

DOMBORÍTOTT FOGAZAT MATEMATIKAI MODELLEZÉSE FOGASGYŰRŰS TENGELYKAPCSOLÓKHOZ

MATHEMATICAL MODEL OF CROWNED GEARS FOR GEAR COUPLINGS

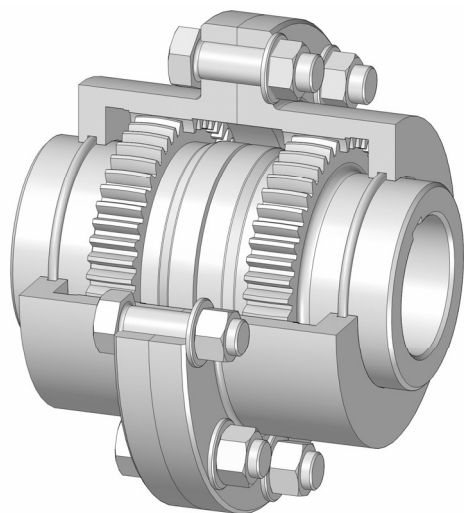
*Dr. Sente József, PhD, Miskolci Egyetem
Kelemen László, PhD hallgató, Miskolci Egyetem*

ABSTRACT

Gear couplings are used to eliminate the misalignments of connected shafts. Most important parts of the gear coupling are the hub and the sleeve. The hub is an external spur gear having crowned teeth. The sleeve is an internal gear. Both gears have equal number of teeth. In this paper the manufacturing method is presented for the hub and the mathematical model is investigated for the tooth surfaces of the hub.

1. BEVEZETÉS

A fogasgyűrűs tengelykapcsoló (1. ábra) fő alkotó elemei a belső fogazatú hüvely és a domborított fogazattal rendelkező agy.



1. ábra. Fogasgyűrűs tengelykapcsoló

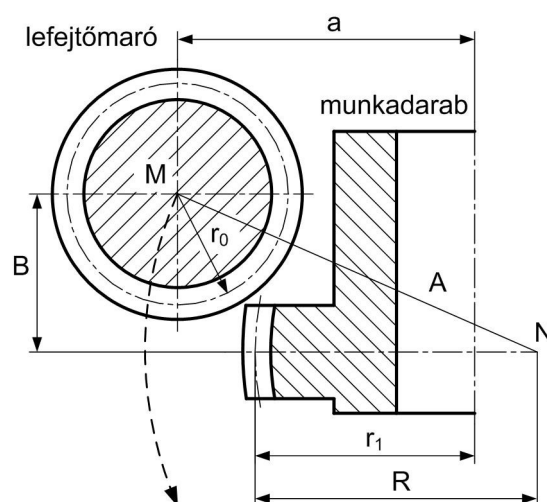
A két fogazott gépelem egy sajátos fogaskerékpárt alkot, ahol a fogsámok azonosak. A domborított fogazat révén a tengelykapcsoló képes kompenzálni az összekapcsolt tengelyek szögeltérését. Ehhez

egyetlen agy-hüvely párosítás elegendő, azonban a gyakorlatban általában két elempárt építenek be az 1. ábrának megfelelően. Ezzel a szöghiba mellett az összekötött tengelyek egytengelyűségi hibájának a kiküszöbölése is lehetővé válik.

A tengelykapcsoló működése szempontjából kritikus elem a domborított fogazatú agy. A továbbiakban ennek a különleges fogaskeréknek a gyártási lehetőségét vizsgáljuk meg. Ezzel összhangban előállítjuk a fogfelületek matematikai modelljét, mely alapjául szolgálhat további – a tengelykapcsoló működését célzó – vizsgálatoknak.

2. A DOMBORÍTOTT FOGAZATÚ FOGASKERÉK GYÁRTÁSA

A tengelykapcsoló agy domborított fogazata lefejtőmarással, a munkadarab és a szerszám összehangolt mozgásával állítható elő, a 2. ábrának megfelelően.



2. ábra. A domborított fogfelület gyártásának elvi vázlata.

Hengeres fogaskerek lefejtőmarása során a szerszám és a munkadarab folyamatos forgómozgást végeznek, miközben a szerszám lassú előtolással mozog a munkadarab tengelyével párhuzamosan. A domborított fogfelület előállításához a 2. ábrának megfelelően a szerszámot körpályán kell mozgatni. A lefejtőmarógép sajátos felépítése ezt általában nem teszi lehetővé, ezért a szükséges relatív mozgást a munkadarab-asztal sugárirányú és a szerszám axiális mozgásával érjük el. Gyártás közben a tengelytáv folyamatosan változik. Legnagyobb értéke:

$$a_{\max} = r_0 + r_1, \quad (1)$$

ahol r_0 a lefejtőmaró osztókör sugarra, r_1 a munkadarab osztókör sugarra.

A szerszám és a munkadarab relatív mozgásának körpályáját az $A = \overline{MN}$ sugárral jellemezhetjük, mely függ a szerszám osztókör sugarától és a fogdomborításra jellemző R mérettől (2. ábra):

$$A = r_0 + R. \quad (2)$$

A tengelytáv pillanatnyi értékét fentiek mellett a lefejtőmaró axiális helyzete határozza meg, melyet a 2. ábrán B -vel jelöltünk. Mindezek alapján a pillanatnyi tengelytáv:

$$a = \sqrt{A^2 - B^2} - R + r_1. \quad (3)$$

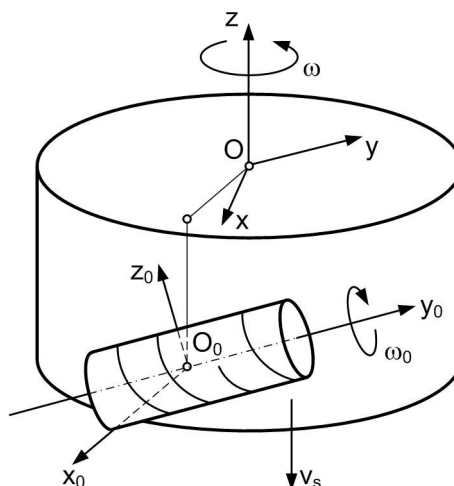
3. A LEFEJTŐMARÁS MATEMATIKAI MODELLJE

A lefejtőmarás matematikai modelljét Litvin [1] két független paraméterrel képzett burkolásként mutatta be. Ez a megoldás az ideális fogfelületek leírására kiválóan alkalmas, ugyanakkor közelítést is tartalmaz, mivel a két paraméter nem tekinthető függetlennek. Mitome [2] igen szemléletes módszert közölt a kúpos evolvens fogaskerek lefejtőmarására. Ez a módszer módosítva alkalmas a hengeres fogaskerek valóságos fogfelületének meghatározására [3].

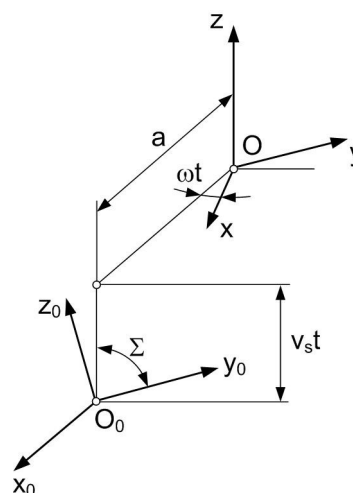
A lefejtőmarás elvi vázlat a 3. ábrán, a koordináta-rendszerek kapcsolata a 4. ábrán látható.

A lefejtőmaró egy – a vágóéleire illeszkedő, állandó emelkedésű csavarfelülettel rendelkező – evolvens csigának tekinthető. Az ω_0 szögsebességű forgás hatására a csiga fogfelülete látszólagos ha-

ladó mozgást végez az x_0, y_0, z_0 rendszerben, az y_0 tengely mentén.



3. ábra. A lefejtőmarás vázlat



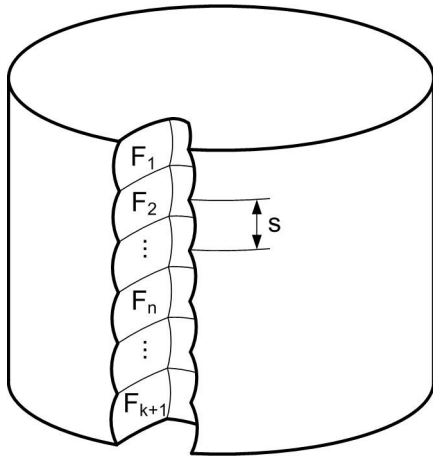
4. ábra. Koordinátarendszerek

Az így keletkező felület-sereg egyenlete:

$$\begin{aligned} x_0 &= x_0(u, v), \\ y_0 &= y_0(u, v) + p\omega_0 t, \\ z_0 &= z_0(u, v), \end{aligned} \quad (4)$$

ahol u és v a csavarfelület paraméterei, t az idő a munkadarab egy körülfordulásán belül, p a csiga csavarparamétere, ω_0 a lefejtőmaró szögsebessége.

A munkadarab egy körülfordulása során a szerszám az F_1 fogárkot hozza létre. $F_2 \dots F_{k+1}$ a munkadarab második, ... $(k+1)$ -edik körülfordulása során vágott fogárkot jelöli, s a szerszám egy munkadarab fordulatra vonatkoztatott előtolása.



5. ábra. Egyenes fogú hengeres fogaskerék valószínű fogfelülete

Legyen T a munkadarab egy körülfordulásának ideje. Az F_{k+1} felület vágásakor az O_0 origó helyzete a z tengely mentén:

$$z = -v_s(t + kT), \quad (5)$$

ahol v_s az előtolósebesség. A munkadarab ezalatt $\omega(t + kT)$ szöggel fordul el, ez megfelel $(\omega t + 2k\pi)$ szögnek. Az F_{k+1} felület vágásához a (4) egyenletrendszer így alakul:

$$\begin{aligned} x_0 &= x_0(u, v), \\ y_0 &= y_0(u, v) + p\omega_0(t + kT), \\ z_0 &= z_0(u, v). \end{aligned} \quad (6)$$

Állítsuk elő a (6) egyenletekkel adott felület-sereget az xyz rendszerben:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Az M átviteli mátrix a következő:

$$M = \begin{bmatrix} \cos \omega t & \sin \Sigma \sin \omega t & -\cos \Sigma \sin \omega t & a \cos \omega t \\ -\sin \omega t & \sin \Sigma \cos \omega t & -\cos \Sigma \cos \omega t & -a \sin \omega t \\ 0 & \cos \Sigma & \sin \Sigma & -v_s(t + kT) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

A tetszőleges F_n -edik felület meghatározásához (7) megoldásával és $k=n-1$ helyettesítésével jutunk, egyidejűleg kapcsolatot teremtve az u, v, t paramé-

terek között. Ez utóbbi egyik lehetséges módja, hogy a D függvénydeterminánst zérussal tesszük egyenlővé:

$$D = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial x}{\partial t} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial t} \\ \frac{\partial z}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial t} \\ \frac{\partial u}{\partial u} & \frac{\partial v}{\partial v} & \frac{\partial t}{\partial t} \end{vmatrix} = 0. \quad (9)$$

A (7) és (9) összefüggések együttesen meghatározzák a fogfelület tetszőleges F_n felületelemét.

A lefejtőmarás eddig vizsgált esete hengeres fogaskerek gyártására vonatkozik. A bemutatott egyenletek domborított fogazat gyártására a következő feltételekkel lesznek érvényesek:

- a v_s axiális előtolósebesség mellett figyelembe kell venni egy v_r sugárirányú sebességet,
- és ennek a hatásaként a tengelytáv folyamatos változását.

A sugárirányú és az axiális sebességek arányát az előírt szerszám pálya alapján a következő összefüggés fejezi ki:

$$\frac{v_r}{v_s} = \frac{B}{\sqrt{A^2 - B^2}}. \quad (10)$$

A szerszám $z=0$ pozíciójához $B = \frac{b}{2}$ tartozik, illetve érvényes a $B = z + \frac{b}{2}$ kapcsolat, ahol b a fogaskerék fogszélessége.

A tengelytáv változását a (3) egyenlet írja le. Behelyettesítve a B és z közötti összefüggést:

$$a(z) = \sqrt{A^2 - \left(z + \frac{b}{2}\right)^2} - R + r_1 \quad (11)$$

adódik, mely leírja a tengelytáv változását, miközben a szerszám a fogaskerék tengelye mentén, előírt pályán halad és pillanatnyi helyzetét a z koordináta határozza meg. Mindezek alapján megállapítható, hogy a hengeres fogaskerek lefejtőmarására bemutatott matematikai modell alkalmas a domborított fogazat leírására is, ha az átviteli mátrix (8) utolsó oszlopában a tengelytáv változását figyelembe vesszük. (5)-öt (11)-be helyettesítve a tengelytáv változása az idő függvényében:

$$a(t) = \sqrt{A^2 - \left[\frac{b}{2} - v_s(t + kT) \right]^2} - R + r_1. \quad (12)$$

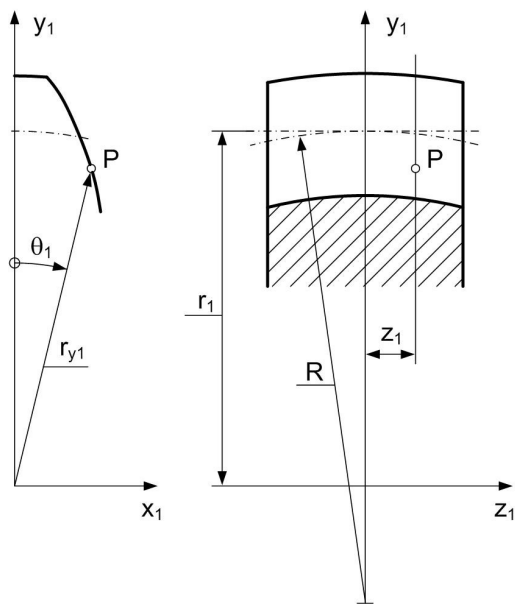
Ezt az összefüggést kell az M mátrix számításakor figyelembe venni.

4. A FOGFELÜLET EGYENLETE

Az eddig leírtak alapján megállapítható, hogy a kialakuló fogfelület több paraméter függvénye. Így befolyásolja a lefejtőmaró mérete (r_0) és az előtolás nagysága.

Tulajdonképpen hengeres fogaskerek lefejtőmarására is igaz, hogy ugyanaz a fogaskerék másik lefejtőmaróval, vagy más előtolással előállítva, nem ugyanazzal a fogfelülettel rendelkezik. A hengeres fogaskerek evolvens fogfelületei tehát idealizált felületek.

A domborított fogazatok esetében ezt az idealizált fogfelületet úgy származtatjuk, hogy fogak tengelymetszeteiben változó profil-eltolással rendelkező evolvens fogazatot feltételezünk.



6. ábra. Domborított fogfelület.

A fogfelület egyenlete:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= r_{y1} \sin \theta_1, \\ y_1 &= r_{y1} \cos \theta_1, \\ z_1 & \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

ahol r_{y1} tetszőleges sugár a fogprofil mentén, θ_1 a fogszög. Számítására a

$$\theta_1 = \frac{s}{2r_1} + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_{y1}. \quad (14)$$

összefüggés szolgál, ahol s a fogvastagság az osztóhenger mentén, r_1 az osztókör sugar, α az alapprofil szög, α_{y1} a profilszög, mely $\cos \alpha_{y1} = \frac{r_{b1}}{r_{y1}}$ alapján határozható meg. r_{b1} az alapkör sugar. (14)-ben inv az evolvens függvény, értelmezése: $\text{inv} \alpha = \tan \alpha - \alpha$.

A fogvastagság az osztóhenger mentén:

$$s = s_0 - 2(R - \sqrt{R^2 - z_1^2}) \tan \alpha, \quad (15)$$

ahol s_0 a fogvastagság a $z_1 = 0$ síkban.

Mindezek alapján megállapítható, hogy θ_1 az r_{y1} sugártól és a z_1 koordinátától függ, vagyis (13)-ban

$$x_1 = x_1(z_1, r_{y1})$$

és

$$y_1 = y_1(z_1, r_{y1}). \quad (16)$$

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A bemutatott kutató munka a TÁMOP-4.2.1.B-10/2/KONV-2010-0001 jelű projekt részeként az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg

IRODALOM

- [1] Litvin, F. L.: A fogaskerékkapcsolás elmélete. Műszaki Könyvkiadó. Budapest. 1972.
- [2] Mitome, K.: Table sliding taper hobbing of cylindrical gear using cylindrical hob. Transactions of the ASME. Vol. 103. 1981. p. 446-451.
- [3] Szenté J.: Fogazott elempárok tervezéséhez kapcsolódó vizsgálatok. A Miskolci Egyetem Doktori (PhD) Tézisfüzetek. Miskolc. 1997.
- [4] Litvin, F. L.; Krylov, N. N.; Erikhov, M. L.: Generation of tooth surfaces by two-parameter enveloping. Mechanism and Machine Theory. Vol. 10. 1975. p. 365-373.