

KEZDETI FELTÉTEL HATÁSA REZGŐ HENGER KÖRÜLI ÁRAMLÁSRA

EFFECT OF INITIAL CONDITIONS ON FLOW PAST AN OSCILLATING CYLINDER

dr. Baranyi László¹

ABSTRACT

This study deals with the computation of low-Reynolds-number flow past a circular cylinder placed in a uniform flow and oscillating either in in-line or transverse directions or following an elliptical path. When plotting the time-mean (TM) and root-mean-square (rms) values of force coefficients (here lift and drag) under subharmonic lock-in against oscillation amplitude, sudden jumps appear between two solutions, representing vortex switches. In this study the initial position of the cylinder – a polar angle – is considered as an independent variable against which the TM and rms values of force coefficients are plotted.

1. BEVEZETÉS

A párhuzamos áramlásba helyezett tompa testekről egy bizonyos sebességtartományban periodikusan örvények válnak le, és test mögött kialakul a Kármán-féle örvénysor, amely a világhírű magyar áramlástan tudósról, Kármán Tódorról, kapta a nevét. A tompa test két oldalán leváló örvények ellentétes forgásirányúak. Mint ismert, a leváló örvények a Kutta-Zsukovszkij tétel [1] alapján egy periodikus gerjesztést jelentenek a testre nézve, amely a test akár nagy amplitúdójú rezgéséhez vezethet. Különösen jellemző ez akkor, amikor a rugalmasan felfüggesztett szerkezet vagy test csillapítása kicsi és a rendszer sajátfrekvenciája közel esik az örvényleválás frekvenciájához. Ilyen, a szerkezetéről leváló örvények indították el azt a jelenséget, amely 1940-ben a világ akkori legnagyobb, újonnan épített függőhídjának – a Tacoma-Narrows hídnak – az összeomlásához vezetett. Ma már alapvető elvárás az, hogy a szélnek kitett hidak, gyárkémények, silók és karcsú, magas épületek tervezésénél a szerkezetekről leváló örvények lehetséges hatását figyelembe vegyék. Hasonló probléma jelentkezhet áramló folyadékban lévő szerkezetek esetén is, de a hő-

cserélők zajos üzemét is a csöveikről leváló örvények által keltett rezgés okozhatja. A probléma gyakorlati jelentősége miatt számos kutató foglalkozott és foglalkozik ma is a tompa testek körüli áramlás vizsgálatával. A leggyakrabban a kör, négyzet és téglalap keresztmetszetű testek körüli áramlást vizsgálják.

A kutatások egyik iránya az, amikor az áramlásba helyezett hengert rugalmasan felfüggesztik (pl. [2-4]), a másik pedig az, amikor a hengert kényszerpályán mozgatják ([5-8]). Többek között a két eljárás előnyeivel és hátrányaival foglalkozik a [9] tanulmány. A gyakorlatban előforduló esetek többségében a súrlódási és tehetetlenségi erő hányadosa, az ún. Reynolds szám ($Re=Ud/v$, ahol U a párhuzamos áramlás sebessége, d a hengerátmérő és v a folyadék kinematikai viszkozitása) igen magas, amely esetek direkt numerikus szimulációval történő modellezése a mai számítási háttér mellett még nem lehetséges. Amint viszont azt a [10] dolgozat is említi, az áramlás keltette rezgések területén sok jelenségnek a Reynolds számtól való függése csekély. Ez ad lehetőséget arra, hogy a számítástechnikailag könnyebben kezelhető, viszonylag kis Re számú áramlás számításával jó becslést kaphassunk a gyakorlatban előforduló nagyobb Re számú esetekre vonatkozóan..

A jelen dolgozatban a párhuzamos áramlásba helyezett mechanikusan mozgatott henger körüli áramlás numerikus vizsgálatával foglalkozunk. Többet vizsgálják azokat az eseteket, amikor a henger egy- vagy kétszabadságfokú mozgást végez. Tipikus egyszabadságfokú eset az, amikor a henger a főáramlásra merőleges irányban, vagy azzal párhuzamosan mozog. A gyakorlatban alapvetően két fajta kétszabadságfokú mozgást tapasztaltak: (a) amikor a két mozgás frekvenciája azonos (ellipszis alakú pálya), (b) amikor a hosszirányú rezgés frekvenciája duplája a keresztirányúénak (Lissajous görbe), [11]. A jelen vizsgálat egyszabadságfokú, valamint ellipszis hengerpályát eredményező kétszabadságfokú mozgásra koncentrált.

A [8] és [12] dolgozatokban bemutattuk, hogy a rezgési amplitúdó szisztematikus változtatásával mind a

¹egyetemi tanár, Miskolci Egyetem, Áramlás és Hőtechnikai Gépek Tanszéke

hosszirányban rezgő, mind az ellipszispályán keringő henger esetében a leváló örvények szerkezetében hirtelen, ugrásszerű változások lépnek fel. Amennyiben a C_L felhajtóerő-tényező és a C_D ellenállás-tényező időátlagát vagy effektív középértékét (rms értéket) az amplitúdó függvényében felrajzoljuk, akkor bizonyos amplitúdó értékeknél ugrásszerű változást találunk. Van két ún. állapotgörbe és a megoldás a két állapotgörbe valamelyikén helyezkedik el. Matematikailag azt mondhatjuk, hogy ennek a nemlineáris rendszernek két attraktora van, s a megoldást vagy az egyik, vagy a másik attraktor vonzza a paraméterek és a kezdeti feltétel értékeitől függően. A két vonzási tartományt elválasztó határ néha nagyon bonyolult lehet [8], [13]. A dolgozatban a kezdeti feltételnek a megoldásra gyakorolt hatását vizsgáljuk.

2. SZÁMÍTÁSI ELJÁRÁS

A számítások elvégzésére két-dimenziós, véges differenciák módszerén alapuló eljárást fejlesztettem ki, amelynek a viszonylag részletes bemutatása a [8] dolgozatban található. Az alapegyenletek a hengerhez kötött gyorsuló rendszerben felírt Navier-Stokes egyenlet, a kontinuitási egyenlet és a nyomásra felírt Poisson egyenlet. Peremre illeszkedő koordinátákat használunk, így a peremfeltételek pontosan kielégíthetők. Az alapegyenletek diszkrétizálását és megoldási módját a [8] dolgozat tartalmazza. Ugyanebben a cikkben az eljárással nyerhető eredményeket a szakirodalomban található különböző hengermozgásokra (álló, hossz- és keresztirányban rezgő, ill. ellipszis pályán keringő) vonatkozó eredménnyel hasonlítottuk össze, és igen jó egyezést tapasztaltunk. Emiatt a jelen dolgozatban az eljárás bemutatásától el kívánunk tekinteni.

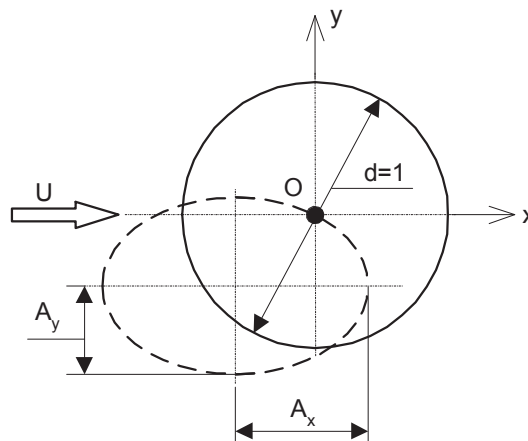
A hengermozgás vázlatát az 1. ábra mutatja. A homogén párhuzamos áramlás iránya megegyezik a pozitív x tengely irányával. Minden sebességet ill. hosszirányú jellemzőt az U sebességgel, ill. a d hengerátmérővel dimenziótlanjuk. A henger középpontjának a mozgását az

$$x_0 = A_x \cos(2\pi f t + \Theta) \quad (1)$$

$$y_0 = -A_y \sin(2\pi f t + \Theta) \quad (2)$$

egyenletek írják le, ahol az A_x és A_y dimenziótlanjuk rezgési amplitúdókat jelent, f a hengerrezgés U/d -vel dimenziótlanjuk frekvenciája (itt mindkét irányban azonos), Θ pedig a henger indításához tartozó polárszög, amely a pozitív x tengely irányában 0 és az óramutató járásával egyező irányban nő. Az (1) és (2) egyenletek általános esetben egy óramutató járásával egyező körüljárású ellipszispályát adnak. Amennyiben $A_x=0$, akkor keresztirányú, $A_y=0$ esetén pedig

hosszirányú hengerrezgésről van szó. Természetesen az $A_x=A_y=0$ az álló henger esetére vezet. Vizsgálatunk során az Re Reynolds szám mindhárom bemutatott hengermozgás esetén $Re=160$ volt.



1. ábra. A hengermozgás vázlatát és vonatkozó jelölések

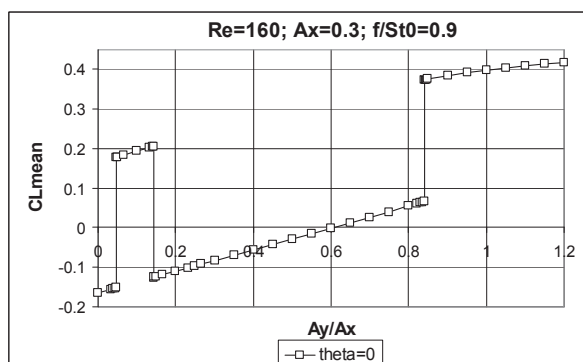
3. SZÁMÍTÁSI EREDMÉNYEK

E dolgozatban háromféle esetre vonatkozó eredményeket fogunk bemutatni, amelyek a hossz- ill. keresztirányú, valamint az ellipszispályát követő hengermozgásokhoz tartoznak.

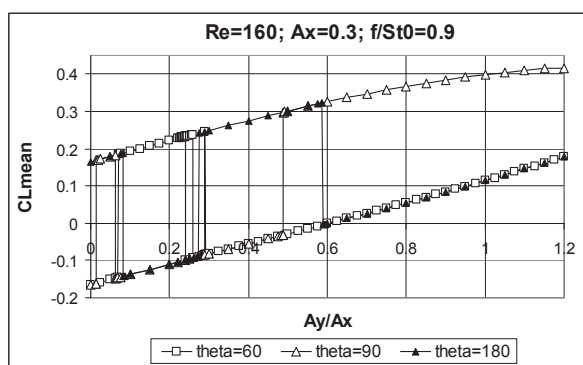
3.1 Kezdeti feltétel, mint paraméter

A 2. ábrán a C_L felhajtóerő-tényező időátlaga látható egy ellipszispályán mozgó henger esetén az A_y/A_x amplitúdó-hányados függvényében. Itt az egyetlen változó mennyiség az A_y amplitúdó, a többi paraméter rögzített ($Re=160$, $A_x=0,3$, $f=0,9$, $St_0=0,16938$, $\Theta=0^\circ$). Itt St_0 az $Re=160$ esetén az álló hengerről leváló örvények dimenziótlanjuk frekvenciája, vagy Strouhal szám. Az ábrán 3 ugrásszerű változás látható: a C_L átlaga a paraméterektől függően vagy az alsó vagy a felső ún. "állapotgörbén" helyezkedik el [8]. Természetesen az állapotgörbéknek csak azon részletei láthatók az ábrán, ahol épp a megoldás van. Ismeretes, hogy a nemlineáris rendszerek esetén gyakran a kezdeti feltétel kis megváltozása a megoldás nagymértékű megváltozását okozza ([13]). Mint láttuk, a 2. ábrához $\Theta=0^\circ$ kezdeti feltétel (induló hengerhelyzet) tartozik.

Vizsgálatainkat megismételtük más Θ értékek esetére is. A 3. ábra három különböző kezdeti feltételhez ($\Theta=60^\circ$, 90° és 180°) tartozó C_L időátlag értékeit mutatja. A különböző Θ értékekhez tartozó megoldásoknál az ugrásszerű változások különböző A_y/A_x értékeknél jelentkeznek, így elegendő számú kezdeti feltételhez tartozó megoldás ismeretében az állapotgörbék teljes mértékben előállíthatók.



2. ábra. C_L időátlaga A_y/A_x függvényében ($Re=160$; $A_x=0,3$; $f/St_0=0,9$, $\Theta=0^\circ$)



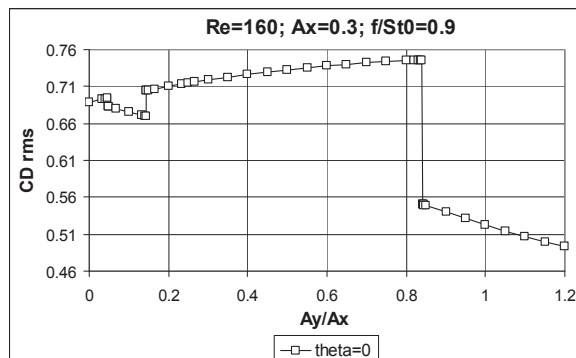
3. ábra. C_L időátlaga A_y/A_x függvényében ($Re=160$; $A_x=0,3$; $f/St_0=0,9$, $\Theta=60^\circ$, 90° és 180°)

Ugyanebből a számítási sorozatból nyertük például a C_D ellenállás-tényezőre vonatkozó eredményeinket is. A 4. ábra, a 2. ábrához hasonlóan, egyetlen kezdeti feltételhez ($\Theta=0^\circ$) tartozó eredményt mutat az A_y/A_x függvényében, de itt a C_D rms értékét mutatjuk meg. Az ugrásszerű változások itt is ugyanolyan A_y/A_x értékeknél lépnek fel, mint a 2. ábrán. Itt is két állapotgörbét találhatunk, amelyek elrendezése azonban jelentősen különbözik az előzőektől. Amíg a 2. és 3. ábrákon látható állapotgörbék közel állandó távolságra vannak egymástól, addig itt az állapotgörbék az $A_y/A_x=0$ értéknél metszik egymást és a köztük lévő távolság az A_y/A_x növekedésével nő. Ez a görbealak ellipszis pályán mozgó henger esetén az összes vizsgált erőtenyező rms görbéjére jellemző, [8].

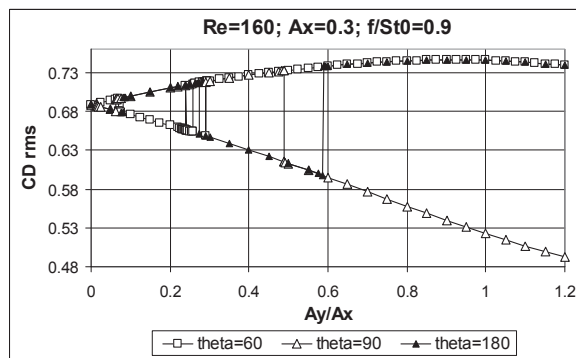
A 3. ábrához hasonlóan, az 5. ábra a C_D rms értékeit három különböző, $\Theta=60^\circ$, 90° és 180° értékhez tartozóan mutatja. Most is látható, hogy a 3 kezdeti feltételhez tartozó megoldásokkal az állapotgörbék gyakorlatilag reprodukálhatók.

Hasonló vizsgálatokat végeztünk a henger hossz- és keresztirányú rezgetése esetén is, de helyhiány miatt az eredményeket itt nem kívánjuk bemutatni. Legyen elég annyi, hogy míg az ellipszis pályán mozgó henger esetén minden jellemző időátlag és rms görbéjében találunk ugrásokat, addig a hosszirányban rezgő henger esetén már egyedül csak a C_L időátlagában jelentkezett ugrás, amikor azt vagy az A_x amplitúdó vagy az f/St_0

frekvenciahányados függvényében ábráztuk, [12], [14]. A kapott állapotgörbék itt szimmetria-okok miatt egymás tükörképei, s a teljes állapotgörbék most is előállíthatók a különböző kezdeti feltételhez tartozó megoldások segítségével. A keresztirányban rezgő henger esetén az előbb említett ugrások egyáltalán nem jelentkeztek, [12], [14].



4. ábra. C_D rms értéke A_y/A_x függvényében ($Re=160$; $A_x=0,3$; $f/St_0=0,9$, $\Theta=0^\circ$)



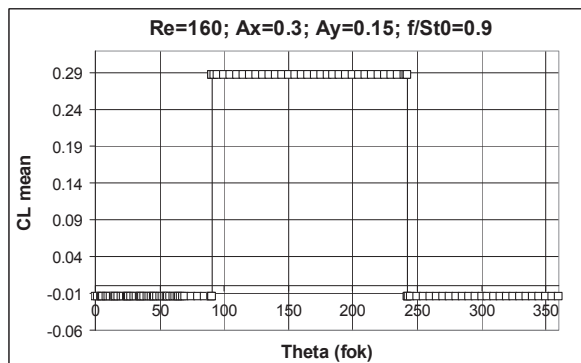
5. ábra. C_D rms értéke A_y/A_x függvényében ($Re=160$; $A_x=0,3$; $f/St_0=0,9$, $\Theta=60^\circ$, 90° és 180°)

3.2 Kezdeti feltétel, mint független változó

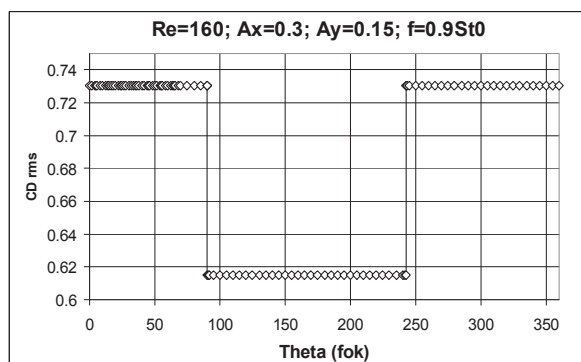
Ezek után megvizsgáljuk, hogy mi történik akkor, ha minden paramétert rögzítünk, csupán a Θ kezdeti feltételt változtatjuk. A 6. ábra a korábban bemutatott ellipszis pályán mozgó hengerre mutatja be a felhajtóerő tényező időátlagát a Θ függvényében. Az ábrán jól látható az a két megoldás, amelyet C_L időátlaga az adott paraméterértékek esetén felvehet. Látható az is, hogy az ugrás környezetében egy nagyon kis Θ változáshoz igen jelentős C_L változás tartozhat. Az ábrán minden egyes pont egy külön számítást jelent, igen meggyőzően támogatva a két megoldás létezését. A 6. ábrán látható két C_L érték természetesen rajta van a 3. ábrán látható állapotgörbékben; ott az $A_y/A_x=0,5$.

A 7. ábra ugyanerre az esetre vonatkozóan a C_{Drms} értékét mutatja a Θ függvényében. A 6. ábra kapcsán elmondottak itt is érvényesek azzal a különbséggel,

hogy a két C_{Drms} értéket itt az 5. ábrán találjuk meg meg az $A_y/A_x=0,5$ értéknél.



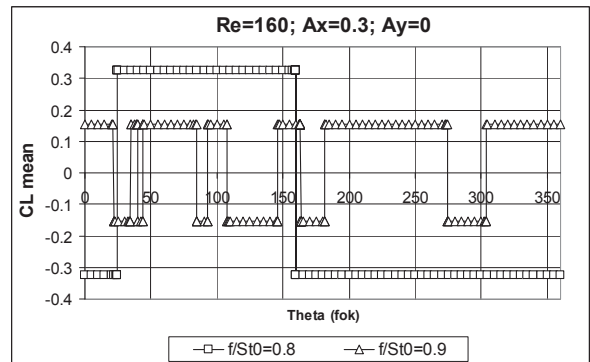
6. ábra. C_L időátlagos Θ függvényében ($Re=160; A_x=0.3; A_y=0.15; f/St_0=0.9$)



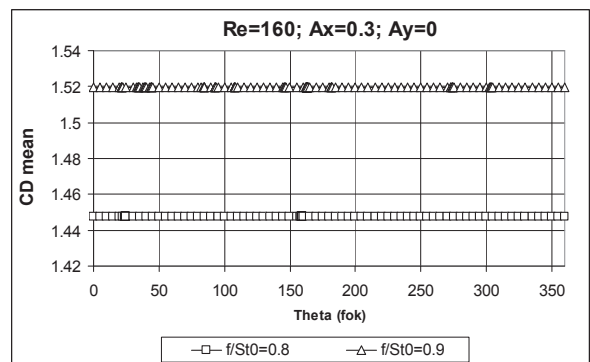
7. ábra. $C_D rms$ értéke Θ függvényében ($Re=160; A_x=0.3; A_y=0.15; f/St_0=0.9$)

A kezdeti feltétel hosszirányú hengerrezgetés esetén kialakult áramlásra gyakorolt hatásának vizsgálatára vonatkozó eredményeket mutat a 8. és 9. ábra $f/St_0=0,8$ és $0,9$ frekvencia hányadosok esetén. A 8. ábrán a C_L időátlagos látható Θ függvényében. Mint korábban említettük, a hosszirányú rezgés esetén az A_x függvényében felrajzolt C_L időátlagához tartozó állapotgörbék egymás tükörképei a vízszintes tengelyre nézve (l. [12]). A 8. ábrán ennek megfelelően látható, hogy két lehetséges megoldás mindkét frekvencia arány esetén azonos nagyságú, de ellenkező előjelű. Az ábrán az is látszik, hogy $f/St_0=0,8$ esetén csak kétszer vált előjelet C_L időátlagos, míg $f/St_0=0,9$ esetén igen sokszor. A 9. ábrán a C_D időátlagos ábrázoljuk a Θ függvényében. Mivel hosszirányú rezgés esetén ugrás csak a C_L időátlagosban van (l. [12] és [14]), így természetesen mind az $f/St_0=0,8$, mind a $0,9$ esetén csak egy-egy érték adódik a C_D időátlagosra.

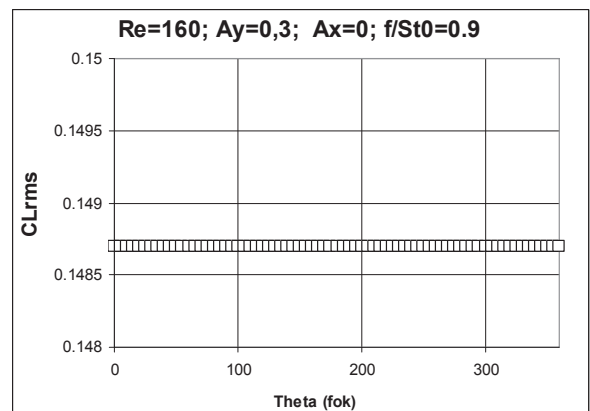
A kezdeti feltétel vizsgálatára vonatkozó, sok munkával járó számításokat a keresztirányú rezgést végző henger esetén is elvégeztük, és a korábbi tapasztalattal megegyezően azt találtuk, hogy ebben az esetben a C_L és C_D időátlagosának és rms értékének görbéi folytonosak; bennük semmi ugrás nem található (l. [12] és [14]); ezt támasztja alá a 10. ábra is.



8. ábra. C_L időátlagos Θ függvényében ($Re=160; A_x=0.3; A_y=0; f/St_0=0,8$ és $0,9$)



9. ábra. C_D időátlagos Θ függvényében ($Re=160; A_x=0.3; A_y=0; f/St_0=0,8$ és $0,9$)

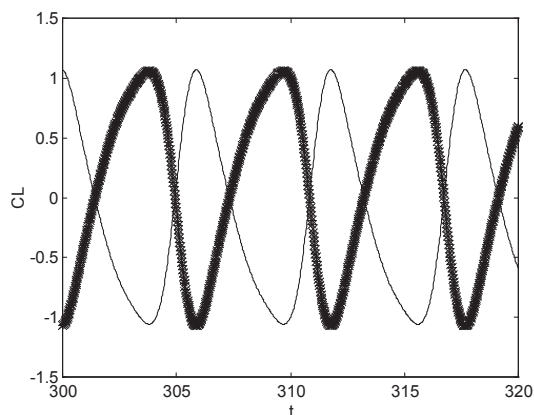


10. ábra. $C_L rms$ értéke Θ függvényében ($Re=160; A_x=0.3; A_y=0; f/St_0=0,9$)

3.3 Ugrások környezetének vizsgálata

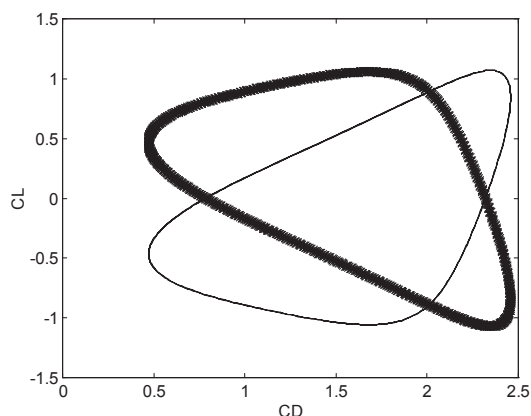
Vizsgáljuk meg most egy olyan ugrás környezetét, amely a henger hosszirányú rezgésénél $\Theta=163^\circ$ környezetében lép fel $f/St_0=0,9$ esetén (itt bemutatott eset). Ez az ugrás a 8. ábrán is látható. A $\Theta=163,3^\circ$ és $163,4^\circ$ kezdeti értékekhez tartozó C_L időbeli változását a 11. ábra mutatja. A vastag vonal a $\Theta=163,3^\circ$ (ugrás előtti), a vékony vonal pedig a $\Theta=163,4^\circ$ (ugrás utáni) értékhez tartozik. A két görbe egymás tükörképe. Ez

könnyen belátható úgy, hogy az egyik $C_L(t)$ helyett annak (-1)-szeresét ábrázoljuk; ilyenkor a két görbe fedésbe kerül (itt nem mutatjuk). Az ugrás előtti és utáni két Θ értékhez felrajzoltuk a $C_D(t)$ függvényeket is, amelyek tökéletesen egybeestek (itt nem mutatjuk).



11. ábra. C_L időbeli változása az ugrás előtt (vastag) és után (vékony); ($Re=160$; $A_x=0,3$; $A_y=0$; $f/St_0=0,9$)

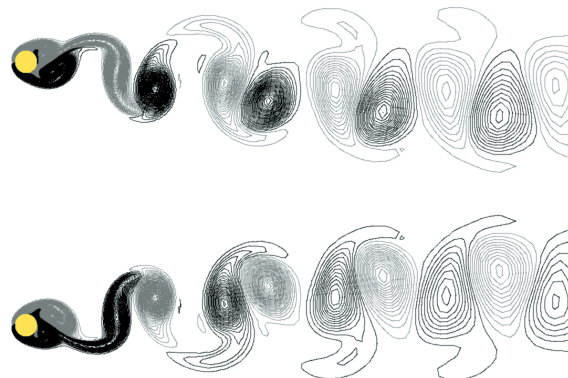
Ezek után nem meglepő, hogy az ugrás előtti és utáni Θ értékekhez tartozó periodikus megoldásokból képzett (C_D, C_L) ún. határciklusok is egymás tükörképei, mint az a 12. ábrán is látható.



12. ábra. A (C_D, C_L) határciklus az ugrás előtt (vastag) és után (vékony); ($Re=160$; $A_x=0,3$; $A_y=0$; $f/St_0=0,9$)

A vizsgált két Θ értékhez tartozó, azonos, $t=350$ dimenzióatlan időpontban az örvénykontúrokat is felrajzoltuk; ezt mutatja a 13. ábra. Az ábra felső része az ugrás előtti ($\Theta=163,3^\circ$), az alsó része pedig az ugrás utáni ($\Theta=163,4^\circ$) kezdeti értékhez tartozik. Itt a szürke árnyalatú örvények negatívak (óramutató járásával megegyező forgásirány), míg a sötétebb szín a pozitív örvényt mutatja (óramutató járásával ellentétes). Egy leválási periódusban egy pozitív és egy negatív örvény válik le. Az ábráról látható, hogy az ugrás előtti és utáni örvényképek egymás tükörképei. Az összes hosszirányú rezgéshez tartozó, itt bemutatott eredmény alátámasztja a korábbi eredményeket (l. [12]). Úgy tűnik, hogy az

örvényképben kialakuló ugrásszerű változás oka a „szimmetria-törő bifurkáció” (symmetry breaking bifurcation) lehet, [15].



13. ábra. Örvénykontúrok. Felső ábra: $\Theta=163,3^\circ$; Alsó ábra: $\Theta=163,4^\circ$; ($Re=160$; $A_x=0,3$; $A_y=0$; $f/St_0=0,9$)

Az ugrás környezetének vizsgálatát az ellipszis pályán mozgó henger esetére is elvégeztük a korábbiakban bemutatott esetre ($Re=160$; $A_x=0,3$; $A_y=0,15$; $f/St_0=0,9$). Ezeket az eredményeket itt nem kívánjuk bemutatni. Azt szeretnénk csupán megjegyezni, hogy szemben a hosszirányú hengermozgás esetével, itt az ugrás két oldalán az egymástól jelentősen különböző eredmények már nem rendelkeznek a tükörkép szimmetriával (reflection symmetry). Mivel a hosszirányban rezgő henger esetén semmilyen ugrást nem tapasztaltunk, így ilyen fajta vizsgálatnak nem volt értelme.

4. ÖSSZEFOGLALÁS

Amikor az erőtenyezők időátlagát vagy az rms értékét a Θ kezdeti feltétel függvényében ábrázoljuk homogén párhuzamos áramlásba helyezett rezgőmozgást végző, vagy ellipszis pályán mozgó henger körüli áramlás esetén, a következő eredményekre jutottunk:

- *ellipszispálya*: két állapot található az összes erőtenyező időátlagában és rms értékében (örvényugrást mutat),
- *hosszirányú hengermozgás*: két állapot közötti ugrást csak a felhajtóerő-tényező időátlagában található (örvényugrás),
- *keresztirányú hengermozgás*: nincs ugrás. Vagy egy megoldás vagy két egybeeső megoldás van (nincs örvényugrás).

Az eredmények alátámasztják a korábbi, amplitúdóra és frekvencia arányra vonatkozó eredményeket.

A teljes kezdeti feltétel tartományban a várakozásunknak megfelelően csak egy vagy két időátlag és rms érték létezik.

A hosszirányú hengerrezgés esetén az ugrás előtti és utáni kezdeti feltételhez tartozó felhajtóerők időbeli

változása, a (C_D, C_L) határciklusok és az örvénykontúrok is egymás tükörképei (akárcsak a felhajtóerő időátlaga).

Így tehát kijelenthetjük, hogy a kezdeti feltételre vonatkozó eredmények alátámasztják a korábbi vizsgálati eredményeinket.

5. SUMMARY

When the time-mean and rms values of force coefficients are plotted against initial condition θ for the flow around an oscillating or orbiting cylinder placed in a uniform stream the following results were found:

- jumps between two states were found in all time-mean and rms curves for *orbital* cylinder motion (showing vortex switches),
- jumps between two states were found only in the time-mean lift for *in-line* cylinder motion (vortex switches),
- no jumps were found for *transverse* cylinder motion; either one solution or two coinciding solutions (no vortex switches).

Results are consistent with previous results for amplitude and frequency ratio.

In the total initial condition domain only either one or two time-mean and rms values exist, as expected.

For in-line cylinder motion the pre- and post-jump time history of lift, limit cycle curves (C_D, C_L) and vorticity contours are mirror images of each other (and so are the time-mean values of lift).

Thus, evidence from initial condition investigation supports previous findings.

6. KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A szerző köszönetét fejezi ki a K 76085 sz. OTKA projekt keretében megvalósult támogatásért. A kutató munka a TÁMOP-4.2.1.B-10/2/KONV-2010-0001 jelű projekt részeként – az Új Magyarország Fejlesztési Terv keretében – az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg. A szerző köszönetet mond Daróczy László úrnak az általa kifejlesztett áramlás-megjelenítő szoftver használatáért (l. 13.ábra).

7. IRODALOM

- [1] KUNDU, P.K., COHEN, I.M., DOWLING, D.R.: Fluid Mechanics (5th ed.), Elsevier, 2012.
- [2] JAUVTIS, N., WILLIAMSON, C.H.K.: The effect of two degrees of freedom on vortex-induced vibration and at low mass and damping, *Journal of Fluid Mechanics* 509, 23–62, 2004.
- [3] SANCHIS, A., SAELEVIK, G., GRUE, J.: Two-degree-of-freedom vortex-induced vibrations of a spring-mounted rigid cylinder with low mass ratio, *Journal of Fluids and Structures* 24, 907-919, 2008.
- [4] PRASANTH, T.K., MITTAL, S.: Flow-induced oscillation of two circular cylinders in tandem arrangement at low Re, *Journal of Fluids and Structures* 25, 1029-1048, 2009.
- [5] WILLIAMSON, C.H.K., ROSHKO, A.: Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder, *Journal of Fluids and Structures* 2, 355-381, 1988.
- [6] BLACKBURN, H.M., HENDERSON, R.D.: A study of two-dimensional flow past an oscillating cylinder, *Journal of Fluid Mechanics* 385, 255-286, 1999.
- [7] KAIKTSIS, L., TRANTAFYLLOU, G.S., ÖZBAS, N.: Excitation, inertia, and drag forces on a cylinder vibrating transversely to a steady flow, *Journal of Fluids and Structures* 23, 1-21, 2007.
- [8] BARANYI, L.: Numerical simulation of flow around an orbiting cylinder at different ellipticity values, *Journal of Fluids and Structures* 24, 883-906, 2008.
- [9] Williamson, C.H.K.: Vortex-induced vibrations, *Annual Review of Fluid Mechanics* 36, 413-455, 2004.
- [10] Newman, D.J., Karniadakis, G.E.: Direct numerical simulation of flow over a flexible cable, *Proc. 6th Int. Conference on Flow-Induced Vibration*, London, pp. 193-203, 1995.
- [11] Baranyi, L.: Computation of flow around a circular cylinder undergoing two-degree-of-freedom forced motion at low Reynolds numbers, *Proc. 10th International Conference on Flow-Induced Vibration*, Meskell & Bennett (Eds.), Dublin, pp. 361-368, 2012.
- [12] BARANYI, L.: Sudden and gradual alteration of amplitude during the computation for flow around a cylinder oscillating in transverse or in-line direction, *Proc. ASME 2009 Pressure Vessels and Piping Conference, Symposium on Flow-Induced Vibration*. Prague, Paper No. PVP2009-77463, 2009.
- [13] STROGATZ, S.H.: *Nonlinear Dynamics and Chaos*. Westview, 1994.
- [14] BARANYI, L.: Effect of frequency ratio on the force coefficients of a cylinder oscillated in a uniform stream, *Proc. 7th JSME-KSME Thermal and Fluids Engineering Conference*, Sapporo, Japan, Paper No. L132, 2008.
- [15] CRAWFORD, J.D., KNOBLOCH, E., 1991. Symmetry and symmetry-breaking bifurcations in fluid dynamics, *Annual Review of Fluid Mechanics* 23, 341-387.