

BEVEZETÉS A FOGASKERÉK KAPCSOLÓDÁS VÉGESELEM MÓDSZERREL TÖRTÉNŐ VIZSGÁLATI LEHETŐSÉGEIBE

AN INTRODUCTION TO POSSIBLE GEAR CONTACT ANALYSIS BY FINITE ELEMENT METHOD

*Szűcs Renáta, egyetemi tanársegéd, Miskolci Egyetem, Gép- és Terméktervezési Tanszék
Dr. Kamondi László, egyetemi docens, Miskolci Egyetem, Gép- és Terméktervezési Tanszék*

ABSTRACT

Analysis of gear dynamics by the help of finite elements method has a great importance because of the strict demands required from gears. Due to development of computers and finite elements methods this way of analysis of gear dynamics has come into prominence. In this study we introduce the basis of feasible application of this method.

1. BEVEZETÉS

A fogaskerekkel szemben támasztott igények legfőképpen annak zaj- és lengés mentessége a társtudományok fejlődésével mindinkább előtérbe kerültek. A fogaskerek zajosságának hátterében több dolog állhat: beépítési hiba, fogak rugalmas deformációja, gyártási hiba, kopás következtében fellépő hibák, stb. Az előbb említettek következtében a fogaskerek dinamikai hatásainak vizsgálata még ma is a gépészeti kutatások egy fontos területét képezi.

A számítástechnika és a végelem módszerek fejlődésének következtében ma már lehetővé vált a fogaskerék kapcsolódás és a fogaskerék kapcsolódás során fellépő dinamikus hatások vizsgálata végelem módszer segítségével.

Ezen cikkben betekintést kívánunk nyújtani a lehetséges végelem módszer alkalmazására a fogaskerék kapcsolódás és annak dinamikai hatásainak vizsgálatára.

2. KAPCSOLÓDÁSI ZÓNA [6, 7]

A fogak kapcsolódását az 1. ábrán látható egyenletes felületekkel modellezzük. A fogazatra ható F normálirányú terhelés hatására mindkét fog deformálódik. Amennyiben tényleges kapcsolódás lép fel az $u(x)$ rugalmas alakváltozás és az $s(x)$ kezdeti hézag összege megegyezik a δ merev testszerű elmozdulással és ekkor nyomás lép fel

$$u(x) + s(x) = \delta, \quad p(x) > 0. \quad (1)$$

Amennyiben a két fog nem kerül kapcsolódásba, úgy a rugalmas alakváltozás és a kezdeti hézag összege nagyobb, mint δ , ekkor természetesen nyomás sem alakul ki

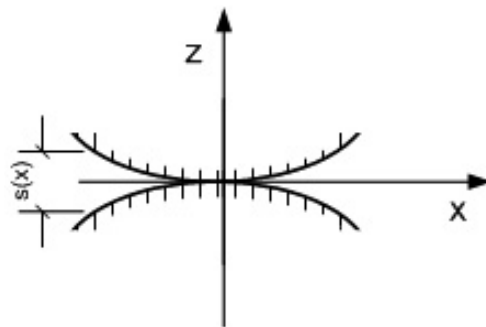
$$u(x) + s(x) > \delta, \quad p(x) = 0. \quad (2)$$

A kialakuló nyomáseloszlásnak a kapcsolódó testekre alkalmazott normál irányban vett F erővel egyensúlyt kell tartania. Ezek alapján a következő egyenletet is fennáll:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(x, y) dx dy = F. \quad (3)$$

A deformáció mentes felület kapcsolódási problémáját analitikus módszerek segítségével kell megoldani. Erre jól alkalmazható iteratív módszerek léteznek.

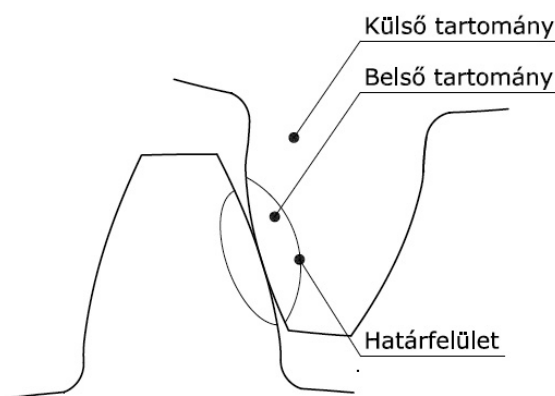
A számítások megkönnyítése érdekében célszerűen analitikus megoldásra csak a lehetséges érintkezési zónában van szükség. Ez alapján a fogaskeréktestet két részre bonthatjuk, és a probléma megoldását a következő megfontolások szerint végezhetjük el: hagyományos végeselemes megoldások alkalmazása a külső tartományban, míg analitikus megoldás a belső tartományokban (2. ábra).



1. ábra: A kezdeti hézag $s(x)$ értelmezése

A kapcsolódás során fellépő erőket implicit módon a kapcsolódás minden egyes időközében számolni kell. A kapcsolódás során fellépő erők

számítása meglehetősen összetett és bonyolult feladat, mivel a kapcsolódásban lévő fogak merevsége idő, esetenként hely függő is lehet, illetve a fogfelület legapróbb változása (kopás, gyártási hiba stb.) is dinamikus hatásokat okoz. Másrészt a végelem módszer egyik hátrányának tekinthetjük annak számítási igényét, mely nagyban megnehezíti, illetve lassítja annak a feladat megoldhatóságát. További nehézség, hogy a kapcsolódási zóna, mely az egész fogaskeréktesthez képes kicsinek mondható a kapcsolódás folyamán a fogaskeréktest mentén állandóan mozog. Mindemellett szükséges a fogfelület nagyon precíz megadása is a fizikai valóság minél hűbb visszaadásához.



2. ábra: Kapcsolódási zóna

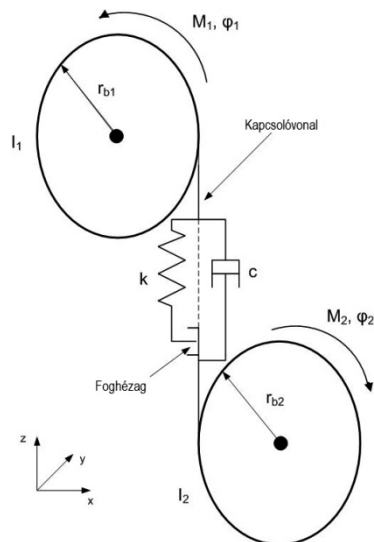
3. DINAMIKAI MODELL [4, 5, 7, 8, 9]

A 3. ábrán látható dinamikai modellben [3, 8] a fogaskerekeket egy-egy forgó tömeggel helyettesítjük, míg a kapcsolódást a kapcsolóvonal irányába felvett rugórendszerrel, vagyis egy rugóval és egy, a sebességgel arányos csillapítással.

A fogaskerekek előírt mozgási pálya mentén forognak, meghatározott sebességgel. Egy adott i fogaskerékre vonatkozó x_{fi} elmozdulás vektor értékeit a referenciaként szolgáló állványhoz képest kell értelmezni. A fogaskerék rugalmas viselkedése következtében fellépő mozgások, melyek hozzáadónak az előírt pályához kis elmozdulásoknak tekinthetők.

A mozgásegyenlet:

$$M_{ffi} \ddot{x}_{fi} + C_{ffi} \dot{x}_{fi} + K_{ffi} x_{fi} = f_{fi}. \quad (4)$$



3. ábra A fogaskerék hajtás dinamikai modellje

A mozgásegyenletben M_{ffi} pozitív definit tömegmátrix, K_{ffi} a merevségi mátrix. Esetünkben a csillapítások hatását hordozó C_{ffi} mátrix arányos a tömeggel és a merevségi mátrixszal (Rayleigh-féle csillapítási mátrix), így

$$C_{ffi} = c_M M_{ffi} + c_k K_{ffi}. \quad (5)$$

Az x_{ri} vektor a referencia állvány kis „merev testszerű” mozgásait tartalmazza. Ezek alapján a mozgásegyenlet bővített leírása:

$$\begin{bmatrix} M_{ffi} & M_{fri} \\ M_{rfi} & M_{rri} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_{fi} \\ \dot{x}_{ri} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{ffi} & C_{fri} \\ C_{rfi} & C_{rri} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_{fi} \\ \dot{x}_{ri} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ffi} & K_{fri} \\ K_{rfi} & K_{rri} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_{fi} \\ x_{ri} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{fi} \\ f_{ri} \end{Bmatrix}, \quad (6)$$

ahol:

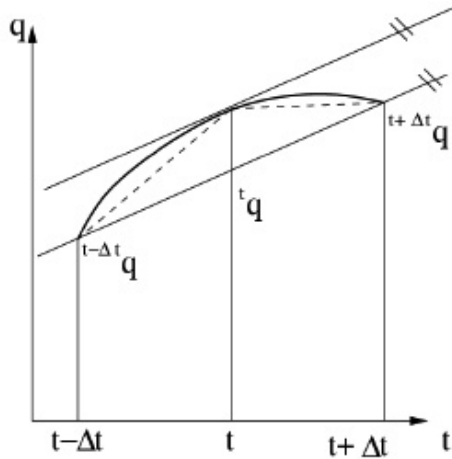
$$\begin{aligned} x_f &= \begin{bmatrix} x_{f1} \\ x_{f2} \\ \vdots \\ x_{fi} \\ \vdots \end{bmatrix} & x_r &= \begin{bmatrix} x_{r1} \\ x_{r2} \\ \vdots \\ x_{ri} \\ \vdots \end{bmatrix}, \\ f_f &= \begin{bmatrix} f_{f1} \\ f_{f2} \\ \vdots \\ f_{fi} \\ \vdots \end{bmatrix} & f_r &= \begin{bmatrix} f_{r1} \\ f_{r2} \\ \vdots \\ f_{ri} \\ \vdots \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (7)$$

Minden koncentrált tömeget és tehetetlenséget az M_{rri} mátrix tartalmaz. M_{rfi} és K_{rfi} energia módszerekkel számolható.

3.1. Megoldási módszerek

3.1.1. Differencia módszer [7]

A módszer lényege, hogy a 4. ábrán láthatóak szerint a t időpillanatot megelőző és követő két pontban az elmozdulás-idő függvényt másodfokú görbéivel közelítjük.



4. ábra: Differencia módszer – az elmozdulás-idő függvény közelítése [7]

Geometriai megfontolásokból a sebességre a következőket írhatjuk:

$$t_{\dot{q}} = \frac{t + \Delta t_q - t - \Delta t_q}{2\Delta t}, \quad (8)$$

míg a gyorsulás:

$$t_{\ddot{q}} = \frac{1}{\Delta t} \left[\frac{t + \Delta t_q - t_q}{\Delta t} - \frac{t_q - t - \Delta t_q}{\Delta t} \right]. \quad (9)$$

A számítás indításához a $t = 0$ és a $t = -\Delta t$ helyen az elmozdulás vektor ismerete szükséges. Az eljárás feltételesen stabil és másodrendűen pontos. Nagyon nagy hangsúly van Δt megválasztásán, mivel túl nagy érték esetén a megoldás nem adja vissza a fizikai valóságot.

3.1.2. Newmark-féle módszer [4, 7]

Maga az eljárás az intervallumonkénti súlyozott gyorsulás feltételezésére épül.

A sebességre és az elmozdulásra az alábbi összefüggések érvényesek:

$${}^{t+\Delta t}\dot{q} = {}^t\dot{q} + (1 - \gamma)(\Delta t) {}^t\ddot{q} + \gamma\Delta t {}^{t+\Delta t}\ddot{q}, \quad \gamma > 1/2 \quad (10)$$

$${}^{t+\Delta t}q = {}^tq + \Delta t {}^t\dot{q} + \left(\frac{1}{2} - \beta\right)(\Delta t)^2 {}^t\ddot{q} +$$

$$+\beta(\Delta t)^2 {}^{t+\Delta t}\ddot{q}. \quad \beta > 1/4 \quad (11)$$

A 3.1.1. és 3.1.2. pontokban található képleteket kell alkalmaznia a (6) mozgásegyenletre. A Newmark féle módszerrel történő megoldást részletezését megtaláljuk a [4]-ben.

4. ÖSSZEFOGLALÁS

A bemutatott megoldási módszerek jól programozható lehetőséget adnak számunkra a probléma megoldására. A végeelem módszer nagy előnye, hogy a fogaskerék profilját könnyen a dinamikai vizsgálatokhoz lehet illeszteni, így még inkább a valóságot megközelítő eredmények nyerhetők. Mindazonáltal az alkalmazandó paraméterek helyes megválasztásához további vizsgálatok és számítások szükségesek.

13. IRODALOM

- [1] F. L. Litvin: A fogaskerék kapcsolat elmélete, Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1972.
- [2] J. Márialigeti: Evolvens fogazatú, fogazathibás fogaskerékpárok lengéseinek nemlineáris modellezése és lengéseinek szimulációs vizsgálata, Kandidátusi értekezés
- [3] Grzegorz Litak, Michael I. Friswell: Dynamics of a Gear System with Faults in Meshing Stiffness. Kluwer Academic Publishers, 11 May 2004
- [4] R.G. Parker, S.M. Vijayakar, T. Imajo: Non-linear dynamic response of spur gear pair: modelling and experimental comparisons, Journal of Sound and Vibration (2000) 237(3), 435-455
- [5] V. Zeman, M. Byrtus, M. Hajzman: Nonlinear vibrations of gear drives, XXI ICTAM, 2004 Aug. 15-21, Warsaw, Poland
- [6] Juha Hedlund, Arto Lehtovaara: Modeling of helical gear contact with tooth deflection, Tribology International 40 (2007), 613-619
- [7] I. Páczelt, T. Szabó, Baksa Attila: A végeelem-módszer alapjai jegyzet HEPOP támogatással
- [8] R. Szűcs, L. Kamondi: Fogaskerekék dinamikai vizsgálatának egy lehetősége. OGÉT 2010. Nagybánya, 416-420
- [9] Kamondi L., Szűcs R.: Bevezetés a fogaskerék geometria dinamikai vizsgálatokra gyakorolt hatásába, GÉP