BEVEZETÉS A FOGASKERÉK GEOMETRIA DINAMIKAI VIZSGÁLATOKRA GYAKOROLT HATÁSÁBA

AN INTRODUCTION TO THE INFLUENCE OF GEAR GEOMETRY ON DYNAMIC ANALYSIS

Szűcs Renáta, levelező doktorandusz, Miskolci Egyetem, Gép- és Terméktervezési Tanszék
Dr. Kamondi László, egyetemi docens, Miskolci Egyetem, Gép- és Terméktervezési Tanszék

ABSTRACT

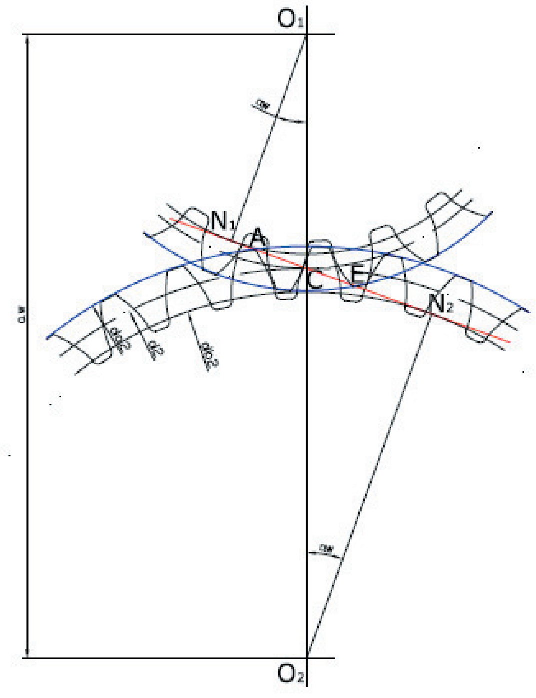
Nowadays dynamic analysis of gears has a great importance. One of the strictest demands is the low noise density of gears. In order to achieve this requirement development of an appropriate dynamic model is essential. In this study we analyse a possible dynamics in which the kinematics parameters can be introduced.

1. BEVEZETÉS

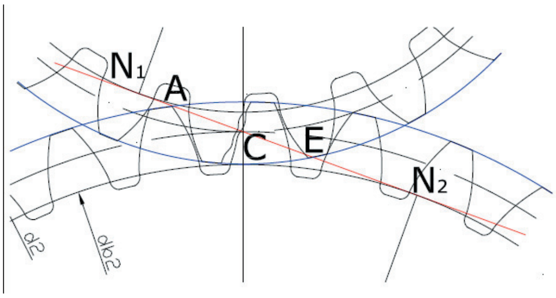
A fogaskerekekkel szemben támasztott követelmények egyre inkább előtérbe kerülnek. Ezen követelmények közül kiemelkedő jelentőséggel bír a zaj. A fogaskerék kapcsolat zajszintjére a beépítési hibákon túl hatást gyakorol a fogak rugalmas deformációja, illetve az alaposztás- és a profilhiba. Elmondható, hogy tökéletes fogprofilt feltételezve is fellépnek dinamikus hatások, melyek a kapcsolódás során zajt idéznek elő. Mindemellett a fogaskerék használata során fellépő kopás következtében a fogprofil mikroszkópikus hibái növekednek, melynek következtében szintén növekedhet a hajtás zajszintje. Ezen cikkben betekintést kívánunk nyújtani a fogaskerék geometriájának hatására a fogaskerék dinamikai viszonyaira.

2. GEOMETRIAI VISZONYOK

A fogprofilok egzakt leírása több módszer segítségével is megvalósítható. Ezen módszerek: differenciál- geometria módszere, Gohman-féle módszer, fogprofil-merőlegesek módszere stb. [1]. Ismert fogprofilok esetén a kapcsolóvonal (kapcsológörbe) meghatározása szintén lehetséges kidolgozott analitikus módszerek segítségével [1]. Az előbbiekben említett módszerek segítségével a hibátlan geometriával rendelkező fogaskerekekhez kapcsolódó fogaskerekek fogprofil geometriáját, illetve az ismert hibátlan fogprofil geometriával rendelkező fogaskerekek kapcsológörbéjét határozhatjuk meg. Hengeres, egyenes fogazatú evolvens fogazat esetén az 1. ábrán látható egyszerű geometriai módszer segítségével is meghatározhatjuk a kapcsoló egyenest. Viszont amint azt a 2. ábra mutatja a fogprofil nem szándékos (gyártási hiba, kopás stb.), illetve szándékos hibája (pl.: foglenyesés, alámetszés) esetén a kapcsolódás nem feltétlenül a kapcsoló egyenes adott pontjában következik be. Ezen túlmenően, mint azt már több tanulmány is leírta terhelés alatt a fogak rugalmas deformációja következtében a hajtott kerék a tökéletesen merev fogakat feltételezett névleges szöghelyzetéhez képest elmarad. Így a kapcsoló egyenes az eredeti AE szakaszhoz képest kiszélesedik, vagyis az A pont előtt és az E pont után is bekövetkezhet kapcsolódás [2]. Az előbbiekben leírtak miatt célszerű egy olyan függvény bevezetése, mely a kapcsolódás adott pontjában egzakt módon leírja a fennálló kinematikai hibát.



1. ábra: Evolvens fogprofilú fogaskerék kapcsolódása hibátlan fogprofil esetén



2. ábra: A fogazat hibájának hatása

A kinematikai gerjesztő hatás célszerű matematikai leírására *Márialigeti J.* [2] a profilpárokon értelmezett

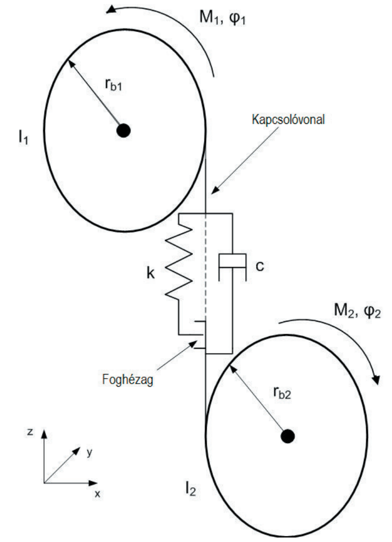
$$\delta_j(\varphi_1) = r_{b2} \cdot (\varphi_{2u} - \varphi_2) \qquad (1)$$

érintkezési függvényt vezeti be. Az 1. összefüggés megadja a hajtott kerék tényleges szöghelyzetének a névleges szöghelyzethez viszonyított eltérésének kapcsolóvonal hosszban kifejezett értékét, abban az esetben, ha a j-edik profilpár terhelésmentesen kapcsolódik. Az előbbiekben meghatározott függvény segítségével lehetőség nyílik a kapcsolódás során lejátszódó zavarok kinematikai voltának vizsgálatára.

3. MOZGÁSEGYENLET

Több tanulmány is foglalkozik a fogaskerekek dinamikai vizsgálatával, a lehetséges modellek felállításával és a modellekre alkalmazott mozgásegyenletek megoldásával. [3-8] Célunk, hogy ezen mozgásegyenletek paramétereként a fogaskerék kinematikai viszonyait figyelembe lehessen venni. A következőkben ezen paraméterek bemutatására kerül sor. Elsőként tekintsük a 3. ábrán látható dinamikai modellt, és a modellhez tartozó (2) számú mozgásegyenletet.

A 3. ábrán látható dinamikai modellben [3-8] a fogaskereket egy-egy forgó tömeggel helyettesítjük, míg a kapcsolódást egy rugóval és egy, a sebességgel arányos csillapítással helyettesítjük. Az 3. ábrán látható dinamikai modell és a (2) egyenlet nem teszi lehetővé számunkra, hogy a fogazat kapcsolódását a valóságnak megfelelően vizsgáljuk, mivel ez esetben a fogpárok egyenkénti kapcsolódásának viszonyait nem tartalmazza. Másrészt ezen modell nem tartalmazza a szerelésből eredendő hibák következményeként fellépő dinamikus hatásokat sem.



3. ábra A fogaskerék hajtás dinamikai modellje

$$m \cdot \ddot{x} + c \cdot \dot{x} + k(t) \cdot h(x) = f_T(t) \cdot f_M(t) \qquad (2)$$

ahol:

$$m = \frac{I_1 \cdot I_2}{I_1 \cdot r_{b2}^2 + I_2 \cdot r_{b1}^2} \qquad (3)$$

$$f_T(t) = \frac{r_{b1} \cdot I_2 \cdot M_1 + r_{b1} \cdot I_1 \cdot M_2}{I_1 \cdot r_{b2}^2 + I_2 \cdot r_{b1}^2}$$

$$f_M(t) = -m \cdot \ddot{e}(t)$$

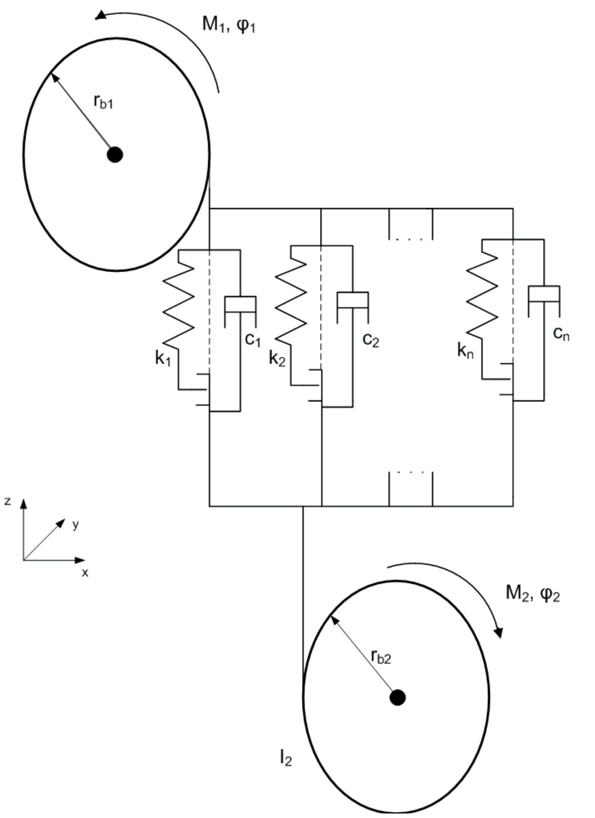
$$h(x) = \begin{cases} x - b, & x \geq b \\ 0, & |x| < b \\ x + b, & x \leq -b \end{cases}$$

2b: a teljes foghézag
c: a kapcsolódásban lévő fogak merevsége
k(t): a kapcsolódásban lévő fogak csillapító hatása
e(t): statikus átviteli hiba

A (2) egyenlet által meghatározott nemlineáris differenciálegyenlet megoldásával már több tanulmány is foglalkozott [3-6]. Ezen tanulmányok az említett differenciál egyenletet különböző módszerek segítségével már megoldották, viszont az egyenletben szereplő nemlineáris tagok – leginkább a k tényező – a valóságot még inkább megközelítő felírása még egy a jövőben megoldandó probléma. Ezen kívül a megoldási módszerek többsége mérnöki szempontból kevésbé alkalmazható jól, ezért a megoldási lehetőségek keresésének még a mai napig van létjogosultsága.

A modell hiányossága ezen kívül, hogy figyelmen kívül hagyja a kapcsolószámot, illetve a kapcsolószám változásának lehetőségét a kapcsolódási folyamat során. Éppen ezért szükséges a 3. ábrán látható modell ponto-

sítása, melynek segítségével már az előbbi paraméterek sokkal pontosabban vehetőek figyelembe.
A bemutatott modell a teljes foghézagot állandó értékűnek veszi, mely szintén nem feltétlenül tekinthető minden esetben elfogadottnak.
A statikus átviteli hiba célja, hogy a kapcsolódás során fellépő kinematikai eltéréseket – kopás következtében fellépő, foglenyesés, szerelés következtében megjelenő kinematikai hiba stb. - magába foglalja.



4. ábra A fogaskerék hajtás módosított dinamikai modellje

3.1. A módosított dinamikai modell

Annak érdekében, hogy a fogpárok egyenkénti kapcsolódását is figyelembe tudjuk venni, illetve vizsgálni tudjuk, a kapcsolódást nem egyetlen rugó segítségével, hanem egy rugórendszer segítségével kell modellezni. A rugórendszerben a fogpárok kapcsolódását párhuzamosan kapcsolt rugók segítségével vesszük figyelembe [2]. Így lehetőség nyílik arra, hogy a valóságot egy sokkal jobban megközelítő modellel foglakozzunk, mivel ez esetben az egyes fogpárok egyedi tulajdonságait is figyelembe lehet venni.
A 4. ábrán látható modell még mindig nem tartalmazza a szerelésből adódó hibák következtében fellépő dinamikai hatásokat, viszont azok már könnyen bevezethetőek lesznek, ha az ábrán található modell által meghatározott mozgásegyenlet, illetve az abban szereplő paraméterek meghatározása illetve megoldása után.

4. ÖSSZEFOGLALÁS

A feladat nehézségét a paraméterek nagyszámú változata adja. Mivel a 4. ábrán található modell az egyes fogak kapcsolódását külön-külön veszi figyelembe, így az alkalmazott k, c, e, b paraméterek folyamatosan változnak, így szükséges megtalálni ezen változatok periodicitását a megoldás előállításának érdekében.

IRODALOM

[1] F. L. Litvin: A fogaskerék kapcsolás elmélete, Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1972.
[2] Dr. Márialigeti János, Lovas László: Kaotikus lengések lenyesett fogazatú fogaskerekeken. GÉP, LV. évfolyam, 2004.
[3] Grzegorz Litak, Michael I. Friswell: Dynamics of a Gear System with Faults in Meshing Stiffness. Kluwer Academic Publishers, 11 May 2004
[4] Grzegorz Litak, Michael I. Friswell: Vibration in gear systems. Chaos, Solitons and Fractals (2003) p. 795-800
[5] S. Theodossiades and S. Natsiavas: Non-linear dynamics of gear-pair systems with periodic stiffness and backlash. Journal of Sound and Vibration (2000) 229(2) p. 287-310
[6] H. Rahnejat, S. Rothberg: Multi-body Dynamics, Monitoring and Simulation Techniques, Professional Engineering Publishing, p. 299-322
[7] Marian Wiercigroch, Bram de Kraker: Applied nonlinear dynamics and chaos of mechanical systems with discontinuities. World Scientific Series on Nonlinear Science, Series A Vol. 28., p. 177-203
[8] A. Kahraman and R. Singh: Non-linear dynamics of a spur gear pair. Journal of Sound and Vibration (1990) 142(1), 49-75
[9] R. Szűcs, L. Kamondi: Fogaskerekek dinamikai vizsgálatának egy lehetősége. OGÉT 2010. Nagybánya, 416-420