

BELSŐ FOGAZATÚ FOGASKEREK TERVEZÉSE FOGASGYŰRŰS TENGELYKAPCSOLÓKHOZ

INTERNAL GEARS DESIGNED FOR GEAR COUPLINGS

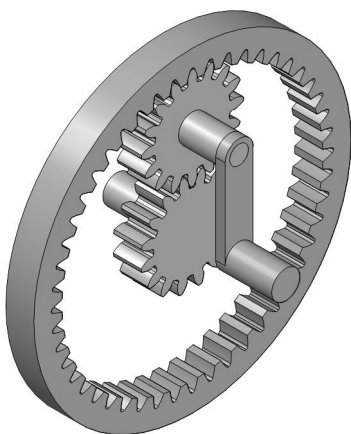
*Dr. Sente József, PhD, Miskolci Egyetem
Kelemen László, PhD hallgató, Miskolci Egyetem*

ABSTRACT

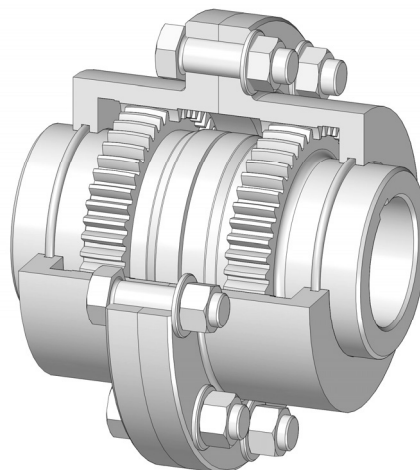
Typical applications of internal gears are the planetary gear drives and the gear couplings. Design of internal gears includes complicated elements such as interferences and the effect of the cutting tool or manufacturing method. This paper presents a method for design of internal gear using in gear coupling. The process contains an analysis of internal gear cutting by shaper cutter. The method can be used in design of internal gear for planetary gear drives or simple internal gear meshing too.

1. BEVEZETÉS

A belső fogazatú hengeres fogaskerek jellemző alkalmazási esetei a fogaskerék-bolygóművek (1. ábra) és a fogasgyűrűs tengelykapcsolók (2. ábra). Bár az említett két felhasználási terület jelentősen eltér, a belső fogazatú fogaskerék tervezése vonatkozásában alig különbözik. A belső kapcsolódású fogazott elempárok tervezése a külső kapcsolódásúakhoz képest bonyolultabb, olyan vizsgálatokat igényel, amelyek a külső kapcsolódásnál nem jelentkeznek, és a tervezés szoros összefüggésben van a gyártási eljárással.



1. ábra. Belső fogazatú hengeres fogaskerék alkalmazása fogaskerék bolygóműben



2. ábra. Belső fogazatú hengeres fogaskerék alkalmazása fogasgyűrűs tengelykapcsolóban

2. A BELSŐ FOGAZATÚ FOGASKEREK GYÁRTÁSI MÓDSZEREI

A belső fogazatú fogaskerek gyártási módszerei két csoportra oszthatók: profilozó és lefejtő eljárásokra. A profilozó eljárások közé az alakmarás és az üregeles tartozik.

Az *alakmarás* lefejtőmarógépen, külön tartozékként beszerezhető alakmarófej segítségével, tárcsa- vagy ujjmaróval, fogankénti osztással végezhető el. Nagy átmérőjű, nagy modulú fogazatok megmunkálására gazdaságosan alkalmazható. Keményfém betétes tárcsamarók használatával megfelelő termelékenység érhető el. Az eljárás hátránya, hogy kevésbé pontos mint a lefejtő módszerek és csak akkora koszorúk gyárthatók, amelyek furatában a marófej elfér. Ferde fogazat készítésére nem alkalmas.

Az *üregeles* a belső fogazatú fogaskerek előállítására használt módszerek közül a legtermelékenyebb, de egyúttal a legdrágább is. Tekintettel az üregeológépek beszerzési és alapozási költségeire, valamint az üregeletűske magas árára, kizárólag a tömeggyártásban alkalmazható gazdaságosan. Ferde fogazat készítése különleges gépen lehetséges, de a szerszámkészítés ill. -élezés, valamint a csavart vezetés megoldása bonyolult feladat.

A lefejtő gyártási eljárások közé a fogmetszés, a foghámozás és a lefejtőmarás tartozik.

A *fogmetszés* az első, lefejtő elven működő fogazó módszer, amely belső fogazatú fogaskerek előállítására is alkalmas. Ez az eljárás mai napig a legismertebb és leggyakrabban alkalmazott eljárás.

Mivel a fogmetszés - szakaszos üzeme miatt - kevésbé termelékeny, több kísérlet is történt hatékonyabb gyártási módszerek kidolgozására. Ilyenek voltak a belső fogazat lefejtő hámozása és lefejtőmarása.

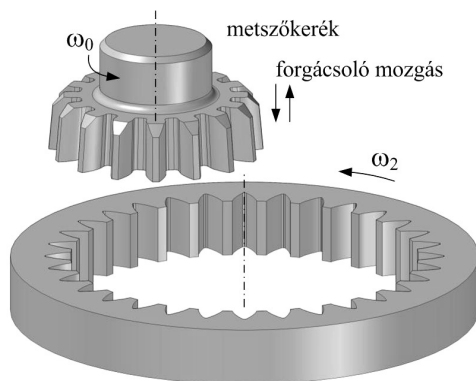
A *foghámozás* a fogmetszés és a lefejtőmarás sajátos ötvözeteként jött létre. A szerszám a fogmetszésből, a mozgások a lefejtőmarásból származnak. A foghámozás termelékenysége hasonló, mint a külső fogazatok lefejtőmarásáé. Előnyeként említhető, hogy tág határok között, tetszés szerinti foghajlásszög megvalósítható, szemben más eljárásokkal, amelyek vagy alkalmatlanok ferde fogazat gyártására, vagy csak meghatározott foghajlásszög értékek előállítására használhatók. Mivel a sajátos szerszámbe fogás ("repülő szerszám") nem biztosított kellő merevséget, a foghámozás nem terjedt el széles körben.

A belső fogazatok *lefejtőmarása* hagyományos lefejtőmarógépen, különleges szerszámbe fogó készülékkel végezhető. A gyártáshoz speciális, hordó alakú lefejtőmarót használnak. Az eljárás elterjedését gátolta a bonyolult geometriájú lefejtőmaró költsége, a merev szerszámbe fogás körülményes megoldása, valamint a méretkorlát, ami abból fakad, hogy a lefejtőmarót hordozó készüléknek el kell férnie a belső fogazatú gyűrűben.

A továbbiakban részletesen csak a fogmetszéssel foglalkozunk, mivel ez az egyetlen olyan lefejtő elven működő eljárás a belső fogazatok gyártására, amely általánosan elterjedt, megbízható, és megfelelő pontosságot garantál.

3. A FOGMETSZÉS

A fogmetszőgépet és szerszámát, a metszőkereket *Fellows* találta fel, és 1897-ben szabadalmaztatta. A munkadarab és a szerszám elhelyezkedését, a fogmetszésre jellemző mozgásokat a 3. ábra szemlélteti.



3. ábra. Belső fogazatú fogaskerék gyártása metszőkerékkel

Fogmetszéskor a szerszám és a munkadarab tengelyei párhuzamosak. A lefejtést a szerszám és a munkadarab összehangolt forgómozgása adja. A szögsebességek között fennálló kapcsolat az áttétellel fejezhető ki, mely egyenlő a fogszámviszonnyal:

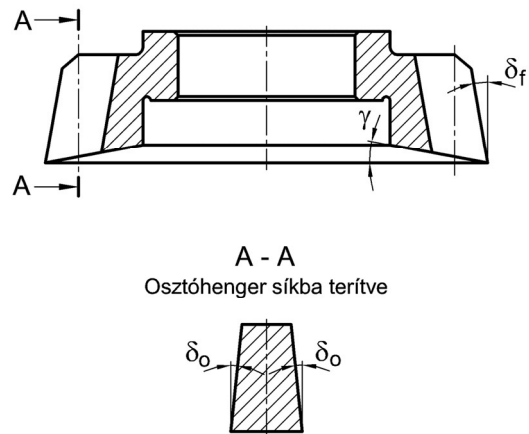
$$\frac{\omega_0}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_0} = u \quad (1)$$

A forgácsoló mozgás a szerszám függőleges (egyedi géptípusoknál vízszintes) alternáló mozgása. Fogmetszéskor kétféle előtölést különböztetünk meg: a sugárirányú és a kerületi előtölést. A sugárirányú előtölést vezérlőtárcsával, vagy menetes orsóval valósítják meg, a kerületi előtölés a szerszám osztókerén mért, egy löketre vonatkozó elfordulás mm-ben. Forgácsolás közben sem a szerszám, sem a munkadarab nem forog. A lefejtő mozgást, azaz a kis mértékű elfordulást a szerszám visszatérő mozgása közben végzik.

Fogmetszéssel egyenes és ferde fogú fogaskerek is előállíthatók. Egyenes fogú fogaskereket egyenes fogú szerszámmal, ferde fogú fogaskereket ferde fogú szerszámmal lehet gyártani. Mivel a fogasgyűrűs tengelykapcsolókba egyenes fogú belső fogazatú kereket építenek be, a továbbiakban csak az egyenes fogazattal foglalkozunk.

4. A FOGMETSZÉS FOGAZÓSZERSZÁMA

A fogmetszés fogazószerszámait a metszőkereket. Az egyenesfogú metszőkerék forgácsolóélekkel ellátott fogaskerék (4. ábra). A megfelelő forgácsolási viszonyok érdekében a fogoldalakon δ_o nagyságú oldalhátszöggel, a hátfelületen δ_f szögű kúposággal készül. Az élezés γ szögű kúppalást mentén történik.



4. ábra. Egyenes fogú metszőkerék

A szerszám fogoldalai evolvens csavarfelületek, melyeknek az osztóhengeren mért foghajlásszögei δ_o ill. $-\delta_o$.

A metszőkerék lineárisan változó korrekcióval rendelkező fogaskereknek tekinthető. Utánélezéskor csökken a szerszám profilleltolástényezője, így fogvastagsága és fejkörátmérője is. Ahhoz, hogy a fogvastagság és a fejkörátmérő változása összhangban legyen (azonos mértékű profilleltolás-változáshoz tartozzon), a következő összefüggésnek kell teljesülnie:

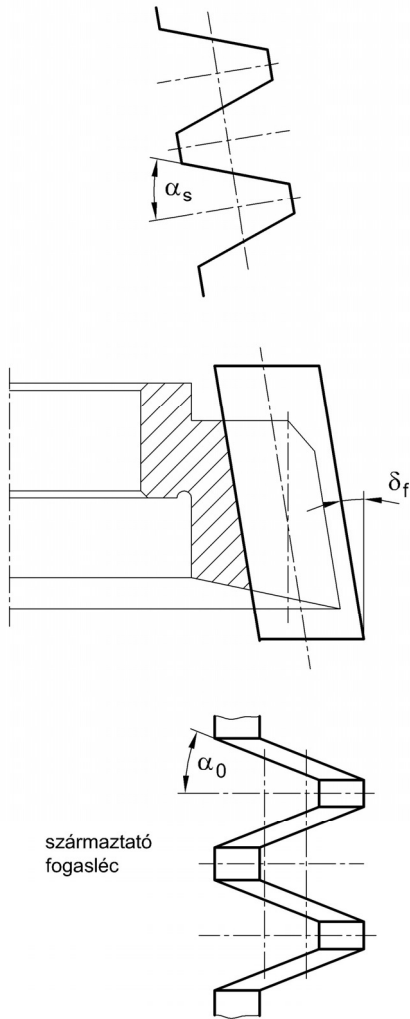
$$\tan \delta_o = \tan \delta_f \tan \alpha_0, \quad (2)$$

ahol α_0 a szerszám evolvens fogoldalainak alapprofilszöge, az ún. szerszámgyártási alapprofilszög.

Mint már láttuk, egyenes fogú munkadarab fogmetszésekor a szerszám gyaluló mozgást végez. Pontos evolvens fogazat akkor gyártható, ha a szerszám vágóélének forgássíkra képezett vetülete szabályos evolvens görbe. γ és δ_o szögek miatt ez a feltétel nem teljesül. A keletkező profilhiba mérséklésére a metszőkereket a gyártandó fogaskerék α alapprofilszögétől eltérő α_0 szerszámgyártási alapprofilszöggel készítik. α_0 meghatározására a

$$\tan \alpha_0 = \frac{\tan \alpha}{1 - \tan \gamma \tan \delta_f} \quad (3)$$

egyenlet szolgál.



5. ábra. A metszőkerék és a származtató fogasléc kapcsolata

A fontosabb geometriai adatokat a származtató fogasléc (5. ábra) segítségével adják meg. A származtató fogasléc α_s profilszöge és a szerszám forgássíkjában értelmezett α_0 profilszöge között a következő kapcsolat áll fenn:

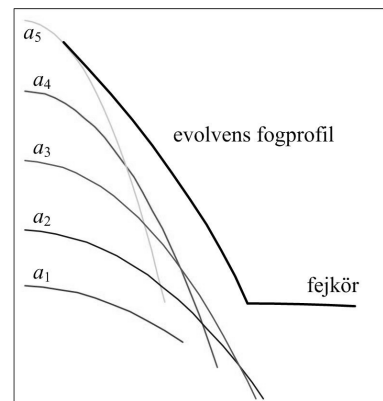
$$\tan \alpha_s = \frac{\tan \alpha_0}{\cos \delta_f}. \quad (4)$$

5. A GYÁRTÁS MATEMATIKAI MODELLEZÉSE

A metszőkeresek gyártás során a fogárok készre munkálása több fogásban, a tengelytáv változása mellett, sugárirányú eltolással valósul meg. A forgácsolás a fejkörök érintkezésekor, az $a_{\min} = r_{a2} - r_{a0}$ tengelytávnál kezdődik, ahol r_{a2} a munkadarab, r_{a0} a szerszám fejkörsugara. A kezdeti szakaszban, egészen az $a_b = r_{b2} - r_{b0}$ tengelytávig nincsen evolvens lefejtés, mivel a két alapkörnek nincsen közös érintője. a_b egyenletében r_{b2} a belső fogazatú fogaskerék, r_{b0} a szerszám vágóéle által előállított képelt lefejtő fogaskerék alapkörsugara. Az $a_{\min} < a < a_b$ tartományban a fogárok alakját a szerszám fejéle által a relatív mozgásban befutott görbe határoolja.

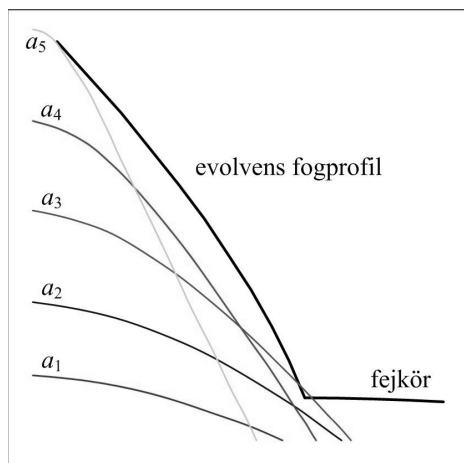
Az $a > r_{b2} - r_{b0}$ tengelytávokon a szerszám kimunkálja a belső fogazatú fogaskerék fogárkát, lefejtí az evolvens fogoldalakat. Előfordulhat, hogy a szerszám fejéle által befutott görbe elmettszi a hasznos evolvens fogoldalt, ezáltal levágja a belső fogazatú fogaskerék fejköréhez közeli profilszakaszt. Nem zárható ki, hogy ez a jelenség már az $a_{\min} < a < a_b$ tartományban bekövetkezik, amikor még az evolvens profil kialakítása meg sem kezdődött. A fejlemetszés veszélye annál nagyobb, minél kisebb a fogszám-különbség a szerszám és a munkadarab között.

A továbbiakban néhány példán keresztül fogjuk megvizsgálni a jelenséget. A 6. ábrán olyan megmunkálásra látunk példát, ahol nincsen fejlemetszés. A görbék a metszőkerék fejéle által befutott pályákat szemléltetik különböző tengelytávolságok esetén. Látható, hogy a görbék közül egyik sem metsz bele a fogprofilba. A görbék mellett az a_1 -től a_5 -ig terjedő azonosítók a tengelytávokra vonatkoznak. Az indexben szereplő számok növekvő értéke növekvő tengelytávot jelent úgy, hogy a_5 a készre munkálás tengelytávja.



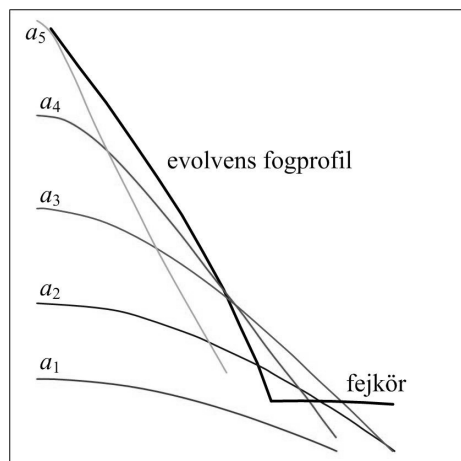
6. ábra. Fogfejlemetszés nélküli gyártás

A 6. ábrán látható példában a $z_2 = 50$ fogszámú munkadarabot $z_0 = 25$ fogszámú szerszámmal állítottuk elő.



7. ábra. Példa enyhe fogfejemetszésre

A 7. ábrán az előző példában szereplő $z_2 = 50$ fogszámú belső fogazatú fogaskereket $z_0 = 35$ fogszámú metszőkerékkel munkáltuk meg. Az ábrán látható, hogy az a_3 tengelytávnál a szerszám fejele a viszonylagos mozgásban levő munkadarab fejszűcsát. Ez a csonkítás még a fogprofil kialakítása előtt megtörténik.



8. ábra. Jelentős fogfejemetszés

A 8. ábra olyan esetet mutat be, amikor több lemetszés is történik. Az első a_2 tengelytávon, majd a_3 tengelytávnál egy jelentősen nagyobb, végül a_4 értéknél egy egészen kicsi, a már lemetszett rész felső csúcánál. A 8. ábrán a $z_2 = 50$ fogszámú munkadarabot $z_0 = 40$ fogszámú szerszám állította elő.

Valamennyi ábrán látható, hogy a kisebb tengelytávhoz lankásabb görbe tartozik, majd a növekvő tengelytávval a görbék egyre meredekebbek lesznek.

A további vizsgálatokkal meghatározzuk a fogfejemetszés elkerülését biztosító feltételt. A forgó metszőkerék fejéhez tartozó csúcspont, azaz a vágóél és a fejkör metszéspontja, az álló XY koordináta-rendszerben a következő görbét írja le:

$$\begin{aligned} X &= r_{a0} \sin(\psi_{a0} + \varphi_0) \\ Y &= a_x + r_{a0} \cos(\psi_{a0} + \varphi_0), \end{aligned} \quad (5)$$

ahol r_{a0} a metszőkerék fejkör sugarára, a_x a pillanatnyi tengelytáv, ψ_{a0} a szerszám fejélcúcs fogszöge, φ_0 a szerszám elfordulási szöge.

(5) egyenletekben

$$\psi_{a0} = \frac{s_0}{d_0} + \text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha_{a0}, \quad (6)$$

ahol s_0 a metszőkerék osztóhengeri fogvastagsága, d_0 az osztóhenger átmérője, α a munkadarab alaprofilszöge, α_{a0} a szerszám fejköréhez tartozó profilszög,

$$\cos \alpha_{a0} = \frac{r_{b0}}{r_{a0}}. \quad (7)$$

(6)-ban az inv az ún. evolvens függvényt jelöli, melynek meghatározása az adott szög tangensének és radián értékének különbségeként történik:

$$\text{inv}\alpha_{a0} = \tan \alpha_{a0} - \alpha_{a0} \quad \text{és} \quad \text{inv}\alpha = \tan \alpha - \alpha.$$

A szerszám elfordulási szöge arányos a munkadarab φ elfordulásával és az u fogszámviszonnyal:

$$\varphi_0 = \frac{z_2}{z_0} \varphi = u\varphi. \quad (8)$$

A szerszám fejélcúcsa által befutott pályagörbét a munkadarabhoz kötött, forgó x_2y_2 koordináta-rendszerben felírva

$$\begin{aligned} x_2 &= X \cos \varphi - Y \sin \varphi, \\ y_2 &= X \sin \varphi + Y \cos \varphi \end{aligned} \quad (9)$$

adódik. (5) behelyettesítése után

$$x_2 = r_{a0} \sin[\psi_{a0} + (u-1)\varphi] - a_x \sin \varphi, \quad (10)$$

$y_2 = r_{a0} \cos[\psi_{a0} + (u-1)\varphi] + a_x \cos \varphi$
egyenleteket kapjuk, melyekről megállapítható, hogy hipocikloist írnak le. Áttérve poláris koordinátákra:

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{x_2^2 + y_2^2} = \\ &= \sqrt{a_x^2 + r_{a0}^2 + 2a_x r_{a0} \cos(u\varphi + \psi_{a0})}, \end{aligned} \quad (11)$$

valamint

$$\theta = \arctan\left(\frac{x_2}{y_2}\right) \quad (12)$$

összefüggéseket kapunk.

A hipociklois és a belső fogazatú fogaskerek fejkörének metszéspontjában $R = r_{a2}$. Ezt figyelembe véve (11)-ből

$$\varphi = \frac{1}{u} \left(\arccos \frac{r_{a2}^2 - r_{a0}^2 - a_x^2}{2a_x r_{a0}} - \psi_{a0} \right), \quad (13)$$

amit (10)-be helyettesítve megkapjuk a metszéspont x_2 , y_2 koordinátáit, adott a_x tengelytávnál. x_2 , y_2 ismeretében (12)-ből θ meghatározható.

A fogfejlenyesés elkerülhető, ha $\theta \leq \eta_{a2}$, ahol

$$\eta_{a2} = \frac{e_2}{2} + \operatorname{inv}\alpha - \operatorname{inv}\alpha_{a2} \quad (14)$$

a belső fogazatú fogaskerék fejkörén lévő profilpont fogárokszöge. (14)-ben e_2 a fogárok szélessége az osztókörön, α_{a2} a munkadarab fejköréhez tartozó profil-szög, és α az alapprofilszög.

A leírtakat az $a_{\min} \leq a_x \leq a_c$ tartományban elvégezve, a fogfejlenyesés kizárható, ha a tartomány egészére teljesül a $\theta \leq \eta_{a2}$ feltétel.

6. A BELSŐ FOGAZATÚ FOGASKERÉK MÉRETEI

A belső fogazat méreteit nem lehet a gyártási eljárástól függetleníteni. A belső fogazatú fogaskerék gyártásához használt metszőkerék adatai közül a geometriai tervezéshez legfontosabb a z_0 fogszám, az x_0 profileltolástényező és a d_{a0} fejkörátmérő ismerete.

A metszőkereket úgy kell beállítani, hogy teljesüljön az

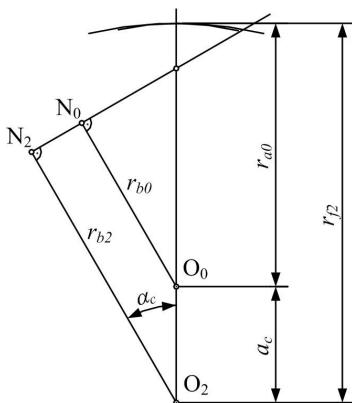
$$x_2 - x_0 = \frac{z_2 - z_0}{2} \frac{\operatorname{inv}\alpha_c - \operatorname{inv}\alpha}{\tan \alpha} \quad (15)$$

egyenlőség. (15)-ben x_2 a munkadarab, x_0 a szerszám profileltolástényezője, z_2 és z_0 a két elem fogszáma, α_c a gyártási kapcsolószög, α az alapprofilszög.

(15)-ből az α_c gyártási kapcsolószöget valamilyen numerikus közelítő módszerrel lehet meghatározni. α_c ismeretében a gyártás tengelytávja

$$a_c = \frac{z_2 - z_0}{2} m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_c}, \quad (16)$$

ahol m a modul.



9. ábra. A belső fogazatú kerék lábkörátmérője

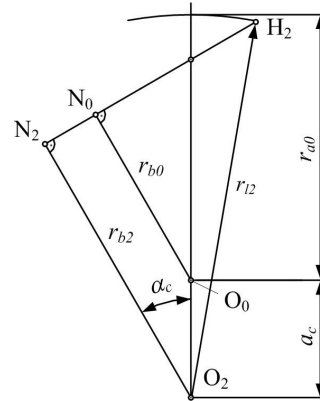
9. ábra alapján a gyártási tengelytáv és a metszőkerék fejkörátmérője segítségével a belső fogazatú kerék lábkörátmérője:

$$d_{f2} = 2 a_c + d_{a0}. \quad (17)$$

A belső fogazatú fogaskerék fejkörátmérőjét úgy kell meghatározni, hogy a metszőkerék fogtővénel az interferencia elkerülhető legyen. Az interferencia akkor lép fel, ha a metszőkeréken a kapcsolódási pont nem az evolvens profilhoz tartozik, hanem a fogtőgörbéhez. A probléma elkerülhető, ha teljesül az alábbi feltétel:

$$\sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} \geq a_c \sin \alpha_c + r_{b0} \tan \alpha - \frac{(1 - x_0)m}{\sin \alpha}. \quad (18)$$

Az interferencia megszüntethető a belső fogazatú kerék fejkörátmérőjének növelésével.



10. ábra. A belső fogazatú kerék határcörugara

A belső fogazatú fogaskerék hasznos evolvens profilja a fejkör és a határcör között helyezkedik el. A határcörugarat a 10. ábra alapján, a következő összefüggéssel lehet meghatározni:

$$r_{f2} = \sqrt{r_{b2}^2 + \left(a_c \sin \alpha_c + \sqrt{r_{a0}^2 - r_{b0}^2} \right)^2}. \quad (16)$$

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A bemutatott kutató munka a TÁMOP-4.2.1.B-10/2/KONV-2010-0001 jelű projekt részeként az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

IRODALOM

- [1] Sente J.: Egyenes fogú belső fogazatú hengeres kerek, fogaskerék-bolygóművek. In. Gépelemek. (szerk.: Szendrő P.). Mezőgazda Kiadó, 2007. p. 564-569.
- [2] Sente J.: Belső fogazatú fogaskerek lefejtő szerkezeteinek megválasztása. Egyetemi doktori értekezés. Miskolc, 1984. p. 91.
- [3] Polder, J. W.: Overcut, a new theory for tip interference in internal gears. Journal of Mech. Eng. Science. 11 (1969) 6. p. 583-591.
- [4] Polder, J. W.: Tip interference in Internal Gears. Congrès Mondial des Engrenages. Paris. 1977.