

INSTACIONÁRIUS FOLYADÉKÁRAMLÁS KAPILLÁRISBAN

TRANSIENT FLOW THROUGH CAPILLARY TUBES

Nagy József¹, dr. Tolvaj Béla²

ABSTRACT

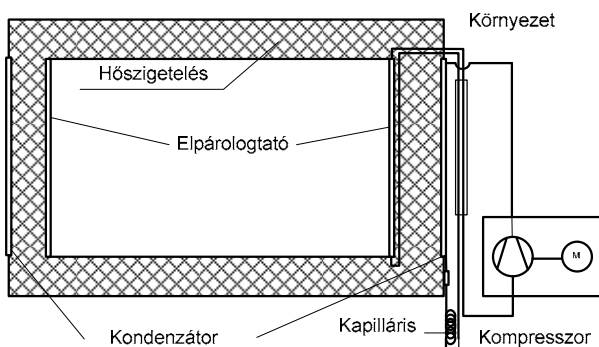
This work presents a numerical model to simulate unsteady refrigerant flow through capillary tubes. Capillary tubes are commonly used as expansion devices in small refrigeration. The fundamental equations governing the flow through capillary tube are derived from the mass conservation laws. The system of governing equations is solved using the method of characteristics (MOC). The condenser and evaporator state of refrigerators are considered as internal boundary conditions.

1. BEVEZETÉS

A kompresszoros hűtőgépek egyik látszatra egyszerű eleme a kapilláris cső. A kapillárisban a hűtőgép működése során instacionárius egy- illetve kétfázisú áramlás alakul ki. Cikkünkben ezek közül az egyfázisú folyadékáramlás számítását mutatjuk be. Felírjuk az instacionárius folyadékmozgás egyenletrendszerét, előállítjuk a kezdő- és peremfeltételeket. Végül módszerünk használhatóságának igazolására megoldunk egy konkrét számítási feladatot.

2. A KAPILLÁRIS CSŐBEN KIALAKULÓ FOLYADÉKÁRAMLÁS SZÁMÍTÁSA

A kapilláris elhelyezkedését a hűtőgépekben az 1. ábra szemlélteti. A kapillárisban a folyadék állapotú hűtőközeg instacionárius mozgását a mozgás- és a kontinuitási egyenletből álló (1)-(2) egyenletrendszer írja le. A kapillárist egy vagy több csőből készítik. A több csőből összeszerelt kapillárist úgy kell szakaszokra bontani,



1. ábra. A kapilláris elhelyezkedése a fagyasztó ládában

¹termékfejlesztési vezető, Electrolux Lehel Kft.

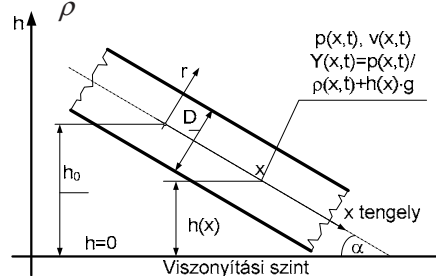
²egyetemi docens, Miskolci Egyetem Áramlás- és Hőtechnikai Gépek Tanszéke

hogy azokban a D csőátmérő, az a hullám terjedési sebesség, a λ csőszűrlődési tényező és a vízszintessel bezárt α hajlásszög állandó legyen (Megjegyzés: kis szintkülönbségeknél α nullának tekinthető.):

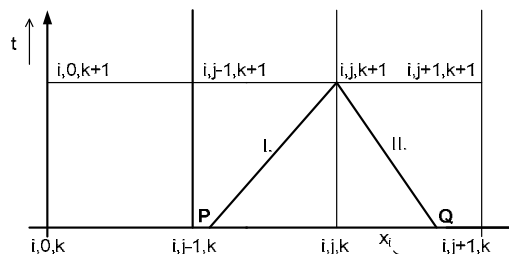
$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial x} + \frac{\lambda v |v|}{2D} = 0, \quad (1)$$

$$a^2 \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial t} + v \frac{\partial Y}{\partial x} + g v \sin \alpha = 0, \quad (2)$$

ahol: t az idő, x a csőközépvonal helykoordinátája, $v(x,t)$ a sebesség, g a gravitációs gyorsulás, $Y(x,t) = \frac{p(x,t)}{\rho} + g h$ a potenciális energia.



2. ábra. A kapilláris jellemző szakasza



3. ábra. A rácspontok és karakterisztikák

Az egyes csőszakaszok jelölésére vezessük be az i indexet, majd minden csőszakaszhoz rendeljünk hozzá egy-egy x,t síkot, amelyet Δt és Δx_i rácsozttással látunk el. Egy számítási pontot három index határoz meg. Az első (i) a csőszakaszra, a második (j) a csőszakaszon belüli helyre, a harmadik (k) pedig az időpontra vonatkozik. Ha egy adott k -adik időpontban ismerjük a rácsponti $v_{i,j,k}$ és $Y_{i,j,k}$ értékpárokat, akkor a (1) és (2) egyenletek karakterisztika egyenletté alakítva, majd numerikusan integrálva a következő számítási képletekhez jutunk:

$$v_{i,j,k+1} = \frac{B_{P_i} + B_{Q_i}}{2}, \quad (3)$$

$$Y_{i,j,k+1} = \frac{B_{P_i} - B_{Q_i}}{2} a_i, \quad (4)$$

ahol:

$$B_{Q_i} = v_Q - \frac{Y_Q}{a_i} + \left[\frac{g}{a_i} \sin \alpha - \frac{\lambda_i |v_Q|}{2D_i} \right] v_Q \Delta t, \quad (5)$$

$$B_{P_i} = v_P - \frac{Y_P}{a_i} + \left[\frac{g}{a_i} \sin \alpha_i - \frac{\lambda_i |v_P|}{2D_i} \right] v_P \Delta t, \quad (6)$$

$$v_P = \frac{v_{i,j-1,k} - a_i T_i (v_{i,j,k} - v_{i,j-1,k})}{1 + T_i (v_{i,j,k} - v_{i,j-1,k})}, \quad (7)$$

$$v_Q = \frac{v_{i,j+1,k} - a_i T_i (v_{i,j,k} - v_{i,j+1,k})}{1 - T_i (v_{i,j,k} - v_{i,j+1,k})}, \quad (8)$$

$$Y_P = Y_{i,j,k} - T_i (v_P + a_i) (Y_{i,j,k} - Y_{i,j-1,k}), \quad (9)$$

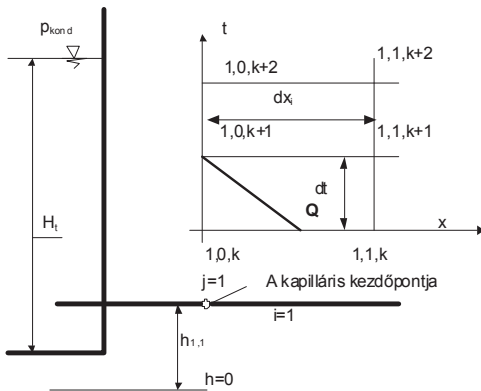
$$Y_Q = Y_{i,j,k} + T_i (v_Q - a_i) (Y_{i,j,k} - Y_{i,j+1,k}), \quad (10)$$

$$T_i = \frac{\Delta t}{\Delta x_i}. \quad (11)$$

A számítás akkor konvergens, ha valamennyi csőszakaszra teljesül a $T_i = \frac{l}{v_{max} + a_i}$ konvergencia feltétel.

Az előző egyenletekkel valamennyi csőszakasz nem szakaszvégi rácspontjaiban meghatározhatók az $Y_{i,j,k+1}$ és $v_{i,j,k+1}$ értékpárok. A szakaszvégi pontokban az ismeretlenek a peremfeltételekből állíthatók elő. A csővégeken elhelyezkedő rácspontokban v és Y értékének meghatározása az előző egyenletekből nem lehetséges, mivel a csőszakasz elején a P , a csőszakasz végén pedig a Q pontbeli jellemzők nem állnak rendelkezésünkre. Az itt elhelyezkedő berendezések, gépek, szerelvények, stb. viselkedését leíró differenciálegyenletek, egyenletrendszerek szolgáltatják azokat a peremfeltételi egyenleteket, amelyeket az előbbiekhöz illeszkedő módon, differencia-egyenletek alakjában kell előállítanunk.

3. KEZDŐ- ÉS PEREMFELTÉTELEK



4. ábra. A rácspontok és karakterisztikák a kapilláriscső és a kondenzátorhoz csatlakozásnál

A kezdeti feltétel előállítását azt jelenti, hogy egy tetszőleges k -adik időpillanathoz tartozó minden rácspontban meg kell adni Y és v értékét. Esetünkben ez azt jelenti, hogy a kezdetben minden rácspontban azonos a nyomás és zérus a sebesség.

A kapilláriscső a kondenzátort köti össze az elpárolgatóval, ezek nyomása az idő függvényében változik. A kapilláriscső és a kondenzátor csatlakozásának egyszerűsített vázlatát 4. ábra mutatja be. Az előzőekben leírt módon, az $i=1$ cső elején ($j=0$) és végén ($j=N_1$) elhelyezkedő rácspontok kivételével minden $(k+1)$ -edik időponti rácspontban is meghatároztuk Y és v értékét. Az $i=1$ kapilláris kezdőpontjában ($j=0$) a $Y_{1,0,k+1}$ és $v_{1,0,k+1}$ ismeretlenek meghatározásához szükséges két egyenletet a Q és $1,0,k+1$ pontokon átmenő karakterisztika egyenletből, továbbá a hűtőfolyadék felszíne és az $1,0,k+1$ pontok között felírható Bernoulli egyenletből kapjuk:

$$v_{1,0,k+1} - \frac{l}{a_i} Y_{1,0,k+1} = B_{Q,1}, \quad (12)$$

$$\frac{P_t}{\rho} + H_T \cdot g = Y_{1,0,k+1} + \frac{v_{1,0,k+1}^2}{2} \cdot \left(1 + \left(\zeta_{tsbe} + \frac{\lambda_{ts}}{d_{ts}} \cdot L_{ts} \right) \left(\frac{D_1}{d_{ts}} \right)^4 \right) \quad (13)$$

Bevezetve a

$$Y_T = \frac{P_t}{\rho} + H_T \cdot g \text{ és}$$

$$K_{tsbe} = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \left(\zeta_{tsbe} + \frac{\lambda_{ts}}{d_{ts}} \cdot L_{ts} \right) \left(\frac{D_1}{d_{ts}} \right)^4 \right)$$

jelöléseket és megoldva az egyenleteket a következő eredményt kapjuk:

$$v_{1,0,k+1} = \frac{-a_i + \sqrt{a_i^2 + 4 \cdot (Y_T + a_i \cdot B_{Q,1}) \cdot K_{tsbe}}}{2 \cdot K_{tsbe}} \quad (14)$$

$$Y_{1,0,k+1} = (v_{1,0,k+1} - B_{Q,1}) \cdot a_i, \quad (15)$$

ha a kondenzátor táplálja a kapillárist, illetve

$$v_{1,0,k+1} = \frac{a_i - \sqrt{a_i^2 - 4 \cdot (Y_T + a_i \cdot B_{Q,1}) \cdot K_{tski}}}{2 \cdot K_{tski}} \quad (16)$$

$$Y_{1,0,k+1} = (v_{1,0,k+1} - B_{Q,1}) \cdot a_i, \quad (17)$$

ahol:

$$K_{tski} = \frac{1}{2} \cdot \left(-1 + \left(\zeta_{tski} + \frac{\lambda_{ts}}{d_{ts}} \cdot L_{ts} \right) \left(\frac{D_1}{d_{ts}} \right)^4 \right), \quad (18)$$

ha a kapillárisból hűtőközeg áramlik a kondenzátorba vissza. Az, hogy melyik következik be, legegyszerűbben úgy dönthető el, ha megvizsgáljuk a $Y_T + a_i \cdot B_{Q,1}$ kifejezés értékét.

- $Y_T + a_i \cdot B_{Q,1} = 0$ esetben $v_{1,0,k+1} = 0$ és $Y_{1,0,k+1} = Y_T$,
- $Y_T + a_i \cdot B_{Q,1} > 0$ esetben $v_{1,0,k+1} > 0$ és a (14)-ből számítandó,
- $Y_T + a_i \cdot B_{Q,1} < 0$ esetben $v_{1,0,k+1} < 0$ és a (16)-ből számítandó.

A csőszakaszok csatlakozási pontjában, amelyek csomópontnak nevezünk, egyrészt teljesül a kontinuitási egyenlet, másrészt a csatlakozó csőkeresztmetszetben azonos nyomás alakul ki. Az i -edik szakaszra egy első az $(i+1)$ -edik szakaszra egy második karakterisztikai egyenlet írható fel.

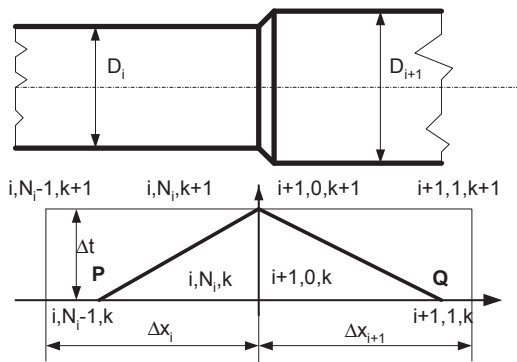
$$v_{i, Ni, k+1} A_i = v_{i+1, 0, k+1} A_{i+1}, \quad (19)$$

$$Y_{i, Ni, k+1} = Y_{i+1, 0, k+1}, \quad (20)$$

$$v_{i, Ni, k+1} + \frac{I}{a_i} Y_{i, Ni, k+1} = B_{P, i}, \quad (21)$$

$$v_{i+1, 0, k+1} + \frac{I}{a_{i+1}} Y_{i+1, 0, k+1} = B_{Q, i+1}, \quad (22)$$

ahol: $A_i = \frac{D_i^2 \pi}{4}$ az i -edik cső keresztmetszete.



5. ábra. A rácspontok és karakterisztikák a kapilláris csatlakozásoknál

A (19)-(22) négy egyenletből a négy ismeretlen ($Y_{i+1, 0, k+1}$, $v_{i+1, 0, k+1}$, $Y_{i, Ni, k+1}$ és $v_{i, Ni, k+1}$) meghatározható:

$$Y_{i, Ni, k+1} = \frac{B_{P, i} \cdot A_i - B_{Q, i+1} \cdot A_{i+1}}{\frac{A_i}{a_i} + \frac{A_{i+1}}{a_{i+1}}}, \quad (23)$$

$$Y_{i, Ni, k+1} = Y_{i+1, 0, k+1}, \quad (24)$$

$$v_{i, Ni, k+1} = B_{P, i} - \frac{Y_{i, Ni, k+1}}{a_i}, \quad (25)$$

$$v_{i+1, 0, k+1} = B_{Q, i+1} + \frac{Y_{i+1, 0, k+1}}{a_{i+1}}. \quad (26)$$

A kapilláris és az elpárolgató csatlakozásának egyszerűsített vázlatát a 6. ábra szemlélteti. A rácspontokban a kezdeti feltételből (k -adik időpillanat) ismert Y és v értéke. Az $i=M$ cső végpontjában ($j=N_M$) a $Y_{M, Ni, k+1}$ és $v_{M, Ni, k+1}$ ismeretlenek meghatározásához szükséges két egyenlet egyike a P és $M, N_M, k+1$ pontokon átmenő karakterisztika egyenlet. A másik, a kapilláris kilépési pontja és az M rácspont között felírható Bernoulli egyenlet:

$$v_{M, N_M, k+1} + \frac{I}{a_i} Y_{M, N_M, k+1} = B_{P, M}, \quad (27)$$

$$\frac{v_{M, N_M, k+1}^2}{2} \cdot \left(1 + \zeta_{elpbe} + \frac{\lambda_{elp}}{d_{elp}} \cdot L_{elp} \right) \left(\frac{D_M}{d_{elp}} \right)^4 = \quad (28)$$

$$= Y_{M, N_M, k+1} + \frac{v_{M, N_M, k+1}^2}{2} - \frac{p_{elp}}{\rho} - h_{elp} \cdot g.$$

Bevezetve az

$$Y_{elp} = \frac{p_{elp}}{\rho} + h_{elp} g \text{ és}$$

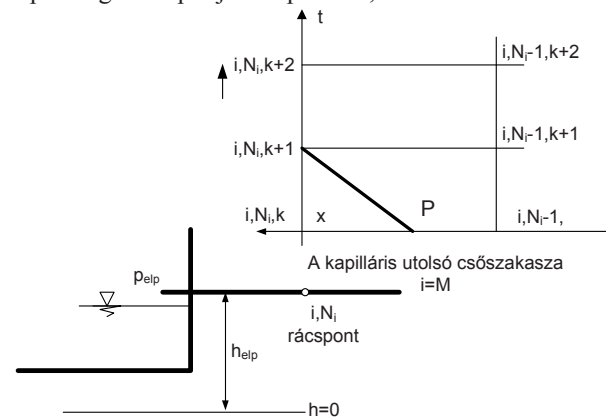
$$K_{elpbe} = \frac{I}{2} \cdot \left(\zeta_{elpbe} + \frac{\lambda_{elp}}{d_{elp}} \cdot L_{elp} \right) \left(\frac{D_M}{d_{elp}} \right)^4$$

jelöléseket és az egyenletrendszert megoldva a következőt kapjuk:

$$v_{M, N_M, k+1} = \frac{-a_M + \sqrt{a_M^2 + 4 \cdot (-Y_{elp} + a_M \cdot B_{P, M}) \cdot K_{elpbe}}}{2 \cdot K_{elpbe}} \quad (29)$$

$$Y_{M, N_M, k+1} = (B_{P, M} - v_{M, N_M, k+1}) \cdot a_M \quad (30)$$

Ez a megoldás akkor érvényes, ha a kapilláris csőből áramlik a munkaközeg az elpárolgatóba. Amikor az elpárolgató táplálja a kapillárist, akkor



6. ábra. A rácspontok és karakterisztikák az elpárolgató és a kapilláris csatlakozásnál

$$v_{M, N_M, k+1} = \frac{a_M - \sqrt{a_M^2 - 4 \cdot (-Y_{elp} + a_M \cdot B_{P, M}) \cdot K_{elpki}}}{2 \cdot K_{elpki}}, \quad (31)$$

$$Y_{M, N_M, k+1} = (B_{P, M} - v_{M, N_M, k+1}) \cdot a_M, \quad (32)$$

ahol:

$$K_{elpki} = \frac{I}{2} \cdot \left(1 + \left(\zeta_{elpki} + \frac{\lambda_{elp}}{d_{elp}} \cdot L_{elp} \right) \left(\frac{D_M}{d_{elp}} \right)^4 \right).$$

Ez viszont csak akkor lehetséges, ha a folyékony hűtőközeg szintje a kapilláris cső becsatlakozási helyénél nagyobb és egyidejűleg az elpárolgató nyomása nagyobb a kondenzátor nyomásánál.

Az, hogy a lehetséges esetek közül melyik következik be legegyszerűbben úgy dönthető el, ha megvizsgáljuk a $-Y_{elp} + a_M \cdot B_{P, M}$ kifejezés értékét.

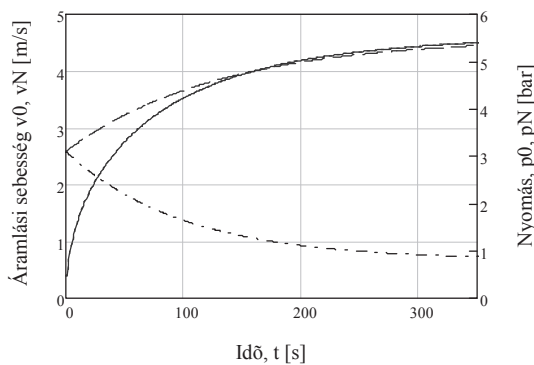
- $-Y_{elp} + a_M \cdot B_{P, M} = 0$ esetben $v_{i, Ni, k+1} = 0$ és $Y_{i, Ni, k+1} = Y_{elp}$

- $-Y_{elp} + a_M \cdot B_{P,M} > 0$ esetben $v_{i,Ni,k+1} > 0$ és (29)-ből számítandó,
- $-Y_{elp} + a_M \cdot B_{P,M} < 0$ esetben $v_{i,Ni,k+1} < 0$ és (31)-ből számítandó.

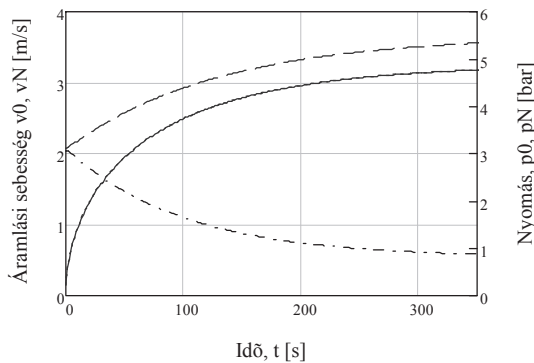
4. A SZÁMÍTÁSI MÓDSZER ALKALMAZÁSA

A kidolgozott számítási algoritmus tetszőleges bonyolultságú és geometriai kialakítású kapilláris csőben kialakuló folyadékáramlás számítására alkalmas. Számítógépi programja is elkészült, amelyet a következő egyszerűbb esetekre futtattunk le:

A kapilláris átmérője: $D=0,57$ mm
A kapilláris hossza: $L=1,2$ m
A hullámterjedés sebessége: $a=1000$ m/s
A folyadék sűrűsége $\rho=700$ kg/m³, kezdeti nyomása: $p_0=3,1$ bar, kezdetben a munkaközeg nyugalomban van.



7. ábra. A kondenzátor és az elpárologtató nyomásának változása valamint a kapillárisban kialakuló sebesség növekedése az idő függvényében ($L=1,2$ m)



8. ábra. A kondenzátor és az elpárologtató nyomásának változása valamint a kapillárisban kialakuló sebesség növekedése az idő függvényében ($L=2,4$ m)

A kondenzátorban és az elpárologtatóban a nyomás időbeli változását a 7. ábrán megadott exponenciális függvényekkel, mint peremfeltételt előírtuk. A kondenzátor nyomás időbeli változását szaggatott, az elpárologtató nyomás időbeli változását pontvonallal rajzoltuk meg. A kapillárisban kialakuló sebességek időbeli vál-

tozását a kidolgozott számítási módszerrel kiszámítottuk és a kapott eredmények közül a kapilláris cső elején és végén az áramlási sebességek időbeli változását a 7. ábrán folyamatos vonallal megrajzoltuk. A kapilláris cső elején és végén minden időpontban megközelítően azonos értékre adódtak az áramlási sebesség értékek, ezért $v_{i,0}(t)$ és $v_{i,Ni}(t)$ görbék 7. ábrán egybeesnek.

A kapilláris cső hosszát kétszeresre növelve és minden egyéb adatot változatlan értéken tartva a számítást megismételtük. A számítási eredményeket a $v_{i,Ni,k+1}$ 8. ábrán rajzoltuk meg, amelynek jelölései azonosak a 7. ábrán alkalmazottal.

5. ÖSSZEFOGLALÁS

Cikkünkben a kapilláris csőben kialakuló instacionális folyadékáramlást modelleztük. Felírtuk az áramlási folyamat alapegyenleteit, meghatároztuk a kezdő- és peremfeltételeket. Elkészítettük a számítógépi programot és két számítási feladat megoldásával igazoltuk módszerünk használhatóságát. Az itt bemutatott módszer addig alkalmas a hűtőgépek kapillárisában kialakuló áramlás számítására, amíg az áramló közegben nincs fázisátalakulás.

6. KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

"A tanulmány a TÁMOP-4.2.1.B-10/2/KONV-2010-0001 jelű projekt részeként – az Új Magyarország Fejlesztési Terv keretében – az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg".

7. IRODALOM

- [1] CZIBERE, T., KALMÁR, L., TOLVAJ, B.: Computation of transient flows in pipelines Proceedings of the Sixth Conference on Fluid Machinery, Akadémiai Könyvkiadó, Budapest, 1979.
- [2] GARBAI, L., DEZSŐ, Gy.: Áramlás energetikai csővezetékrendszerekben, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1986.
- [3] SCHAAKE, K., MANZKE, S.: Numerische Strömungssimulation, experimentelle Untersuchung und dynamische Simulation eines neuartigen Verflüssigers für Haushaltkühlschränke, Projektarbeit 31.03. 2009. 113 pp. Technische Universität Bergakademie Freiberg Institut für Luft- und Kältetechnik Dresden.