

# GOLYÓS ORSÓK ÉLETTERTAM BECSLÉSE

## ESTIMATION OF LIFE CYCLE OF SCREW DRIVE SYSTEMS

Szabó Tamás, Ph. D., ME Robert Bosch Mechatronikai Tanszék

Szilágyi Attila, ME Szerszámgépek Tanszék

Takács György, Ph. D., ME Szerszámgépek Tanszék

Lajos Gergő MSc Hallgató, ME

### ABSTRACT

This paper deals with the theoretical determination of life cycles of non standard screw drive systems. Two different approaches, the Hertz's contact and probability theories are used to formulate lower estimations. Computer code has been developed on the basis of the detailed theories.

### 1. BEVEZETÉS

A mechatronikai rendszerekben gyakran alkalmaznak golyós orsós hajtásokat. A cikk kétféle módszert vizsgál meg nem szabványos golyósorsó konstrukciók élettartam alsó határának becslése céljából. A módszerek alapját a golyóscsapágyakhoz kapcsolódó elméletek képezik.

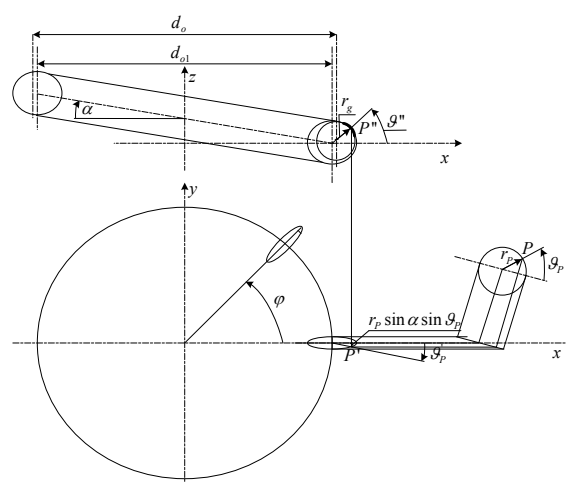
Az első módszer a Hertz-féle érintkezési elmélet eredményeit alkalmazza. A módszert analitikusan megadott geometriánál alkalmazzuk az orsó, gördülőtest és az anya között kialakuló érintkezési feszültség meghatározására, a kapott eredményeket a szakirodalmi adatokkal vetjük össze 0, 0. Az érintkező felületek érintkezési pontjaiban meglévő főgörbületeket egzakt alakban állítjuk elő, differenciálgeometriai eszközökkel, kontra és kovariáns deriváltak segítségével, az általános csavarfelület görbületes tenzorának előállításával.

A második módszer valószínűségelméleti megfontolások alapján levezetett formulát alkalmaz dinamikus alapterherbírás meghatározására. Feltételezzük továbbá, hogy az axiális terhelésű, ferdehatásvonalú golyós csapágyaknál érvényes összefüggések – a golyósorsóban lévő menetemelkedés elhanyagolása mellett – a golyósorsónál jó közelítéssel is igazak. Feltételezésünk szerint az azonos mérettartományba eső ferdehatásvonalú golyóscsapágyak és golyósorsók alapvetően csak az alkalmazott gördülőtestek számában és méretében különböznek egymástól. Az alkalmazott feltételezések miatt, a golyósorsóra kiszámolt élettartam várhatóan kisebbnek adódik, mint a ferdehatásvonalú golyóscsapágyakra.

Mindkét módszer alapján elvégezzük az élettartambecslést orsóra és anyára egyaránt és a legkisebb értéket alapul véve kapunk egy becsült alsó értéket a golyósorsó élettartamára.

### 2. GEOMETRIAI PARAMÉTEREK

A golyó az orsóval és az anyával egyaránt csavarfelületek mentén kapcsolódik. Az érintkezési viszonyokat golyósanyánál az 1. szemlélteti.



1.

1. ábra. A csavarfelület érintkezési  $P$  pontjának helyzete az anyán

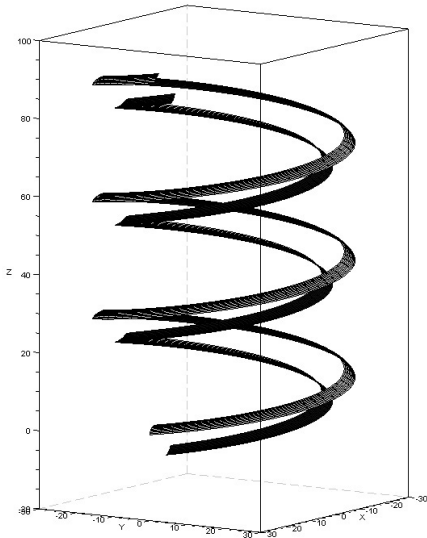
A  $P$  ponton átmenő, csavarvonalra merőleges sík az érintkezési pont környezetében egy  $r_p$  sugarú körívet metsz ki. A  $d_{01}$  a csavarfelület,  $d_0$  pedig a golyópálya középpátmérője, amelyek különböznek egymástól. A csavarfelületet az 1. ábra jelöléseivel paraméteresen írjuk le:

$$x(\varphi, \vartheta) = \left( \frac{d_{01}}{2} + 4r_p \cos \vartheta \right) \cos \varphi + r_p \cos \alpha \sin \vartheta \sin \varphi \quad (2.1)$$

$$y(\varphi, \vartheta) = \left( \frac{d_{01}}{2} + 4r_p \cos \vartheta \right) \sin \varphi - r_p \sin \alpha \sin \vartheta \cos \varphi \quad (2.2)$$

$$z(\varphi, \vartheta) = r_p \cos \alpha \sin \varphi + \frac{h\varphi}{2\pi} \quad (2.3)$$

A csavarfelületek egy részletét mutatja a 2. ábra, ahol a kisebb sugarú az anya, míg a nagyobb sugarú az orsó felületének felel meg.



2. ábra. Csavarfelületek az anyán és az orsón

A felületi kétdimenziós koordináta-rendszer kovariáns bázisvektorait deriválással kapjuk

$$\mathbf{g}_\beta = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial x^\beta} = \mathbf{r}_{,\beta} \quad (\beta = 1,2; \quad x^1 = \varphi, \quad x^2 = \varrho)$$

összefüggés szerint, melyet kifejtve a

$$\mathbf{g}_1 = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \varphi}, \quad \mathbf{g}_2 = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \varrho}$$

kifejezések adódnak. Megjegyezzük, hogy a vastagon szedett változók vektor illetve tenzor mennyiségek. A felületre merőleges kovariáns

$$\text{és kontravariáns } \mathbf{g}_3 = \frac{\mathbf{g}_1 \times \mathbf{g}_2}{|\mathbf{g}_1 \times \mathbf{g}_2|}, \quad \mathbf{g}^3 = \mathbf{g}_3$$

bázis vektorokat célszerűen egységnyi hosszúnak definiáljuk. A felületet érintő bázisvektorok deriváltjai pedig a

$$\mathbf{g}_{\beta,\gamma} = \frac{\partial \mathbf{g}_\beta}{\partial x^\gamma} = \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial x^\beta \partial x^\gamma} \quad (\beta, \gamma = 1,2)$$

összefüggésből számíthatók. A deriváltak ismeretében előállíthatók a  $\Gamma_{\beta\gamma}^3$  Christoffel-féle szimbólumok és a

$$b_{\beta\gamma} \text{ kovariáns görbületi tenzor a } \Gamma_{\beta\gamma}^3 = \mathbf{g}_{\beta,\gamma} \cdot \mathbf{g}^3 = b_{\beta\gamma}$$

kifejezés segítségével [3].

Továbbiakban felírjuk a

$$\mathbf{g}^1 = \frac{\mathbf{g}_2 \times \mathbf{g}_3}{|\mathbf{g}_1 \mathbf{g}_2 \mathbf{g}_3|}, \quad \mathbf{g}^2 = \frac{\mathbf{g}_3 \times \mathbf{g}_1}{|\mathbf{g}_1 \mathbf{g}_2 \mathbf{g}_3|}, \quad \mathbf{g}^3 = \mathbf{g}_3$$

kontravariáns bázisvektorokat és a  $\mathbf{g}^{\mu\beta} = \mathbf{g}^\mu \cdot \mathbf{g}^\beta \quad (\mu, \beta = 1,2)$  kontravariáns mértéktenzort. Az érintkezési pontban a csavar felület  $H$  közepes görbületét és a  $K$  Gauss-féle görbületét a gör-

bületi tenzor egyik indexének emelésével nyert, vegyes indexű mennyiségével fejezhetjük ki a  $b_\gamma^\mu = \mathbf{g}^{\mu\beta} b_{\beta\gamma} \quad (\mu, \beta, \gamma = 1,2)$  összefüggéssel. Ebből a

$$\text{közepes görbület a } H = \frac{1}{2}(\kappa_I + \kappa_{II}) = \frac{1}{2}b_\mu^\mu, \text{ a Gauss-}$$

féle görbület pedig a  $K = \kappa_I + \kappa_{II} = \det(b_\gamma^\mu)$  alapján számítható.

A görbületekre végül egy másodfokú egyenletet nyerünk, amelynek megoldása  $\kappa_{I,II} = H \pm \sqrt{H^2 - K}$  alakú, és amelyből a főgörbületi sugarak a

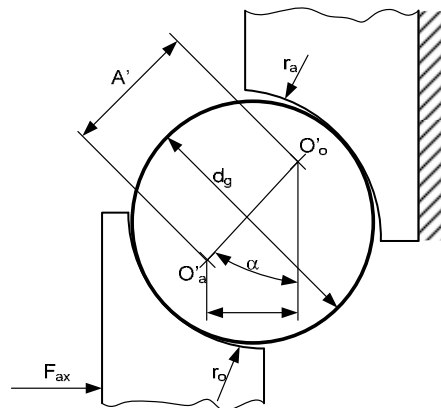
$$R_I = \frac{1}{|\kappa_I|} \quad R_{II} = \frac{1}{|\kappa_{II}|} \quad (2.4)$$

reciprok értelmezésből adódnak.

### 3. TERHELÉS ELOSZLÁS ÉS ALAKVÁLTOZÁS A GÖLYÓSORSÓBAN

Feltételezésünk szerint az  $n$  számú működő menetet tartalmazó gölyósorsó  $n$  darab, egymás után elhelyezkedő  $Z$  számú gördülőelemet tartalmazó ferde hatásvonalú gölyöscsapággal helyettesíthető. Feltételezzük továbbá, hogy a ferde hatásvonalú gölyöscsapággyak terhelési viszonyai gölyösorsós konstrukciónál is érvényesek. A 3. ábra egy  $\alpha_0$  hatásszögű gölyösorsó deformálódott helyzetét szemlélteti.

A  $\alpha$ -val jelölt mennyiségek a deformálódott állapotra vonatkoznak. Egyetlen gördülőelem erőjátékát az  $F_{ax} = nZF_g \sin \alpha$  egyenlet írja le, ahol  $F_{ax}$  az axiális terhelés, az  $nZ$  a terhelésben résztvevő gördülőtestek száma, az  $F_g$  a gördülőelem terhelés, az  $\alpha$  pedig a deformáció alatt kialakult hatásszög. A meghatározását a 0 szakirodalom részletezi.



3. ábra Egyetlen gölyő terhelési viszonyai

Az axiális terhelés az orsóra ható technológiai terhelés mellett a gölyősanyát előfeszítő erőt is tartalmazza, és amely egyéb más jellemző mellett szükséges adat a

golyósorsó rendszer Hertz-feszültségek alapján történő élettartamának meghatározásához.

#### 4. ÉLETTARTAMBECSLÉS A HERTZ-ELMÉLET ALAPJÁN

Az érintkező testek geometriai adatait ismerjük: a golyók átmérője  $d_g$ , a csavarvonal mentén mért görbületi sugár az anyán  $R_{Ia}$ , az orsón  $R_{Io}$ . A csavarvonalra merőleges hornyok metszeteinek sugara az érintkezési pontokban az anyán és az orsón megegyezik:  $R_{IIa} = R_{IIo}$ .

Az orsó és az anya becsült falvastagságai  $h_{pa} = h_{po} \cdot A$  a golyó, az anya és az orsó anyagtulajdonságai:  $E$  a Young modulus,  $\nu$  a Poisson tényező. A golyón átadódó

erő  $F_g$ . Vezessük be az  $\eta = \frac{2(1-\nu^2)}{E}$  anyagjellemzőt,

és írjuk fel az érintkezésben résztvevő felületek görbületeit. A golyó görbületest görbület

$\kappa_{11g} = \kappa_{12g} = \frac{2}{d_g}$ . A (2.4) kifejezések alapján a csavarfelület görbület

az anyán  $\kappa_{21a} = -\frac{1}{R_{Ia}}$ ,  $\kappa_{22a} = -\frac{1}{R_{IIa}}$ , illetve az orsón

$\kappa_{21o} = -\frac{1}{R_{Io}}$ ,  $\kappa_{22o} = -\frac{1}{R_{IIo}}$ .

A görbületek segítségével definiáljuk továbbá az

$\Omega_{ga} = \frac{(\kappa_{21a} - \kappa_{22a})}{(\kappa_{11g} + \kappa_{12g} + \kappa_{21a} + \kappa_{22a})}$  golyó és anya,

valamint az  $\Omega_{go} = \frac{(\kappa_{21o} - \kappa_{22o})}{(\kappa_{11g} + \kappa_{12g} + \kappa_{21o} + \kappa_{22o})}$  a golyó

és orsó közös geometriai jellemzőit. A geometriai jellemzőkhöz meghatározzuk az érintkezési tartomány és nyomás megfelelő paramétereit ( $n_a, n_b, n_p, n_\delta$ ) (0 408.

o.). Az ellipszis alakú érintkezési tartomány kis és nagy tengelyei az anyán és az orsón a

$$a_a = n_{aa} \sqrt[3]{\frac{3\eta F_g}{2(\kappa_{11g} + \kappa_{12g} + \kappa_{21a} + \kappa_{22a})}}$$

$$a_o = n_{ao} \sqrt[3]{\frac{3\eta F_g}{2(\kappa_{11g} + \kappa_{12g} + \kappa_{21o} + \kappa_{22o})}}$$

$$b_a = n_{ba} \sqrt[3]{\frac{3\eta F_g}{2(\kappa_{11g} + \kappa_{12g} + \kappa_{21a} + \kappa_{22a})}}$$

(2.5)

$$b_o = n_{bo} \sqrt[3]{\frac{3\eta F_g}{2(\kappa_{11g} + \kappa_{12g} + \kappa_{21o} + \kappa_{22o})}}$$

kifejezésekkel számíthatók.

Az előzőek alapján az érintkezési nyomást az orsón és az anyán a

$$p_{0o} = n_{po} \sqrt[3]{\frac{3\eta F_g}{2(\kappa_{11g} + \kappa_{12g} + \kappa_{21o} + \kappa_{22o})}} \quad (2.6)$$

$$p_{0a} = n_{pa} \sqrt[3]{\frac{3\eta F_g}{2(\kappa_{11g} + \kappa_{12g} + \kappa_{21a} + \kappa_{22a})}}$$

képletekkel kaphatók meg.

Az érintkezési nyomás maximum értékei lehetővé teszik a gördülőpályák élettartamának hozzávetőleges minősítését. A szakirodalomban szokás megkülönböztetni a statikus, illetve a dinamikus igénybevételeket. Statikus igénybevételre a 0 szakirodalom a  $p_0 = 4600 \text{ MPa}$  értéket adja meg a legnagyobb megengedett érintkezési nyomásnak.

Dinamikus igénybevételnél a legnagyobb megengedett érintkezési nyomást az 0 szakirodalom szerint  $p_0 = 3500 \text{ MPa}$ , a 0 szakirodalom szerint pedig a  $p_0 = 5,25 \text{ HB}$ .

#### 5. ÉLETTARTAMBECSLÉS VALÓSZÍNŰSÉGELMÉLETI ALAPON

A csapágyak vizsgálatokor a Weibull-féle felismerésből szokás kiindulni, azaz a csapágykonstrukció meghibásodási valószínűsége arányos az igénybe vett térfogat nagyságával. Ennek alapján a gördülő-csapágyak élettartamát – a gördülőtest alakjától függetlenül – a túlélési valószínűség fogalmából kiindulva ítélik meg.

A túlélési valószínűség ( $S$ ) az  $\ln \frac{1}{S} = f(\tau_0, N, z_0)$

összefüggés alapján számítható, ahol  $S$  annak a valószínűsége, hogy az anyag az  $N$  igénybevételi számot túléli,  $\tau_0$  a nyírófeszültség,  $z_0$  pedig az igénybevett térfogat jellemző mélysége.

Hosszas levezetést követően, amely 0-ben is megtalálható, a csapágygyűrű dinamikus teherbírására

$$Q_c = A \left[ \frac{2f}{2f-1} \right]^{0,41} \frac{(1 \mp \gamma)^{1,39}}{(1 \pm \gamma)^{\frac{1}{3}}} \left[ \frac{\gamma}{\cos \gamma} \right]^{0,3} d_g^{1,8} Z^{\frac{1}{3}} \quad (2.7)$$

adódik, ahol  $f = \frac{R_{lli}}{d_g}$ ; ( $i = a, o$ ) attól függően, hogy

orsó vagy anya élettartamára vagyunk kíváncsiak,  $\gamma$  itt

a középátmérő-szám:  $\gamma = \frac{d_g \cos \alpha}{d_m}$ , ahol  $d_m$  az eredeti

ferdehatásvonalú golyóscsapágy középátmé-rője.

Mivel (2.7) egy egysoros golyós-csapágyra vonatkozik, ezért golyósorsó konstrukció esetében – jó közelítéssel – csak egy menetemelkedésnyi hosszra, illetve szélességre vonatkoztatjuk. Előzetes feltételezésünknek megfelelően tehát a golyósanyában lévő működő menetek száma megfelel ugyanannyi számú ferdehatásvonalú golyóscsapágnak, így a golyósorsó konstrukcióra (2.7)-tal kiszámolt élettartam szorzódik a működő menetek számával. Duplaanyás golyósorsó konstrukció esetén pedig a  $Q_{össz} = 2 \times n \times Q_c$  összefüggés érvényes, ahol  $n$  az anyában lévő működő menetszám.

## 6. NUMERIKUS SZÁMÍTÁSOK

A közölt elméletek alapján vizsgáljuk egy golyósorsó élettartamát. A konstrukció geometriai, anyag és terhelési adatai adottak. A profilsugár az orsón 4,220 mm, a profilsugár az anyán 4,220 mm, a gördülő test átmérője 8,000 mm, a menet pálya átmérője 51,690 mm, a profil közepek különbségeinek radiális vetülete 0,307 mm, a menet-emelkedés 30 mm, a Young-féle modulus 212000 N/mm<sup>2</sup>, a Poisson tényező 0,3, az anyagállandó 93,2, az erő 1000 N és a hatásszög 44,2°.

A részletezett elmélet alapján az alábbi eredményeket kaptuk a Hertz-féle érintkezési feladatra: nyomás az anyán 2387,8 N/mm<sup>2</sup>, nyomás maximuma az orsón 2630.346 N/mm<sup>2</sup>.

Élettartam eredmények: kifáradási terhelés (90%) az anyán 23985 N, kifáradási terhelés (90%) az orsón 16342 N.

Az érintkezési maximumok és a kifáradási terhelések értékei mind a szakirodalmi, mind pedig neves golyósorsó gyártók hasonló mérettartományba eső termékeinek ugyanezen értékeit is jól közelítik.

## 7. ÖSSZEFOGLALÁS

Nem szabványos golyósorsók élettartamának meghatározására kétféle eljárást dolgoztunk ki a golyóscsapágyakra vonatkozó elméletek alapján. A módszerek jó becsléssel szolgálnak szabványos konstrukciókra is.

## 8. KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A kutató munka a TÁMOP-4.2.1.B.10/2/KONV-2010-0001 jelű projekt részeként – az Új Magyarország Fejlesztési Terv keretében – az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

## 9. IRODALOMJEGYZÉK

- [1] PONOMARJOV, SZ. D.: Szilárdsági számítások a gépészetben, III. Kötet. Lemezok. Héjak. Vastagfalú csövek. Érintkezési Feszültség. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1966.
- [2] MOLNÁR, L., dr. VARGA, L.: Gördülő csapágyazások tervezése. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1977.
- [3] BÉDA, Gy., KOZÁK, I.: Rugalmas testek mechanikája. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1987.