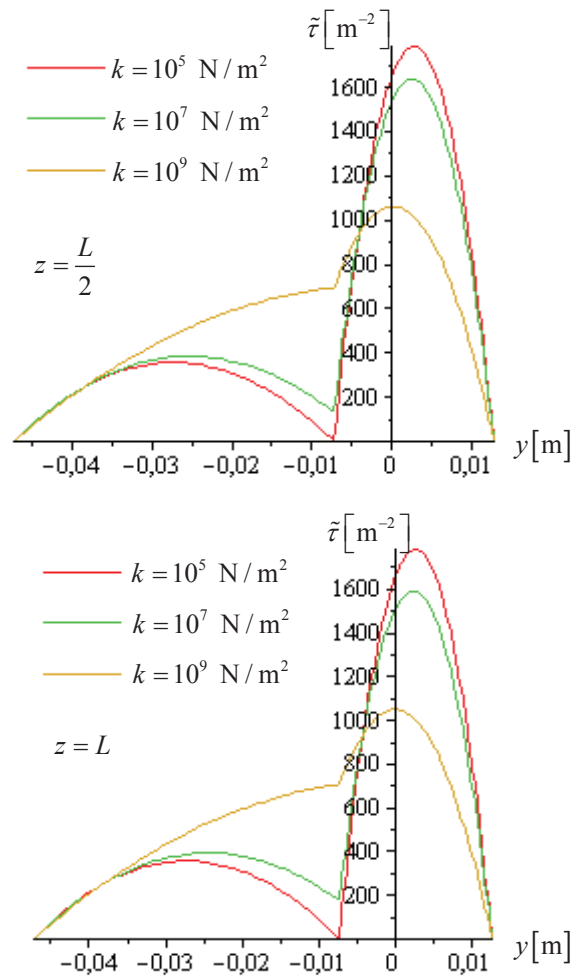
$$-\sinh \Omega z + \Omega(z - L) + \tanh \Omega L], \quad 0 \leq z \leq L, \quad (50)$$

$$V(z) = F, \quad 0 \leq z \leq L. \quad (51)$$



5. ábra. A $\bar{\sigma} = \sigma_z/F$ normálfeszültségi változó szemléltetése

Az 5. ábra a $z=0$ és a $z=L/2$ koordinátával kijelölt keresztmetszetekben szemlélteti a $\bar{\sigma} = \sigma_z/F$ feszültségi változót a k nyírási merevség néhány értékére. A 6. ábra pedig a $z=0$ és a $z=L$ koordinátákkal kijelölt keresztmetszetekben fellépő $\bar{\tau} = \tau_{yz}/F$ csúsztató feszültségi változó függvényét szemlélteti a k nyírási merevség néhány jellegzetes értékére.



6. ábra. A csúsztató feszültségi változó szemléltetése

5. KÖVETKEZTETÉSEK

A tanulmány kétrétegű, nem tökéletesen kapcsolódó kompozit rudak szilárdságtani számításához szükséges képletek levezetésével foglalkozik. A levezetett képletek használatát numerikus példán szemlélteti. A numerikus példában megvizsgáltuk a k nyírási merevség hatását a normál és csúsztató feszültségekre. A tanulmányban bizonyított összefüggések közvetlenül használhatók a nem tökéletesen kapcsolódó, rétegzett kompozit rudak szilárdságtani méretezésére.

6. KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A kutató munka a TÁMOP-4.2.2/B-10/1-2010-0008 jelű projekt részeként – az Új Magyarország Fejlesztési Terv keretében – az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

7. IRODALOM

- [1] UGURAL A. C., FENSTER S. K.: Advanced Strength and Applied Elasticity. Edward Arnold, London, 1984.
- [2] GIRHAMMAR U. A. and GOPU V. K. A.: Composite beam-columns with interlayer slip – exact analysis. Journal of Structural Engineering. 1993.; 119 (4), 1265-1282.
- [3] GIRHAMMAR U. A., PAN D.: Exact static analysis of partially composite beams and beam-columns. International Journal of Mechanical Sciences. 2007., 49 (2), 239-255.
- [4] GIRHAMMAR U. A., PAN D.: Dynamic analysis of composite members with interlayer slip. Int. Journal of Solids and Structures. 1993., 30, 797-823.
- [5] DALL'ASTA A.: Composite beams with weak shear connection. International Journal of Solids and Structures. 2001., 38, 5605-5624.
- [6] ECSEDI I., BAKSA A.: Static analysis of composite beams with weak shear connection. Applied Mathematical Modelling. 2011., 35, 1739-1750.
- [7] LENGYEL A. J., ECSEDI I.: Analitikus módszer részlegesen kapcsolt, rétegzett kompozit rudak szilárdságtani feladatainak megoldására. Miskolci Egyetem, Multidiszciplináris tudományok, 2. kötet (2012.), 1. szám, 89-102.

TRUMPF



- szilárdtest lézerforrások
- CO₂ lézerforrások
- jelölő lézerek és munkaállomások
- javító- felrakó hegesztő munkaállomások
- 3D-s hegesztő és vágó cellák
- kisebb-nagyobb sorozatok bérgyártása



Magyar képviselő
Lasersystems Kft.
H-1037 Budapest, Bojtár u. 31.
tel.: (+36) 1 - 240 - 0420
e-mail: info@lasersystems.hu
web: www.lasersystems.hu



HŐFESZÜLTTSÉGEK SZÁMÍTÁSA ÜREGES HENGERES TESTEK BEN HŐMÉRSÉKLETTŐL FÜGGŐ ANYAGÁLLANDÓK ESETÉN

THERMAL STRESSES IN HOLLOW CYLINDRICAL BODIES WITH TEMPERATURE DEPENDENT MATERIAL PROPERTIES

Gönczi Dávid*, Ecsedi István**

ABSTRACT

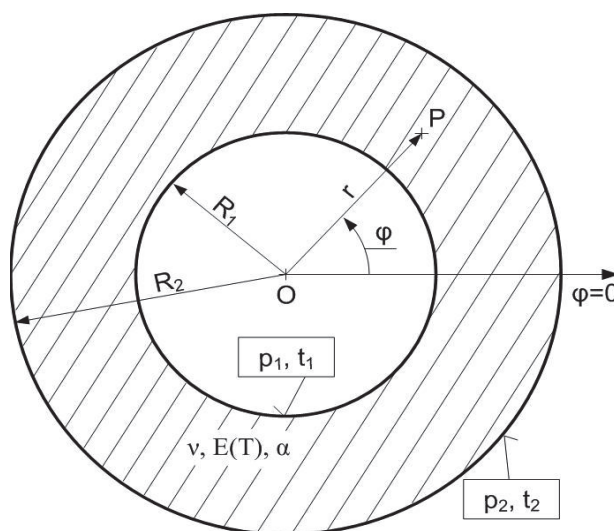
The main objective of this paper is the determination of normal stresses and displacements in hollow circular cylindrical bodies, which are caused by thermal and mechanical loadings. The Young modulus is assumed to be a specific function of the temperature. The problem is considered axisymmetric, therefore the stresses and the temperature field are independent of the axial coordinate. The temperature field and the corresponding thermal stresses are determined by utilizing the equations of the steady-state uncoupled thermoelasticity. The analytical solution is obtained under the assumption that the body is in plane strain state.

1. BEVEZETÉS

Napjainkban számos könyv és cikk foglalkozik homogén és inhomogén hengeres testekben, forgásszimmetrikus hő és mechanikai terhelések hatására kialakuló feszültségek és elmozdulások meghatározásával [2, 3, 4, 7, 8, 9, 10].

Az 1. ábrán látható a vizsgált hengeres test keresztmetszete. A feladat tengelyszimmetrikusnak tekinthető, a megoldásához az $O\varphi z$ hengerkoordináta rendszer használatát. A henger belső átmérője R_1 , külső átmérője R_2 . Az időben nem változó mechanikai terhelés –nyomás– a belső peremfelületen p_1 , a külső felületen p_2 . A potenciálmélet egyes típusú peremfeltételeit írjuk elő a palástfelületeken, továbbá t_1 és t_2 jelöli a belső és külső felületek hőmérsékleteit. A testet z tengely irányába végtelen kiterjedésűnek tekintjük, a külső és belső hengeres felületek hőmérséklete időben állandó. Ennek következtében az állandósult állapothoz tartozó hőmérsékletmező nem függ a z axiális koordinátától, pusztán az r radiális koordináta függvénye.

Az állandósult állapothoz tartozó hőfeszültségek számítására a síkalakváltozási állapot egyenleteit használjuk [1, 2, 3, 4, 5].



1. ábra. Az üreges körhenger keresztmetszete a terhelések feltüntetésével.

2. A HŐMÉRSÉKLETMEZŐ ÉS A RUGALMASÁGI MODULUSZ KAPCSOLATA

Azt az esetet vizsgáljuk, mikor az állandósult állapotú, üreges, körhenger alakú test palástfelületeinek hőmérsékletei adottak (nincsenek belső hőforrások). A radiális hőáramot konstansnak, a hőmérsékletmezőt forgásszimmetrikusnak tételezzük fel, azaz csak a radiális koordináta (r) függvénye. Ekkor [5, 6]

$$0 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(-\lambda \frac{\partial T}{\partial r} r \right), \quad T(r) = D_1 \ln r + D_2, \quad (1)$$

ahol λ a hővezetési tényező és $T(r)$ a hőmérsékletmező.

*PhD hallgató, Miskolci Egyetem, Mechanikai Tanszék,

**egyetemi tanár, Miskolci Egyetem, Mechanikai Tanszék

A potenciálmélet Dirichlet típusú peremfeltételi egyenleteit felhasználva jutunk el a hőmérsékletmező D_1 és D_2 integrációs konstansok nélküli, végső alakjához [6]

$$T(r) = \frac{t_1 - t_2}{\ln \frac{R_1}{R_2}} \ln \frac{r}{R_2} + t_2. \quad (2)$$

A továbbiakban azt az esetet vizsgáljuk, amikor $t_2 = 0$. Az üreges körhenger alakú testekben a radiális, a tangenciális és az axiális feszültségmező felírható az alábbi formában [1, 3, 4, 5]:

$$\sigma_r(r) = L \left[(1-\nu)\varepsilon_r + \nu\varepsilon_\varphi - \alpha(1+\nu)T \right], \quad (3)$$

$$\sigma_\varphi(r) = L \left[\nu\varepsilon_r + (1-\nu)\varepsilon_\varphi - \alpha(1+\nu)T \right], \quad (4)$$

$$\sigma_z(r) = \nu(\sigma_r + \sigma_\varphi) - \alpha ET, \quad (5)$$

ahol ν a Poisson szám, α a lineáris hőtágulási együttható, $u(r)$ az elmozdulásmező, a radiális és tangenciális nyúlásokra fennáll, hogy

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}, \quad \varepsilon_\varphi = \frac{u}{r}, \quad (6)$$

továbbá bevezettük az alábbi jelölést is:

$$L = \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)}. \quad (7)$$

A feladat megoldása során abból indulunk ki, hogy az E rugalmassági modulusz a hőmérsékletmező exponenciális függvénye, kapcsolatuk az alábbi kifejezéssel írható le:

$$L(r) = L_0 e^{\beta T(r)}. \quad (8)$$

L_0 és β az anyagra jellemző konstansok, β értéke az előírt hőmérsékleti tartományra vonatkozó mérési eredmények alapján határozható meg. A (8) egyenlet következménye, hogy a rugalmassági modulusz a hőmérsékletmezőn keresztül a radiális koordinátának a függvénye, továbbá kiemelendő, hogy $T = T(r)$. A (2) és (8) egyenletek alapján célszerű bevezetni az alábbi konstant:

$$g = \frac{\beta t_1}{\ln \frac{R_2}{R_1}}. \quad (9)$$

Ezt felhasználva a (8) egyenlet átírható az

$$L(r) = L_0 e^{-g \ln \frac{r}{R_2}} = L_0 \left(\frac{R_2}{r} \right)^g \quad (10)$$

alakba, ahol $L_0 = \frac{E(t_2)}{(1-\nu-2\nu^2)}$.

3. AZ ELMOZDULÁSMEZŐ SZÁMÍTÁSA

Az elmozdulásmező differenciálegyenletét az egyensúlyi egyenletből kiindulva írjuk fel [2, 3, 4, 5]

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} = 0 \quad (11)$$

A (11) egyenletbe beírva a (3) és (4) kifejezéseket kapjuk, hogy

$$L \left[(1-\nu) \frac{d^2 u}{dr^2} + \left(\frac{1-\nu}{r} \right) \frac{du}{dr} - (1-\nu) \frac{u}{r^2} - (1+\nu) \alpha \frac{dT}{dr} \right] + \frac{dL}{dr} \left[(1-\nu) \frac{du}{dr} + \nu \frac{u}{r} - (1+\nu) \alpha T \right] = 0, \quad (12)$$

amelyhez felhasználva az alábbi összefüggéseket

$$\frac{1}{L} \frac{dL}{dr} = \frac{d}{dr} (\ln L) = -\frac{g}{r}, \quad \frac{dT}{dr} = \frac{t_1}{\ln \frac{R_1}{R_2}} \frac{1}{r} \quad (13)$$

felírható az elmozdulásmező differenciálegyenlete:

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \left(\frac{1-g}{r} \right) \frac{du}{dr} - \left(1 + \frac{g\nu}{1-\nu} \right) \frac{u}{r^2} = k_1 \frac{1}{r} - k_2 \frac{1}{r} \ln \frac{r}{R_2} \quad (14)$$

Itt bevezettük, hogy

$$k_1 = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha \frac{g}{\beta}, \quad k_2 = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha \frac{g^2}{\beta}. \quad (15)$$

A (14) egyenlet homogén részének megoldása az alábbi

$$u_{\text{hom}} = C_1 r^{\lambda_1} + C_2 r^{\lambda_2}, \quad (16)$$

$$\lambda_1 = \frac{g}{2} + \sqrt{\frac{g^2}{4} + 1 + \frac{g\nu}{1-\nu}}, \quad \lambda_2 = \frac{g}{2} - \sqrt{\frac{g^2}{4} + 1 + \frac{g\nu}{1-\nu}}. \quad (17)$$

Az inhomogén rész megoldásához felhasznált próbafüggvények és azok hosszas számítások útján meghatározott konstansai a következő alakban adhatók meg

$$u_{\text{inh3}} = C_3 r, \quad u_{\text{inh4}} = C_4 r \ln \frac{r}{R_2} + C_5 r, \quad (18)$$

$$C_3 = -(1+\nu) \frac{\alpha}{\beta}, \quad C_4 = g(1+\nu) \frac{\alpha}{\beta},$$

$$C_5 = (2-g)(1-\nu^2) \frac{\alpha}{\beta}. \quad (19)$$

Ezek alapján az elmozdulásmező egyenlete zárt alakban felírható a C_1 és C_2 integrációs konstansok segítségével, amelyeket a hengeres peremfelületre

érvényes feszültségi peremfeltételek segítségével határozhatunk meg:

$$u(r) = C_1 r^{\lambda_1} + C_2 r^{\lambda_2} + (1+\nu) \frac{\alpha}{\beta} r \left[(1-2\nu) + g(\nu-1 + \ln \frac{r}{R_2}) \right]. \quad (20)$$

4. A FESZÜLTÉGMEZŐ MEGHATÁROZÁSA

Az elmozdulásmező előzőekben meghatározott alakját felhasználva az ε_r és ε_φ nyúlások kiszámíthatók. A (6) egyenlet alapján

$$\varepsilon_r = C_1 \lambda_1 r^{\lambda_1-1} + C_2 \lambda_2 r^{\lambda_2-1} + (1+\nu) \frac{\alpha}{\beta} \left[(1-2\nu) + g \left(\nu + \ln \frac{r}{R_2} \right) \right], \quad (21)$$

$$\varepsilon_\varphi = C_1 r^{\lambda_1-1} + C_2 r^{\lambda_2-1} + (1+\nu) \frac{\alpha}{\beta} \left[(1-2\nu) + g \left(\nu - 1 + \ln \frac{r}{R_2} \right) \right]. \quad (22)$$

Majd az így kapott egyenleteket behelyettesítve a (3) egyenletbe megkapjuk a radiális normálfeszültség eloszlását leíró kifejezést.

$$\begin{aligned} \sigma_r(r) = L \left\{ (1-\nu) \left[C_1 \lambda_1 r^{\lambda_1-1} + C_2 \lambda_2 r^{\lambda_2-1} + (1+\nu) \frac{\alpha}{\beta} \cdot \left[(1-2\nu) + g \left(\nu + \ln \frac{r}{R_2} \right) \right] \right] + \nu \left\{ C_1 r^{\lambda_1-1} + C_2 r^{\lambda_2-1} + (1+\nu) \frac{\alpha}{\beta} \left[(1-2\nu) + g \left(\nu - 1 + \ln \frac{r}{R_2} \right) \right] \right\} - \alpha(1+\nu) \left(\frac{-t_1}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \ln \frac{r}{R_1} + t_1 \right) \right\}. \quad (23) \end{aligned}$$

Hasonló módon a többi normálfeszültség is számítható. Az ismeretlen C_1 és C_2 konstansokat a peremfeltételi egyenletekből határozhatjuk meg. A szóban forgó egyenletek az alábbiak:

$$\sigma_r(R_1) = -p_1, \quad \sigma_r(R_2) = -p_2. \quad (24)$$

A (24) egyenletrendszer részletesebben kifejtett alakja:

$$a_{11}C_1 + a_{12}C_2 = f_1, \quad (25)$$

$$a_{21}C_1 + a_{22}C_2 = f_2. \quad (26)$$

Itt bevezettük az alábbi jelöléseket:

$$a_{11} = (1-\nu)\lambda_1 R_1^{\lambda_1-1} + \nu R_1^{\lambda_1-1}, \quad (27)$$

$$a_{12} = (1-\nu)\lambda_2 R_1^{\lambda_2-1} + \nu R_1^{\lambda_2-1}, \quad (28)$$

$$a_{21} = (1-\nu)\lambda_1 R_2^{\lambda_1-1} + \nu R_2^{\lambda_1-1}, \quad (29)$$

$$a_{22} = (1-\nu)\lambda_2 R_2^{\lambda_2-1} + \nu R_2^{\lambda_2-1}, \quad (30)$$

$$f_1 = -\frac{p_1}{L} - \frac{\alpha}{\beta} (1-\nu^2) \left[(1-2\nu) + g \left(\nu + \ln \frac{R_1}{R_2} \right) \right] - \frac{\alpha}{\beta} \cdot (\nu + \nu^2) \left[(1-2\nu) + g \left(\nu - 1 + \ln \frac{R_1}{R_2} \right) \right] + \alpha(1+\nu)t_1, \quad (31)$$

$$f_2 = -\frac{p_2}{L} - \frac{\alpha}{\beta} (1-\nu^2)(1-2\nu + g\nu) - \frac{\alpha}{\beta} (\nu + \nu^2) \cdot (1-2\nu + g\nu - g), \quad (32)$$

ahonnan

$$C_2 = \frac{a_{21}f_1 - a_{11}f_2}{a_{21}a_{12} - a_{11}a_{22}}, \quad C_1 = \frac{f_1 - a_{12} \frac{a_{21}f_1 - a_{11}f_2}{a_{21}a_{12} - a_{11}a_{22}}}{a_{11}}. \quad (33)$$

Az így kiszámított integrációs állandókat visszaírva a (20) egyenletbe az elmozdulásmező és a (3), (4) egyenletek alapján pedig a feszültségmező számítható.

Általánosított sicalakváltozási állapotra a fenti feladatot Nowinski [12] a következő feltételek teljesülése esetén oldotta meg

$$g = 1, \quad R_2 = 2R_1, \quad p_1 = p_2 = 0.$$

A [11] tanulmány pedig tömör és üreges gömbre gömbszimmetrikus hőmérsékletmezőt, feszültségeket és elmozdulást feltételezve $\nu=0.5$ esetén oldotta meg hőmérsékletfüggő rugalmassági moduluszal számolva az állandósult állapotra vonatkozó hőrugalmasságtani feladatot.

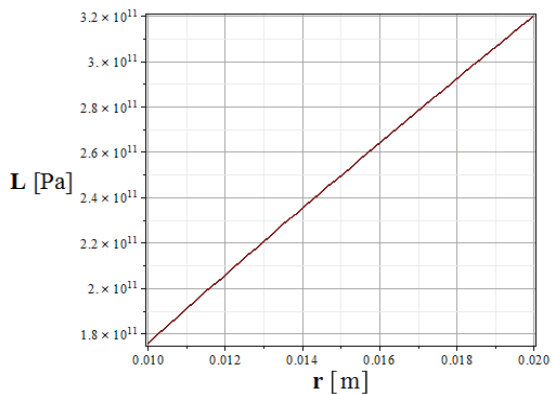
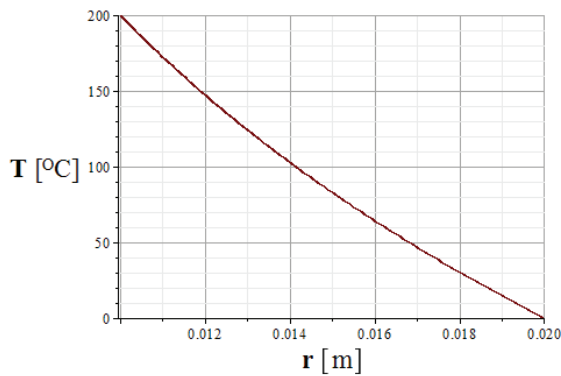
5. NUMERIKUS PÉLDA

A numerikus számítások kivitelezéséhez a *Maple 15* matematikai szoftvert használtuk. Az üreges körhenger geometriáját, a peremfelületek hőmérsékleteit és az anyagi paramétereket az alábbi értékeknek vettük:

$$R_1 = 0.01 \text{ m}, \quad R_2 = 0.02 \text{ m}, \quad t_2 = 0^\circ\text{C}, \quad t_1 = 200^\circ\text{C}, \quad \nu = 0.25,$$

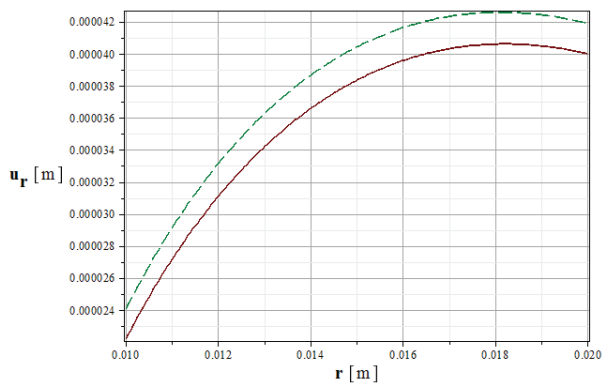
$$\alpha = 2 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}, \quad \beta = 0.003, \quad L_0 = 3.2 \cdot 10^{11} \text{ Pa}.$$

A 2. ábra szemlélteti az L mennyiség változását a radiális koordináta függvényében és a hőmérsékletmezőt.



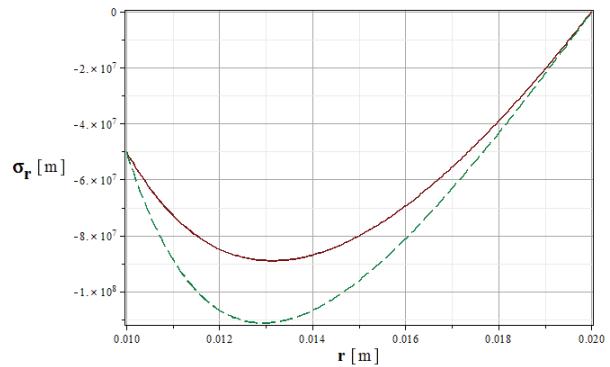
2. ábra. A hőmérsékletmező és a rugalmassági modulusz a radiális koordináta függvényében.

A belső felületen ható mechanikai terhelés $p_1=50\text{MPa}$, a külső palástfelület terheletlen ($p_2=0\text{MPa}$). Az előzőekben ismertetett módszerrel kapott elmozdulásmező a 3. ábrán látható. Végül a 4. és 5. ábra mutatja a radiális és tangenciális feszültségek eloszlását a vizsgált esetben. Látható, hogy a radiális feszültségmező kielégíti a mechanikai peremfeltételeket.

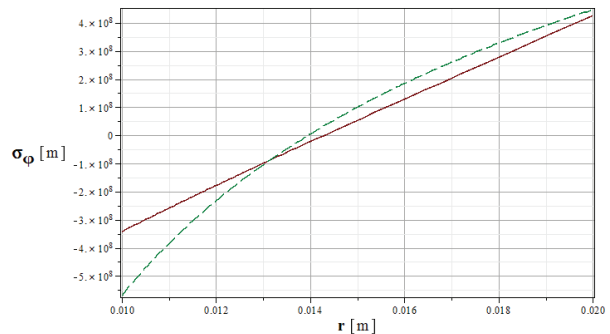


3. ábra. Az elmozdulásmező.

A $\beta=0$ esetre vonatkozó megoldást, mikor is $L=L_0$ a 3-5. ábrákon szaggatott zöld vonal szemlélteti. A $\beta=0$ eset külön vizsgálatot igényel, részletes kidolgozását a rétegzett, üreges, körhenger alakú testekre a [13] tanulmány ismerteti.



4. ábra. A radiális normál feszültség eloszlása.



5. ábra. A tangenciális feszültségmező.

6. ÖSSZEGLÉS

A tanulmány egy analitikus (egzakt) eljárást ismertet az üreges körhenger alakú testekben a mechanikai és hőterhelés hatására kialakuló elmozdulásmező és hőfeszültségek meghatározására. Azt az esetet vizsgáljuk, mikor a rugalmassági modulusz a hőmérsékletmezőn keresztül a radiális koordináta egy meghatározott függvényeként írható fel. A kidolgozott analitikus módszer alkalmazásával nyert numerikus eredmények a különböző numerikus eljárásokkal kapott megoldások számára „Benchmark” feladatként is használhatók a szóban forgó közelítő módszerek pontosságának az ellenőrzésére. A bemutatott analitikus módszer alkalmazásával nyert numerikus eredményeket egybevetve az egyes numerikus eljárásokkal (pl. végelem módszer, differencia módszer stb.) kapott megoldásokkal mód nyílik a vizsgált közelítő módszerek pontosságának ellenőrzésére.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A kutató munka a TÁMOP-4.2.2/B-10/1-2010-0008 jelű projekt részeként – az Új Magyarország Fejlesztési Terv keretében – az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

7. IRODALOMJEGYZÉK

- [1] **Boley, B. A., Weiner, J. H.:** *Theory of Thermal Stresses*, John Wiley & Sons Inc., New York, 1960.
- [2] **R. Solecki, R. I. Conant,** *Advanced Mechanics of Materials*, Oxford University Press, Oxford, 2003.
- [3] **R. B. Hetnarski, M.R. Eslami,** *Thermal Stresses Advanced Theory and Applications*, Springer, New York, (2010).
- [4] **N. Noda, R. B. Hetnarski and Y. Tanigawa,** *Thermal Stresses*, Lastran Corporation, Rochester, New York, 2000.
- [5] **I. L. Nowinski,** *Theory of Thermoelasticity with Applications*, Sythoff and Noordhoff, Alpen aan den Rijn, 1978.
- [6] **H. S. Carslaw, I. C. Jaeger,** *Conduction of Heat in solids*, Clarendon Press, Oxford, 1959.
- [7] **Lutz, M. P., Zimmerman R. W.:** Thermal stresses and effective thermal expansion coefficient of a functionally graded sphere. *Thermal Stress*, 19, pp. 39-54, 1996.
- [8] **Obata Y., Noda N.:** Steady thermal stress in a hollow circular cylinder and a hollow sphere of a functionally gradient materials. *Thermal Stress*, 17, pp. 471-487, 1994.
- [9] **Kim, K. S., Noda, N.:** Green's function approach to unsteady thermal stresses in an infinite hollow cylinder of functionally graded material. *Acta. Mech.* 156, 61–145, 2002.
- [10] **Liew K. M., Kitipornchai S., Zhang X. Z., Lim C. W.:** Analysis of the thermal stress behaviour of functionally graded hollow circular cylinders. *Solids and Structures*, 40, pp. 2355–80., 2003.
- [11] **Nowinski, J.:** Thermoelastic Problem for an Isotropic Sphere with Temperature Dependent Properties, *Zeit. Angew. Math. Phys.*, 1959, 10, p.565.
- [12] **Nowinski, J.:** Thermal Stresses in a Thick-Walled Cylinder Made of Material, Sychibitinc Variable Elastic Properties, *Arch. Mech. Stos.* 5, 1953, 4, p. 629. (in Polish)
- [13] **Gönczi D., Ecsedi I.:** Hőokozta feszültségek és elmozdulások meghatározása rétegzett körhenger alakú testekben, *Multidiszciplináris Tudományok* 2. kötet. 2012. pp. 39-48.

TERMÍKUS HULLADÉKKEZELÉSI TECHNOLÓGIÁK GAZDASÁGI ÉS GAZDASÁGOSSÁGI KÉRDÉSEI

THE ECONOMIC AND ECONOMICAL QUESTIONS OF THE THERMIC TREATMENT PROCESSES

*Bodnár István**

ABSTRACT

This paper presents the economic side of the thermic treatment processes. It compares the technologies through the most important economic questions that emerge. It examines the specific investment expenses of the technologies from two visual angles, since it matters whether the aim is to dispose a given mass of waste, or to produce one kWh of electric energy. The selection of the power machine depends on this. For the type of the applied power machines not only has an effect on the investment expenses, but also on the measure of the sales income and the times of the outlay. In the course of the calculations I selected a machine with the best electric power efficiency that can be used.

1. BEVEZETÉS

Az utóbbi években gyakran hallani a hulladékgazdálkodásban a termikus ártalmatlanítási eljárásokról. Számos előnyt és hátrányt fogalmazznak meg mind mellettük, mind ellenük. Kezdetben csak elméleti, a gyakorlatban nem bizonyított érvek és ellenérvek kerültek a köztudatba sokszor valótlan adatokkal. A laboratóriumi és fél üzemi berendezéseknek köszönhetően a kutatási eredmények egyre kedvezőbb értékeket mutatnak. De nem csak műszaki-technológiai szemszögből célszerű ezeket a technológiákat megvizsgálni! A környezetterhelés az energetikai hatékonysági paraméterek és a gazdasági, gazdaságossági mutatók is fontos szerepet játszanak egy-egy technológia létjogosultságában és alkalmazhatóságában. A világgazdaságban bekövetkező változások ideértve a termelékenység visszaesését, a gazdasági recessziót, valamint a fizetőképesség csökkenését, kiemelt fontosságúvá vált a technológiák gazdasági és gazdaságossági mutatói, háttérbe szorítva a többi szintén fontos paramétereket. Időszerűnek, sőt sürgetőnek tartom megvizsgálni, hogy hazai körülmények között mennyire állják meg a helyüket ezek a technológiák gazdasági és gazdaságossági kérdések tekintetében.

** PhD hallgató, Miskolci Egyetem, Vegyipari Gépek Tanszéke*

Éppen ezért ebben a tanulmányban a gazdasági és gazdaságossági mutatókra és kérdésekre térek ki. A kapott eredmények megdöbbentőek. Egyes technológiák jobban, mások pedig rosszabbul teljesítettek, mint ahogy az előzetes adatok alapján vártam.

2. A VIZSGÁLT TERMÍKUS HULLADÉKKEZELÉSI TECHNOLÓGIÁK BEMUTATÁSA

A hulladékgazdálkodásban jellemzően négy termikus kezelési eljárást használnak. A legismertebb és egyben a leggyakrabban alkalmazott eljárás a hagyományos égetés. Az Európai Unióban üzemelő hulladékégetők több, mint 95 %-a ezt az eljárást alkalmazza. E technológiánál két megoldást vizsgáltam, az egyik energiatermelés nélkül égeti el a hulladékot, a másik égetőmű pedig energiatermeléssel egybekötött ártalmatlanítást valósít meg. A második technológia a pirolízis, amely szintén ismert, de kevésbé elterjedt megoldás, főleg biomassza és gumiabroncs kezelésére használják. E technológiánál a keletkező haszontermékek mindegyike energiatermelés céljából lett hasznosítva. A harmadik technológia a gázosítás, amely világszinten ismert eljárás, azonban napjainkban szinte kizárólag biomassza, valamint tűzifa hasznosítására alkalmazzák. Végül pedig a negyedik, egyben a legfiatalabb eljárás a plazmatechnológia, amely még a szakemberek számára is gyakran ismeretlen [4]. E technológiánál is két megoldást vizsgáltam, egyrészt a hőmérséklet, másrészt pedig az alkalmazott segédáramok tekintetében. A technológiai jellemzők eltérései miatt tartom szükségesnek bemutatni mindkét megoldást [5]. A technológiák reakciókörülményeit és az alkalmazott erőgép típusát az 1. és a 2. jelű táblázatok tartalmazzák.

A segédáramokat tekintve megjegyezném, hogy a levegő kivételével mindegyik segédgáznak üzemeltetési költségnövelő hatása lesz. A levegőt leszámítva a vízgőz lesz a legolcsóbb és az O₂ - CO₂ keverék lesz a legdrágább. Végül melyik segédgázt válasszuk azt a hulladék típusa, az energetikai és a gazdasági mutatók együttesen fogják eldönteni optimalizálás segítségével.

1. táblázat: A vizsgált termikus hulladékkezelési eljárások reakciókörülményei

Technológia	T [°C]	λ	Segéd- áramok
Pirolízis	500	$\lambda = 0$ endoterm	-
Hagyományos égetés (energia-termelés nélkül)	1150	$\lambda = 1,5$ exoterm	levegő, földgáz póttüzelés
Hagyományos égetés (energia-termeléssel)	1150	$\lambda = 1,5$ exoterm	levegő, földgáz póttüzelés
Gázosítás	1200	$\lambda = 0,55$ parciális oxidáció	levegő
Plazma-technológia	3000	$\lambda = 0,55$ parciális oxidáció	vízgőz
Plazma-technológia	5000	$\lambda = 0,55$ parciális oxidáció	O ₂ és CO ₂ keverék

2. táblázat: A technológiáknál keletkező főbb végtermékek és az alkalmazott erőgépek típusa

Technológia	Keletkező végtermékek	Erőgép típusa
Pirolízis	pirogáz, piroolaj, pirokoks	gázmotor, dízelmotor és kondenzációs gőzturbina
Hagyományos égetés (energia-termelés nélkül)	füstgáz, salak, hamu, pernye	nincs erőgép
Hagyományos égetés (energia-termeléssel)	füstgáz, salak, hamu, pernye	kondenzációs gőzturbina
Gázosítás	szintézisgáz, salak, hamu	gázmotor
Plazmatechnológia (3000°C)	szintézisgáz, üvegesedett salak	gázmotor
Plazmatechnológia (5000°C)	szintézisgáz, üvegesedett salak	gázmotor

3. TECHNOLÓGIÁK ÖSSZEHASONLÍTÁSA A FAJLAGOS BERUHÁZÁSI KÖLTSÉGEK TEKINTETÉBEN

A legelső kérdés, ami felmerül a tervezés során, hogy milyen technológiát és milyen technológiai paramétereket válasszunk? Ennek a megválaszolását jellemzően az adott hulladékáram veszélyessége fogja eldönteni. Itt

kapcsolódnak be a környezetvédelmi kérdések a gazdasági és gazdaságossági kérdések mellett. Nem veszélyes hulladékok esetén célszerű kisebb hőmérséklet-tartományban (500 ÷ 800 °C) gondolkodnunk, mert a hőmérséklet csökkentése a beruházási költségeket nagyobb mértékben fogja csökkenteni, mint amilyen mértékben növeli a technológia környezetkockázati tényezőjét. Veszélyes hulladékok esetén egy adott hőmérséklet alá (1150 °C) nem mehetünk a törvényi előírások miatt, ezért ott mérlegelnünk kell, hogy melyik az a hőmérséklet, amely környezetvédelmi és gazdasági, gazdaságossági szempontok szerint optimális. Ezt a hőmérsékletet optimalizálási eljárás alkalmazásával, az LCA (Life Cycle Assessment, életciklus-elemzés) adatok birtokában és gazdasági, illetve gazdaságossági mutatók felhasználásával találhatjuk meg. A technológia típusát pedig az fogja meghatározni, hogy a keletkező végtermékekkel mi a célunk. Hagyományos égetésnél füstgáz és salak keletkezik, amely környezetterhelő hatással bír. Ezzel ellentétben a pirolízisnél éghető termékek – pirogáz, piroolaj és pirokoks - keletkeznek, amelyek számos iparban (vegyiparban, kohászatban, olajipar) hasznosíthatók energiahordozóként, vagy alap- és segédanyagként. Gázosításnál a keletkező szintézisgáz lesz hasznosítható, de a salak szintén problémát jelenthet. Plazmatechnológiánál pedig a szintézisgáz és az üvegesedett salak is haszontermék, amelyek értékesítése bevételi forrást jelent a hasznosítómű számára.

A második kérdés, hogy milyen erőgépet, energiatermelő egységet alkalmazunk? A technológiáknál alkalmazott erőgépek típusa jelentősen befolyásolni fogja a gazdasági és a gazdaságossági mutatókat. Nem csak a beruházási, hanem az üzemeltetési és a karbantartási költségek tekintetében is jelentős eltérés figyelhető meg. Mivel az erőgépeket a villamos- és a hőhatásfokkal, valamint ezek arányával lehet jellemezni, ezért e hatékonysági paraméterek meghatározóak lesznek a technológiák létjogosultságában, főleg a megtérülési időkben fognak megmutatkozni. A gőzturbinák villamos hatásfoka általában kisebb, mint 20 %, a hőhatásfoka pedig átlagosan 60 %. Ezzel ellentétben a gáz- és dízelmotorok átlagosan 40 %-os villamos és 45 %-os hőhatásfokkal üzemelnek [6]. Rögtön felmerül a kérdés, hogy a villamos-, vagy a hőenergiára van-e nagyobb szükségünk? Mivel a villamos energia ára csaknem ötszöröse a hőenergia árának, ezért a megtérülési idő fordítottan arányos lesz a villamos hatásfok értékével. Ezért ahol lehetséges, ott célszerű a legnagyobb villamos hatásfokkal rendelkező, és a legnagyobb villamos hatásfok és hőhatásfok arányú erőgépet választani (kondenzációs gőzturbina, gázmotor, dízelmotor). Azonban nem elegendő csak az erőgépek hatásfokát figyelembe venni, mert a technológiáknak és az erőmű segédberendezéseinek, irányítás és vezérléstechnikai eszközeinek önfogyasztása, ezt a hatásfokot csökkenteni fogja. Így végül a nettó energiahatékonysági paramétereket kell figye-

lembe venni a megtérülési idő számítása során. A hatásfok mellett még egy paraméterrel kell számolni, mégpedig a fajlagos kinyerhető hasznos energiamennyiséggel, amely megadja, hogy egy kg tömegű feladott hulladékból mennyi hasznos villamos és hőenergiát lehet előállítani. Részben ez a paraméter és a hatásfok fogja a szükséges erőgép-teljesítményt és egyben a beruházási költségek legjelentősebb komponensét determinálni. Ennek megfelelően a beruházási költségek két fő költséghelyre oszthatók. Az első költséghely maga a hulladékártalmatlanító berendezés, vagy reaktor (égetőkemence, pirolizáló és gázosító berendezés, valamint plazmareaktor) a kiszolgáló- és segédberendezésekkel, valamint a mérő, irányító és vezérlő eszközökkel. A költségek második csoportját pedig az energiatermelő egység (ellennyomósos gőzturbina, gázmotor, dízelmotor) és az ő kiegészítő berendezései alkotják. A teljes beruházási költség ezek összegzéséből adódik.

A fajlagos beruházási költséget két irányból közelíthetjük meg. Egyrészt a viszonyítási alap lehet az egységnyi idő (egy óra) alatt ártalmatlanítandó hulladék tömege, azaz a tömegáram, másrészt pedig az egységnyi idő (egy óra) alatt megtermelendő villamos energiához tartozó villamos teljesítmény, azaz az órás teljesítmény. Ha mindkét alapra elvégezzük a számításokat meglepő értékeket kapunk (3. táblázat).

3. táblázat: Fajlagos beruházási költségek alakulása technológiánként

Technológiák	Fajlagos beruházási költségek	
	eFt/kg-hulladék/óra	eFt/kWh villamos/óra
Pirolízis	735	422,41
Hagyományos égetés (energia-termelés nélkül)	1 597,2	nem értelmezhető
Hagyományos égetés (energia-termeléssel)	1 729,7	3 263,58
Gázosítás	2 325	1 107,14
Plazmatechnológia (3000°C)	6 081	1 192,35
Plazmatechnológia (5000°C)	11 685	889,27

Érdekes, hogy ha óránként egy kg hulladékot szeretnénk ártalmatlanítani, akkor az 5000°C hőmérsékleten végzett plazmatechnológia fajlagos beruházási költsége csaknem hétszerese a hagyományos égetőműnél tapasztalhatónak. Ez az óriási költségtöbblet a nagyobb hőmérséklet miatt jelentkezik. Nagyobb hőmérsékleten a hulladék nagyobb része megy át gáz fázisba, ami a reaktor térfogatának növekedésével jár. Ilyen nagy hőmérsékleten speciális hőálló anyagokat kell használni a reaktor anyagaként, amely szintén jelentős költségnöve-

kedést jelent. A mérés-, a vezérlés- és az irányítástechnikai eszközök, valamint a kiszolgáló berendezések tekintetében ugyancsak költségnövekmények lépnek fel. Mindezek a költségek 72 %-át teszik ki. A maradék 28 % a gázmotor és segédberendezéseinek az ára. Ezek összessége adja ezt az óriási költséget. Ami szintén szembevetendő, hogy ha óránként egy kg hulladék ártalmatlanítása a cél, akkor a plazmatechnológia a legdrágább, de ha óránként egy kWh villamos energia előállítása a cél, akkor ez a második legolcsóbb megoldás. Ez azért lehetséges, mert ennél a technológiánál lehet egységnyi tömegű hulladékból a legnagyobb energiamennyiséget kinyerni (itt a legnagyobb a fajlagos kinyerhető hasznos energiamennyiség). Csaknem 25-ször többet, mint a hagyományos égetésnél.

4. A VÁRHATÓ MEGTÉRÜLÉSI IDŐK ÉS A VILLAMOSENERGIA ELŐÁLLÍTÁS KÖLTSÉGE

A várható megtérülési idő számítása során az erőmű teljes élettartamára (15 év) vonatkozóan kell figyelembe venni az összes kiadást és az összes árbevételt, természetesen az adók és az egyéb járulékok levonásával, valamint a várható inflációval kompenzálva. Az itt felmerülő kérdések: Mekkora létszámú személyzettel lehet biztosítani a hulladékhasznosító erőmű biztonságos üzemvitelét? Mennyi üzemviteli mérnökre, karbantartóra és egyéb személyzetre lesz szükség? Mekkora legyen az ő fizetésük? Ezek megválaszolása némi technológiai jártasságot, ismeretet igényel. A számítások során négy üzemviteli mérnököt, két karbantartót és egy üzemvezetővel számoltam. Az üzemviteli mérnökök felelősek az erőmű biztonságos üzemvitelért, a felügyeletért és a szükséges beavatkozások, valamint a technológiai paraméter-beállítások módosításáért. Az ő fizetésüket egy átlagos főiskolai, vagy alapszakos diplomával rendelkező mérnök átlagfizetésével vettem figyelembe. A karbantartók felelősek a napi karbantartási feladatok ellátásáért. A beállítások módosításának elvégzéséért. Az ő fizetésük egy hazai szakmunkás átlagos bérével megegyező mértékű. Végül pedig az üzemvezető, aki az értékesítéssel, bérkifizetéssel, valamint a hulladéklogisztikával foglalkozik. Az ő fizetése az üzemviteli mérnökök fizetésénél 20 %-kal nagyobb. A bérek tekintetében a munkáltatói járulékot a hatályos jogszabály alapján 27 %-nak vettem [2]. A villamos energia kötelező átvételi ára napi átlagban 28,61 Ft. Mivel a hulladék kevert (szerves) ipari hulladék, amely egyaránt tartalmaz veszélyes és nem veszélyes komponenseket, ezért azok arányának megfelelően határoztam meg a hulladék átvételéből származó bevételt, amely 30 Ft/kg-hulladék. A számítás során feltételeztem, hogy a bevételek és a kiadások az infláció mértékével megegyezően fognak nőni (2,5 %) [1]. Az üzemeltetés egyéb költségeit, mint a segédáramok, és a karbantartási költségek, technológi-

ánként külön-külön határoztam meg. Az ÁFA és a társasági adó a hatályos jogszabályoknak megfelelően 27 és 35 % [2][3]. Az erőmű kapacitása 1 t/h. Az így kapott várható megtérülési időket (t) és a villamos energia fajlagos előállítási költségét (k_{villamos}) a 4. táblázat tartalmazza.

4. táblázat: A termikus hulladékkezelési technológiák várható megtérülési ideje és a villamos energia fajlagos előállítási költsége

Technológia	t [év]	k_{villamos} [Ft/kWh _e]
Pirolízis	2,34	2.4546
Hagyományos égetés (nincs energiatermelés)	7,39	-
Hagyományos égetés (energiatermeléssel)	10,37	8,1583
Gázosítás	5,75	2,1338
Plazmatechnológia (3000°C)	7,11	0,8562
Plazmatechnológia (5000°C)	5,76	0,7697

Megfigyelhető, hogy a legkisebb megtérülési idővel a pirolízist alkalmazó erőmű rendelkezik, a második helyen a gázosítás foglal helyet. Egy hajszállal lemaradva a harmadik helyen az 5000°C hőmérsékletet alkalmazó plazmatechnológia végzett. A hagyományos égetés esetében az energiatermelést elhagyó égetőműnek közel 30 %-kal kisebb a megtérülési ideje, mint az energiatermeléssel egybekötött ártalmatlanítóé. Ennek az a magyarázata, hogy az energiatermelő egység beruházási költsége, nagyobb, mint magáé az égetőé, és ezt a többletet még az energiatermelésből származó árbevétel se tudja kompenzálni. Ezért találunk világszerte, többek között Magyarországon is energiatermelés nélküli hagyományos hulladékégetőket. Ha a villamos energia fajlagos előállítási költségét tekintjük, akkor viszont az 5000°C hőmérsékleten végzett plazmatechnológiával tudunk a legolcsóbban és hagyományos égetéssel tudunk a legdrágábban villamos energiát előállítani. Viszonyítási alapként: 1 kWh villamos energiát földgázból 25,128 Ft-ért lehet előállítani. Ebből az következik, hogy a hulladékok energiatermelésre történő használata mindamellett, hogy fosszilis energiahordozókat vált ki, gazdaságilag is sokkal kedvezőbb megoldás!

5. ÖSSZEFOGLALÁS

A hulladékok termikus ártalmatlanítására szolgáló technológiái közül, az optimális kiválasztásának folyamata során számos kérdés merül fel, amelyek megvála-

szolása rendszerszintű gondolkodást igényel. Célszerű a technológiákat komplex módon összehasonlítani és értékelni, amely eredményeként a legjobb technológiák kiválasztásra kerülnek. Gazdasági és gazdaságossági kérdések tekintetében a hagyományos égetés teljesített a legrosszabban, ezért is lenne indokolt az új termikus ártalmatlanítási technológiák alkalmazása a hulladék-gazdálkodásban.

6. SUMMARY

In case of the thermic treatment processes, a number question arises during the process of choosing the best and it requires systematic thinking to respond them. It is expedient to compare and evaluate the technologies in a complex way, so that the best technologies could be selected. Regarding economic and economical questions, the conventional incineration performed the worst, so the application of new thermic treatment processes would be justified in the waste management.

7. KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

„A tanulmányban ismertetett kutató munka a TÁMOP-4.2.2/B-10/1-2010-0008 jelű és a TÁMOP-4.2.1.B-10/2/KONV-2010-0001 jelű projektek részeként – az Új Magyarország Fejlesztési Terv keretében – az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.”

8. FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] DR. HORVÁTH ZS.: Képletgyűjtemény. Nemzeti Tankönyvkiadó Budapest, 2011.
- [2] DR. BOZSIK S.: Pénzügyi számítások. Oktatási segédlet. Miskolci Egyetem, 2009.
- [3] TÓTHNÉ DR. SZITA K.: Környezetgazdaságtan. Oktatási segédlet. Miskolci Egyetem, 2012.
- [4] ÖRVÖS M.: Ártalmatlanítás termikus eljárásokkal. BME oktatási segédlet, 2008.
- [5] BODNÁR I., MANNHEIM V.: Szerves ipari hulladékok kezelésére szolgáló technológiák vizsgálata környezetterhelési, energiahatékonysági, és gazdasági aspektusokból. Multidiszciplináris Tudományok. A Miskolci Egyetem kiadványa. 2. kötet. 2012. 1. sz. pp. 9-20.
- [6] MANNHEIM V., BODNÁR I.: Hulladékkezelési eljárások környezetterhelési és energiahatékonysági vizsgálata. Energiagazdálkodás. 54. évf. 3. sz. 2013. pp. 8-11.

A HŐMÉRSÉKLETMEZŐ ELŐÁLLÍTÁSA NAGYSZILÁRDSÁGÚ ACÉLOK HEGESZTÉSÉNEK VÉGESELEMES MODELLEZÉSEKOR

REALIZATION OF TEMPERATURE FIELD BY FINAL ELEMENT MODELLING DURING THE WELDING OF HIGH STRENGTH STEELS

Gáspár Marcell¹

ABSTRACT

The welding of high strength steels requires different concept for the welding technology planning than normal structural steels. Therefore, it can be reasonable to use FEM for the optimization of welding parameters. This paper aimed to present the numerically defined temperature field, and the welding heat cycles of the different HAZ zones. The results of FEM are validated by a real welding experiment.

1. BEVEZETÉS

A végeselemes modellezés mechanikai hátterének kidolgozása döntően a XX. század 60-as, 70-es éveire tehető, a nemlineáris végeselemes feladatok, mint maga a hegesztés, megoldására pedig a 80-as évektől kezdődően nyílt lehetőség. A mechanika fejlődésével szoros összhangot mutatott a számítástechnika fejlődése is. Míg korábban az egyszerűbb lineáris feladatok megoldása, mint például egy rúd rugalmas alakváltozásának végeselemes modellezése is akár napokat vett igénybe, mára a végeselemes szempontból igen összetettnek bizonyuló ún. nemlineáris, ráadásul kapcsolt hegesztési folyamatok egy napjainkban átlagosnak mondható hétköznapi számítógépen akár néhány óra alatt modellezhetők [4].

A végeselemes modellezés alkalmazásának előnyei az alábbiakban foglalhatók össze:

- gyártási folyamatok mélyebb megértése,
- prototípusok és fizikai tesztek számának csökkentése,
- tudatosabb gyártás, jobb minőség,
- gyorsabb piacra lépés,
- alacsonyabb fejlesztési és gyártási költségek [3].

A járműiparban egyre szélesebb körben alkalmazott nagyszilárdságú acélok hegesztéstechnológiájának tervezéséhez különösen is célszerű lehet a végeselemes programok alkalmazása. Ezek a programok egyrészt segítséget nyújtanak a kutatás során a fizikai folyamatok mélyebb megértésében, másrészt pedig alkalmazásukkal

(pl. deformációk csökkentésére optimalizált hegesztési sorrendterv) csökkenteni lehet a fizikai tesztek számát, amely a költségesnek mondható nagyszilárdságú alap- és hozaganyagok tekintetében költségcsökkentés eredményezhet.

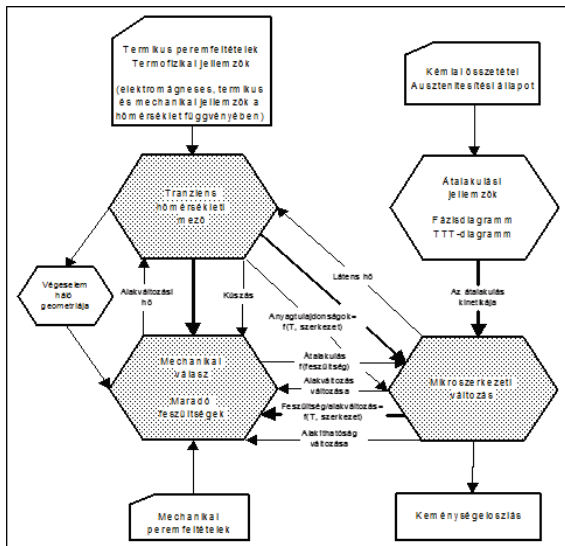
Napjainkban több, kimondottan a hegesztési folyamatok végeselemes modellezésére szolgáló célrendszer áll rendelkezésre, amelyek közül a továbbiakban a SYSWELD programhoz kapcsolódó VISUAL ENVIRONMENT-tel foglalkozom részletesen.

2. HEGESZTÉSI FOLYAMATOK VÉGESELEMES MODELLEZÉSE

A termikus eljárások során, mint például hegesztéskor, az anyagban rendkívül összetett, komplex változások mennek végbe. A munkadarabban a rajta végrehajtott hőciklus következményeként, hőtágulás-zsugorodás és fázisátalakulás(ok) játszódnak le. A legtöbb hegesztési feladat során a hőfolyamat következtében kialakuló alakváltozás gátolt, ez a darabban maradó feszültségeket és deformációkat okoz, amelyhez a fázisátalakulás(ok)ból származó strukturális feszültség is hozzáadódik, az alkatrészek élettartamát, üzemeltethetőségét rontva.

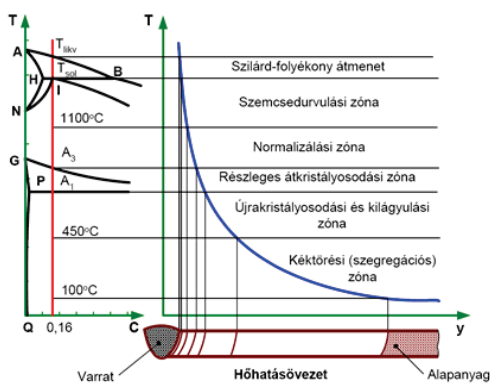
A hő-, mikroszerkezeti és mechanikai folyamatokat együttesen csatolt folyamatoknak nevezi a szakirodalom, hiszen ezek egy időben lejátszódó folyamatok [2]. A hegesztési csatolt folyamatokat foglalja össze a 1. ábra, amelyben látható, hogy egy hegesztési folyamat a modellezés szempontjából mennyire összetett. Ebből következik, hogy a végeselemes szoftverek közül viszonylag kevés az olyan program, amely a korábban említett valamennyi jelenség egyidejű modellezésére képes. Az általános rendeltetésű végeselemes programoknak különösen a mikroszerkezeti változások kezelése okoz nehézséget. A speciális folyamatok vizsgálatára ezért elsősorban egy adott gyártási folyamat modellezésére specializált célszoftverek, mint például a SYSWELD bizonyulnak a legalkalmasabbnak, amely alkalmas a szövetszerkezeti átalakulások követésére is.

¹ PhD hallgató, Miskolci Egyetem, Mechanikai Technológiai Tanszék



1. ábra. Hegesztési folyamatok végeelemes modellezése [2]

Nagyszilárdságú acélok hegesztéstechnológiájának tervezésekor több szempontból is célszerű végeelemes modellezést alkalmazni. A hegesztési paraméterek (ívhegesztés esetén elsődlegesen: $T_{elő}$, U , I , v_h) meghatározásakor figyelembe kell venni, hogy a nagyszilárdságú acélok szövetszerkezete a hagyományos acéloktól jelentősen eltér. Ezek az acélok ugyanis kimagasló szilárdsági jellemzőiket ötvözők, hőkezelési (pl. edzés (Q) és megeresztés (HTT)) és esetenként alakítási folyamatok alkalmazásának köszönhetik. A hegesztési hőciklus hatására azonban az alapanyag szövetszerkezete megváltozik és a hőhatásövezetben kedvezőtlen változások mennek végbe [7]. A repedésképződésnek és terjedésnek kedvező durvaszemcsés, rideg övezetek alakulhatnak ki, bizonyos esetekben pedig kilágyult övezetek jönnek létre. Ezért nagyszilárdságú acélok hegesztésekor a hegesztőmérnököknek részletes információkkal kell rendelkezniük a hőhatásövezetben létrejövő folyamatokról. A 2. ábrán egy kis karbontartalmú ötvözetlen acél hegesztésekor kialakuló hőhatásövezet látható.



2. ábra. Kis C-tartalmú ötvözetlen acél hegesztésekor kialakuló hőhatásövezet [8]

Ahogy a 2. ábrán láthatjuk, a hőhatásövezet egy meglehetősen inhomogén mikroszerkezettel, és ebből adódóan változó mechanikai tulajdonságokkal rendelkező része a hegesztett kötésnek. Rendkívül eltérő tulajdonságokkal rendelkező zónák jöhetnek létre, különösen a speciális alapanyagok, mint például a nagyszilárdságú acélok esetén. A folyamatos hűtésű átalakulási diagramok alapján a szövetszerkezet előrejelzésére is alkalmas SYSWELD program segítségével egyrészt meg tudjuk határozni a hőhatásövezet különböző zónáira jellemző hőciklusokat, amelyekből következtetéseket tudunk levonni a hegesztési paraméterek megfelelőségéről, másrészt pedig az átalakulási diagramok ismeretében információt kaphatunk a létrejövő szövetek típusáról és arányáról.

Az említett programok segítségével lehetőség nyílik a nagyszilárdságú acélok hegeszhetőségével kapcsolatos másik fontos témakörnek, az ún. „matching”-nek a vizsgálatára, amely a hozaganyag alapanyaghoz viszonyított szilárdságára utal. Több szakirodalom az alapanyaghoz képest kisebb szilárdságú, de nagyobb alakváltozó-képességű, ún. undermatching hozaganyagot ajánl a nagyszilárdságú acélok hegesztéséhez [7]. A végeelemes modellezés alkalmazásával még a tényleges hegesztési kísérlet megkezdése előtt lehetőség nyílik undermatching típusú hegesztett kötések virtuális készítésére, a maradó feszültségek és deformációk numerikus meghatározására. Jelen cikkben a hőmérsékletmezővel és a hőhatásövezettel foglalkozom részletesen, az undermatching típusú nagyszilárdságú hegesztett kötések végeelemes analízisét a későbbiekben tervezem elvégezni. Az ilyen kötések modellezésekor általában nehézséget jelent, hogy a hozaganyag összetétele és mechanikai jellemzői eltérnek az alapanyagétól, ami az anyagjellemzők meghatározásához további vizsgálatok elvégzését teszi szükségessé. Ha még figyelembe szeretnénk venni, hogy a varrat lényegében az alapanyag és a hozaganyag keveredésének eredményeként jön létre, a modellezési feladat tovább bonyolódik.

A hegesztési folyamatok végeelemes modellezésekor több nehézséggel is találkozunk, amelyre a szoftverfejlesztők különböző megoldásokkal szolgálnak. A hegesztett szerkezetekben viszonylag ritkán alkalmaznak egysoros varratokat, ezért a végeelemes programoknak alkalmasnak kell lenniük a többsoros varratfelépítés modellezésére is. Ebben az esetben viszont jelentősen megnövekszik a modell összeállításához, valamint a számításokhoz szükséges idő.

Bár már az eddigiekben is látható volt, hogy a hegesztett kötés különböző zónáinak előállítása, a varratra vonatkozó összetétel és anyagjellemzők megadása mennyire bonyolult feladatot jelent a modellező számára, a következőkben célszerű pillantást vetni a hegfürdőben lejátszódó áramlási folyamatokra is [4]. A hegfürdőt érő erőhatások (ívnyomás, felhajtó erő, gravitáció, felületi feszültség) áramlási folyamatokat indukálnak (pl. Marangoni áramlás), amelyek befolyásolják a keveredés mértékét, az összetételbeli inhomogenitást és

a varratlakot is. Ezeknek a modellezése meglehetősen bonyolult, és túlmegy a végeselemes modellezés határán (CFD: computational fluid dynamics rendszer szükséges), ezért csak kivételes esetekben térnek ki ezeknek a folyamatoknak a virtuális modellezésére (pl. a COMSOL program a hegfürdő áramlási folyamatainak modellezésére). Ezért a SYSWELD rendszer alkalmazásakor eltekintünk a hegfürdőben lejátszódó áramlási folyamatoktól.

A leírtakból látható, hogy a hegesztési folyamatok modellezésénél a valóságot megközelíteni meglehetősen bonyolult és összetett feladat, nincs lehetőség és általában nincs is igazán szükség minden részlet vizsgálatára. Ezzel a fejezettel elsősorban a modellezés nehézségeire, összetettségére próbáltam felhívni a figyelmet. Más szemléletet és módszert igényel a hegfürdőben lejátszódó áramlási folyamatok, és ezáltal a varratlak modellezése, mint egy optimális hegesztési sorrendet és minimális maradó deformációt eredményező technológiai variáns kidolgozása [4].

A Mechanikai Technológiai Tanszéken rendelkezésre álló, a francia ESI Group által forgalmazott SYSWELD és VISUAL ENVIRONMENT végeselemes szoftvercsomagok segítségével egy átlagos ömlesztő-hegesztési folyamatról az alábbi információkat szerezhetjük [2, 3]:

- hőmérsékletmező,
- hőmérséklet gradiens,
- hűlési és hevítési sebesség,
- keletkező fázisok aránya (CCT görbe alapján),
- maradó alakváltozások,
- maradó feszültségek,
- keménység,
- folyáshatár, stb.

A programok azonban nem alkalmasak:

- hegfürdő és a (pikkelyes szerkezetű) varratfelület alakjának meghatározására,
- ömlesztési, keveredési, áramlási folyamatok modellezésére,
- a hegesztési folyamat fizikai megvalósításának modellezésére (elektromos ív, elektronsugár, huzaladagolás stb.).

A programcsalád lehetővé teszi a varratok tervezését (kialakítás, elhelyezkedés), a maradó deformációk csökkentését szolgáló hegesztési sorrend tervezését és a hegesztési paraméterek optimalizálását. A szoftverek használata segítséget jelent a fizikai szimulátoron végrehajtható hőhatásvezeti tesztek elvégzéséhez is [4, 7]. A végeselemes modellezés eredményeként meghatározott hőmérsékletmező időbeli változásának ismeretében lehetőség nyílik a szoftverből nyert hőciklusok fizikai szimulátorba történő betáplálására. Ennek köszönhetően csak kontroll vizsgálat céljából szükséges analitikus összefüggéseket (pl. Rykalin) használnunk a valóságos hegesztési hőciklus közelítéséhez [7]. Ezáltal kapcsola-

tot tudunk teremteni a végeselemes modellezés és a fizikai szimuláció között.

A cikkben szereplő modellezés során nagyszilárdságú acélok aktív védőgázos fogyóelektródás ívhegesztését (ISO számjel: 135) fogom bemutatni. Az ívhegesztési folyamat modellezése során tulajdonképpen az adott eljárásra jellemző hőforrást kell végig vezetnünk a varrat vonalán, és ez a hőforrás eredményezi a különböző hőmérsékletmezőt, az anyagszerkezeti változásokat, a maradó deformációkat és feszültségeket. Tehát nem modellezzük az elektromos ívet, el kell tekintenünk a huzaladagolástól, a cseppeleválástól és a különböző áramlási folyamatoktól. Lényegében egy mozgó hőforrást kell definiálni, amelyet a hegesztési paraméterek és valós hegesztési kísérletek alapján az adott hegesztési folyamathoz harmonizálunk.

A hozaganyaggal történő (exogén) ívhegesztési folyamatok szimulációjának egyik különlegessége a varrat modellezése, mivel a hegesztést megelőzően a leélezés miatt tulajdonképpen anyagmentes tér helyezkedik el az összehegesztendő felületek között, amit a hegesztés során a hozaganyag és az alapanyag keveréke tölt ki. A modellezés során ezt technikailag úgy oldható meg [3], hogy a varratot is megrajzolják és behálózzák, de az ott lévő elemeket csak akkor teszik aktívvá, amikor a hőforrás odaér. A nem aktív elemek is rendelkeznek bizonyos anyagtulajdonságokkal, mivel a számítás miatt az anyagjellemzők értéke nem lehet zérus, de ezeknek az értéke a nullához közelít egészen a hőforrás érkezéséig, amikor az elemek végül automatikusan felveszik az adott anyagra vonatkozó tulajdonságokat [4].

3. MODELLEZÉS LÉPÉSEI

A VISUAL ENVIRONMENT kezelőfelületén a végeselemes modell összeállítása az alábbi módon történik:

- Geometria definiálása, hálózás;
- Anyagtulajdonságok megadása: alap- és hozaganyag;
- Hegesztési folyamat paramétereinek megadása:
 - Hőforrás kiválasztása,
 - Geometria modell részeinek csoportokba rendezése (alapanyag, hozaganyag, stb.)
 - Hőforrás pályájának megadása,
 - Hegfürdő méretének megadása (hőforrás paraméterek segítségével),
 - Fajlagos hőbevitel megadása: vonalenergia (J/mm);
- Hűtési feltételek (pl. szabad levegő);
- Mechanikai peremfeltételek megadása: megfogás és terhelések;
- Számítási paraméterek megadása, fájlok generálása a számításokhoz, futtatás.

A végeeselemes analízis első lépéseként egy geometriai modellt kell definiálnunk, amelyet a technológiai szempontok figyelembevételével egy csomópontokat tartalmazó hálóra alakítunk. Lehetőség van arra, hogy külső forrásból olvassunk be egy kész geometriát, illetve magának a szoftvernek a VISUAL MESH modulja is kiválóan alkalmas a geometria megrajzolására és behálózására. Mivel hegesztés esetén nemlineáris feladatokról és kapcsolt folyamatokról van szó, ezért hálózaskor törekedni kell arra, hogy a hálózás sűrűségét csak a kritikusnak vélt részekben vegyük finomra. Tehát elsősorban a varratot, illetve annak közvetlen környezetét, a feltételezett hőhatásövezetet célszerű sűrűn behálózni.

A geometriai modell elkészítését követően az anyagtulajdonságok megadásakor segítségünkre van a szoftver anyagadatbázisa, amelyben a szerkezeti acélok közül mindösszesen az S355, a nagyszilárdságú acélok közül pedig csak a DP-W-600 és TRIP700Z szerepelnek. Ezért az általam vizsgált nagyszilárdságú szerkezeti acélok vizsgálatához (S960QL) a szoftverhez tartozó Material Data Manager elnevezésű Excel alapú programot kell használnom, amelynek segítségével a vizsgált nagyszilárdságú acélon elvégzett anyagvizsgálatok eredményeit felhasználva lehet előállítani a számításokhoz szükséges anyagjellemzőket tartalmazó fájlt. Ezek az anyagjellemzők a következők

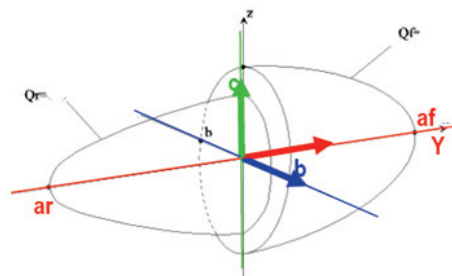
Mechanikai anyagjellemzők	Termometallurgiai anyagjellemzők
folyáshatár $R_{p0,2}(T)$	hővezetési tényező, $\lambda(T)$
alakítási szilárdság, $k_f(\varphi)$	fajhő, $c_p(T)$
Young modulusz, $E(T)$	entalpia, $h(T)$
Poisson tényező, ν	sűrűség, $\rho(T)$
Termikus nyúlás, $L(x,y,z,T)$	fázisátalakulások reakciói

1. táblázat. A modellezéshez szükséges anyagjellemzők

Az 1. táblázatban szereplő anyagjellemzők közül a GLEEBLE 3500 fizikai szimulátor segítségével elvégzett melegsakító vizsgálatokkal felvettük az $R_{p0,2}(T)$ görbét [5]. A hegesztési hőciklus eredményeként létrejövő szövetszerkezet modellezéssel történő meghatározásához szükséges folyamatos hűtésű átalakulási diagram (CCT, vagy röviden "C görbe") felvételére két lehetőség is rendelkezésre áll. Az egyik egy termodinamikai alapokra építkező szoftveres módszer, a másik pedig a dilatόμεteres mérés technika alkalmazására képes fizikai szimuláció. Az alakítási szilárdság meghatározására pedig több hagyományos módszer is rendelkezésre áll. A többi anyagjellemző esetén költség- és időtakarékosági megfontolásból a szoftver anyagadatbázisában szereplő normál szerkezeti acél anyagjellemzőit használom, mivel a kutatásom során vizsgált S960QL nagyszilárdságú acél gyengén ötvözöttnek tekinthető. Ebből adódóan ez az egyszerűsítés a modellezés eredményeit nem fogja érdemben befolyásolni.

Miután sikerült az alap- és hozaganyag (pontosabban varrat) anyagminőségét kiválasztanunk, illetve

szükség esetén az anyagjellemzőket definiálnunk, a következő menüpontban a hegesztési pályák és a hegesztési paraméterek definiálását, valamint a hőforrás beállítását kell elvégeznünk. Első lépésként az adott hegesztő eljárásra jellemző hőforrást kell kiválasztani. Az ívhegesztő eljárások esetén a 3. ábrán lévő Goldak-féle hőforrás bizonyul a legalkalmasabbnak [3].



3. ábra Goldak-féle hőforrás

A Goldak-féle hőforrás matematikai összefüggését az (1) képlet tartalmazza:

$$Q(x, z, y) = Q_{f,r} \cdot e^{-\frac{y^2}{a_{f,r}^2}} \cdot e^{-\frac{x^2}{b^2}} \cdot e^{-\frac{z^2}{c^2}} \quad (1)$$

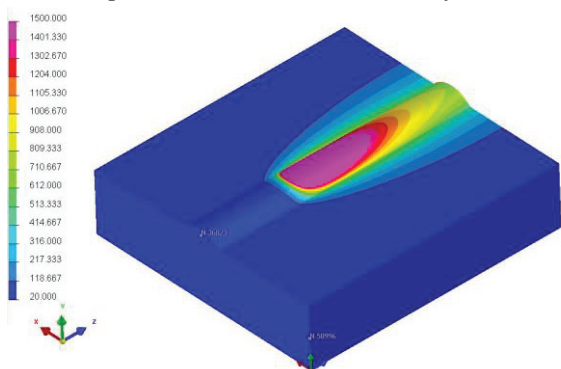
Lényegében a hőforrás helyes beállítása jelenti a modellezés sikerének kulcsát. Amíg egy valós ívhegesztési folyamat esetén az anyagminőség, vonalenergia, védőgáz stb. határozza meg a beolvadási alakot, addig a modellezés során nekünk kell előzetes becslést adnunk a varrat méreteiről (a, b, c). Ezért sokszor a hőforrás kalibrálása egy iteratív folyamat, több számítást kell lefuttatnunk a kívánt hőforrás precíz előállításához. Kutatási feladatok esetén ezért célszerű tényleges hegesztési kísérleteket is elvégezni, és a hegesztett kötésből kimunkált makrociszolatot összehasonlítani a modellezésünk eredményeivel. A következő fejezetekben ismertett modellezés eredményeihez is több lépésen keresztül lehetett eljutni. Viszonylag sok számítást kellett lefuttatni ahhoz, hogy a hegesztés során kialakuló hőmérsékletmezőt jól közelítő eredményt kapjunk (8. ábra).

4. HŐMÉRSÉKLETMEZŐ

A fejezetben bemutatásra kerülő végeeselemes modellezési feladat célja a nagyszilárdságú acélok aktív védőgáz fagyóelektrodás ívhegesztése során előálló hőmérsékletmező, illetve az abból származtatható hőciklusok előállításának. Ahogyan a korábbi fejezetben írtam, jelenleg még nem áll rendelkezésre a modellezéshez szükséges valamennyi anyagjellemző, azonban a hőmérsékletmező előállításához elegendő felhasználni egy normál szerkezeti acél (jelen esetben S355) termometallurgiai anyagjellemzőit.

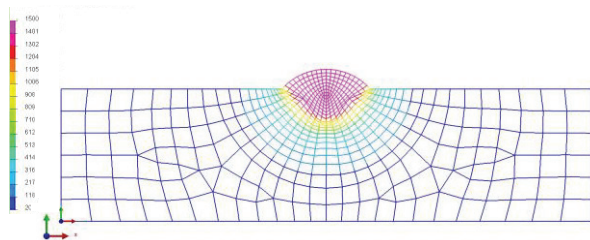
A modellezés során első lépésként a VISUAL MESH modul alkalmazásával előállítottam a geometriai modellt és a végeeselemes hálót. A modellezés

során egy 80x80 mm alapterületű és 20 mm vastagságú lemezre készített hernyóvarratnak megfelelő geometriát rajzoltam meg. A varratszélesség és a beolvadási mélység pontos definiálásához a korábbi fejezetekben leírt szempontok szerint tényleges hegesztési kísérletet is végeztem. A végeselemes hálót pedig úgy készítettem el, hogy a hegesztett darabról készült makrociszolaton lemértem a varrat jellemző méreteit, és a beolvadási vonal közelében finomabb hálósűrűséget alkalmaztam. A hegesztési paraméterek megadásakor 1000 J/mm vonalenergiát alkalmaztam, a hegesztési sebesség pedig 47 cm/min volt. Előmelegítési hőmérsékletnek szobahőmérsékletet állítottam be (20 °C), mivel a valós hegesztési kísérletnél a hűlési idő meghatározására szolgáló Rykalin-3D modell alkalmazásához ennél a paraméter kombinációknál teljesültek biztonságosan a határlemez-vastagságra vonatkozó feltételek ($S_{hat,3D} < 20$ mm) [6, 7]. A végeselemes számítás a 4. ábrán szereplő hőmérsékletmezőt eredményezte.



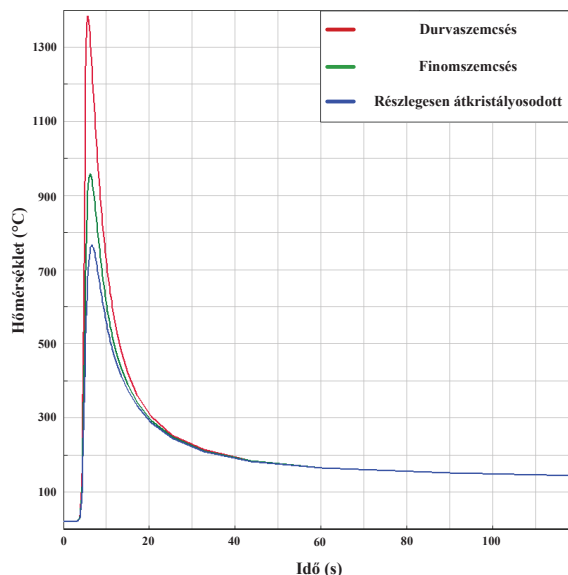
4. ábra. Hőmérsékletmező a 3D darabon

A hőforrás viszonylag körülményes beállítása miatt ez a hőmérsékletmező egy kb. 8-10 lefuttatott szimulációból álló iteratív folyamat eredményeként jött létre. A hőforrás elhaladásakor létrejövő hőmérséklet eloszlás az 5. ábrán lévő keresztirányú metszeti képen is látható, amelyen jól megfigyelhető a végeselemes háló szerkezete is.



5. ábra. Hőmérsékletmező metszeti képe

A program lehetőséget biztosít arra, hogy az általunk kiválasztott csomópontokhoz megjelenítsük a hegesztési hőciklusokat. Amennyiben a beolvadási vonalhoz közel sűrű hálózást alkalmazunk, akkor a 6. ábrán szereplő módon meg tudjuk jeleníteni a különböző hőhatásövezeti zónákra jellemző hőciklusokat.



6. ábra Hőhatásövezet hőciklusai

A végeselemes modellezés által kapott hőciklusok a későbbiekben felhasználhatók a GLEEBLE 3500 fizikai szimulátor hőhatásövezeti tesztjeihez. Nemesített nagyziládságú acélok hegesztéstechnológiájának tervezésekor figyelembe kell venni a kísérleti úton meghatározható optimális $t_{8,5/5}$ hűlési idő tartományt, amely a 850 °C-ról 500 °C-ig tartó lehülésre utal [6]. A 6. ábrán szereplő hőciklusok esetén ez a kritikus hűlési idő átlagosan 4,7 s.

5. EREDMÉNYEK IGAZOLÁSA HEGESZTÉSI KÍSÉRLETTEL

A végeselemes modellezés validálásához tényleges hegesztési kísérletet végeztem, amely során a geometriai modellnek megfelelő hernyóvarratot készítettünk. A kísérlet során alkalmazott hegesztési paramétereket a 2. táblázat foglalja össze, amelyben a Rykalin-3D modell [6] eredeti, és konstansokkal kiegészített, egyszerűsített összefüggésével meghatározott $t_{8,5/5}$ hűlési idők is szerepelnek. Eddigi kísérleteimnél alkalmazott termoelemes kontroll vizsgálatok tapasztalatai alapján rendszerint az egyszerűsített összefüggés szokott jobb közelítést adni [7]. A szobahőmérsékletnek megfelelő 20 °C előmelegítés esetén a Rykalin 2D és 3D modell alkalmazási lehetőségeit kijelölő határlemezvastagság 14,5 mm, amely kellő biztonsággal kisebb az alkalmazott 20 mm lemezvastagságtól. Ebből adódóan teljesül a felületi hőátadást elhanyagoló ún. nagytest modell alkalmazásának feltétele [6].

I	U	v_h	E_v	$t_{8,5/5,3D}$	$t_{8,5/5,3D}$ egysz.
[A]	[V]	[cm/min]	[J/mm]	[s]	[s]
301,4	32,3	47	994	2,4	5,2

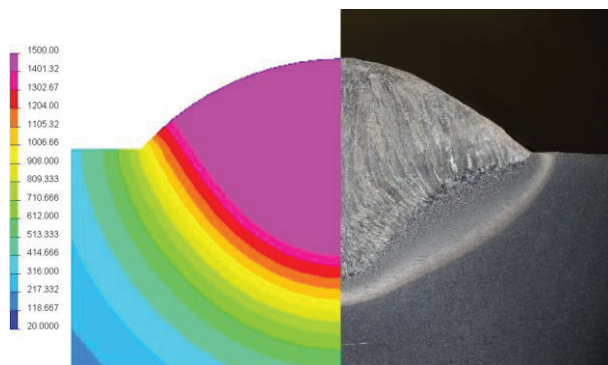
2. táblázat. Hegesztési paraméterek

A Rykalin-3D modell egyszerűsített változatával meghatározott 5,2 s hűlési idő és a végeelemes modellezés eredményeként kapott 4,7 s jól közelítik egymást. Ezzel kapcsolatban érdemes kiemelni, hogy az S960QL acélra az ajánlott hűlési idő tartomány alsó határa 5 s. [6, 8] A táblázatban adott hegesztési paraméterekkel készített hernyóvarratról készült felvétel a 7. ábrán szerepel. Ezúton szeretném kihangsúlyozni, hogy az állandó hegesztési sebesség biztosítása érdekében hegesztő kocsit alkalmaztam a kísérlethez.



7. ábra. Valós hegesztési kísérlet eredménye

A tényleges hegesztési folyamat és a végeelemes modellezés eredményeinek összehasonlításában a 8. ábra nyújt segítséget. A valós hernyóvarratról készült csiszolati kép és a végeelemes modell metszeti képének összehasonlításakor pozitív eredményként lehet értékelni, hogy a látható hőhatásövezet széle és a hozzá tartozó A_1 hőmérsékletre ($723\text{ }^\circ\text{C}$) utaló izoterma viszonylag jó átfedésben vannak egymással, bár a virtuális hőhatásövezet csekély mértékben ugyan, de szélesebbnek bizonyul. A hőforrás paramétereinek további javításával viszont még jobban meg lehet közelíteni a valós hőhatásövezetet eredményező hőmérsékletmezőt.



8. ábra. A modellezéssel előállított és a tényleges varratkeresztmetszet

A két metszeti felvétel összehasonlításakor fontos felhívni a figyelmet arra, hogy a védőgáz típusa alapvető hatással bír a varrat beolvadási alakjára. A 8. ábra jobb oldali részén jól megfigyelhető a viszonylag kis hővezető képességű gázkeverék (82% argont és 18% CO_2) jellegzetes beolvadási alakja, melyet nem tudunk tökéletesen reprodukálni a Goldak-féle hőforrás modellel. Nagyobb CO_2 tartalmú, esetleg He bázisú gázkeverékekkel készült hegesztett kötés beolvadási alakja ezzel a hőforrás modellel feltételezhetően jobban közelíthető.

6. ÖSSZEFOGLALÁS

A cikkben bemutatott FEM technikával a nagyszilárdságú acélok aktív védőgáz fogóelektródás ívhegesztésére jellemző hőmérsékletmező, és a hőhatásövezet jellegzetes zónáihoz tartozó hőciklusok sikeresen előállíthatók voltak. A hőforrás paramétereinek további javításával a tényleges hegesztési folyamatot még jobban közelítő, a hegesztés fizikai szimulációját támogató, valamint a hegesztőmérnök munkáját jelentősen megkönnyítő FEM modell összeállítására nyílik lehetőség.

7. IRODALOM

- [1] Balogh, A.; Komócsin, M.: Hegesztési Technológiák Számítógépes Tervezése, „A felsőoktatás szerkezeti és tartalmi fejlesztése” CAD/CAM/FEM kompetencia kurzusok projekt, Miskolci Egyetem, 2005
- [2] Pogonyi, T.; Palotás, B.: „SYSWELD” a hegesztés végeelemes modellezésének eszköze, 26. Hegesztési Konferencia és Hegesztéstechnikai Kiállítás, Budapest, 2012, p.: 35-44
- [3] Tejc, J.: Welding Simulation Solution, Előadás, Sysweld és Visual Environment tanfolyam, ESI Group, Dunaújváros, 2012
- [4] Gáspár, M.; Balogh, A.: Számítógéppel segített technológiai tervezésre alkalmas programok ömlesztő hegesztő eljárások esetén, TÁMOP Tanulmány, Innovációs anyagtechnológiák tudományos műhely, Miskolci Egyetem, 2012
- [5] Kuzsella, L.; Lukács, J.; Szűcs, K.: Fizikai szimulációval végzett vizsgálatok S960QL jelű, nagyszilárdságú acélon, GÉP, LXIII. évf. 4. sz., p.: 37-42., 2012
- [6] Balogh, A.; Kirk, S., Görbe, Z.: Role of cooling time when steels to be welded requires controlled heat input, GÉP Vol. V., L. évfolyam, 1999
- [7] Gáspár, M.: A nemesített állapotú nagyszilárdságú acélok hagyományostól eltérő hegesztési megoldásai középvas tag lemezeknél, Hegesztő Szakmérnöki Diplomaterv (témavezető: Dr. Balogh András), 2013
- [8] Balogh A., Sárvári J., Schäffer J., Tisza M.: Mechanikai Technológiák, 4. kiadás, Miskolci Egyetemi Kiadó, p.:143-270., 2008

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Az ismertetett kutatómunka TÁMOP-4.2.2/B-10/1-2010-0008 jelű projekt eredményeire alapozva az Európai Unió és Magyarország támogatásával megvalósuló TÁMOP 4.2.4.A/2-11-1-2012-0001 azonosító számú „Nemzeti Kiválóság Program – Hazai hallgatói, illetve kutatói személyi támogatást biztosító rendszer kidolgozása és működtetése konvergencia program” című kiemelt projekt keretében valósult meg.

SZINKRON VÁLTAKOZÓ ÁRAMÚ HIDRAULIKUS HAJTÁS ÉS AZ EXCENTER MŰKÖDÉSI ELVE

THE ALTERNATING CURRENT SYNCHRONOUS HYDRAULIC DRIVE AND OPERATION PRINCIPLE OF ECCENTRIC

Fekete Tamás*

ABSTRACT

The ACH drives have three types. These are the alternating current synchronous drive (S-ACH), the alternating current non-synchronous drive (ACH-M) and the alternating current asynchronous drive (A-ACH). The ACH drives have two main units: the alternating current hydrogenerator (ACG) and the alternating current hydromotor (ACM).

The hydrogenerator is an energy source in the chain of the energy transfer. The main parts of the hydrogenerator are: the phase cylinder, the implied phase pistons and the motion mechanism of the phase pistons. These all cause the generation of the hydraulic sections, which determine the liquid flow. In case of synchron drive, the design of the ACG and ACM is the same. In the first stage, transfer parameters of the S-ACH drives with piston construction would be studied.

1. BEVEZETÉS

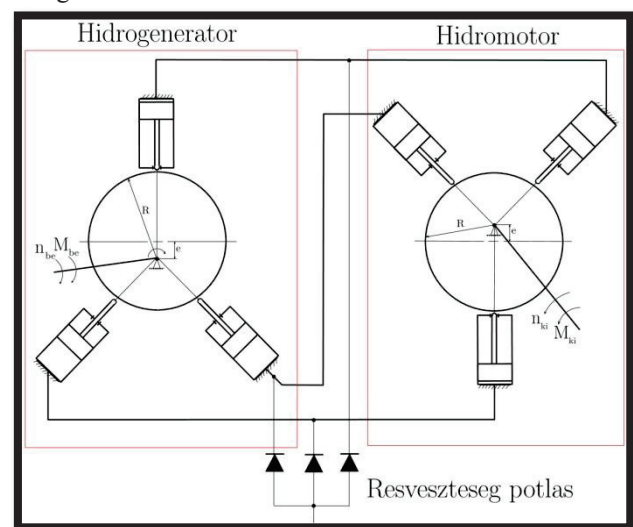
Az erő és a munkagépek közé - leggyakrabban – hajtóművek kerülnek beépítésre nyomtaték, illetve fordulatszám módosítása céljából. Ez a megoldás mindig költséghatékonyabb, mintha az erőgép kivitelezése lenne olyan, hogy közvetlenül hajthassa a munkagépet. A hajtóművek konstrukciója igen változatos, megtalálhatók köztük a mechanikus, villamos, pneumatikus, hidraulikus vagy ezekből kialakított hibrid rendszerek. Az előbbi hajtómű típusok közül mindig az adott technikai igény által megszabott követelmények alapján választjuk ki a legmegfelelőbbeket. [2]

A hajtások egyik fő csoportjába tartoznak a hidraulikus hajtások. A villamos analógia alapján a hidraulikus hajtások két nagy csoportját különböztethetjük meg, az egyenáramú hidraulikus hajtást illetve a váltakozó áramú hidraulikus (VAH) hajtást. Egyenáramú

hidraulikus hajtás esetén a folyadékáram a szivattyú és a hidromotor között egy irányú mozgást végez. [5] A részveszteségek miatt alacsony (0-50 l/min) fordulatszám nem valósítható meg csak sebességváltóval. A váltakozó áramú hidraulikus hajtásoknak három fő változata van, a szinkron (S-VAH), a nem szinkron (VAH-M) és az aszinkron (A-VAH). A váltakozó áramú hidraulikus hajtásoknak két fő építési egysége, a hidrogenerátor (VHG) és a hidromotor (VHM). [3]

2. SZINKRON VÁLTAKOZÓ ÁRAMÚ HIDRAULIKUS HAJTÁS (S-VAH)

A hidrogenerátor az energiaátvitel láncban a hidraulikus energiaforrás szerepét tölti be. A hidrogenerátor fő részei a fázishengerek, a bennük lévő fázisdugattyúk és a fázisdugattyúkat mozgató mechanizmus. Ezek együttese biztosítja a hidraulikus fázisok gerjesztését, melynek eredménye a fázis folyadékáram. Szinkron hajtás esetén a VHG és a VHM kialakítása azonos felépítésű. Kezdetben az S-VAH hajtás átviteli tulajdonságait dugattyús konstrukcióban vizsgálnám merev fázisvezetékekkel.



1. ábra. Szinkron váltakozó áramú hidraulikus hajtás (S-VAH) elvi vázlata merev fázisvezetékekkel és dugattyúkkal

*PhD. hallgató, Miskolci Egyetem Szerszámgépek Tanszéke

Az 1. ábrán látható elvi vázlat alapján egy kísérleti berendezés került megvalósításra. Az S-VAH hajtás kivitelezett változata a 1. képen látható.

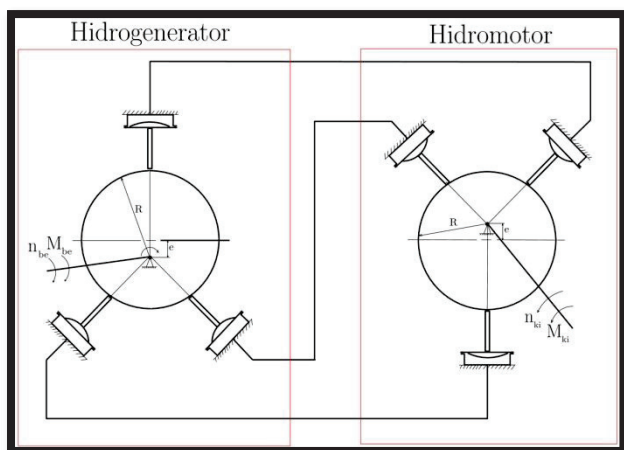


1. kép. A doktori témámban elkészült Szinkronrendszerű váltakozó áramú hidraulikus hajtás kísérleti berendezése (merev fázisvezetékkel)

3. S-VAH HAJTÁSBAN A RÉSZVESZTESÉG MEGSZÜNTETÉSE

A növekvő nyomásokhoz egyre jelentősebb résvesztés tartozik, mivel a növekvő ellennyomás a résekben (pl. dugattyú és a heger fala között) egyre jelentősebb visszaáramlást okoz. Így egy szivattyú esetén az elméleti értékhez képest kisebb térfogatáram hagyja el a szivattyút, míg egy motor esetén több folyadékot kell bejuttatni a motorba.

A fázisdugattyúk résvesztésének kiküszöbölése érdekében membránokkal helyettesíthetők a dugattyúk.

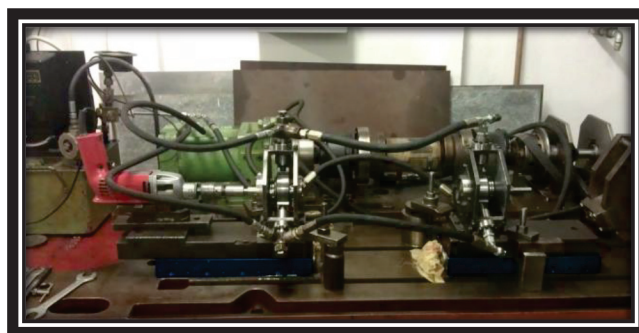


2. ábra. Szinkron váltakozó áramú hidraulikus hajtás (S-VAH) flexibilis fázisvezetékkel és membránokkal

A membránok gumi-elasztikus anyagból készülnek és az a feladatuk, hogy miközben a két egymástól elválasztandó térrész között egy át nem eresztő, de egyben rugalmas elválasztó falat képeznek, ugyanakkor tegyék lehetővé a két elválasztott térrész térfogatváltozásait.

Első közelítésben a hajtás átviteli tulajdonságait dugattyúkkal és merev fázisvezetékkel, majd flexibilis fázisvezetékkel vizsgálom. Később a dugattyúkat membránokkal helyettesíteném és először merev fázisvezetékkel, azután pedig flexibilis fázisvezetékkel alkalmaznám az átviteli tulajdonságok vizsgálatához.

A rugalmas fázisvezeték alkalmazása lehetővé tenné, hogy hajtásunknál a VHG és a VHM közötti út tetszőleges kialakítású legyen.

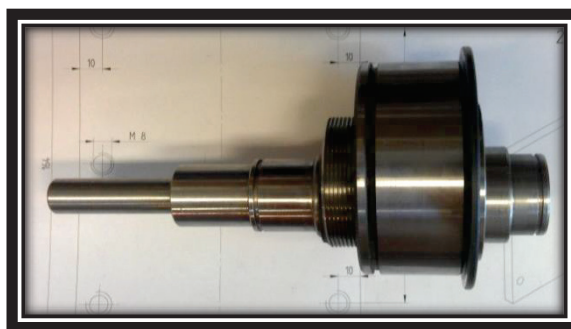


2. kép. Doktori témámban elkészült Szinkronrendszerű váltakozó áramú hidraulikus hajtás kísérleti berendezése (flexibilis tömlőkkel)

A későbbiekben meg kell vizsgálni azt, hogy meddig növelhető a rendszer kapacitív ellenállása úgy, hogy a VHG még képes legyen energiát átvinni a VHM-nek.

4. AZ EXCENTER TÁRCSA MŰKÖDÉSE

A fázisdugattyúkat mozgató mechanizmus a kísérleti berendezésben kettős excenter tárcsával van megoldva. A két egymáson elforgatható tárcsa lehetővé teszi az excentricitás mértékének fokozatmentes állíthatóságát a nulla értéktől egészen a $2e$ (e -excentricitás, amely megmutatja számunkra a forgástengely és az excenter tárcsa középpontjának a távolságát mm-ben) értékig.

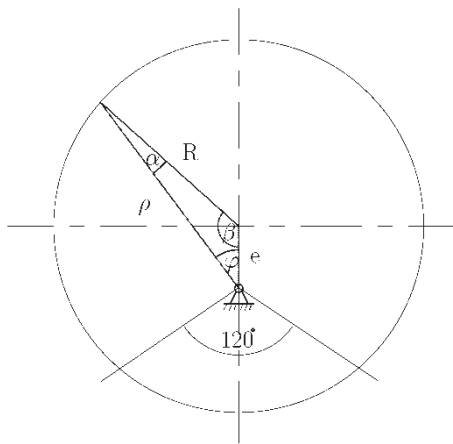


3. kép. A kivitelezett kettős excenter tárcsa oldalnézetből



4. kép. A kivitelezett kettős excenter tárcsa szemből nézve

A következőkben megvizsgáljuk az excenter tárcsa működésének az elmélet hátterét. A 3. ábrán az excenter vázlata látható. A kör középpontjától „e” távolsággal eltolva látható a forgási középpont, ami körül az excenter tárcsát forgatjuk. Az excenter tárcsát három darab dugattyú veszi körbe, egymástól 120°-ra. A dugattyúk löketét az „ ρ ” távolság határozza meg. Az φ_{\max} és az φ_{\min} értékek különbségével kapjuk a dugattyúk löketét (s). Az excenter egy teljes körülfordulása alatt mindhárom dugattyú bejárja a teljes lökethosszt.



3. ábra. A excenter tárcsa mozgásának a vázlata

A háromszögre felírható:

$$R(\rho) = [e, r, \varphi]$$

$$\frac{e}{R} = \frac{\sin \alpha}{\sin \varphi};$$

$$\beta = 180^\circ - \alpha - \varphi;$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{e}{R} \sin \varphi\right);$$

ahol

- R, a dugattyú helyzetét meghatározó érték (mm);
- e , excentricitás (mm);
- φ , fázisszög (az excenter tárcsa elfordulási szöge, amely működés során folyamatosan változik (fokban)),
- α és β a háromszög belső szögei.

Koszinusz tétel alkalmazásával meghatározzuk ρ értékét:

$$\rho^2 = R^2 + e^2 - 2 \cdot R \cdot e \cdot \cos \beta.$$

Átalakítva:

$$\rho^2 = R^2 + e^2 - 2 \cdot R \cdot e \cdot \cos\left(\pi - \arcsin\left(\frac{e}{R} \sin \varphi\right) - \varphi\right).$$

A λ értékét e-re kifejezzük:

$$\lambda = \frac{e}{R} \rightarrow e = \lambda R.$$

A behelyettesítés után megkapjuk:

$$\rho^2 = R^2 + e^2 + 2 \cdot R \cdot e \cdot \cos \varphi = R^2 + \lambda^2 R^2 + 2 \cdot R^2 \cdot \lambda \cdot \cos \varphi;$$

Rendezve:

$$\rho^2 = 2 \cdot R \cdot e \cdot \cos \varphi + e^2 \cos^2 \varphi + e^2 \sin^2 \varphi.$$

A mozgástörvény az átalakítások után:

$$\rho = R + e \cos \varphi.$$

A 3. ábra alapján meghatározhatjuk az egymástól 120°-kal eltolt dugattyúk mozgástörvényeit:

$$\left. \begin{aligned} \rho_1(\varphi) &= R + e \cos \varphi \\ \rho_2(\varphi) &= R + e \cos\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \rho_3(\varphi) &= R + e \cos\left(\varphi + \frac{4\pi}{3}\right) \end{aligned} \right\}$$

Így a dugattyúk elmozdulására a következő összefüggéseket kapjuk:

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= e - e \cdot \cos(\omega t) \\ s_2 &= e - e \cdot \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \\ s_3 &= e - e \cdot \cos\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right) \end{aligned} \right\}$$

Az összefüggések az S-VAH hajtás alapösszefüggései. Ezekből meg tudjuk határozni az egyes fázisterek fázisáramait és fázisnyomásait. Az S-VAH hajtás

működését, átviteli tulajdonságait terhelésmentesen és terheléses állapotban egyaránt meg kell vizsgálni, hogy teljes képet kapjunk a hajtás működéséről.

5. IRODALOM

- [1] PATTANTYÚS Á. GÉZA: Gyakorlati Áramlástan. Budapest, Tankönyvkiadó 1951.
- [2] ERDÉLYI JÁNOS.: PhD Értekezés, Váltakozó áramú aszinkron rendszerű hidraulikus hajtások tervezési és konstrukciós kérdései, teljesítmény illetve mozgás átviteli tulajdonságainak vizsgálata 2012.
- [3] DR. LUKÁCS, J. – ERDÉLYI, J.: A váltakozó áramú hidrogenerátor fázisdugattyúinak működtetési és konstrukciós kérdései. Pneumatika, hidraulika, hajtástechnika, automatizálás IX. Évfolyam - 2005. 60-63 page.
- [4] RAID AHMED SMADI – Váltakozó áramú hidraulikus tengelykapcsoló konstrukciós és elméleti kérdései. 1998
- [5] BEREZNAI I – Kandidátusi kézirat

A cikkben ismertetett kutató munka a TÁMOP-4.2.2/B-10/I-2010-0008 jelű projekt részeként – az Új Magyarország Fejlesztési Terv keretében – az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg

DOMBORÍTOTT FOGFELÜLET ELEMZÉSE TENGYELYKAPCSOLÓNÁL

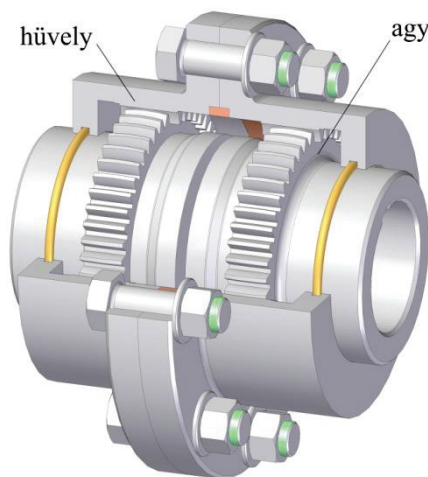
ANALYSIS OF CROWNED TEETH FOR GEAR COUPLING

Kelemen László*, Dr. Sente József**

ABSTRACT

Path of contact and the contact pattern are determined between the toothed elements of gear coupling. Mathematical models are presented for the hub and the sleeve with taking into consideration the manufacturing processes. An approximated method is used to analyze the gear meshing. The path of contact is defined as the sum of contact points and it is investigated at different value of the angular misalignments. The load causes elliptical patches at contact points and the contact pattern is developed as the sum of the patches.

1. BEVEZETÉS



1. ábra. Fogasgyűrűs tengelykapcsoló

A fogasgyűrűs tengelykapcsolók (1. ábra) tengelyvégek összekapcsolására, az egytengelyűségi eltérések kiegyenlítésére szolgálnak. Fő alkotó elemeik: a belső fogazatú hüvely és a domborított fogazattal rendelkező agy, melyek azonos fogszámmal rendelkező sajátos fogaskerekek. A domborított fogazat révén a tengelykapcsoló képes kompenzálni az összekapcsolt tengelyek szögeltérését, párosával beépítve pedig kiküszöböli az egytengelyűségi hibát is. A dolgozatban a fogfelületek matematikai modelljei, valamint a mozgástörvény alapján létrehozuk a domborított fogazaton az elméleti kapcsolóvonalat, mely mentén a fogpárok érintkeznek

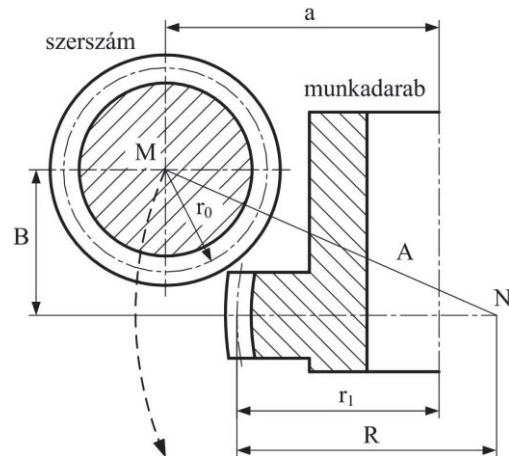
* PhD hallgató, Miskolci Egyetem, Gép- és Terméktervezési Tanszék

** egyetemi docens, Miskolci Egyetem, Gép- és Terméktervezési Tanszék

egymással egy körülfordulás alatt. A kapcsolóvonal alapján létrehozható az elméleti hordkép. Továbbá bemutatjuk a hordkép változását a szöghiba függvényében.

2. A DOMBORÍTOTT FOGAZAT FOGFELÜLETÉNEK MODELLJE [3]

A tengelykapcsoló agy domborított fogazata lefejtőmarással, a munkadarab és a szerszám összehangolt mozgásával állítható elő, a 2. ábrának megfelelően.



2. ábra. A domborított fogfelület gyártásának elvi vázlatja

A domborított fogfelület előállításához a szerszámot körpályán kell mozgatni. A lefejtőmarógép sajátos felépítése ezt általában nem teszi lehetővé, ezért a szükséges relatív mozgást a munkadarab-asztal sugárirányú és a szerszám axiális mozgásával érjük el.

Gyártás közben a tengelytáv folyamatosan változik, amely pillanatnyi értéke:

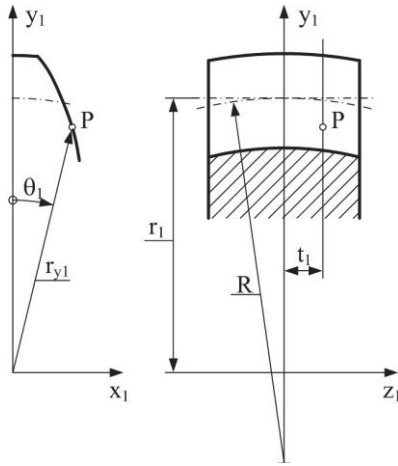
$$a = \sqrt{A^2 - B^2} - R + r_1 \quad (1)$$

ahol A és B a lefejtőmaró helyzetétől függő tényezők, R a domborítás sugara, r_1 pedig a munkadarab osztókör átmérője. Az R domborítási sugár értékére a [5] irodalomban találhatunk ajánlást.

A fentiek alapján a domborított fogfelület valóságos alakja függ a lefejtőmaró átmérőjétől, a kerületi, a sugárirányú és a tengelyirányú eltolások nagyságától. Ennek megfelelően ugyanannak a fogaskereknek a valóságos fogfelülete az említett paraméterek különböző

értéke mellett eltérő lesz. Mivel a fogfelület olyan tényezőktől függ, melyeket a tervezés során gyakran nem is ismerünk, ezért egy egyszerűsített modell előállítására van szükség.

A domborított fogazatok esetében ezt az idealizált fogfelületet úgy származtatjuk, hogy fogak tengelymetszeteiben változó profilletolással rendelkező evolvens fogazatot feltételezünk.



3. ábra. Az agy domborított fogfelülete

A fogfelület egyenlete:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= r_{y1} \sin \theta_1, \\ y_1 &= r_{y1} \cos \theta_1, \\ z_1 &= t_1. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ahol r_{y1} tetszőleges sugár a fogprofil mentén, θ_1 a fogszög. Számítására a

$$\theta_1 = \frac{s}{2r_1} + \text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha_{y1} \quad (3)$$

összefüggés szolgál, ahol s a fogvastagság az osztóhenger mentén, r_1 az osztókör sugar, α az alapprofilszög, α_{y1} a profilszög, mely

$$\cos \alpha_{y1} = \frac{r_{b1}}{r_{y1}} \quad (4)$$

alapján határozható meg. r_{b1} az alapkör sugar. (3)-ban inv az evolvens függvény, értelmezése: $\text{inv} \alpha = \tan \alpha - \alpha$.

A fogvastagság az osztóhenger mentén:

$$s = s_0 - 2(R - \sqrt{R^2 - z_1^2}) \tan \alpha \quad (5)$$

ahol s_0 a fogvastagság a $z_1 = 0$ síkban.

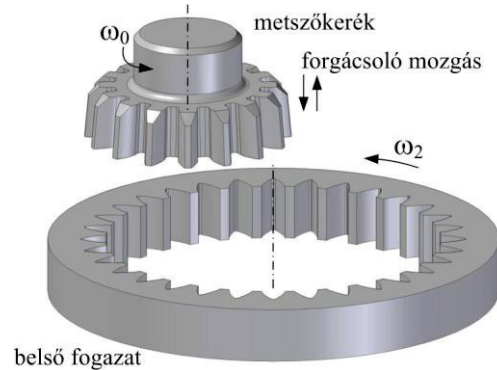
Míndezek alapján megállapítható, hogy θ_1 az r_{y1} sugártól és a $z_1=t_1$ koordinátától függ, vagyis (2)-ben

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x_1(t_1, r_{y1}), \\ y_1 &= y_1(t_1, r_{y1}). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

3. A BELSŐ FOGAZATÚ HÜVELY FOGFELÜLETÉNEK MODELLJE

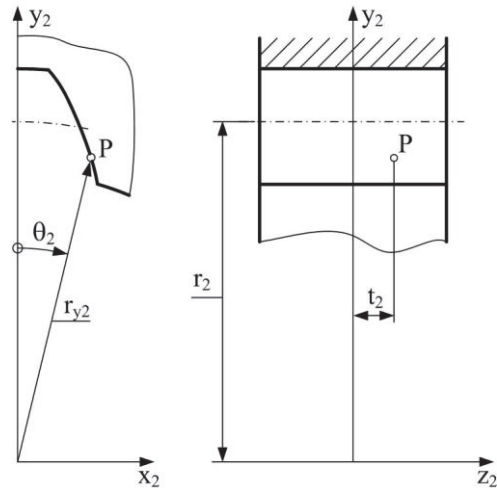
A belső fogazatú fogaskerek gyártási módszerei két csoportra oszthatók: profilozó és lefejtő eljárásokra. A profilozó eljárások közé az alakmarás és az üregelés, a lefejtő gyártási eljárások közé a fogmetszés (4. ábra), a foghámozás és a lefejtőmarás tartozik.

A gyakorlatban a fogmetszés és az üregelés bír kiemelt jelentőséggel. A fogmetszés pontosságával, az üregelés termelékenységével emelkedik ki a belső fogazatú fogaskerek előállítására használt módszerek közül. A belső fogazatú kerék matematikai modelljét fogmetszéssel előállított fogaskerekre hoztuk létre.



4. ábra. Belső fogazatú fogaskerék gyártása metszőkerékkel

A belső fogazatú fogaskerek elméleti fogfelületei evolvens hengerek. Az 5. ábrán a fogprofil és a fogfelület paraméterei láthatók.



5. ábra. A hüvely belső fogazatú fogfelülete

A fogfelület egyenletei:

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= r_{y2} \sin \theta_2, \\ y_2 &= r_{y2} \cos \theta_2, \\ z_2 &= t_2. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

(7)-ben r_{y_2} a fogprofil tetszőleges sugara, θ_2 a fogárokszög. Számítására a következő összefüggés szolgál:

$$\theta_2 = \frac{e}{2r_2} + inv\alpha - inv\alpha_{y_2}, \quad (8)$$

ahol e a fogárok szélessége az osztókörön mérve, r_2 az osztókörsugár, α az alapprofilszög, α_{y_2} a profilszög r_{y_2} sugáron. Meghatározása az alábbi képlettel lehetséges:

$$\cos\alpha_{y_2} = \frac{r_{b2}}{r_{y_2}} \quad (9)$$

ahol r_{b2} az alapkörsugár.

A fogfelület a fentiek alapján két független paraméterrel írható le az alábbi formában:

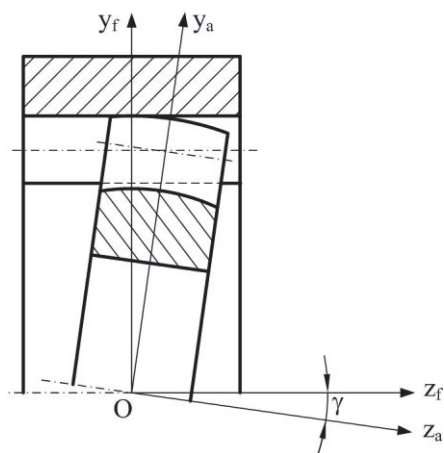
$$\left. \begin{aligned} x_2 &= x_2(r_{y_2}), \\ y_2 &= y_2(r_{y_2}), \\ z_2 &= z_2(t_2). \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

4. A FOGKAPCSOLÓDÁS ELEMZÉSE [4]

A szöghibával rendelkező fogasgyűrűs tengelykapcsoló egy különleges, metsződő tengelyű fogaskerék-párnak tekinthető (6. ábra).

A tengelyszög megegyezik a γ szöghibával. A fogszámok a külső fogazatú agy és a belső fogazatú hüvely fogazatánál megegyeznek. Az agy domborított fogfelülete és a hüvely evolvens profilú hengeres fogfelülete minden pillanatban egy pontban érintkeznek. A kapcsolódás elemzéséhez

- meg kell határozni a fogfelületek egyenleteit, valamint
- elő kell állítani a hajtás mozgástörvényét, mint az elfordulási szögek közötti függvénykapcsolatot.



6. ábra. Szöghibával rendelkező fogasgyűrűs tengelykapcsoló

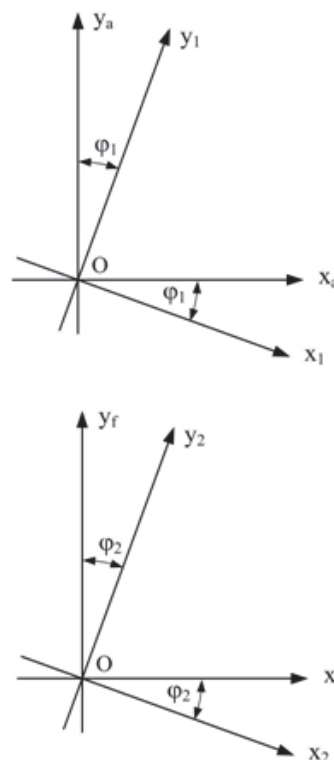
4.1. Koordinátarendszerek

Négy koordinátarendszert fogunk használni, melyek a 7. ábrán láthatók. S_1 (O, x_1, y_1, z_1) és S_2 (O, x_2, y_2, z_2)

mozgó koordinátarendszerek, melyeket mereven hozzákapcsolunk az agyhoz (1 fogaskerék) ill. a hüvelyhez (2 fogaskerék).

S_f (O, x_f, y_f, z_f) és S_a (O, x_a, y_a, z_a) álló koordinátarendszerek. S_f a globális rendszer, míg S_a egy segéd koordinátarendszer. Ha nincsen szöghiba ($\gamma = 0$), S_a egybeesik S_f -fel (6. ábra). Valamennyi koordinátarendszer közös O origóval rendelkezik.

S_1 forog S_a -ban a z_a tengely körül, amelyik egybeesik z_1 -gyel. A φ_1 elfordulási szöget x_a és x_1 tengelyek között mérjük (7. ábra). Amikor $\varphi_1 = 0$, S_1 egybeesik S_a -val. Hasonló módon, S_2 forog S_f -ben a z_2 -vel egybeeső z_f tengely körül. A φ_2 elfordulási szöget az x_f és az x_2 tengelyek között mérjük (7. ábra). Amikor $\varphi_2 = 0$, S_2 egybeesik S_f -fel.



7. ábra. Az alkalmazott koordinátarendszerek

A koordinátarendszerek közötti összefüggéseket a következő egyenletek fejezik ki:

$$\mathbf{r}_a = \mathbf{M}_{a1} \mathbf{r}_1, \quad (11)$$

$$\mathbf{r}_f = \mathbf{M}_{f2} \mathbf{r}_2, \quad (12)$$

$$\mathbf{r}_f = \mathbf{M}_{fa} \mathbf{r}_a, \quad (13)$$

ahol a helyvektorok az S_1 , S_2 , S_a és S_f koordinátarendszerekben az alábbiak:

$$\mathbf{r}_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r}_2 = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r}_a = \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad \mathbf{r}_f = \begin{bmatrix} x_f \\ y_f \\ z_f \end{bmatrix}.$$

Az átviteli mátrixok [1] az egyes koordinátarendszerek között:

$$\mathbf{M}_{a1} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 & \sin \varphi_1 & 0 \\ -\sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$\mathbf{M}_{fa} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma \\ 0 & \sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$\mathbf{M}_{f2} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 & \sin \varphi_2 & 0 \\ -\sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Az \mathbf{M}_{nm} jelölés az S_m rendszerből az S_n rendszerbe történő áttérést jelenti.

4.2. Érintkezési pontok a fogfelületeken

Az agy és a hüvely fogfelületeinek közös érintkezési pontjaiban a helyvektorok és a normálisok is megegyeznek. Az S_f koordináta-rendszerben felírva:

$$\mathbf{r}_f^{(1)}(r_{y1}, t_1, \varphi_1) = \mathbf{r}_f^{(2)}(r_{y2}, t_2, \varphi_2) \quad (17)$$

$$\mathbf{n}_f^{(1)}(r_{y1}, t_1, \varphi_1) = \mathbf{n}_f^{(2)}(r_{y2}, t_2, \varphi_2) \quad (18)$$

A (17) vektor egyenlet megfelel három független skaláris egyenletnek, de a (18) egyenlet csak két független skaláris egyenlettel egyenértékű, mivel mindkét normális egységvektor, azaz

$$|\mathbf{n}_f^{(1)}| = |\mathbf{n}_f^{(2)}| = 1. \quad (19)$$

Az agy és a hüvely fogfelületei a hozzájuk kapcsolt S_1 és S_2 koordináta-rendszerekben a következő egyenletekkel írhatók le:

$$\mathbf{r}_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{y1} \sin \theta_1 \\ r_{y1} \cos \theta_1 \\ t_1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

és

$$\mathbf{r}_2 = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{y2} \sin \theta_2 \\ r_{y2} \cos \theta_2 \\ t_2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

A koordináták (2) és (7) összefüggésekből ismertek.

Mindkét fogfelület forog a saját tengelye körül az álló rendszerben. A forgó fogfelületeket az álló S_f rendszerben felírva az alábbi egyenletekhez jutunk:

$$\mathbf{r}_f^{(1)} = \mathbf{M}_{fa} \mathbf{M}_{a1} \mathbf{r}_1 \quad (22)$$

és

$$\mathbf{r}_f^{(2)} = \mathbf{M}_{f2} \mathbf{r}_2. \quad (23)$$

A normálisokat is áthelyezve az S_f álló koordináta-rendszerbe:

$$\mathbf{n}_f^{(1)} = \mathbf{M}_{fa} \mathbf{M}_{a1} \mathbf{n}_1, \quad (24)$$

$$\mathbf{n}_f^{(2)} = \mathbf{M}_{f2} \mathbf{n}_2 \quad (25)$$

egyenleteket kapjuk, ahol a normális egységvektorokat a következő módon értelmezzük:

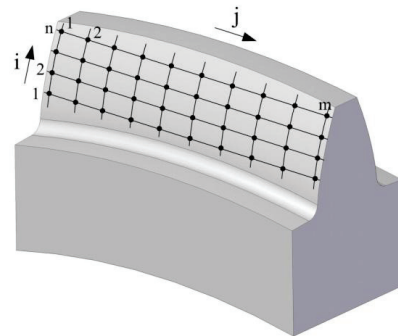
$$\mathbf{n}_1 = \frac{\frac{\partial \mathbf{r}_1}{\partial r_{y1}} \times \frac{\partial \mathbf{r}_1}{\partial t_1}}{\left| \frac{\partial \mathbf{r}_1}{\partial r_{y1}} \times \frac{\partial \mathbf{r}_1}{\partial t_1} \right|}, \quad (25)$$

$$\mathbf{n}_2 = \frac{\frac{\partial \mathbf{r}_2}{\partial r_{y2}} \times \frac{\partial \mathbf{r}_2}{\partial t_2}}{\left| \frac{\partial \mathbf{r}_2}{\partial r_{y2}} \times \frac{\partial \mathbf{r}_2}{\partial t_2} \right|}. \quad (26)$$

A (17) és (18) egyenletekkel megadott, öt nemlineáris skaláris egyenletből álló egyenletrendszer megoldása numerikus módszerrel, iterációs úton, számítógép alkalmazásával lehetséges. A megoldás nagyon összetett és bonyolult, ezért egy közelítésen alapuló egyszerűsített megoldást mutatunk be az érintkezési pontok helyének meghatározására és a tengelykapcsoló mozgástörvényének előállítására.

5. KÖZELÍTŐ SZÁMÍTÁS A FOGÉRINTKEZÉS ELEMZÉSÉRE [4]

A fogérntkezés vizsgálatának egyszerűsítése érdekében az agy domborított fogfelületét diszkrét pontokkal behálóztuk. A pontokat a fogfelületen sugárirányban és tengelyirányban felvett görbék metszéspontjaiként határoztuk meg, a 8. ábrán látható módon. Sugárirányban a felületi görbéket különböző sugarú hengerekkel metsztük ki, tengelyirányban az egymással párhuzamos síkban lévő görbék evolvens profilok. A csomópontok száma i irányban n , j irányban m (8. ábra).



8. ábra. A fogfelület hálózása a csomópontokkal

A csomópontok koordinátái az S_1 koordináta-rendszerben:

$$\left. \begin{aligned} x_{i,j} &= r_{yi} \sin \theta_{i,j}, \\ y_{i,j} &= r_{yi} \cos \theta_{i,j}, \\ z_{1j} &= z_{\min} + j \Delta z, \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

ahol $r_{yi} = r_{\min} + i \Delta r$. (29)

Áttérve az S_a álló koordináta-rendszerbe, a forgó fogfelületen lévő csomópontok helyét a következő egyenletek határozzák meg:

$$\left. \begin{aligned} x_{ai,j} &= r_{y1i} \sin \theta_{1i,j} + \varphi_1 \\ y_{ai,j} &= r_{y1i} \cos \theta_{1i,j} + \varphi_1 \\ z_{aj} &= z_{1j} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

A γ szöghibával rendelkező fogasgyűrűs tengelykapcsoló fogfelületi csomópontjainak koordinátái az álló S_f koordináta-rendszerben az alábbiak szerint módosulnak:

$$\left. \begin{aligned} x_{fi,j} &= x_{ai,j} \\ y_{fi,j} &= y_{ai,j} \cos \gamma - z_{aj} \sin \gamma \\ z_{fi,j} &= y_{ai,j} \sin \gamma + z_{aj} \cos \gamma \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

A csomópontok elhelyezkedése kifejezhető az r_{y2} sugárral és a β szöggel az álló S_f koordináta-rendszerben:

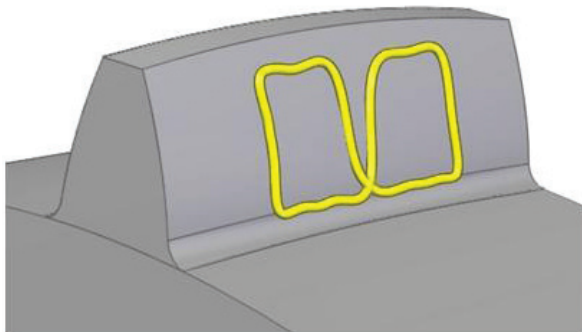
$$r_{y2i,j} = \sqrt{x_{fi,j}^2 + y_{fi,j}^2} \quad (32)$$

$$\beta_{i,j} = \arcsin \frac{x_{fi,j}}{r_{y2i,j}} \quad (33)$$

A hüvely fogfelületén azok a pontok lehetnek érintkezési pontok, amelyek egy-egy csomóponttal egybeesnek. Ezek a pontok az $r_{y2i,j}$ sugárral, a $\theta_{2i,j}$ fogszöggel és a $\varphi_{2i,j}$ elfordulási szöggel azonosíthatók. $\theta_{2i,j}$ a (8) összefüggésből adódik, az elfordulási szög a következő kifejezéssel határozható meg:

$$\varphi_{2i,j} = \beta_{i,j} - \theta_{2i,j} \quad (34)$$

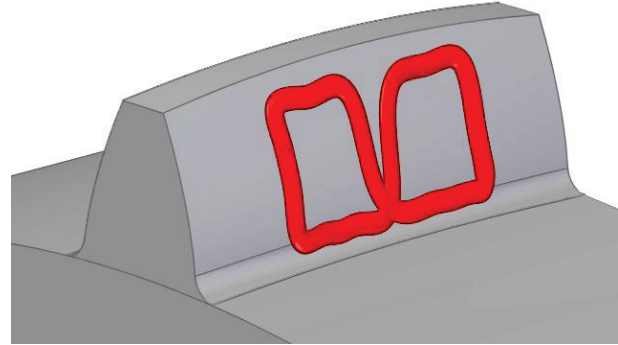
A számítási algoritmus paramétere a φ_1 szög. A $\varphi_1 = \varphi_0$ kezdeti értékhez φ_2 eltérő értékeit kapjuk minden egyes csomópont esetében. A fogfelületek közötti pillanatnyi érintkezési pont az a csomópont lesz, amelyhez az összes ($n \cdot m$) számú megoldásból a legnagyobb φ_2 adódik. φ_2 kisebb értékei változó nagyságú foghézagra utalnak.



9. ábra. A kapcsolóvonal egy fogpár esetén a domborított fogazaton (szöghiba: $\gamma=1^\circ$)

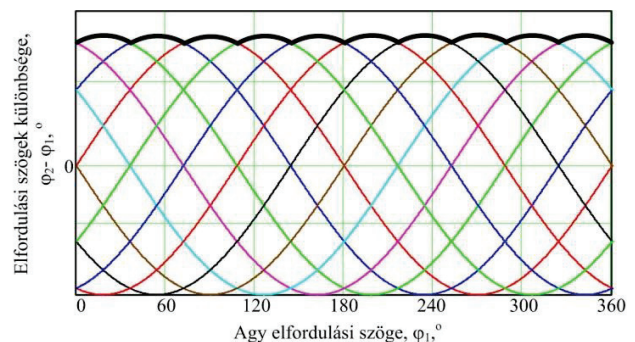
Minden φ_1 értékhez található egy maximális φ_2 . Az összetartozó értékpárok a tengelykapcsoló mozgástörvényét leíró függvény egy pontját szolgáltatják, amely a fogpár érintkezési pontja. Miután φ_1 értékét $\Delta\varphi$ -vel megváltoztatjuk, φ_2 -re egy új maximumot kapunk, amely egy újabb érintkezési pontot eredményez. Amennyiben φ_1 -et 0 és 2π között változtatjuk, és valamennyi φ_1 -hez meghatározzuk a hozzá tartozó maximá-

lis φ_2 -t, megkapjuk az egy fogpár esetén létrejövő a kapcsolóvonalat, amely a kapcsolódási pontok összessége (9. ábra). A fogfelületen létrejövő hordkép kapcsolóvonalra rajzolt kis ellipszisek összességként értelmezhető (10. ábra). A szükséges számításokat Maple 16 szoftverben végeztük. Fogaskerék adatai: fogszám $z=40$, modul $m=3$ mm, alaprofilszög $\alpha=20^\circ$, fogszélesség $b=20$ mm, domborítás sugara $R=100$ mm.



10. ábra. A hordkép egy fogpár esetén a domborított fogazaton (szöghiba: $\gamma=1^\circ$)

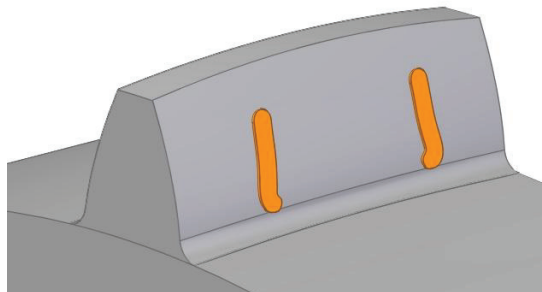
Amennyiben a fenti számítást fogasgyűrűs tengelykapcsoló minden fogán elvégezzük, akkor megkapjuk a tengelykapcsoló mozgástörvényét [4], amely a 11. ábrán látható. A mozgástörvény alapján megállapítható, hogy a fogak egy körülfordulás alatt csak két viszonylag rövid szakaszon viselik a terhelést. A terhelt szakasz mindig a fog szélei felé helyezkedik el, mivel szöghibával rendelkező tengelykapcsoló esetén mindig csak az a két fog viseli a terhelést, melyek a belső fogazatú kerék fogarkában kereszttbe fordul. A tengelykapcsoló továbbfordulása során másik két fog kerül ilyen speciális helyzetbe, vagyis a továbbiakban már azok viselik a terhelést. A 12. ábrán a két terhelt szakaszt - melyek egyidőben két egymással szemben fekvő fagon jelennek meg - egy fagon ábrázoljuk.



11. ábra. A tengelykapcsoló mozgástörvénye

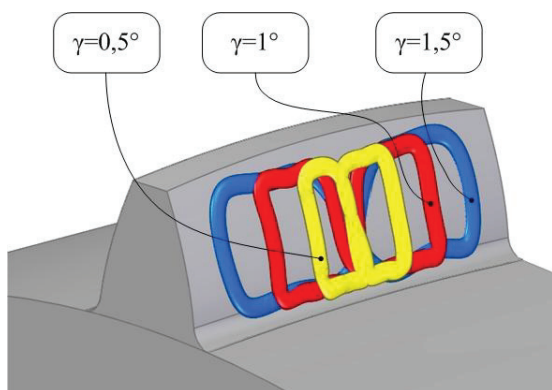
A bemutatott számítási módszer bizonyos közelítést tartalmaz, ugyanis nem veszi figyelembe, hogy az érintkezési pontokban a normálisoknak is meg kell egyezniük. A valós megoldás a közelítő megoldásként megkapott csomópont környezetében van. A közelítés pontossága növelhető az agy fogfelületén a hálózás sűrítésével,

azaz a csomópontok számának növelésével. A számítási módszer pontatlansága miatt célszerűbb a kapcsolóvonal helyett annak diszkrét környezetében található hordképpel ábrázolni a fog terherviselő részeit, ahogy az a 12. ábrán is látható.



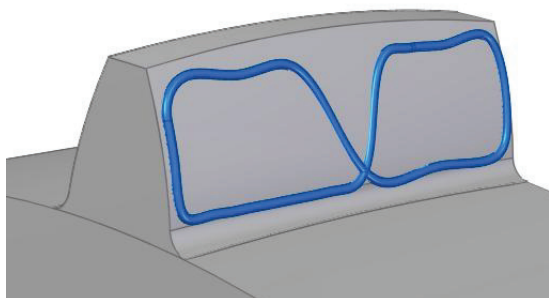
12. ábra. A hordkép terhelt részei egy fogon ábrázolva

5.1. Szöghiba változásának hatása a hordképre



13. ábra. A hordkép különböző szöghibák esetén

Amennyiben az előzőekben bemutatott tengelykapcsoló más szöghibával rendelkezik, akkor a hordkép is meg fog változni. A szöghiba csökkenés esetén a hordkép a fogazat belsejére korlátozódik, míg nagyobb szöghiba esetén ez a tartomány kifelé, a fog végeinek irányába tolódik el. A kapcsolóvonal és a hordkép változására mutat példát az 13. ábra.



14. ábra. A kapcsolóvonal maximális szöghiba esetén

Amennyiben a kapcsolóvonal eléri a fog szélét, akkor az így kompenzált szöghiba maximális. Ezt az okozza, hogy ebben a helyzetben a fog már teljes mértékben keresztbe fordult a belső fogazatú hüvely megfelelő fogárkában, tovább fordulásra már nem képes. A szöghibát tovább növelve az elméleti kapcsolódási pont már a fogazaton kívülre kerülne.

ÖSSZEFOGLALÁS

A dolgozatban a gyártással összhangban lévő matematikai modellek, valamint a mozgástörvény egy egyszerűsített számítási módszerének bemutatása után ismertettük a fogasgyűrűs tengelykapcsoló fogazatán kialakuló kapcsolóvonalat. Bemutattuk, hogy a kapcsolóvonal mely szakaszai a tényleges terherviselő részek. A szöghiba változása jelentős hatással van a hordkép nagyságára és helyzetére. Amennyiben a hordkép eléri a fogazat szélét, az ahhoz tartozó szöghiba lesz a tengelykapcsolóra megengedett maximális szögeltérés.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A kutatás az Európai Unió és Magyarország támogatásával a TÁMOP 4.2.4.A/2-11-1-2012-0001 azonosító számú „Nemzeti Kiválóság Program – Hazai hallgatói, illetve kutatói személyi támogatást biztosító rendszer kidolgozása és működtetése konvergencia program” című kiemelt projekt és a TÁMOP-4.2.2/B-10/1-2010-0008 jelű projekt részeként – az Új Magyarország Fejlesztési Terv keretében – az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával kezei között valósult meg.

IRODALOM

- [1] Litvin, F. L.: Theory of gearing, NASA Reference Publication 1212, AVSCOM technical report 88-C-035, 1989. pp. 1-490.
- [2] Alfares, M. A., Falah, A. H., Elkholy, A. H.: Clearance distribution of misaligned gear coupling teeth considering crowning and geometry variations, Mechanism and Machine Theory, (41), 2006. pp. 1258-1272.
- [3] Szente J., Kelemen L.: Domborított fogazat matematikai modellezése fogasgyűrűs tengelykapcsolókhöz, GÉP LXII (9-10) pp. 47-50. (2011)
- [4] Kelemen L., Szente J.: Fogasgyűrűs tengelykapcsoló fogérintkezésének elemzése, Multidiszciplináris tudományok, Miskolci Egyetemi Kiadó, 2012, pp.49-60 (ISSN 2062-9737)
- [5] Pfauter, H.: Pfauter-Wälzfräsen, Teil 1. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1976.

CONTENTS

1. *Bodnár I.:*

**THE WASTE AS SECOND MATERIAL
AND AS INEXHAUSTIBLE SOURCE
OF RENEWABLE ENERGY 3**

Continuously reproducing waste materials have high amount of usable energy content. For transforming energy of waste different thermic treatments are used. Author points out that the most effective methods are the plasma technology and burning the synthesis gas in a gas engine.

2. *Szamosi Z.; Ferenzi T.; Harcsik B.:*

**TORREFACTION OF THE WHEAT
STRAW IN VACUUM INDUCTION
FURNACE 11**

The low temperature pyrolysis or in other word torrefaction is suitable for increasing the energy content of agricultural waste materials. Realising the torrefaction of wheat straw in vacuum pyrolysis gases can be used without separation and purification. The first experiments gave favourable results.

3. *Kiss L. P.:*

**NATURAL FREQUENCIES OF FREE
VIBRATION FOR HETEROGENEOUS
CURVED BEAMS 16**

Author deals with vibration of heterogeneous in cross section 2D curved beams. The first four natural frequencies were determined by the Green function matrix and the system of homogeneous Fredholm integral equations. Results of calculations were very close to the values came from the FEM control calculations.

4. *Lengyel Á. J.; Ecsedi I.:*

**DETERMINATION OF NORMAL AND
SHEARING STRESSES IN COMPOSITE
BEAMS WITH WEAK SHEAR
CONNECTION 22**

Paper deals with the calculation of stress field in two-layer laminar composites. Assuming weak shear connection between the two layers some derived formulae are presented, which are directly suitable for dimensioning such composite beams.

5. *Gönczi D.; Ecsedi I.:*

**THERMAL STRESSES IN HOLLOW
CYLINDRICAL BODIES
WITH TEMPERATURE DEPENDENT
MATERIAL PROPERTIES 28**

Paper presents an analytical (exact) procedure for determination of normal stresses and displacements in hollow circular cylindrical bodies under thermal and mechanical loadings. The analytical solution is valid for plane strain state.

6. *Bodnár I.:*

**ECONOMIC AND ECONOMICAL
QUESTIONS OF THE THERMIC
TREATMENT PROCESSES 33**

Nowadays four thermal treatment processes are used in recycling of waste materials: burning, pyrolysis, gasification and plasma-technology. Paper deals with the economic and economical questions of each process. Results of analysis were strongly different from the expected ones.

7. *Gáspár M.:*

**REALIZATION OF TEMPERATURE
FIELD BY FINITE ELEMENT MODELLING
DURING THE WELDING OF HIGH
STRENGTH STEELS 37**

Welding of newly developed high strength steels (HSS) requires technology different from the usual one. Processes taking place during welding in heat affected zone are critical because of risk of embrittlement and crack formation. Author recommends FEM analysis for selecting the optimum condition of welding.

8. *Fekete T.:*

**THE ALTERNATING CURRENT
SYNCHRONOUS HYDRAULIC
DRIVE AND OPERATION
PRINCIPLE OF ECCENTRIC 43**

Author describes the types and main units of hydraulic drives. In the frame of doctoral programme the alternating current non-synchronous drive (S-ACH) is investigated. Experimental equipments with rigid pipes and flexible hoses were constructed, by which firstly the transfer parameters have been studied.

9. *Kelemen L.; Szente J.:*

**ANALYSIS OF CROWNED TEETH
FOR GEAR COUPLING 47**

Gear couplings are mainly used for compensating the eccentric positions of coupled axes. Authors present a mathematical model for determination the theoretical contact point and path. Applying the model the effect of angular misalignment on contact pattern can be investigated.

GÉP

INFORMATIVE JOURNAL

for Technics, Enterprises, Investments, Sales, Research-Development, Market of the Scientific Society of Mechanical Engineering

Dr. Döbröczöni Ádám

President of Editorial Board

Vesza József

General Editor

Dr. Jáрмаi Károly

Dr. Péter József

Dr. Szabó Szilárd

Deputy

Dr. Barkóczi István

Bányai Zoltán

Dr. Beke János

Dr. Bercesy Tibor

Dr. Bukoveczky György

Dr. Czitán Gábor

Dr. Danyi József

Dr. Dudás Illés

Dr. Gáti József

Dr. Horváth Sándor

Dr. Illés Béla

Kármán Antal

Dr. Kalmár Ferenc

Dr. Orbán Ferenc

Dr. Pálinkás István

Dr. Patkó Gyula

Dr. Péter László

Dr. Penninger Antal

Dr. Rittinger János

Dr. Szabó István

Dr. Szántó Jenő

Dr. Szűcs Edit

Dr. Tímár Imre

Dr. Tóth László

Dear Reader,

The University of Miskolc has won a research grant financed by the European Union and the European Social Fund within the project TAMOP-4.2.2/B-10/1-2010-0008 with the title Young talents are gifted. This project is in full accordance with the Institutional Development Plan of the University of Miskolc supporting primarily PhD training and scientific student activity. Doctoral Schools of the University – and among them the Sályi István Doctoral School in Mechanical Engineering Sciences are involved with separate subprojects.

The improvement of research conditions, designating the strategic directions for PhD students, deepening the mentor-student relationships and providing possibilities to disseminate the research results and enhancing the quality of scientific publications are the main priority fields in this project. This journal is already the fourth one published during the project duration by PhD students.

From these four journals two issues of the Journal of Mechanical Engineering (GÉP), one issue of Multidisciplinary Sciences and one issue in Production Processes and Systems were published.

The colourful nature of the students' activity is well illustrated in this present journal issue. You may experience the high quality theoretical approach in the paper of László Kiss entitled Free vibrations of heterogeneous curved beams. Similarly, self-confident mathematical and mechanical handling can be observed in the papers of Dávid Gönczi and Ákos Lengyel.

Besides these mostly theoretic papers you can read about new developments in materials processing technologies (e.g. Marcell Gáspár's paper on the Finite Element Modelling of Welding of High Strength Steels) and design oriented papers (László Kelemen: Analysis of crowned teeth for gear coupling, or Tamás Fekete: The operation principle of alternating current synchronous hydraulic drive and excenters). Two further papers should be emphasized dealing with the utilization of waste materials written by István Bodnár, and Zoltán Szamosi together with his co-workers.

The high academic level of the published paper is assured by the thorough and concise revision of the manuscripts done by well-known experts on the given fields. As the head of the Doctoral School I express my sincere thanks for this work of scientific lecturers.

The financial support of the project mentioned in the introduction of this section contributes not only to the stimulation and enhancement of publication activity of PhD students but it also had a significant impact on the whole PhD activity. It should be noted that during the two years duration of the project the number of successful completion of PhD dissertations was greatly increased: till now 15 PhD dissertations were defended during this period.

Prof. Dr. Miklós Tisza
Head of the Sályi István Doctoral School
in Mechanical Engineering

Miskolc, August 2013.

Managing Editor: Vesza József. Editor's address: 3534 Miskolc, Szervezet utca 67.
Postage-address: 3501. Pf. 55. Phone/fax: (+36-46) 379-530, (+36-30) 9-450-270 • e-mail: mail@gepujsag.hu

Published by the Scientific Society of Mechanical Engineering, 1027 Budapest, Fő u. 68.
Postage-address: 1371, Bp, Pf. 433
Phone: 202-0656, Fax: 202-0252, E-mail: a.gaby@gteportal.eu, Internet: www.gte.mtesz.hu
Responsible Publisher: Dr. Igaz Jenő Managing Director

<http://www.gepujsag.hu>

Printed by Gazdász Nyomda Kft. 3534 Miskolc, Szervezet u. 67.

Price per month: 1260 Ft.

Distribution in foreign countries by Kultúra Könyv és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat H-1389
Budapest, Pf. 149. and Magyar Média H-1392 Budapest, Pf. 272.

INDEX: 25 343 ISSN 0016-8572

All articles are peer reviewed.



Doktori Tanácsülés a Sályi Doktori Iskolában



Dudra Judit PhD védése



Szigorlati Bizottság - Kakukk József Szigorlata (2013. Május 16.)



Doktorandusz Hallgatók Szemináriumon (2013. Április 15.)