

GOLYÓSANYA SZERSZÁMPROFILJÁNAK MEGHATÁROZÁSA HAGYOMÁNYOS FURATKÖSZÖRÜNÉL

DETERMINATION OF TOOL PROFILE OF BALLNUT ON TRADITIONAL BORE GRINDING

Hegedűs György*, Takács György**, Patkó Gyula***

ABSTRACT

This paper presents a numerical and a mathematical method for the determination of tool profile of ballnut in case of traditional bore grinding. The numerical algorithm was carried out on given data points, the approximation errors were computed between the points and the approximated ellipse. The results of the methods are demonstrated in Figures.

1. BEVEZETÉS

Számos tényező hatással van a szerszámgépek pontosságára, mint például a megmunkálási pontosság, a megmunkálás technológiája, minőségbiztosítás, a termelés megbízhatósága, stb.

A golyósorsós mozgás-átalakító mechanizmusokat széles körben alkalmazzák korszerű NC és CNC szerszámgépekben kedvező tulajdonságaik miatt.

A megmunkálási pontosság fokozására a golyósorsók működési jellemzőinek javítása, illetve a teherviselő képesség növelése miatt van szükség; a nem megfelelő méretre köszörült orsó előbb említett tulajdonságai a megmunkálási pontatlansággal nagymértékben romlanak.

A köszörűkorong-profil egy lehetséges meghatározására numerikus alkalmazást dolgoztunk ki *MATLAB* programban, mely a rendelkezésre álló adatok alapján a jelenleg alkalmazott menetköszörűgéphez szükséges profilsugar és profileltolás értékeinek gyors, pontos meghatározására alkalmas.

2. KÖZELÍTŐ KÖRÍVPROFIL MEGHATÁROZÁSA ADOTT PONTOKRA

A kör másodfokú polinommal leírható implicit egyenlete

* egyetemi adjunktus, Miskolci Egyetem, Szerszámgépek Tanszéke

** PhD, egyetemi docens, Miskolci Egyetem, Szerszámgépek Tanszéke

*** PhD, egyetemi tanár, Miskolci Egyetem, Szerszámgépek Tanszéke

$$F(x, y) = a(x^2 + y^2) + bx + cy + d = 0 \quad (1)$$

alakban állítható elő, ahol $a \neq 0$ és az a, b, c, d paraméterekre teljesül a $b^2 + c^2 - 4ad > 0$ egyenlőtlenség. Az (1) egyenlet az ellipszis egyenletének egy speciális esete, abban az esetben, ha a megoldást olyan módon keressük, mint a [6], [7] tanulmányokban bemutatott eljárás, az algoritmus numerikusan instabil lesz a mátrix szingularitása miatt. A gyakorlatban a legkisebb négyzetek módszerével keresett kör illesztését adott pontokra iterációs eljárásokkal szokták meghatározni [1], [2], [3], [4], [5]. A távolságok négyzetösszege

$$d_i^2 = (|\mathbf{C} - \mathbf{P}_i| - R)^2, \quad (2)$$

ahol \mathbf{C} a kör középpontja, R a kör sugara, \mathbf{P}_i a mért pont. Legyen $\mathbf{x} = [c_x, c_y, R]^T$, meghatározandó egy olyan $\tilde{\mathbf{x}}$ vektor, melyre

$$\sum_{i=1}^n d_i(\mathbf{x})^2 = \min \quad (3)$$

teljesül. A nemlineáris legkisebb négyzetek megoldását *Gauss-Newton* módszerrel keressük. Legyen az $\tilde{\mathbf{x}}$ vektor $\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{h}$ alakban közelítve, az $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = [F_1(\mathbf{x}), F_2(\mathbf{x}), \dots, F_n(\mathbf{x})]$ függvényt $\tilde{\mathbf{x}}$ körül *Taylor*-sorba fejtvé $\mathbf{F}(\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{h}) \cong \mathbf{F}(\tilde{\mathbf{x}}) + \mathbf{J}(\tilde{\mathbf{x}})\mathbf{h} \approx \mathbf{0}$ adódik. A \mathbf{h} vektorra megoldva az egyenletet kapjuk, hogy

$$\mathbf{J}(\tilde{\mathbf{x}})\mathbf{h} \approx -\mathbf{F}(\tilde{\mathbf{x}}). \quad (4)$$

A parciális deriváltak *Jacobi* mátrixa

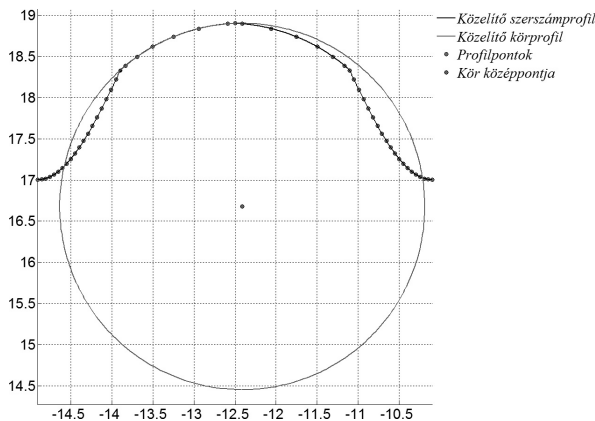
$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \frac{\partial d_i(\mathbf{x})}{\partial u_j} = \begin{bmatrix} \frac{c_x - P_{x,1}}{\sqrt{(c_x - P_{x,1})^2 + (c_y - P_{y,1})^2}} & \frac{c_y - P_{y,1}}{\sqrt{(c_x - P_{x,1})^2 + (c_y - P_{y,1})^2}} & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{c_x - P_{x,n}}{\sqrt{(c_x - P_{x,n})^2 + (c_y - P_{y,n})^2}} & \frac{c_y - P_{y,n}}{\sqrt{(c_x - P_{x,n})^2 + (c_y - P_{y,n})^2}} & -1 \end{bmatrix}$$

alakban írható fel. A Gauss-Newton iterációs eljárás két lépése:

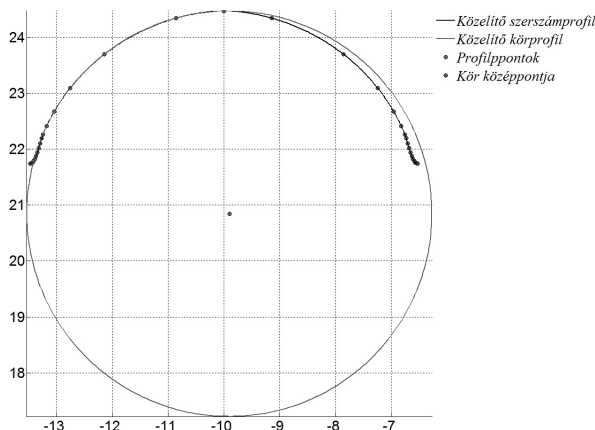
1. oldjuk meg a (4) egyenletet a \mathbf{h} vektorra,
2. számítsuk ki a következő iterációs lépést $\tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{h}$ vektorral.

A fenti iterációs eljárás indításához szükséges a kezdeti értékek meghatározása. Előzetesen végzett számítások alapján tetszőlegesen választott értékekre az eljárás numerikusan instabillá válik, ezért a kezdeti értékeket célszerű a közelítő eredmény közelében meghatározni. A kezdeti értékek meghatározását a [6] irodalomban ismertetett módon állítjuk elő oly módon, hogy az adott pontthalmazt közelítő ellipszis C_e középpontjának helyvektora, valamint b fél kistengelye szolgáltatja a kezdeti közelítő kör C középpontját és R sugarát.

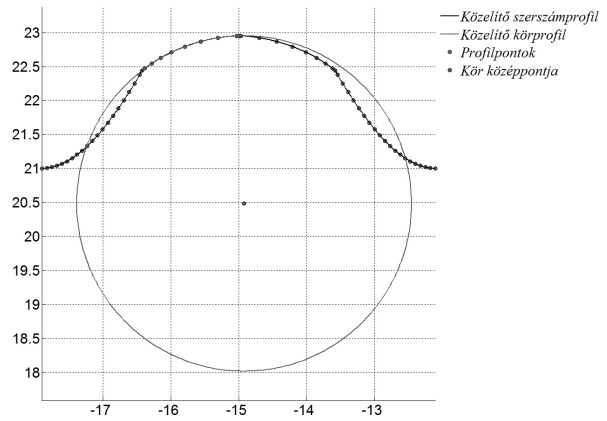
A közelítő körök paramétereit egy itt nem részletezett eljárással előállított pontthalmazra határozzuk meg [8], a számítások grafikus eredményei az 1. – 4. ábrákon láthatók. Az 1. táblázat tartalmazza a különböző számú metszetekre meghatározott közelítő körök jellemző geometriai paramétereit.



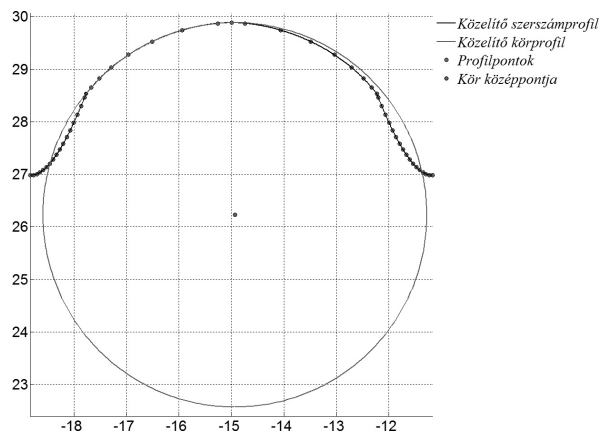
1. ábra. A közelítő körívprofil 32x25 méretű golyósanyánál



2. ábra. A közelítő körívprofil 40x20 méretű golyósanyánál



3. ábra. A közelítő körívprofil 40x30 méretű golyósanyánál



4. ábra. A közelítő körívprofil 50x30 méretű golyósanyánál

1. táblázat. Közelítő körök jellemző paramétereit

		$n=25$	$n=50$	$n=100$
1.	R [mm]	2,225378	2,230396	2,232199
	C [mm]	$16,678616\mathbf{e}_x$ $-12,734999\mathbf{e}_z$	$16,6782793\mathbf{e}_x$ $-12,410216\mathbf{e}_z$	$16,670854\mathbf{e}_x$ $-12,409741\mathbf{e}_z$
2.	R [mm]	3,622949	3,624819	3,622514
	C [mm]	$20,848696\mathbf{e}_x$ $-9,904252\mathbf{e}_z$	$20,845961\mathbf{e}_x$ $-9,903181\mathbf{e}_z$	$20,847153\mathbf{e}_x$ $-9,905109\mathbf{e}_z$
3.	R [mm]	2,463443	2,466900	2,463944
	C [mm]	$20,489238\mathbf{e}_x$ $-14,919731\mathbf{e}_z$	$20,484653\mathbf{e}_x$ $-14,920457\mathbf{e}_z$	$20,487023\mathbf{e}_x$ $-14,922256\mathbf{e}_z$
4.	R [mm]	3,656421	3,665521	3,655314
	C [mm]	$26,229110\mathbf{e}_x$ $-14,933486\mathbf{e}_z$	$26,219200\mathbf{e}_x$ $-14,930268\mathbf{e}_z$	$26,227243\mathbf{e}_x$ $-14,936777\mathbf{e}_z$

A fenti táblázatban az n a [8] irodalomban ismertetett eljárás során képzett felület-felület metszések számát jelöli. A táblázat soraiban található értékek a 32x25, 40x20, 40x30 és 50x30 méretű golyósanyákra vonatkoznak.

3. KÖZELÍTŐ KÖRÍVPROFIL MEGHATÁROZÁSA HÁROM PONTRA

Legyen adott három pont $\mathbf{P}_1=(P_{1x}, P_{1z})$, $\mathbf{P}_2=(P_{2x}, P_{2z})$, $\mathbf{P}_3=(P_{3x}, P_{3z})$ vektorokkal. A pontok koordinátáit úgy határozzuk meg, hogy a kapcsolószög által kijelölt pontokat keressük a golyósanya normálmetszetében a névleges profil méretek és a tőrésmező tartományának két szélsőértéke szerint. Az így kapott pontokat a szerszám xz síkjába transzformáljuk és ebben a síkban keressük a három pontra illesztett körprofil geometriai jellemzőit.

A kör középpontjának koordinátáit és sugarát a

$$C = \frac{S(S_x, S_z)}{a}, R = \sqrt{\frac{b}{a} + \frac{|S|^2}{a^2}} \quad (5)$$

képletekkel számíthatjuk ki, ahol $S(S_x, S_z)$ a három pont által meghatározott háromszög súlypontjának koordinátái.

$$S_x = \frac{1}{2} \det \begin{bmatrix} |\mathbf{P}_1|^2 & P_{1,z} & 1 \\ |\mathbf{P}_2|^2 & P_{2,z} & 1 \\ |\mathbf{P}_3|^2 & P_{3,z} & 1 \end{bmatrix},$$

$$S_z = \frac{1}{2} \det \begin{bmatrix} P_{1,x} & |\mathbf{P}_1|^2 & 1 \\ P_{2,x} & |\mathbf{P}_2|^2 & 1 \\ P_{3,x} & |\mathbf{P}_3|^2 & 1 \end{bmatrix},$$

$$a = \det \begin{bmatrix} P_{1,x} & P_{1,z} & 1 \\ P_{2,x} & P_{2,z} & 1 \\ P_{3,x} & P_{3,z} & 1 \end{bmatrix},$$

$$b = \det \begin{bmatrix} P_{1,x} & P_{1,z} & |\mathbf{P}_1|^2 \\ P_{2,x} & P_{2,z} & |\mathbf{P}_2|^2 \\ P_{3,x} & P_{3,z} & |\mathbf{P}_3|^2 \end{bmatrix}.$$

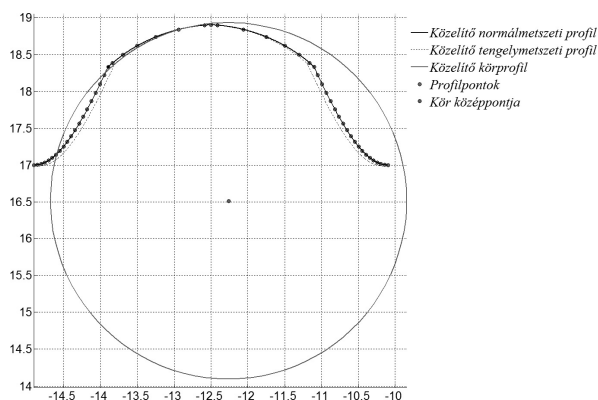
Az (5) és (6) egyenleteket megoldva a keresett kör geometriai jellemzői meghatározhatók. A három pontra illesztett körprofil meghatározását különböző méretű golyósanyákra végeztük el, a kontaktpontok számított koordinátáit a 2. táblázat tartalmazza.

Az 5 – 8. ábrák szemléltetik a kapott eredményeket. Abban az esetben, ha a gótikus körívprofil tengerly-metszetben adnánk meg, a 3 pontra illesztett körívprofil viszonylag jól közelítené a munkadarab profilját.

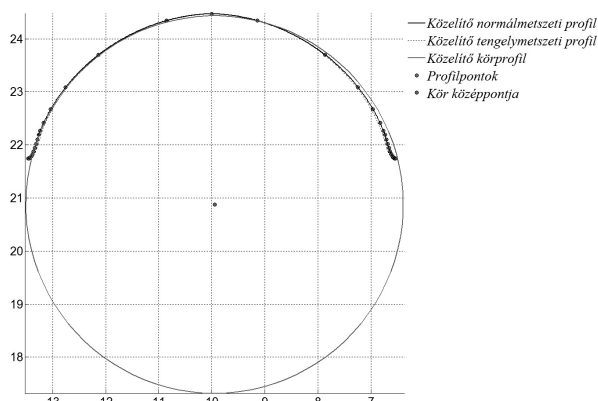
Azonban látható, hogy a két sík által bezárt szög miatt profiltorzulás lép fel.

Méret	Kontaktpontok koordinátái		
	\mathbf{P}_1	\mathbf{P}_2	\mathbf{P}_3
32x25	$17,771921e_x$ $-14,329506e_z$	$18,119144e_x$ $-14,073417e_z$	$18,204880e_x$ $-13,993712e_z$
40x20	$22,965005e_x$ $-12,827509e_z$	$23,100359e_x$ $-12,724322e_z$	$23,416015e_x$ $-12,438897e_z$
40x30	$21,562971e_x$ $-17,190371e_z$	$21,663847e_x$ $-17,127893e_z$	$21,950166e_x$ $-16,919174e_z$
50x30	$28,181364e_x$ $-18,032447e_z$	$28,393992e_x$ $-17,879162e_z$	$28,635909e_x$ $-17,676316e_z$

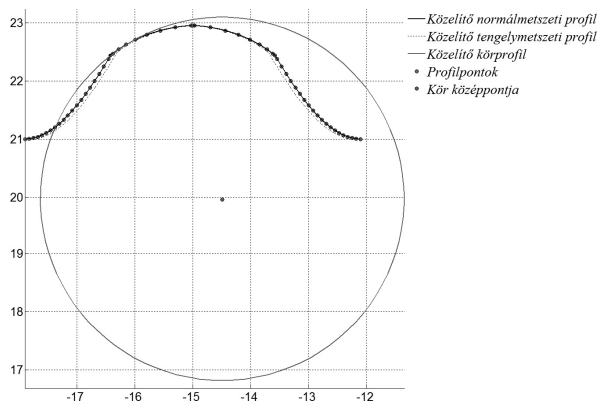
2. táblázat. A kapcsolóvonal által kijelölt pontok koordinátái



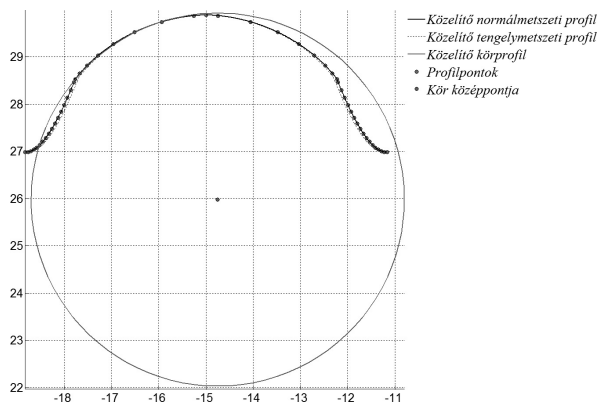
5. ábra. A három pontra illesztett körprofil 32x25 méretű golyósanyánál



6. ábra. A három pontra illesztett körprofil 40x20 méretű golyósanyánál



7. ábra. A három pontra illesztett körprofil 40x30 méretű golyósanyánál



8. ábra. A három pontra illesztett körprofil 50x30 méretű golyósanyánál

A különböző méretű golyósanyákra meghatározott három pontra illesztett körprofilok paramétereit a 3. táblázat tartalmazza, ahol R a kör sugara és C a kör középpontjának koordinátái.

3. táblázat. Három pontra illesztett körök paramétereit

Méret	A közelítő körprofil adatai	
	R [mm]	C [mm]
32x25	2,419269	$16,515269e_x$ $-12,262217e_z$
40x20	3,556876	$20,876878e_x$ $-9,948084e_z$
40x30	3,138757	$19,961007e_x$ $-14,491203e_z$
50x30	3,950143	$25,978951e_x$ $-14,753269e_z$

Összehasonlítva a két eljárást megállapítható, hogy az approximációval előállított körprofil a szerszámprofil teljes tartományán jól közelíti a származtatással

előállított görbét, ezzel szemben a három pontra illesztett kör csak a pontok által meghatározott tartományban. További hátránya a hárompontos módszernek, hogy az alámetszési határpont, valamint a profiltorzulás nagymértékben befolyásolja a közelítés jóságát.

4. ÖSSZEFOGLALÁS

A cikkben különböző méretű golyósanyák szerszámprofiljának meghatározására alkalmas módszereket mutattunk be hagyományos furatköszörűkre. Az eljárások alkalmasak lehetnek olyan megmunkálógépekre, ahol a profilozó készülék csak körívprofil szabályozását teszi lehetővé. A módszerek hatékonyságát kísérleti forgácsolásokkal célszerű a jövőben igazolni.

5. KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A bemutatott kutatómunka a TÁMOP 4.2.1.B-10/2/KONV-2010-0001 jelű projekt részeként az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

6. IRODALOM

- [1] N. CHERNOV: Circular and linear regression: Fitting circles and lines by least squares, *Monographs on Statistics and Applied Probability, Volume 117*
- [2] N. CHERNOV, C. LESORT: Least squares fitting of circles, *Journal of Mathematical Imaging and Vision, 23 (2005), 239-251.*
- [3] N. CHERNOV, A. AL-SHARADQAH: Error analysis for circle fitting algorithms, *Electronic Journal of Statistics, 3 (2009), 886-911.*
- [4] W. GANDER, G. H. GOLUB, R. STREBEL: Least-squares fitting of circles and ellipses, *BIT Numerical Mathematics, 1994, Volume 34, Number 4, 558-578*
- [5] W. GANDER, G. H. GOLUB, R. STREBEL: Fitting of Circles and Ellipses Least Squares Solution, *Departement Informatik, ETH Zürich, 1994*
- [6] R. HAL, J. FLUSSER: Numerically stable direct least squares fitting of ellipses, *The Sixth International Conference in Central Europe on Computer Graphics and Visualization (1998), Volume 21, Issue 5, 125-132.*
- [7] M. PILU, A. FITZGIBBON, R. FISHER: Ellipse-specific Direct least-square Fitting, *IEEE International Conference on Image Processing, Lausanne, September 1996*
- [8] HEGEDŰS GY., PATKÓ GY., TAKÁCS GY.: Determination of Tool Profile for Ballnut Grinding by Numerical Methods, *13th International Conference on Tools, 2012, pp.:221-224., (ISBN 978-963-9988-35-4)*