

RUGALMAS MECHANIZMUSOK FLEXIBLE BODY MECHANISMS

*Péter József PhD, egyetemi docens, Németh Géza, egyetemi adjunktus
Miskolci Egyetem Gép- és Terméktervezési Tanszék*

Summary. Nevertheless the elastic deformation of bodies due to load is known for ages, there are only few mechanisms based on these relation. This paper analyses mechanisms based on the elastic deformation of bodies. At this area the first recognition was made by Robert Hooke and the classification by C. W. Musser

1. Bevezetés

A géptervezésnél használt eljárások többsége a merevtest modellen alapszik. Ez a széles körben alkalmazott elméleti megközelítés feltételezi, hogy a testen belül két pont megtartja egymáshoz viszonyított távolságát, ezért a test merevnek tekinthető. A merevtest modellt a feladat egyszerűsítése érdekében célszerű használni. Ez a feltételezés természetesen nem igaz, mivel terhelés hatására a testen belüli pontok egymáshoz viszonyítva elmozdulnak. A test rugalmasságából eredő elmozdulások más jelenségekkel együtt mechanizmusok működésének alapjai lehetnek.

2. Az utolsó reneszánsz tudós, Robert Hooke

A mechanikával foglalkozók és a gyakorló mérnökök számára egyaránt jól ismert Robert Hooke (1635-1703) neve. Matematikai tudása és eszközkészítő zsenialitása nagyban hozzájárult, hogy kezdetben Robert Boyle (1627-1691) kutatótársa, majd Boyle ajánlására 1662-ben a Royal Society kísérletekért felelős kurátora lett. Kutatásait a gondos tervezés, igényes kivitelezés, a tapasztalatok és a mért értékek részletes és igényes elemzése, írásait a világos, jól érthető stílus valamint a szép illusztrációk jellemezték. Hooke kortársaihoz hasonlóan sokat foglalkozott különféle órák tervezésével. A súlyhajtású órákat követő rugós órák bevezetése után a fizikusok Európában nagy gonddal tanulmányozták a fémek rugalmasságát, a rugók viselkedését, vagyis az órák

legfontosabb részeinek fizikai tulajdonságait. Hooke gondosan megtervezte kísérleteit ezen a téren is. Tapasztalatait a mai mérnök által jól ismert és a rugalmassági határig érvényes modellben összegezte: „**a rugalmas anyagok a terheléssel arányosan megváltoztatják alakjukat**”. Hooke először 1660-ban közölte ilyen tárgyú megfigyeléseit, majd 1665-ben a „Micrographia”-ban ismertetett további részleteket. Részletesen tárgyalta a rugalmasságtan egyes részleteit 1678-ban a „De Potentia Restitutiva”-ben, ahol az órákhoz kapcsolódó alapkísérletek mellett általános mechanikai megfontolások alapján osztályozta a különféle anyagok rugalmas viselkedését. A mechanika történetében ez volt az első szakkönyv, ahol részletes adatokat közöltek a különböző szerkezeti elemek (rudak, rugók, kötelek, stb.) terhelés hatására bekövetkező alakváltozásáról. A Robert Hooke által alaposan tanulmányozott rugókon túl közel négyszáz évekig kevés olyan mechanizmus született, melyek működése a testek rugalmas alakváltozásán alapszik.

3. Egy hivatásos feltaláló, Clarence Walton Musser

Clarence Walton Musser 1909-ben, az Egyesült Államokban, a pennsylvaniai Lancasterben született. Felsőfokú tanulmányait a Manheim-i Borough Public High School-on 1926-ban fejezte be.

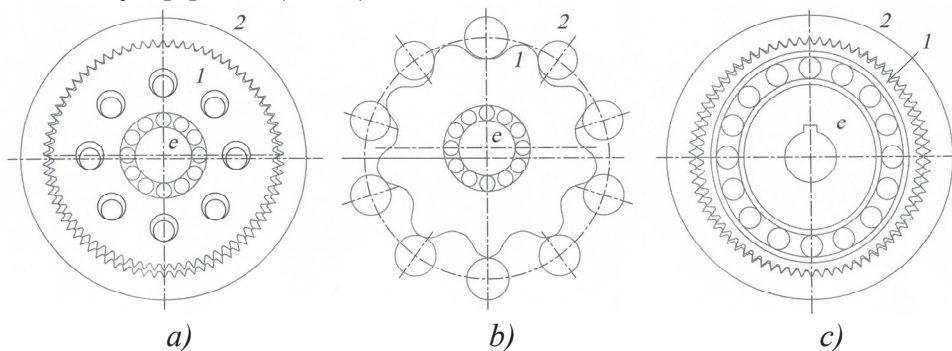


1. ábra. Clarence Walton Musser
(1909-1998)

Musser főfoglalkozású feltaláló volt, amitt több egyetemen, köztük az M.I.T.-n és a Pennsylvania Egyetemen oktatta. Számos üzleti vállalkozások mellett tanácsadója volt az Egyesült Államok kormányának és a General Motors-nak. Tizenöt évig az USA Védelmi Minisztériumának szakértője, a II. világháború alatt életmentő szerkezetek, pl. robbanó töltettel működtetett katapult, pilótafülke tetőleválasztó és ejtőernyő kioldó fejlesztője volt. A II. világháborút követő munkája úttörő a **testek rugalmas alakváltozásán alapuló mechanikus hajtóművek területén.**

4. Alakváltozó fogaskerék

A fogaskerék-hullámhajtómű, C. W. Musser találmánya [2] a 2. a) és b) ábrán



2. ábra. a) Fogaskerék-bolygómű, 1 bolygókerék, 2 gyűrűkerék, e excenter. b) Cyclo-hajtómű. 1 bütykös tárcsa, 2 csapos kerék, e excenter. c) Fogaskerék-hullámhajtómű, 1 hullámkerék, gyűrűkerék, e (más esetben g) generátor. A fogszámok z_1 és z_2 .

Ha az e excenter hajtja az 1 külső fogazatú kereket (a hajtás iránya $e \rightarrow 1$), az 1 kerék az a) és b) esetben a 2 kerékhez viszonyítva bolygó mozgást, a c)

látható fogaskerék-bolygómű változata. A hullámhajtóműben az eredetileg hengeres fogaskerék az e generátor hatására **oválisra alakváltozik** és két helyen kapcsolódik a belső fogazatú kerékkel.

Az 1 , 2 és e hajtóműelemek a házhoz vagy állványhoz viszonyítva ω_1 , ω_2 , és ω_e szögsebességgel forognak. Az 1 és 2 keréknek e generátorhoz viszonyított szögsebessége $\omega_{1e} = \omega_1 - \omega_e$ és $\omega_{2e} = \omega_2 - \omega_e$. Ha a hajtás iránya $1 \rightarrow 2$, egy külső fogazatú kerék hajt egy belső fogazatú kereket. Az 1 és 2 kerék r_{w1} és r_{w2} sugarú gördülőkörök az e excenterhez viszonyítva $v = r_{w1} \omega_{1e} = r_{w2} \omega_{2e}$ sebességgel mozognak. A gördülőkör sugarak egyenesen arányosak a fogszámokkal, ezért egyszerűsítés után a $z_1 \omega_{1e} = z_2 \omega_{2e}$ összefüggést kapjuk. Az összefüggést átalakítva és az $u = \frac{z_2}{z_1}$ fogszámviszonyt

bevezetve az e generátorhoz viszonyított áttétel

$$i_{12}^e = \frac{\omega_{1e}}{\omega_{2e}} = \frac{\omega_1 - \omega_e}{\omega_2 - \omega_e} = \frac{z_2}{z_1} = u \quad (1)$$

esetben hullámmozgást végez. A 2 kerékhez viszonyított áttételt az (1) összefüggés átalakítása után kapjuk

$$i_{e1}^2 = \frac{\omega_{e2}}{\omega_{12}} = \frac{\omega_e - \omega_2}{\omega_1 - \omega_2} = \frac{l}{l-u} = -\frac{z_1}{z_2 - z_1}. \quad (2)$$

5. Testek rugalmas alakváltozása

A testek rugalmas alakváltozásában rejülő lehetőségeket Musser az [1]-ben foglalta össze. A vizsgált elvek:

1. Ívhajlás (Arcuation)
2. Integrálás (Integration)
3. Szélhajlás (Scalloping)
4. Differenciálás (Differential)
5. Felületi nyúlás (Interfacial strain)
6. Poisson hatás (Poisson's wedge)
7. Torziós emelő (Torsion lever)
8. Csavart szalag (Twisted strip)

A fogaskerék-hullámhajtómű és változatai más elvekkel kiegészülve az ívhajlítás, az

integrálás és a szélhajlás elvén nyugszanak.

5.1. Ívhajlás

A 3. ábrán látható állandó keresztmetszetű síkgörbe rúd k középvonala egy r sugarú körív, általános esetben egy $\rho = \rho(\varphi)$ görbületi sugarú görbe. Terhelés hatására a rúd k középvonala a k' vonalba megy át. A középvonal pontjai érintő és sugár irányban elmozdulnak; $w = w(\varphi)$,

$v(\varphi) = -\int w(\varphi) d\varphi$, a normális elfordul;

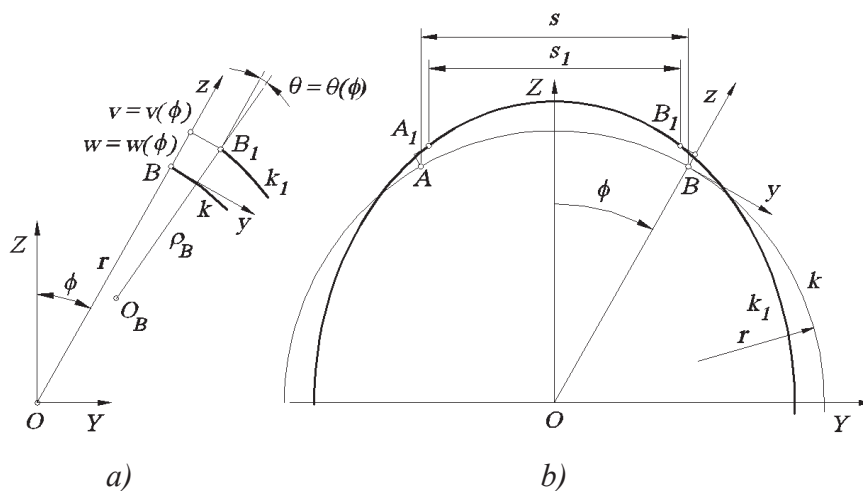
$\vartheta(\varphi) = \frac{l}{r} \left(v - \frac{dw}{d\varphi} \right)$, a középvonal

görbülete megváltozik

$\kappa(\varphi) = \frac{l}{\rho(\varphi)} = -\frac{l}{r^2} \left(\frac{d^2 w}{d\varphi^2} + w \right)$. A húr

hosszváltozása általános esetben

$s_1 - s = f(\rho_1 - \rho)$.



3. ábra. Ívhajlítás

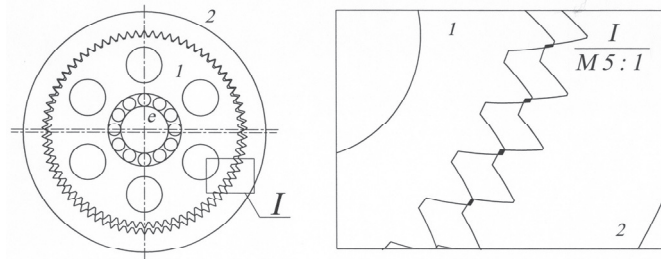
A fogaskerék-hullámhajtómű a belső fogazatú kerékpárból és az őket kapcsolatba hozó excenterből álló 2.a) ábrán látható fogaskerék-bolygómű változata. A (2) áttétel $g \rightarrow l$ hajtásirány

és $\omega_2 = 0$ esetben $i_{g1}^2 = \frac{\omega_{g2}}{\omega_{12}} = -\frac{z_1}{z_2 - z_1}$.

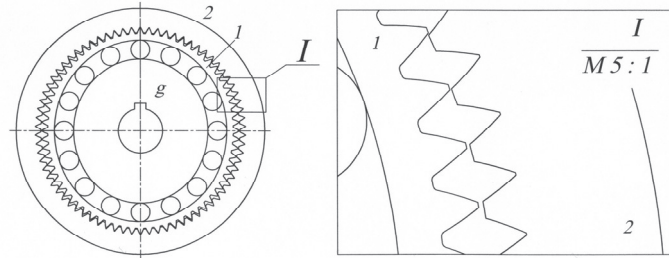
amit a z_1 fogszámmal arányos méret

növekedés és a kis $\Delta z = z_2 - z_1$ fogszám különbséggel együtt járó fogakadás korlátoz, amint a 4. ábra mutatja.

A fogaskerék-hullámhajtómű l jelű külső fogazatú kerékét a g generátor oválisra deformálja. A kapcsolódás lehetséges ívén $\rho(\varphi) < r$, fogfejek között a húr hosszak csökkennek $s > s_1$, és a fogak nem akadnak.



4. ábra. A fogaskerékpár fogai akadnak



5. ábra. Az oválisra hajlított kerék fogai nem akadnak

5.2. Szélhajlás

A 6. ábrán látható hullámkerék középfelülete a vizsgálat kezdetén egy r sugarú egyenes körhenger. A generátorról feltételezzük, hogy síkban hat a hullámkerékre. A generátor síkja az $A-A$ sík, amelyik a középfelületből egy r sugarú középkört metsz ki (3.b) ábra). A generátor hatására a középkör elliptikusra

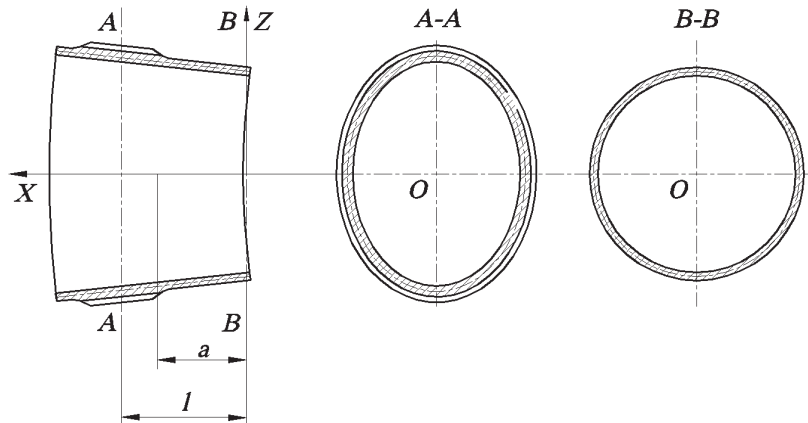
deformálódik, pontjai sugár irányban és érintő irányban elmozdulnak:

$$w_{x=l} = w(\varphi)_{x=l}, \quad v(\varphi)_{x=l} = -\int w(\varphi)_{x=l} d\varphi.$$

A hullámkerék végén a $B-B$ síkban a körtől való eltérése elhanyagolhatóan kicsi;

$$w_{x=0} = w(\varphi)_{x=0} \approx 0,$$

$$v_{x=0} = v(\varphi)_{x=0} \approx 0.$$



6. ábra. Szélhajlás

A középhenger egyenes alkotói a hullámkerék alakváltozása során egyenesek maradnak. A középhenger alkotóinak sugár irányú és érintő irányú elmozdulása a φ szög és a hullámkerék végétől mért x távolság függvényében

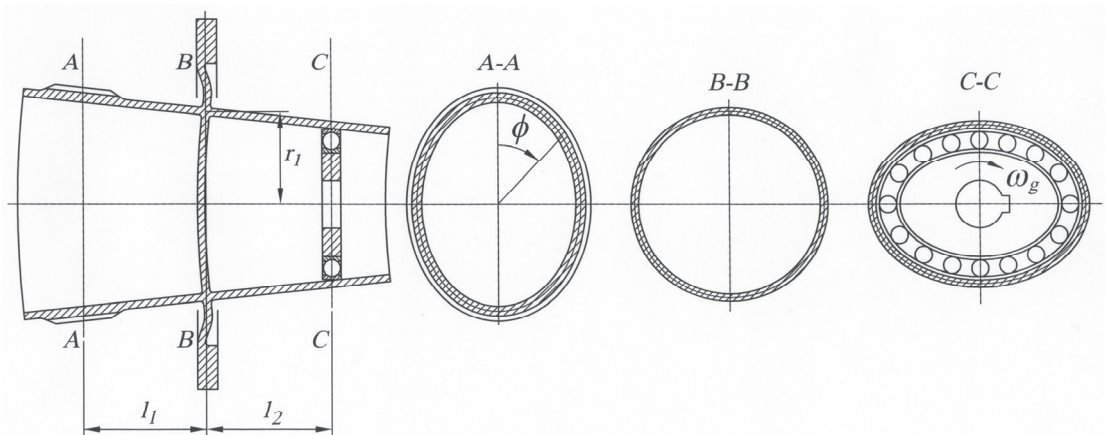
változik: $w_{x=a} = w(\varphi)_{x=l} \frac{a}{l}$ és

$$v_{x=a} = v(\varphi)_{x=l} \frac{a}{l}.$$

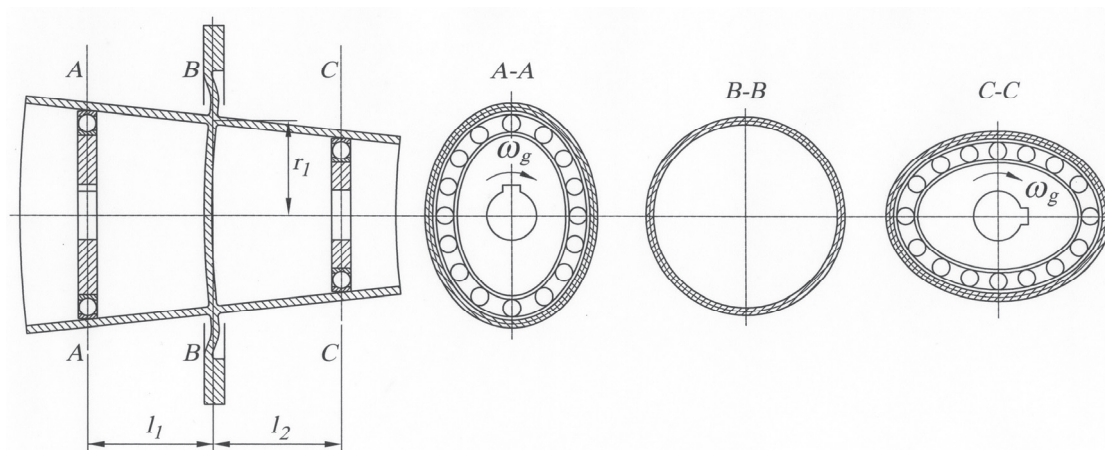
A középkör pontjai tengelyirányban is elmozdulnak. A tengelyirányú

elmozdulás a generátor síkjában
 $u(\varphi)_{x=l} = -r \int \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)_{x=l} d\varphi$. Mivel a
 középfelület alkotóinak hosszirányú

változása elhanyagolhatóan kicsi, az alkotó
 tengelyirányú elmozdulása állandó;
 $u(\varphi)_{x=l} = u(\varphi)_{x=a} = u(\varphi)_{x=0}$.



7. ábra. Szélhajtás elvén alapuló hermetikus hullámhajtómű

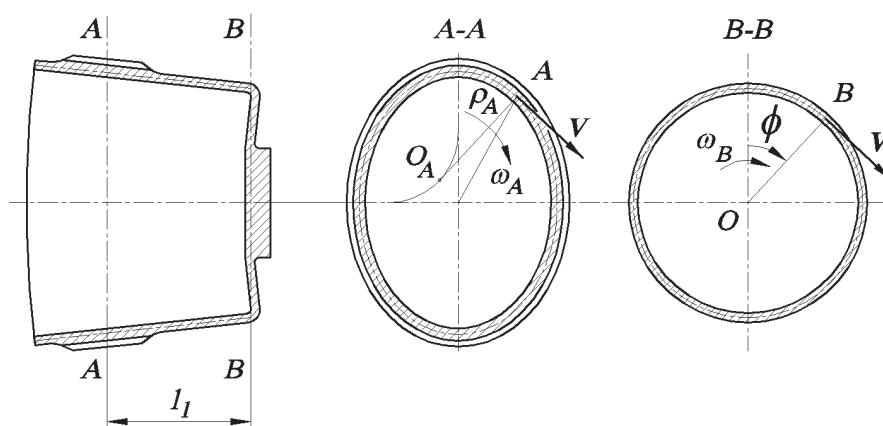


8. ábra. Szélhajtás elvén alapuló hullám-tengelykapcsoló

A 7. és 8. ábrán a szélhajtás elvén
 alapuló hermetikus hajtómű és hermetikus
 tengelykapcsoló látható. A kettős cső alakú
 hullámkerék két részét a közös peremes
 zárt fenék mozgó tömítés nélkül
 elválasztja. A hullámkerék középfelülete
 egy r_l sugarú egyenes körhenger, alkotói a
 kerék alakváltozása során egyenesek
 maradnak. A hullámkerék zárt végétől l_2
 távolságra a generátor hatására a C-C
 síkban oválisra deformálódik. Középvonalának pontjai sugár, érintő és
 tengely irányban elmozdulnak;
 $w_{x=l_2} = w(\varphi)_{x=l_2}$, $v_{x=l_2} = v(\varphi)_{x=l_2}$,

$u_{x=l_2} = u(\varphi)_{x=l_2}$. A B-B síkban a kerék a
 generátorhoz viszonyítva csak tengely
 irányú mozgást végez; $w_{x=0} = 0$, $w_{x=l_2} = 0$,
 $u_{x=0} = u(\varphi)_{x=l_2}$. A bal oldali kerékrész a
 deformált fenék hatására alakváltozik. A
 bal oldali térrészben a kerék sugár irányú,
 érintő irányú és tengely irányú
 elmozdulása $w_{x=l_1} = w(\varphi + \frac{\pi}{2})_{x=l_2} \frac{l_1}{l_2}$,
 $v_{x=l_1} = v(\varphi + \frac{\pi}{2})_{x=l_2} \frac{l_1}{l_2}$, $u_{x=l_1} = u(\varphi)_{x=l_2}$. A
 jobb oldali generátor hullámkerékhez
 viszonyított elfordulása közben a
 hullámszerűen alakváltozó kerék hajtja a

bal oldali kerékhez kapcsolódó belső fogazatú fogaskereket (a 7. ábra nem mutatja) vagy a 8. ábrán látható generátort. A bal oldali és jobb oldali kerékrész közötti mozgás nyugvó tömítéssel valósul meg; innen ered a hermetikus hajtómű elnevezés,



9. ábra. Integrálás

A hullámkerék hossz tengelyére merőleges tetszőleges $A-A$ metszetében a középvonal pontjai érintőirányban v sebességgel mozognak. A középvonal tetszőleges A pontjában a középvonal görbületi sugara $\rho_A(\varphi)$, a görbületi középpont O_A . A v sebességgel mozgó A pont az O_A pont körül $\omega_A(\varphi) = \frac{v}{\rho_A}$

szögsebességgel forgó mozgást végez. A hullámkerék szélén a $B-B$ metszetben a középvonal pontjai r sugarú kör mentén v sebességgel mozognak, a szögsebesség $\omega_B = \frac{v}{r}$. Az állandó hosszúságú középfelület pontjainak változó szögsebességét integrálja, a középfelület

$\omega = \frac{v}{r} = \frac{I}{2\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \frac{v}{\rho_A(\varphi)} d\varphi$ szögsebességgel forog.

6. Összefoglalás

Robert Hooke felismerésén, a testek terhelés hatására bekövetkező rugalmas alakváltozásán napjainkig kevés

5.3. Integrálás

A hullámkerék középfelülete egy végetlenített szalaghoz hasonló r sugarú körhenger. A hullámkerék a generátor hatására homlokfelületénél oválisra alakváltozik, másik széle kör alakú marad. Deformált középfelülete a generátorhoz viszonyítva érintő irányú v sebességgel forgó mozgást végez.

mechanizmus nyugszik. A C. W. Musser találmánya, a fogaskerék-hullámhajtómű a klasszikus fogaskerék-hajtások ellenségének tekintett rugalmas alakváltozáson alapszik. A cikkben a szerző az ívhajlás, az integrálás, a szélhajlás, a fogaskerék-hullámhajtómű és a hullám-tengelykapcsoló néhány összefüggésével foglalkozik.

7. Felhasznált irodalom

- [1] Musser C.W.: Elastic-Body Mechanics. Machine Design. 1961. No. 6. 150-156.
- [2] US Pat. 2906146, 1959.