

NÉGY SZABADSÁGFOKÚ ROBOT INVERZ KINEMATIKAI VIZSGÁLATA

INVERSE KINEMATICS OF A 4 DOF ROBOT

Olasz Attila*, Dr. Szabó Tamás**

ABSTRACT

This paper deals with the inverse kinematics of a 4 DOF hydraulic robot to provide the reference inputs for the control system. The solutions are given both for upper and lower elbow positions. The reference values are the rotation angles of the four joints. The motion of the end effector can be prescribed with straight lines and arcs. Computer code has been developed in SCILAB program system.

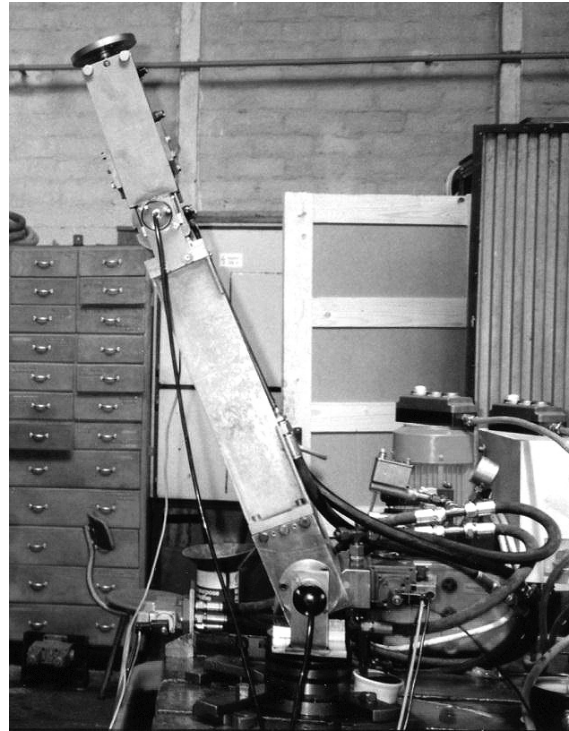
1. BEVEZETÉS

A Miskolci Egyetem Szerszámgépek Tanszéke rendelkezik egy saját készítésű, hidraulikusan vezérelt robottal, mely négy szabadságfokú. A robot előírt pályán való mozgását a csuklók megfelelő szögelfordulásaival érhetjük el. Ezen szögelfordulások szolgáltatják a vezérlés számára az alapjeleket. Az alapjelek meghatározása az inverz kinematikai feladat megoldására épül. A cikkben az adott robot direkt kinematikai és az inverz kinematikai feladat analitikus megoldásával foglalkozunk. A kinematikai leíráshoz a Denavit-Hartenberg paramétereket alkalmazzuk. A robot négy szabadságfokú mozgását négy csukló valósítja meg, melynek szimbolikus jelölése: RRRR (R - Rotation). A kinematikai leírás végső célja a robot vezérlés működtetése.

A cikk harmadik pontjában a Denavit-Hartenberg paraméterek felhasználásával előállítjuk a robot helyzetét meghatározó helyzetmátrixokat. A negyedik pontban a robot inverz kinematikai feladatát analitikusan vizsgáljuk. A csuklók szögét egyszerű geometriai megfontolások alapján állítjuk elő trigonometrikus függvények segítségével. Az ötödik pontban egy példát mutatunk be a robot lehetséges alkalmazására.

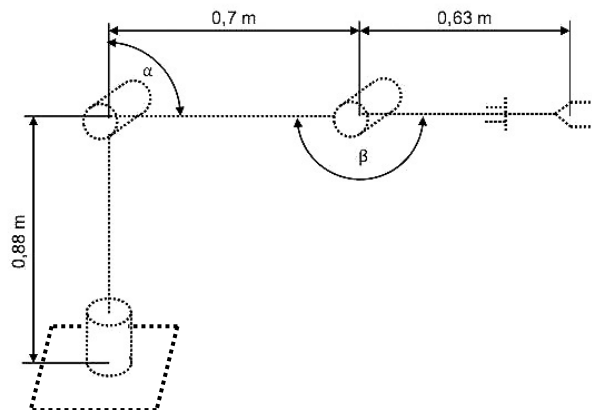
2. A ROBOT BEMUTATÁSA

A hidraulikus vezérlésű robot az 1. ábrán látható négy csukló segítségével valósítja meg a mozgásokat. Az ábrán látható robot alapján készítettünk egy egyszerűsített vázlatot (2. ábra), amely megmutatja a robot csuklóinak helyzetét és az egyes karok méretét.



1. ábra. A vizsgált hidraulikus robot

A mechanizmus a mozgása során nem tudja lefedni az egész szögtartományt, csak az $\alpha = 0..90^\circ$ és $\beta = 90^\circ..180^\circ$ intervallumot. Ebből következik, hogy a robot csak korlátozott mozgásmegvalósításra képes.



2. ábra. A robot egyszerűsített modellje

* MSc-s hallgató, Miskolci Egyetem

** egyetemi docens, Robert Bosch Mechatronikai Tanszék, ME

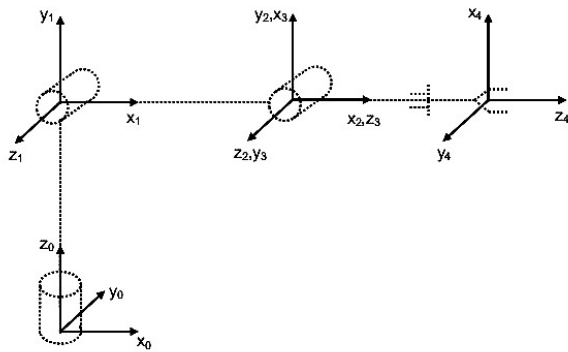
Az egyes csuklók és tagok tömegét a [3] irodalomból vettük át:

- az első tag tömege: $m_1 = 20$ kg,
- a harmadik csukló tömege: $m_2 = 15$ kg,
- a második tag tömege: $m_3 = 12$ kg,
- a negyedik csukló tömege: $m_4 = 5$ kg,
- a megfogó tömege: $m_5 = 5$ kg.

A 2. ábra alapján megállapíthatjuk, hogy ez egy RRRR felépítésű robot, hiszen a mozgásokat négy csuklóval valósíthatjuk meg. Az ilyen egyszerű robotot szokás könyök-robotnak (elbow manipulator, [2]) is nevezni.

3. A ROBOT DIREKT KINEMATIKÁJA

A robotkarok egymáshoz viszonyított helyzetének megadása érdekében minden robotkarhoz rögzítünk egy ún. belső koordináta-rendszert. A karok egymáshoz viszonyított helyzetét a 3. ábrán látható koordináta-rendszerek közötti transzformációval írjuk le.



3. ábra. A robot belső koordináta-rendszere

A koordináta-rendszerek helyzetének leírására az ún. Denavit-Hartenberg paramétereket használjuk ([1]), melyek értelmezése a következő:

- s_k a z_{k-1} és x_k tengelyek metszéspontjának z_{k-1} koordinátája;
- Θ_k a z_{k-1} tengely körüli forgás előjeles szöge, amely az x_{k-1} tengelyt az x_k tengelybe viszi;
- α_k az x_k tengely körüli forgás előjeles szöge, amely a z_{k-1} tengelyt a z_k tengelybe viszi;
- a_k a z_{k-1} és z_k tengelyek távolsága.

A Denavit-Hartenberg paraméterek rendre a következő négy egymás utáni merevtestszerű relatív mozgásnak felelnek meg:

1. eltolás a z_{k-1} tengely irányában (s_k értékkel);
2. forgás a z_{k-1} tengely körül (Θ_k szöggel);
3. forgás az x_k tengely körül (α_k értékkel);
4. eltolás az x_k tengely irányában (a_k értékkel).

Ezek a mozgások a fentiek szerint a $\underline{\underline{H}}_{s_k}$, $\underline{\underline{H}}_{\Theta_k}$, $\underline{\underline{H}}_{\alpha_k}$, $\underline{\underline{H}}_{a_k}$ transzformációs mátrixokkal írhatók le, melyeknek az ugyanebben a sorrendben vett szorzata a

$$\underline{\underline{H}}_{k-1,k} = \underline{\underline{H}}_{s_k} \underline{\underline{H}}_{\Theta_k} \underline{\underline{H}}_{\alpha_k} \underline{\underline{H}}_{a_k} \quad (1)$$

kifejezéssel írható le.

A mátrixszorzásokat elvégezve egy egyszerűbb alakhoz jutunk [1], ahol a $c = \cos$, $s = \sin$ rövidítéseket alkalmazzuk:

$$\underline{\underline{H}}_{k-1,k} = \begin{bmatrix} h & r & & \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{k-1,k} = \begin{bmatrix} c\Theta_k & -s\Theta_k c\alpha_k & s\Theta_k s\alpha_k & a_k c\Theta_k \\ s\Theta_k & c\Theta_k c\alpha_k & -c\Theta_k s\alpha_k & a_k s\Theta_k \\ 0 & s\alpha_k & c\alpha_k & s_k \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

A k -adik tag állványhoz viszonyított helyzete a relatív helyzetmátrixok szorzataként nyert

$$\underline{\underline{H}}_{0k} = \underline{\underline{H}}_{01} \underline{\underline{H}}_{12} \dots \underline{\underline{H}}_{k-1,k} = \prod_{j=1}^k \underline{\underline{H}}_{j-1,j} \quad (3)$$

helyzetmátrixszal adható meg. Ebből $k = n$ behelyettesítésével a zárótag $\underline{\underline{H}}_{0n}$ helyzetmátrixát kapjuk, ahol esetünkben $n = 4$.

A zárótag bármely \underline{R}_n helyvektorának az állványhoz kötött koordináta-rendszerre vonatkozó koordinátái az $\underline{R}_0 = \underline{\underline{H}}_{0n} \underline{R}_n$ összefüggéssel számíthatók.

4. INVERZ KINEMATIKAI FELADAT

Ebben a pontban a zárótaghoz kötött koordináta-rendszer-origó helyzetének és a koordináta-rendszer \underline{R} orientációjának ismeretében keressük az egyes csuklók Θ_k szögelfordulásait.

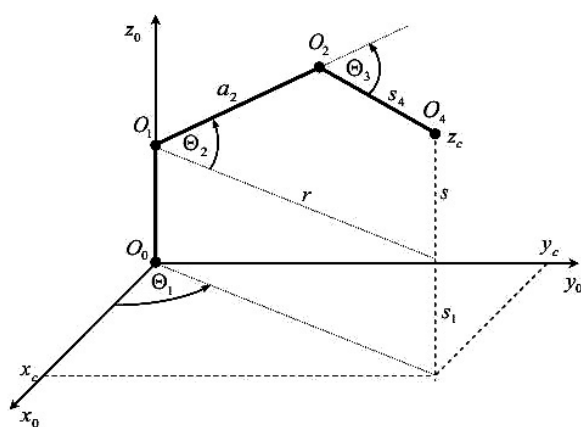
Az inverz kinematikai feladatot általános esetben numerikusan szokás kezelni [1]. Az ipari robotok gyakran hat szabadságfokúak, az első három csukló a zárótag helyzetét határozza meg, míg az utolsó három a zárótag orientációját. A robot helyzetét és orientációját egymástól függetlenül vizsgálhatjuk. Azoknál a robotoknál, melyeknek hat csuklója van, és az utolsó három csukló tengelye egy pontban keresztezi egymást - így gömbcsuklót alkotnak - a feladatot felbontjuk inverz kinematikai helyzetre és inverz kinematikai orientációra. Az

általunk vizsgált robot négy szabadságfokú, így a kinematikai szétválasztás nem szükséges. A negyedik csukló szögelfordulása a zárótag koordináta-rendszer origójának helyzetét nem befolyásolja. Így az első három csukló szögelfordulását kell meghatároznunk.

A szögek meghatározásához a trigonometrikus függvényeket hívjuk segítségül. A Θ_1 kiszámítását a 4. ábra alapján végezzük el, mely a csuklókat és a tagokat az $x_0 - y_0$ síkban ábrázolja. A Θ_1 -re a következő trigonometrikus alakot írhatjuk fel:

$$\Theta_1 = a \tan 2(y_c, x_c). \quad (4)$$

Az $a \tan 2$ függvény alkalmas arra, hogy egy síkvektor y és x koordinátáiból kiszámítsuk a vektor irányszögét.



4. ábra. A robot az $x_0 - y_0 - z_0$ térben

Az O_1 , O_2 és O_4 pontok által meghatározott háromszögre a koszinusztételt alkalmazzuk. Megjegyezzük, hogy a háromszög O_2 pontjában lévő szög negatív koszinusza megegyezik a Θ_3 szög koszinuszával. Így

$$\cos \Theta_3 = \frac{r^2 + s^2 - a_2^2 - s_4^2}{2a_2s_4}. \quad (5)$$

Mivel $r = \sqrt{x_c^2 + y_c^2}$ és $s = z_c - s_1$, az előző egyenlet a következő alakban is felírható:

$$\cos \Theta_3 = \frac{r^2 + (z_c - s_1)^2 - a_2^2 - s_4^2}{2a_2s_4} = D. \quad (6)$$

Ezek után a Θ_3 szög:

$$\Theta_3 = a \tan 2\left(\pm \sqrt{1 - D^2}, D\right) \quad (7)$$

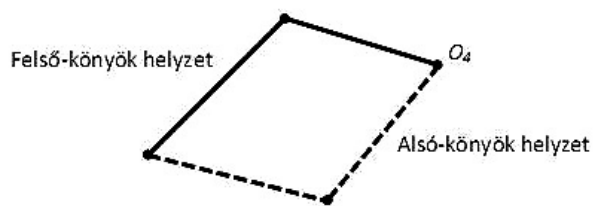
Azért lehetséges két megoldás, mert a kar állhat felső-könyök helyzetben vagy alsó-könyök helyzetben, attól

függően, hogy a célpontot felülről vagy alulról szeretnénk megközelíteni (5. ábra). Felső-könyök állás esetén

$$\Theta_3 = a \tan 2\left(-\sqrt{1 - D^2}, D\right),$$

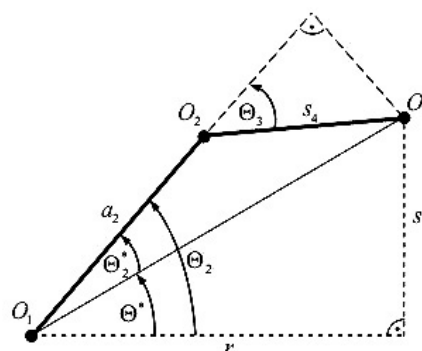
alsó-könyök állás esetén pedig

$$\Theta_3 = a \tan 2\left(+\sqrt{1 - D^2}, D\right).$$



5. ábra. Könyök helyzetek

Az előzőhöz hasonlóan a Θ_2 -t is geometriai úton kaphatjuk meg a 6. ábra alapján.



6. ábra. A második tag helyzetének geometriai viszonyai

$$\Theta_2 = \Theta^* - \Theta_3 \quad (8)$$

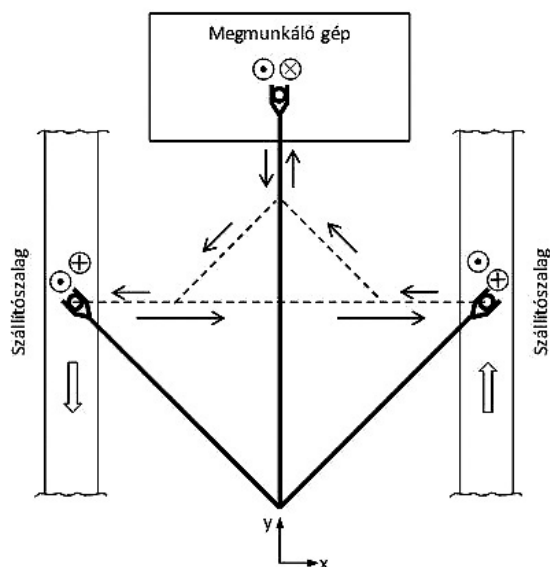
$$\Theta_2 = a \tan 2(s, r) - a \tan 2(s_4 \sin \Theta_3, a_2 + s_4 \cos \Theta_3) \quad (9)$$

5. PÉLDA

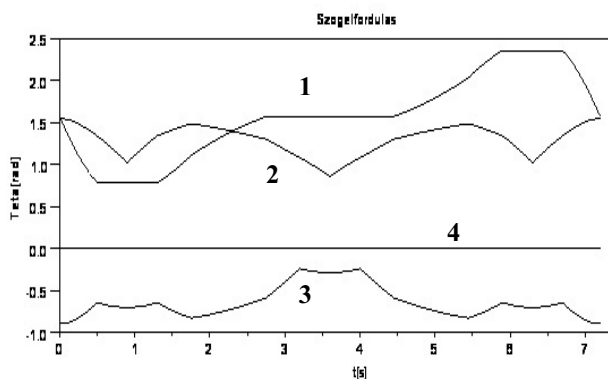
Az ismertetett elméletek alapján számítógépi programot készítettünk SCILAB 5.2.1 rendszer alatt. A program alkalmas a zárótag előírt pályája és orientációja alapján a robot helyzeteinek, sebességállapotainak és nyomatékainak meghatározására. A továbbiakban egy olyan mintafeladatot vizsgálunk, amelyben előírjuk a robot zárótagjának pályáját.

A 7. ábrának megfelelően, a robot egy háromszög alakú pályán halad végig. Alaphelyzetéből elindul a szállítószalag felé, ahol egy z tengelyirányú mozgással megfog egy munkadarabot. A munkadarabot a szaggatott vonal mentél elviszi a megmunkáló gépbe. A megmunkálás után egy másik szállítószalagra viszi a munkadara-

bot, ahol az alkatrész távozik a munkatérből. A robot a mozgása során végig felső-könyök helyzetben mozog.



7. ábra. A robot előírt pályája

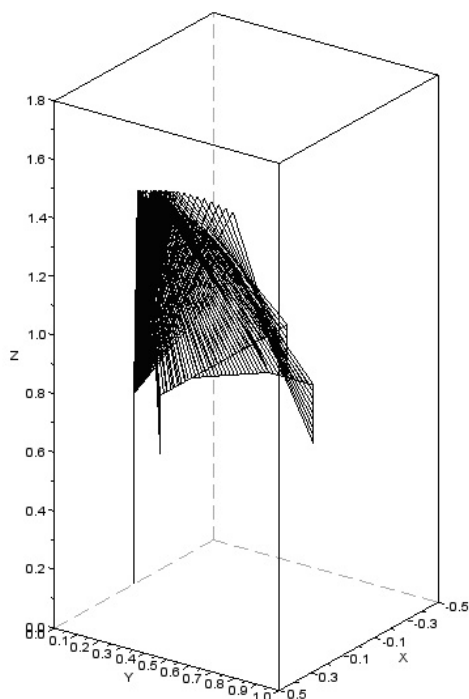


8. ábra. A csuklók szögelfordulásai

A 7. ábrán vázolt előírt elmozdulást a csuklók 8. ábrán bemutatott szögelfordulásával valósíthatók meg, ahol az egyes csuklók szögelfordulásait rendre 1, 2, 3, 4-el jelöljük. Ezek a szögelfordulás függvények a robot vezérlésének az alapjelei.

A csuklók szögelfordulásainak ismeretében a program képes meghatározni a direkt kinematikai feladatot, azaz a robot egyes helyzeteit, amelyet a 9. ábra szemléltet. Az ábra a felső-könyök helyzethez tartozó megoldásokat mutatja. A robot konstrukciója kizárja az alsó-könyök helyzetű mozgások megvalósítását.

Megjegyezzük, hogy a szögelfordulási függvények idő szerinti numerikus deriválásával előállíthatók a csuklók szögsebességei és szöggyorsulásai is. Ezen kinematikai mennyiségek ismeretében a merev testekből álló rendszer dinamikai feladata is vizsgálhatóvá válik.



9. ábra. A robot helyzetei $(x,y,z [m])$

6. ÖSSZEFOGLALÁS

A cikk egy négy szabadságfokú robot inverz kinematikai feladának megoldásával foglalkozott. A csuklók szögelfordulásait zárt alakú formulákkal adtuk meg. A bemutatott elmélet alapján SCILAB rendszer alatt egy program került kidolgozásra, amely meghatározza a robot előírt mozgásait biztosító alapjeleket a vezérlés számára.

7. KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A kutató munka a TÁMOP-4.2.1.B.10/2/KONV-2010-0001 jelű projekt részeként – az Új Magyarország Fejlesztési Terv keretében – az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

8. IRODALOM

- [1] KIRÁLY B.: Ipari robotok kinematikai és dinamikai elemzése, Oktatási segédlet, Miskolci Egyetem, Miskolc, 1995.
- [2] MARK W. SPONG, SETH HUTCHINSON, M. VIDYASAGAR: Robot Modeling and Control
- [3] KILLER L.: Hidraulikus robotkar átalakítása, Szakdolgozat, SZG-2009-07., Szerszámgépek Tanszéke, 2007.