

SZUPERFINISELŐ BERENDEZÉS EGY LEHETSÉGES NEMLINEÁRIS DINAMIKAI MODELLJE

A POSSIBLE NONLINEAR MODEL OF A SUPERFINISHING DEVICE

Dr. Szilágyi Attila*, Dr. Patkó Gyula**

ABSTRACT

This article concerns the investigations on a nonlinear dynamic model of a vibratory superfinishing device. As the nonlinearity, the Coulomb-type damping is considered, which is supposed to be the model of the superfinishing process. The approximation solutions of the nonlinear governing equations are established by the method of linearization above the phase curve, thus the amplitude-frequency expressions in function of the system parameters can be set up. The results obtained analytically, have been proven and supported numerically. This article demonstrates the correlation between the analytical and the numerical results, pointing out the comfortable and accurate application of the applied approximation method.

1. BEVEZETÉS

A szuperfiniselés – más néven tükörsímítás – befejező finomfelületi megmunkálás, általában hengeres felületek, például gördülőcsapágyak futófelületeinek megmunkálására használják. A finiselési műveletet egy célberendezés végzi, amely rendszerint pótlólagosan kerül az alapgépre. Általában a felület simaságát az alapgépbe fogott gyártmány forgatásával és a csiszoló kövek rövid löketű rezgőmozgásával érik el. A kövek mozgása történhet mozgásátalakító merev kinematikával vagy közvetlenül, pneumatikus, hidraulikus, valamint villamos hajtás segítségével.

A szuperfiniselés rezgés- és hőmérsékleti zavaroktól mentes megmunkálói környezetet igényel, és az adaptálhatóság következtében a berendezés befoglaló méreteit is körültekintően kell megválasztani. A befoglaló méreteket meghatározzák a berendezés energetikai viszonyai. Ezt, valamint a rezgésviszonyokat dinamikai vizsgálat segítségével tárhatjuk fel. A dinamikai

* PhD, egyetemi adjunktus, Miskolci Egyetem, Szerszámgépek Tanszéke

** PhD, egyetemi tanár, Miskolci Egyetem, Szerszámgépek Tanszéke

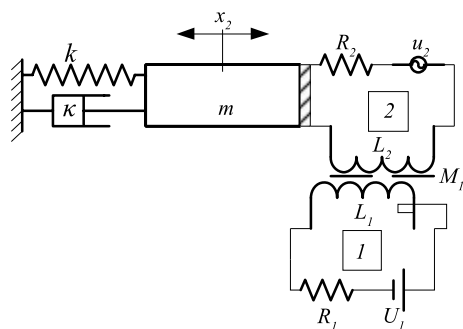
vizsgálatot számos mechanikai modell alapján végezhetjük. Jelen cikk egy ultraprecíz keménysztergáló berendezésre pótlólagosan felszerelhető egyfázisú, villamos hajtású szuperfiniselő berendezés egy lehetséges nemlineáris modelljének dinamikai vizsgálatával foglalkozik, és bemutatja a vizsgálatok során alkalmazott közelítő módszert.

2. ELVI ALAPOK

A berendezés kifejlesztésének elvi alapjait az alábbi megfontolások jelentették. A szuperfiniselő berendezést csillapított gerjesztett rezgőrendszernek tekintve kimutatható, hogy adott frekvenciára hangolt és ehhez közeli frekvenciával gerjesztett rendszer kedvező energetikai viszonyok mellett működhet. A vizsgált modell energetikai viszonyait előre felállított szempontok szerint ítéltük meg. Amennyiben ezek a szempontok egy adott munkapont esetén egyidejűleg teljesülnek, úgy a modell a legkedvezőbb energetikai viszonyok között működik.

3. MECHANIKAI MODELL ÉS A MOZGÁSEGYENLET-RENDSZER

A vizsgált berendezés – eredetileg két villamos (i_1, i_2) és egy mechanikai (x_2) szabadsági fokkal rendelkező – elektromechanikai modelljét az 1. ábra mutatja.



1. ábra. A mechanikai modell [2]

Az ábrán m a mozgó tekercs és a hozzá kapcsolódó rezgő alkatrészek együttes tömegét, k a rugóállandót, F_s pedig a szuperfiniselési folyamatból származó, Coulomb-féle súrlódásnak feltételezett csillapítás abszolút értékét jelöli. Az áramkörü elemek közül R_1 , R_2 a villamos körök teljes ohmos ellenállását, L_1 , L_2 a tekercsek önindukciós, M_{12} pedig a tekercsek kölcsönös indukciós együtthatóit jelöli. U_1 és u_2 jelöli a megfelelő tekercsek egyen, valamint időben változó tápfeszültségeit. A vizsgált modell mozgásegyenlet-rendszerét a Lagrange-féle másodfajú mozgásegyenletekből, egyszerűsítő feltevések figyelembevételével származtatjuk, és a számítások során feltételeztük, hogy az 1 villamoskör állapota független a 2 villamoskör állapotától. Vizsgálataink során a szuperfiniselési folyamatot a Coulomb-féle száraz súrlódási modell írja le, melynek karakterisztikáját az $S = -F_s \operatorname{sgn}(\dot{x})$ szakadós függvény alakjában vettük figyelembe, ahol F_s az S súrlódási erő abszolút értéke. Ennek alapján a rendszer mozgásegyenlet-rendszere

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + F_s \operatorname{sgn}(\dot{x}) + kx - \alpha i &= 0 \\ L \frac{di}{dt} + Ri + \Gamma \dot{x} &= U_0 \cos \Omega t \end{aligned} \quad (1)$$

alakú, ahol $x = x_2$, továbbá L , U_0 , R és Ω a 2 tekercs önindukciós tényezője, illetve a gerjesztő feszültségének amplitúdója, ohmos ellenállása, valamint körfrekvenciája. α és Γ a villamos hajtás erő- és motor-konstansa, melyek az egyszerűsítő feltevések eredményeként adódnak.

4. A KÖZELÍTŐ MEGOLDÁSOK ELŐÁLLÍTÁSA

Az előző fejezetben bemutatott linearizálási módszer segítségével meghatároztuk az eredeti mozgásegyenlet-rendszer

$$m\ddot{x} + \frac{4F_s}{\pi a_1 \Omega} \dot{x} + kx - \alpha i = 0 \quad (2)$$

kvivalens lineáris mozgásegyenlet-rendszerét, ahol feltételeztük, hogy $x(t) = a_1 \cos(\Omega t + \varphi_A)$ alakú, és a_1 egyelőre ismeretlen amplitúdó. Ehhez hasonlóan, $i(t) = i_0 \cos(\Omega t + \varphi_i)$ alakban tételeztük fel a 2 villamoskörben folyó áram erősségének idő függvényét, ahol i_0 az áramerősség egyelőre ismeretlen amplitúdója. φ_A és φ_i a gerjesztő feszültséghez képesti

egyelőre ismeretlen fázisszögek. Az $x(t)$ és $i(t)$ megoldásalakokat (2)-be behelyettesítve, elvégezve az algebrai átalakításokat, majd az így kapott összefüggéseket rendezve, adódnak a keresett a_1 , i_0 , φ_A , φ_i mennyiségek analitikus kifejezései a rendszerparaméterek és a gerjesztő körfrekvencia függvényében. Az új $\frac{k}{m} = \nu^2$, $\frac{\Omega}{\nu} = \eta$, $\eta^2 = \xi$ változók bevezetését követően az elmozdulás-amplitúdóra a

$$a_1^\pm(\eta) = -\frac{\frac{8F_s}{\pi} \alpha \Gamma R \nu \eta \pm \sqrt{\dots}}{2 \left\{ [mR\nu^2(1-\eta^2)]^2 + \nu^2 \eta^2 [mL\nu^2(1-\eta^2) + \alpha \Gamma]^2 \right\}} \quad (3)$$

kifejezés adódik (részletesen lásd: [2]), ahol a_1^+ a négyzetgyök jel előtt álló pozitív előjelnek, a_1^- pedig a negatív előjelnek megfelelő görbeágot jelöli, ν a rezgőrendszer saját körfrekvenciája, η pedig dimenziótlanított körfrekvencia.

5. NUMERIKUS ELLENŐRZÉS

A numerikus ellenőrzés során a

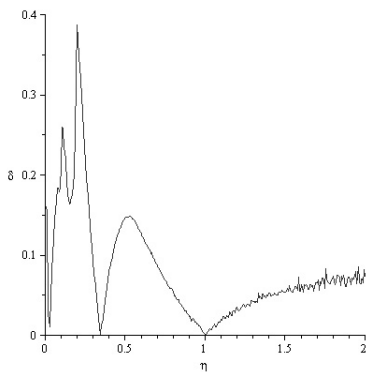
$$\begin{aligned} F_s &= 60 \text{ N}; m = 6 \text{ kg}; k = 213183 \frac{\text{N}}{\text{m}}; \\ \Omega &\approx 188,5 \frac{1}{\text{s}}; L = 0,0035 \text{ H}; R = 6,8 \Omega; \\ \alpha &= 20,4 \frac{\text{N}}{\text{A}}; \Gamma = 20,4 \frac{\text{Vs}}{\text{m}}; U_0 = 47 \text{ V} \end{aligned} \quad (4)$$

szám adatok [2] mellett, diszkrét η helyeken kiszámolt a_1^\pm , valamint ugyanitt numerikus módon, 4-ed rendű Runge-Kutta módszerrel meghatározott $a_{1_{RK}}$ értékeket vetettünk össze. A számítást rezonancia frekvenciánál ($\eta = 1$), valamint alá ($\eta > 1$) és fölé hangolt ($\eta < 1$) esetekben is elvégeztük. Az egyes η értékek mellett elvégzett számítások eredményeit az alábbi táblázat foglalja össze.

		Elmozdulás-amplitúdó [mm]		
		$a_{1_{RK}}$	Linearizálás	
			a_1^+	$ a_1^- $
Főléhangolt	$\eta=0,44$	0,77	0,67	0,70
	$\eta=0,83$	1,70	1,61	1,94
Rezonancia	$\eta=1$	5,55	5,58	18,81
Aláhangolt	$\eta=2$	0,16	0,17	0,18
	$\eta=3,46$	0,05	0,05	0,052

1. táblázat. Az analitikus és numerikus eredmények összevetése

Látható, hogy rezonancia frekvenciánál, és aláhangozt esetekben a a_1^+ görbeág függvényértékei közelítik jobban a numerikusan kiszámolt értékeket. Föléhangolt esetekben – az elhanyagolt stick-slip jelenség okaként – a közelítés mértéke már nem annyira egyértelmű, mert egyik esetben a_1^+ , másik esetben pedig a_1^- függvényértékei közelítik jobban a numerikusan nagy pontossággal kiszámolt amplitúdó értékeket. Diszkrét értékek után egy szélesebb frekvenciatartományon, az $\eta \in (0; 2]$ intervallumon is megvizsgáltuk a lineáris közelítés pontosságát, csak a_1^+ esetén. A 2. ábra diagramja a $\delta = \left| 1 - \frac{|a_1^+|}{a_{1RK}} \right|$ kifejezéssel definiált relatív hiba görbét mutatja a dimenziótlanított frekvencia függvényében.



2. ábra. Az analitikus és numerikus értékek eltérése a frekvencia függvényében

Megfigyelhető, hogy az a_1^+ és az a_{1RK} értékei – a számunkra lényeges – rezonancia frekvencia környezetében jól közelítik egymást, és a közelítés mértéke még nagymértékben aláhangozt rendszerek esetén is kielégítőnek (<10%) mondható. A fölhangolt rendszer esetén tapasztalt nagyfokú eltérése azzal magyarázható, hogy a közelítő megoldással szemben a Runge-Kutta módszer nem tekint el a „stick-slip” jelenségtől, amely nagymértékben fölhangolt esetekben – például $\eta = 0,44$ esetén – jelentkezik számottevően.

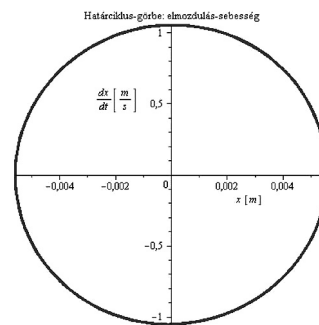
Ezt követően stabilitásvizsgálat segítségével megmutattuk, hogy a (3) kifejezés a_1^+ görbeágához tartozó amplitúdó értékek valósulnak meg tartósan, és meghatároztuk a stabilitási kritériumokat. A kapott analitikus eredmények numerikus ellenőrzését rezonancia frekvencia ($\eta = 1$) esetre végeztük el, mert úgy véltük, és ezt később igazoltuk is, hogy ilyen gerjesztés során valósul meg a legkedvezőbb energetikai állapot. Így

tehát, amennyiben a rendszerben fellépő súrlódási terhelésre teljesül a

$$F_S (\eta = 1) < F_{S_0} = \frac{\pi \alpha U_0}{4Lv} \left[1 + \left(\frac{R}{Lv} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

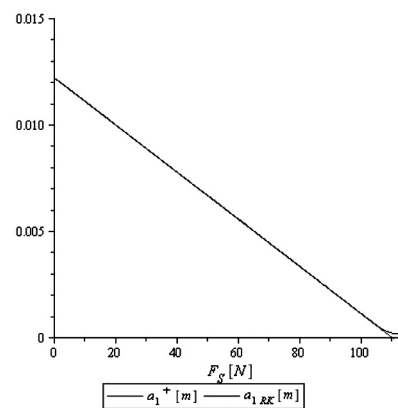
reláció, úgy abban az esetben stabil, periodikus rezgés alakul ki. Az alábbiakban a (4) számadatok mellett, numerikus számítások segítségével igazoljuk a fenti megállapításokat. Ekkor az elmélet szerint $F_S < F_{S_0} = 110 N$ esetén adódnak stabil rezgések.

Ebben az esetben (3) alapján $a_1^+ = 5,58 mm$, numerikus számítások alapján, a 4-ed rendű Runge-Kutta módszerrel $a_{1RK} \approx 5,5 - 5,6 mm$ értékek adódnak. Az alábbi, 3. ábra az állandósult rezgés fázisdiagramját mutatja.



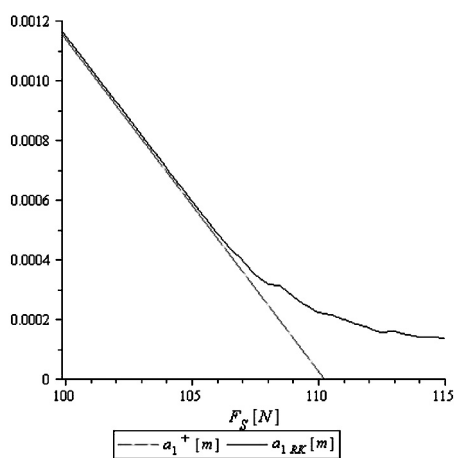
3. ábra. Az állandósult rezgés fázisdiagramja

Az analitikus és numerikus eredmények előzőek során bemutatott összevetését a súrlódási terhelés egy szélesebb intervallumán is elvégeztük. Ezt mutatja a 4. ábra. Látható az analitikus és numerikus értékek egyezése az előre jelzett $F_S < F_{S_0} = 110 N$ intervallumon.



4. ábra. A numerikus és az analitikus eredmények összevetése

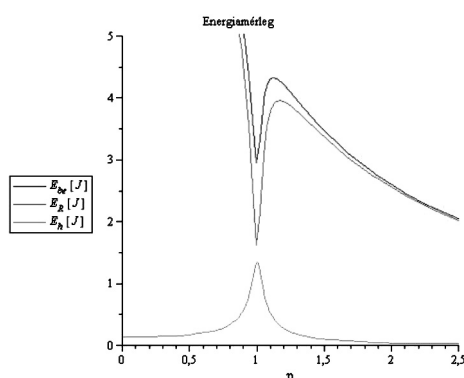
Megfigyelhető továbbá, hogy F_{S_0} kicsiny környezetében és $F_{S_0} < F_S$ esetén a lineáris közelítés pontossága rohamosan csökken (5.ábra).



5. ábra. Az analitikus és numerikus értékek eltérése F_{S_0} kicsiny környezetében

6. AZ ENERGETIKAI ÁLLAPOT

A stabil görbeág ismeretében elvégeztük a modell energetikai állapotának feltárását. Ennek során kimutattuk, hogy bizonyos paraméterkombinációk esetén, rezonancia frekvencián gerjesztve a rendszert, az a legkedvezőbb energetikai viszonyok között működik. Az analitikus eredményeket most is numerikusan ellenőriztük. Az alábbi diagramon – a (4) számú adatokra vonatkozóan – megfigyelhetők az energetikai mennyiségek legkedvezőbb energetikai viszonyokra vonatkozó szélsőértékei.



6. ábra. Az energiamennyiségek szélsőértékei rezonancia frekvenciánál

Az energetikai jellemzők ebben a munkapontban kialakuló számértékei lehetővé teszik olyan – az alapberendezés munkateréhez képest – kisméretű szuperfini-

selő berendezés kialakítását, amely könnyen és kényelmesen adaptálható egy, a rezgésekre és a hőhatásokra érzékeny munkaterű alapgépre, elképzelésünk szerint egy ultraprecíziós keményesztergáló berendezésre.

7. ÖSSZEFOGLALÁS

A cikk egy szuperfiniselő prototípus berendezés továbbfejlesztésével kapcsolatos nemlineáris dinamikai és energetikai számítások eredményeit foglalja össze. Megmutattuk, hogy alkalmasan megválasztott rugalmas tagot alkalmazva, így a berendezést az előírt szuperfiniselési paraméterekre hangolva, majd a rendszert rezonancia frekvencián gerjesztve, a rendszer a legkedvezőbb energetikai viszonyok között működik. Ennek következtében a megmunkálási paraméterek egy, az alapgép munkateréhez képest kis méretű, viszonylag kis tömegű, gazdaságosan üzemelő berendezéssel teljesíthetők.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Jelen publikáció a TÁMOP 4.2.1.B-10/2/KONV-2010-0001 jelű projekt részeként az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

IRODALOM

- [1] PATKÓ, Gy.: Közelítő módszer nemlineáris rezgések vizsgálatára. Kandidátusi értekezés, Miskolc, 1984.
- [2] SZILÁGYI, A.: Szuperfiniselő berendezés dinamikai vizsgálata. PhD értekezés. Miskolci Egyetem, 2012.