

# LINEÁRIS ELEKTROMÁGNESES AKTUÁTOR INDUKTIVITÁSÁNAK VIZSGÁLATA

## STUDY OF THE INDUCTANCE OF A LINEAR ELECTROMAGNETIC ACTUATOR

Nagy Lajos\*

### ABSTRACT

*The paper presents an approximating determination of the inductance of a linear electromagnetic actuator by means of the electro-mechanical method. The method is based on the direct measurement of the inductance derivative with respect to the iron core position at different currents. The inductance is obtained by numerical integration.*

### 1. BEVEZETÉS

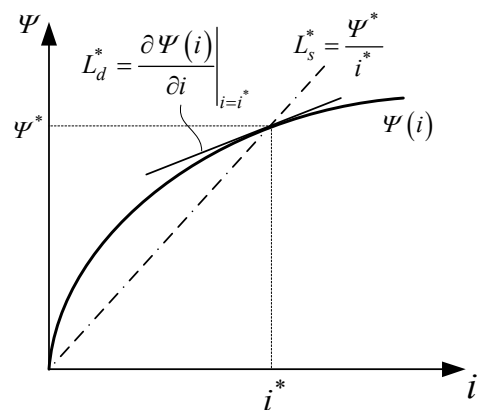
Napjainkban széles körben alkalmaznak lineáris elektromágneses aktuátorokat. Felépítésük egyszerű és gazdaságosan gyárthatók. A kutatás egy adott indítómotor haladó-haladó típusú mozgás-átalakítóját működtető elektromágnesét vizsgálja. A vizsgált elektromágnes két koncentrikusan egymásba helyezett tekercsből és egy mozgatható vasmagból épül fel [17]. A cél a kapcsolómechanizmus dinamikai viselkedésének modellezése. A jelenséget egy csatolt nemlineáris differenciál-egyenletrendszer írja le, amely mechanikus és elektromos paramétereket egyaránt tartalmaz. Az egyik legfontosabb villamos paraméter az induktivitás, amely vasmagos tekercseknél az áramerősség és a pozíció függvénye. A cikkben bemutatásra kerül egy elektromechanikai mérési módszer és azok az elméleti megfontolások, amelyek figyelembevételével az induktívfüggvény a működési tartományban meghatározásra került.

### 2. IRODALMI ÁTTEKINTÉS

Az induktivitás mérésére és elméleti számítására többféle módszer ismert. Tisztán elektromos mérési eljárásokat mutatnak be [4-6] művek, amelyeket impedancia méréseknek is neveznek, és általában légmagos tekercsek induktivitásának meghatározására

használnak. A [6] irodalom három fő csoportra bontja ezeket méréseket: három áram-feszültség módszer; váltakozó áramú hidmérő eljárások; rezonancia módszer. Valamennyi mérés váltakozó áramú (AC) gerjesztésen alapul. A gyakorlatban az AC hidmérő eljárásokat alkalmazzák.

Különösen nehéz egy tekercs induktivitásának meghatározása mozgatható vasmag esetén. A vasmag általában nemlineáris mágneses tulajdonságú, azaz a mágneses térre és a mágneses indukcióra vonatkozó anyagegyenlet nemlineáris, továbbá hiszterézis is felléphet. Az ilyen típusú tekercseknél az induktivitás a vasmag pozíciójának és az áramerősségnek a függvénye. A [7-15] publikációkban lineáris és forgó mozgású elektromágneses aktuátorok induktivitását numerikus-, és véges elem (FE) módszerekkel határozzák meg. A [13]-ban különböző numerikus eljárásokat mutatnak be a nemlineáris induktivitás számítására, ahol a villamos egyenleteket a Kirchhoff-, ill. Faraday törvényekből származtatják.



1. ábra. Szekáns és differenciális induktivitás definiálása

Nemlineáris induktivitás esetén az [5-7, 9-11, 18-20] irodalmakban definiálják az  $L_s$  szekáns (statikus),

\* tanársegéd, Miskolci Egyetem, Robert Bosch Mechatronikai Tanszék

látszólagos) és az  $L_d$  differenciális (dinamikus, inkrementális) induktivitás fogalmát, amelyet az 1. ábra szemléltet.

Az FE analízis alapja a növekményes energia módszer (IEM), amelyben a mágneses, vagy a kiegészítő mágneses energiát [7-10,14] és az energia/áram (E/C) perturbációt alkalmazzák.

Viszonylag kevés módszer létezik egyenáramú (DC) gerjesztésen alapuló induktivitás meghatározására. Egy 3 fázisú állandó mágnes gerjesztésű motor induktivitásának mérésére fázisonként DC gerjesztést alkalmaztak diszkrét pozíciókban a [9,10] publikációkban. Valamennyi mérést alacsony áramerősségeknél végeztek.

Ebben a cikkben az elektromágneses erő mérése alapján, közvetve került meghatározásra az indukciófüggvény. A mérés közvetlenül az indukciófüggvény deriváltját szolgáltatja.

### 3. ELMÉLETI MEGFONTOLÁSOK

A [3] irodalom alapján az áramerősség és az elektromágneses erő az alábbi függvénykapcsolattal írható fel:

$$i = i(x, \Psi) \quad F = F(x, \Psi), \quad (1)$$

ahol  $\Psi$  a tekercs összfluxusa,  $x$  a vasmag elmozdulása.

Az [1-3, 12,16] irodalmak szerint az elektromágneses erő a (2) összefüggéssel határozható meg:

$$F = \frac{\partial W_m^*(i, x)}{\partial x}, \quad (2)$$

ahol  $W_m^*(i, x)$  a kiegészítő mágneses energia. Ezt a tekercsek összfluxusának áramerősség szerinti integráljával állítjuk elő:

$$W_m^*(i, x) = \int_0^i \Psi(i, x) di. \quad (3)$$

A mérés elméleti modelljét a szekáns induktanciával fogalmazzuk meg. Az 1. ábra alapján a szekáns induktancia az összfluxus és az áram hányadosa, így:

$$\Psi(i, x) = L_s(i, x)i. \quad (4)$$

Visszahelyettesítve (4)-et (3)-ba, majd (2)-be az elektromágneses erő a következő alakba írható:

$$F(i, x) = \int_0^i \frac{\partial L_s(i, x)}{\partial x} i di. \quad (5)$$

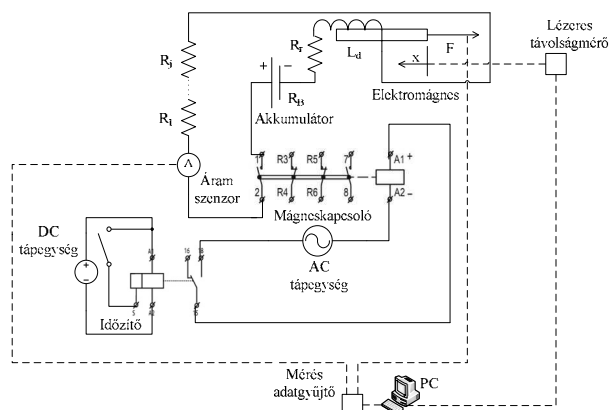
Az (5) egyenlet mindkét oldalát  $i$  szerint differenciálva, majd az egyenletet rendezve az induktivitás hely szerinti deriváltja meghatározható (6) szerint:

$$\frac{\partial L_s(i, x)}{\partial x} = \frac{\partial F(i, x)}{\partial i} \frac{1}{i}. \quad (6)$$

A mért áramerősség és elektromágneses erő ismeretében az (6) egyenlet bal oldala előállítható.

### 4. A MÉRÉS VÉGREHAJTÁSA, MÉRÉSI EREDMÉNYEK

Az előző fejezet a mérés elméleti hátterét mutatta be. A mérést statikus állapotban végeztük el. A mérés áramköri rajzát a 2. ábra szemlélteti.



2. ábra: A mérés áramköri rajza

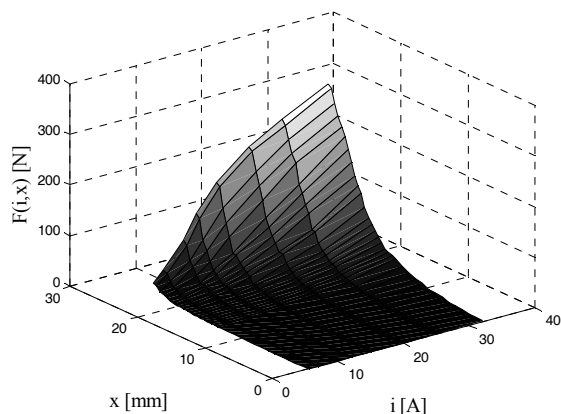
A mérési sorozatokat úgy hajtottuk végre, hogy egyazon pozícióban, különböző áramerősségeknél mértük a vasmagra ható elektromágneses erőt erőmérő cella segítségével. A vasmag kezdeti helyzetét teljesen behúzott állapotban vettük fel, és az elektromágnesből lépésenként kb. 0,5 mm-ként kifelé haladva (azaz a légrést növelve) pozicionáltuk. A helyzeteket lézeres távolságmérővel regisztráltuk. Az egyes áramszinteket különböző nagyságú ellenállások beépítésével állítottuk be. Az áram mérésére árammérő szenzort alkalmaztunk. A mért elektromágneses erőfüggvény a 3. ábrán látható.

### 5. A MÉRÉS KIÉRTÉKELÉSE

A kapott mérési eredmények alapján az induktivitás hely szerinti parciális deriváltja előállítható. Négy különböző áramszintnél,  $i_1=5 A$ ,  $i_2=10 A$ ,  $i_3=20 A$ ,  $i_4=32 A$ , az alábbi approximációs függvényt alkalmaztuk:

$$\begin{aligned} F(i, x) \Big|_{i_1} &\cong f_1(x) = a_1(x) + a_2(x)i_1 + a_3(x)i_1^2 + a_4(x)i_1^3 \\ F(i, x) \Big|_{i_2} &\cong f_2(x) = a_1(x) + a_2(x)i_2 + a_3(x)i_2^2 + a_4(x)i_2^3 \\ F(i, x) \Big|_{i_3} &\cong f_3(x) = a_1(x) + a_2(x)i_3 + a_3(x)i_3^2 + a_4(x)i_3^3 \\ F(i, x) \Big|_{i_4} &\cong f_4(x) = a_1(x) + a_2(x)i_4 + a_3(x)i_4^2 + a_4(x)i_4^3 \end{aligned} \quad (7)$$

ahol  $a_1(x)$ ,  $a_2(x)$ ,  $a_3(x)$ ,  $a_4(x)$  együtthatók.



3. ábra. A mért elektromágneses erő függvény

Az  $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$ ,  $f_3(x)$ ,  $f_4(x)$  függvényeket ötödfokú polinommal illesztjük (8) szerint:

$$f_n(x) = p_{1n}x^5 + p_{2n}x^4 + p_{3n}x^3 + p_{4n}x^2 + p_{5n}x + p_{6n} \quad n = 1, \dots, 4. \quad (8)$$

Az  $a_1(x)$ ,  $a_2(x)$ ,  $a_3(x)$ ,  $a_4(x)$  együtthatók az alábbi mátrix egyenletből állíthatók elő:

$$\begin{bmatrix} a_1(x) \\ a_2(x) \\ a_3(x) \\ a_4(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & i_1 & i_1^2 & i_1^3 \\ 1 & i_2 & i_2^2 & i_2^3 \\ 1 & i_3 & i_3^2 & i_3^3 \\ 1 & i_4 & i_4^2 & i_4^3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ f_3(x) \\ f_4(x) \end{bmatrix}. \quad (9)$$

A közelítő derivált indukció függvény:

$$\frac{\partial L_s(i, x)}{\partial x} \cong \frac{1}{i} (a_2(x) + 2a_3(x)i + 3a_4(x)i^2), \quad (10)$$

amelyet a vizsgált tartományban az 4. ábra szemléltet. A közelítő derivált függvényekhez az indukciófüggvény (10)-ből integrálással előállítható:

$$L_s(i, x) = \int_0^x \frac{\partial L_s(i, \xi)}{\partial \xi} d\xi. \quad (11)$$

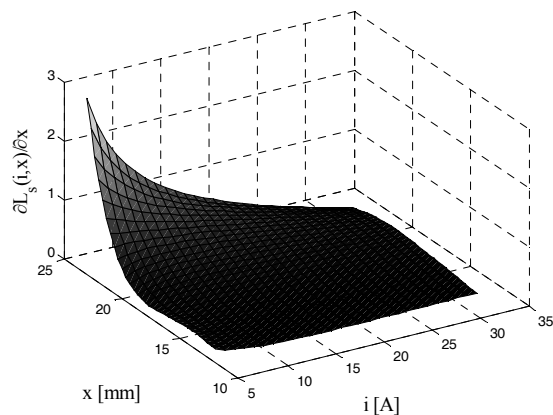
Az alábbi függvényközelítést alkalmazva:

$$L_s(i, x) = \frac{1}{i} (b_2(x) + 2b_3(x)i + 3b_4(x)i^2) + L_0, \quad (12)$$

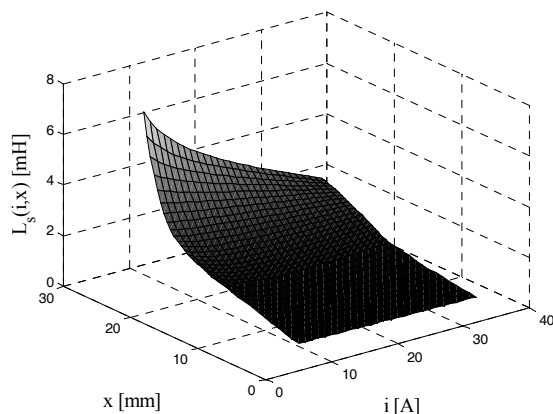
ahol

$$b_n(x) = \int_0^x a_n(\xi) d\xi \quad n = 1, \dots, 4. \quad (13)$$

A (12) egyenletben az  $L_0=0,6949 \text{ mH}$  a vasmag nélküli tekercs induktivitása. A konstansok meghatározása alapján a kapott indukcia függvényt az 5. ábra mutatja.



4. ábra: A közelítő derivált indukció függvény



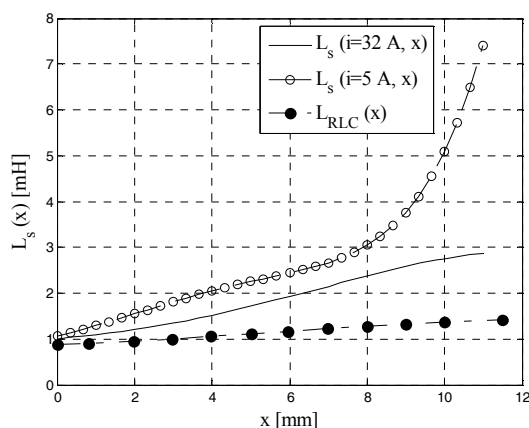
5. ábra: A kapott indukció függvény

Az elektromágneses induktivitását Voltkraft típusú RLC mérőműszerrel,  $f=120 \text{ Hz}$  frekvencián is meghatároztuk. Az  $i=5 \text{ A}$ ,  $i=32 \text{ A}$  áramerősségeknél és az RLC méréssel kapott indukcia függvények a 6. ábrán láthatók. Szembetűnő, hogy a tisztán elektromos mérési módszerrel alapuló indukcia közel lineárisan változik a vasmag helyzetének függvényében.

## 6. ÖSSZEFOGLALÁS

A cikkben bemutatásra került egy elektromechanikai mérési módszer lineáris elektromágneses aktuátor indukciójának meghatározására. A kiegészítő mágneses energia felhasználásával meghatároztuk az elektromágneses erőt, amely függ az áramerősségtől és a vasmag pozíciójától. A mérés elméleti modelljét a szekáns induktivitással foglaltuk meg. A mért elektromágneses erő és a megfelelő áramerősségek

ismeretében az induktivitás hely szerinti parciális deriváltját előállítottuk, amelyet az áram vonatkozásában harmadfokú, a hely vonatkozásában ötödfokú polinommal közelítettük. A derivált függvényből integrálással meghatároztuk az indukciófüggvényt. A kapott eredményeket összehasonlítottuk egy rezonancia módszeren alapuló mérésrel.



6. ábra: Különböző induktancia függvények összehasonlítása

## KÖSZÖNETNYÍLVÁNÍTÁS

A kutató munka a TÁMOP-4.2.1B-10/2/KONV-2010-0001 jelű projekt részeként – az Új Magyarország Fejlesztési terv keretében – az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

## IRODALOM

- [1] PREUMONT A.: Mechatronics, Dynamics of Electromechanical and Piezoelectric Systems, Springer, 2006.
- [2] JANSCHKE K.: Mechatronic Systems Design, Methods, Models, Concepts, Springer, 2012.
- [3] CRANDALL S. H., KARNOPP C. D., KURTZ JR. E. F., PRIDEMORE-BROWN D. C.: Dynamics of Mechanical and Electromechanical Systems, McGraw-Hill, 1968.
- [4] SE-YUEN MAK: The RLC circuit and the determination of inductance, Phys. Educ., (29) 1994. pp 94-97.
- [5] SE-YUEN MAK: Six ways to measure inductance, Phys. Educ. September 2002. pp. 439-445.
- [6] SZYPER M.: Inductance Measurement, CRC Press LLC, 1999.
- [7] GOLLEE R., ROSCHKE Th., GERLACH G.: A finite element method based dynamic analysis of a long stroke linear actuator, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, (196-197), 1999. pp. 943-945.

- [8] GYIMESI M., OSTERGAARD D.: Inductance Computation by Incremental Finite Element Analysis, IEEE Trans. Magn., (35), 1999. pp 1119-1122.
- [9] LU H., ZHU J., GUO Y.: Calculation of Differential Inductances of a Tubular Linear PM Actuator, Journal of the Japan Society of Applied Electromagnetics and Mechanics, (15), Supplement 2007.
- [10] GUO Y., ZHU J., LU H., JIN J.: Computation of Incremental Inductances for Nonlinear Dynamic Analysis of a Claw Pole SMC Motor, Journal of the Japan Society of Applied Electromagnetics and Mechanics, (15), No 3. 2007.
- [11] STUMBERGER G., PLANTIC Z., STUMBERGER B., MARCIC T.: Impact of static and dynamic inductance on calculated time response, Przeglad Elektrotechniczny, (87). No. 3., 2011. pp 190-193.
- [12] HADZISELIMOVIC M., VIRTIC P., STUMBERGER G., MARCIC T., STURMBERGER B.: Determining force characteristics of an electromagnetic brake using co-energy, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, (320), 2008. e556-561
- [13] HADZISELIMOVIC M., BLAZNIK M., STUMBERGER B., ZAGRADISNIK I.: Magnetically Nonlinear Dynamic Model of a Series Wound DC Motor, Przeglad Elektrotechniczny, (87), No. 12b., 2011. pp 60-64.
- [14] DEMERDASH N. A., NEHL T. W.: Electric Machinery Parameters and Torques by Current and Energy Perturbations from Field Computations – Part I: Theory and Formulation, IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 14. December 1999. S. 1507-1513.
- [15] DEMERDASH N. A., NEHL T. W.: Electric Machinery Parameters and Torques by Current and Energy Perturbations from Field Computations – Part II: Application and Results, IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 14. December 1999. S. 1514-1522.
- [16] BODE C.: Methoden zur Induktivitätsberechnung, Jahresbericht 2009. p 14.
- [17] MEYER R., BRAUN H., REHAGE R., WEINMANN H.: Alternators and Starter Motors, Robert Bosch GmbH, 2003.