

# TÚGÖRGŐS CSAPÁGYAK EGYSZERŰSÍTETT MODELLEZÉSE MÉRNÖKI SZERKEZETEK VÉGESELEMES ANALÍZISÉHEZ

## SIMPLIFIED MODELING FOR NEEDLE ROLLER BEARINGS TO ANALYSE ENGINEERING STRUCTURES BY FEM

Molnár László egy. adjunktus\*; Dr. Váradi Károly MTA doktora, egyetemi tanár\*;  
Bódoi Gábor doktorandusz\*; Zwierczyk Péter gm.hallgató\*; Dr. Oroszvály László fejlesztés vezető\*\*

### ABSTRACT

As regards the FE modeling of engineering structures, the modeling of roller bearings – including needle roller bearings in particular – poses a considerable problem. As a consequence of Hertz-type contact, a very dense mesh as well as contact analysis are required to be applied. Our study presents two substituting models which describe the stiffness behavior of needle roller bearings with appropriate accuracy; at the same time, they do not burden the structural model with an unnecessarily great number of elements and nodes and they do not require contact analysis to be completed.

### 1. BEVEZETÉS

Az összetett szerkezetek végeselemes modellezése során nehézséget jelent a gördülőcsapágyak, és ezen belül a tűgörgős csapágyak modellezése. A Hertz-féle érintkezés miatt a kellő pontosság eléréséhez egyrészt igen sűrű hálóra, másrészt kontaktvizsgálat alkalmazására van szükség. Vizsgálataink azt mutatták, hogy egyetlen tűgörgős csapágy „többé-kevésbé” pontos végeselemes merevségi vizsgálatához legkevesebb 43 óra futtatási idő tartozik (egy átlagos konfigurációjú PC-n). Teljesen nyilvánvaló, hogy több csapágyat tartalmazó összetett szerkezet modellje ilyen módon nem építhető fel. Meg kell keresni azokat a helyettesítő modelleket, amelyek a tűgörgős csapágyak merevségi viselkedését kellő pontossággal leírják, ugyanakkor a szerkezeti modellt nem terhelik feleslegesen nagy elem- és csomópont számmal, és nem igénylik kontaktvizsgálat alkalmazását.

### 2. A TÚGÖRGŐS CSAPÁGY RUGALMAS ALAKVÁLTOZÁSÁNAK, RUGÓMEREVSÉ- GÉNEK ANALITIKUS MEGHATÁROZÁSA

Két párhuzamos tengelyű henger érintkezése esetén a rugalmas alakváltozás, azaz a két érintkező test egy-egy távoli, feszültségmentes pontjának közeledése Palmgren szerint [1], [2]:

$$\delta = 1,360 \frac{1}{L^{0,8}} \frac{Q^{0,9}}{E_r^{0,9}} \text{ [mm]}, \quad (1)$$

ahol  $Q$  [N] a két hengert összeszorító erő,  $L$  [mm] az érintkező hengerek effektív hossza,  $E_r$  a redukált rugalmassági modulus, amelynek értéke acél-acél henger esetén:

$$E_r = 109\,890 \text{ MPa}. \quad (2)$$

Mint az az (1) összefüggésből látszik, a Hertz-féle rugalmas alakváltozás henger-henger érintkezés esetén Palmgren szerint nem függ az érintkező hengerek sugarától. (Ezt numerikus vizsgálatokkal is igazoltuk.)

Kovalszkij szerint [3] az érintkezési rugalmas alakváltozást a következő összefüggés szerint lehet meghatározni:

$$\delta = p_{\max} b \frac{1-\nu^2}{E} \left( \ln \frac{d_1}{b} + 0,407 + \ln \frac{d_2}{b} + 0,407 \right), \quad (3)$$

ahol  $p_{\max}$  [MPa] az érintkezési felületen kialakuló maximális felületi nyomás, az ún. Hertz-feszültség,  $b$  [mm] az érintkezési felület fél szélessége,  $d_1$  és  $d_2$  [mm] a két érintkező henger átmérője,  $E$  [MPa] a rugalmassági modulus,  $\nu$  pedig a Poisson-tényező.

Eschmann [4] a külső- illetve a belsőgyűrűnél fellépő rugalmas alakváltozást együttesen adja meg:

$$\delta_b + \delta_k = \left( \frac{1}{26300} \cdot \frac{1}{L^{0,92}} \right)^{1/1,08} Q^{1/1,08} \text{ [mm]}. \quad (4)$$

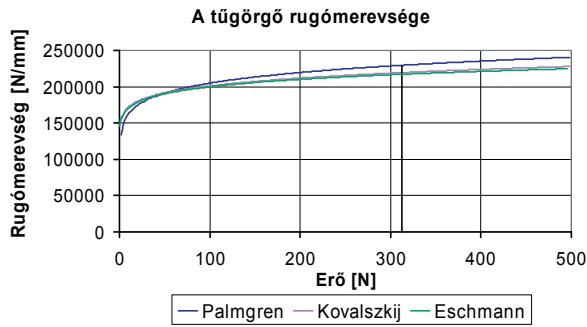
A tűgörgő rugómerevsége (a külső és belső érintkezés együttes figyelembevételével):

$$s_g = \frac{\partial Q}{\partial \delta}, \quad (5)$$

ahol  $\delta = \delta_b + \delta_k$ .

\* Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Gép- és Terméktervezés Tanszék  
\*\* Knorr Bremse Vasúti Járműrendszerek Hungaria Kft.

A három szerző szerinti rugómervség változás a görgő terhelésének függvényében az 1. ábrán látható. (Belső gördülőpálya átmérő  $D_b = 35$  mm; külső gördülőpálya átmérő  $D_k = 45$  mm; gördülőelem átmérő  $d_g = 5$  mm, a tűgörgő hossza  $L = 16$  mm.)



1. ábra. A tűgörgő rugómervsége a görgő terhelésének függvényében.

A csapágy radiális terhelése és rugalmas alakváltozása közötti összefüggés [1]:

$$F_r = K_n \delta^n, \quad (6)$$

ahol  $\delta = \delta_b + \delta_k$ , és a  $K_n$  tényező pedig:

$$K_n = \left[ \frac{1}{\left(\frac{1}{K_b}\right)^{1/n} + \left(\frac{1}{K_k}\right)^{1/n}} \right]^n. \quad (7)$$

$n = 10/9$  (golyóscsapágyak esetén  $n = 3/2$ ). A  $K_b$  és  $K_k$  a belső-, illetve a külsőgyűrűre vonatkoztatott érintkezési állandó, amelynek értéke a tűgörgős csapágy esetén (Palmgren szerint):

$$K_b = K_k = \left( \frac{1}{1,360} \cdot L^{0,8} \cdot E_r^{0,9} \right)^n. \quad (8)$$

A csapágy  $F_r$  radiális terhelése és a  $Q_{\max}$  maximális gördülőelem terhelés közötti összefüggés:

$$F_r = Z Q_{\max} J_r, \quad (9)$$

ahol  $Z$  gördülőelemek száma,  $J_r$  pedig az ún. Sjövall-féle integrál [5], amelynek értéke vonalérintkezési csapágy esetén, 0 radiális hézagra:

$$J_r = 0,2453. \quad (10)$$

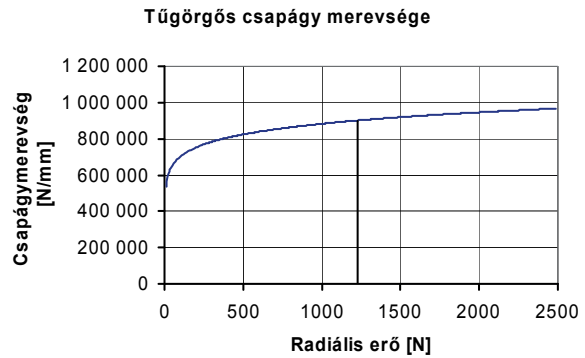
A belsőgyűrű (a tengely) középpontjának radiális irányú rugalmas elmozdulása:

$$u = \left( \frac{Q_{\max}}{K_n} \right)^{1/n}. \quad (11)$$

A csapágy rugómervsége a következő összefüggésből számítható:

$$s_{cs} = \frac{\partial F_r}{\partial u}. \quad (12)$$

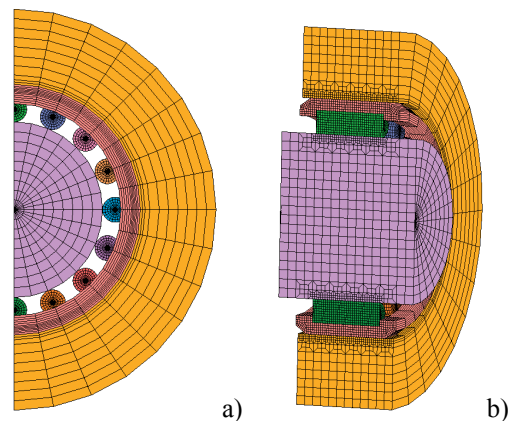
Példaképpen az RNA 35 x 50 x 27,7 típusú tűgörgős csapágy rugómervségét a radiális terhelés függvényében a 2. ábra mutatja be.



2. ábra. A csapágy radiális irányú rugómervsége a radiális terhelés függvényében.

### 3. A TŰGÖRGŐS CSAPÁGY VÉGESELEMES MODELLEZÉSE

Elvégeztük egy „szerkezetbe épített”, valós konstrukciójú tűgörgős csapágy numerikus analizisét. Jól lehet a kontakt felületek miatt a vizsgálat jelentős futási időket igényel, az itt kapott eredmények szolgálnak majd alapul a helyettesítő modellek pontosságának megítéléséhez. A vizsgált tűgörgős csapágy beépítése a 3. ábrán látható.



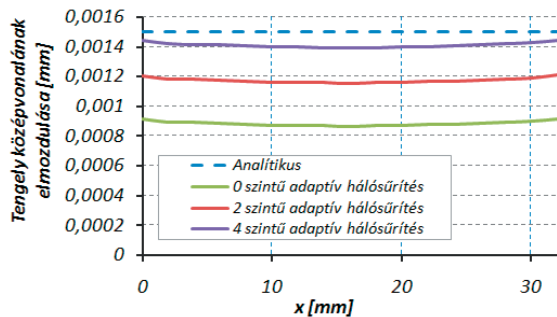
3. ábra. A vizsgált „beépített” tűgörgős csapágy. (RNA 35 x 50 x 27,7). a) oldal nézet; b) izometrikus nézet.

A tűgörgős csapágy viselkedését radiális terhelés (ez összevethető az analitikus számítással) és nyomtérterhelés alatt is vizsgáltuk.

A csapágy terhelése 1250 N, amelyik a tengelyen keresztül terheli a csapágyat. A megadott modellre a megadott feltételek mellett három különböző adaptív hálósűrítés szintű vizsgálatot végeztünk. A vizsgálatok főbb jellemzőit az 1. táblázat foglalja össze. A számítás eredményeként adódó, a tengely középvonalának terhelés irányú radiális elmozdulását a tengely hossza mentén a 4. ábra mutatja.

1. táblázat. A három különböző hálósűrítési szintű modell főbb jellemzői.

	1. vizsgálat	2. vizsgálat	3. vizsgálat
A hálósűrítés szintje	0	2	4
Elemsszám	44 352	96 782	321 608
Csomópont szám	48 865	133 224	502 240
Futási idő	<b>0,35 óra</b>	<b>1,78 óra</b>	<b>42,7 óra</b>



4. ábra. A tengely középvonalának terhelés irányú radiális elmozdulása a tengely hossza mentén.

A 4. ábra jól mutatja, hogy a csapágy merevségi viselkedésének megfelelő pontosságú leírásához legalább 4 szintű adaptív hálósűrítésre van szükség, amikor is a futási idő majdnem 43 óra. (Megjegyezzük, hogy a futási idők „fél csapágyra” vonatkoznak, teljes csapágy vizsgálatok a futási idők a megadottak többszöröse.)

A tűgörgős csapágy nyomtérterhelés alatti viselkedését analitikusan nem, vagy csak jelentős elhanyagolásokkal lehet meghatározni. Egyetlen járható út a numerikus modellezés. A nyomtérterhelést a modellre a tengely két véglapján elhelyezett erőpárral adtuk rá. A nyomtérterhelés a teljes csapágyra 19,6 Nm volt.

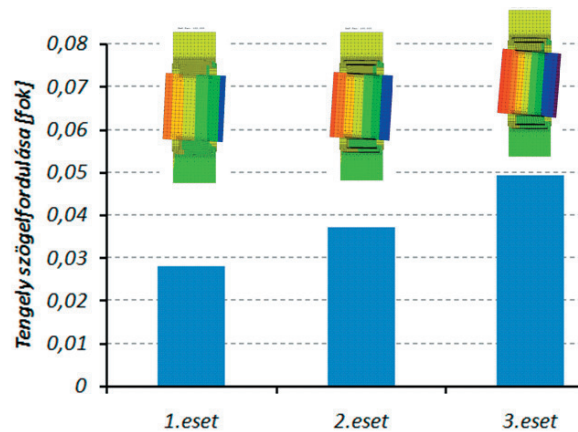
A háromszintű modellel végzett vizsgálat eredményeképpen adódó tengely szögelfordulásokat az 5. ábra szemlélteti.

A nyomtérterheléssel terhelt tűgörgős csapágy numerikus eredményei nem vehetők össze analitikus eredményekkel (mert ilyen nem létezik). Az 5. ábrából viszont látható, hogy a kellő pontosság eléréséhez itt is legalább 4 szintű adaptív hálósűrítésre van szükség. A futtatási idők mintegy 10 %-kal nagyobbak az 1. táblázatban megadottaknál.

## 4. CSAPÁGY HELYETTESÍTŐ MODELLEK

Az összetett szerkezetek végeleemes modelljeiben a tűgörgős csapágyak helyettesítésére kétféle helyettesítő modellt dolgoztunk ki: egy rugós és egy perselyes megoldást. A helyettesítő modellnek kezelni kell tudni:

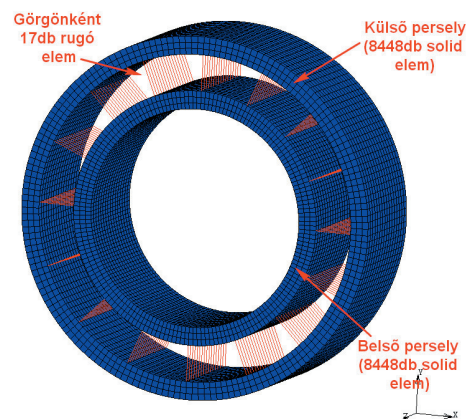
- a csapágyon belül kialakuló terhelés eloszlást;
- a Hertz-féle deformációk mellett a csapágygyűrű(k) és a tengely alakváltozását is;
- a csapágyhézagot;
- és a radiális terhelés mellett a nyomtérterhelést is.



5. ábra. A különböző szintű adaptív hálósűrítésre kapott szögelfordulás értékek.

### 4.1. Rugós helyettesítő modell

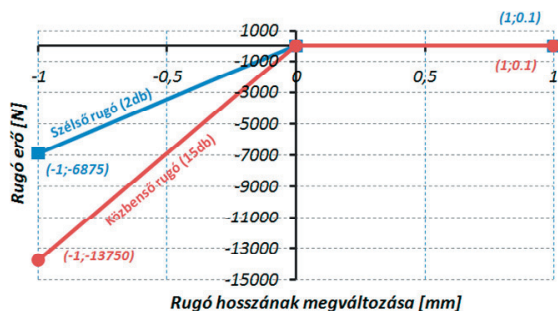
A rugós helyettesítő modell lényege, hogy a gördülőelemeket rugóelem sorral helyettesítjük, amely rugóelemek hordozzák a görgő és a gyűrűk érintkezésének merevségi tulajdonságait (6. ábra).



6. ábra. A tűgörgős csapágy rugós helyettesítő modellje.

A rugók merevségét úgy kell meghatározni, hogy a párhuzamosan kapcsolt rugóelem-sor eredő merevsége feleljen meg a gördülőelem mindkét érintkezési tartomány környezetét jellemző „kontakt” merevségének. A gördülőelem merevsége az (5) összefüggés szerint számítható.

A rugóelem húzásra és nyomásra eltérően viselkedik. A terhelte zónán kívül eső elemek húzottak lennének, de ezek az elemek a terhelésátadásban nem vesznek részt. Az alkalmazott rugóelem karakterisztikáját, azaz a terhelés és elmozdulás kapcsolatát a 7. ábra mutatja be.



7. ábra. A rugóelem terhelés – elmozdulás karakterisztikája.

A belsőgyűrű és/vagy a tengely különböző módon számolt terhelésirányú elmozdulását radiális terhelés esetén a 2. táblázatban foglaltuk össze. A nyomatékkal terhelte helyettesítő modell számítási eredménye a 3. táblázatban látható. Radiális terhelés esetén az eltérés mintegy 20%, nyomatékterhelés esetén pedig 50%. A viszonylag nagyobb eltérés oka, hogy a tényleges csapágy VE modelljénél tovább kellett volna növelni az adaptív hálósűrítést (lásd az 5. ábrát), de erre futtatási időnövekmény miatt nem volt lehetőség.

2. táblázat. A belsőgyűrű rugalmas elmozdulása radiális terhelés esetén.

Számítási mód	A belsőgyűrű radiális irányú elmozdulása [ $\mu\text{m}$ ]
Analitikus <i>Palmgren</i> szerint	1,512
Tényleges csapágy VE szerint	1,41
Rugós helyettesítő modell	1,71

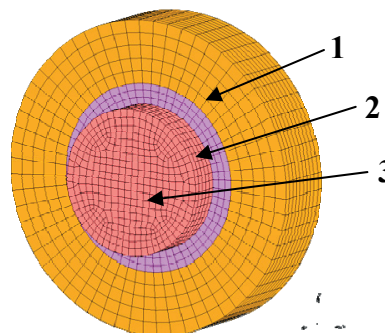
3. táblázat. A belsőgyűrű rugalmas szögelfordulása nyomatékterhelés esetén.

Számítási mód	A belsőgyűrű szögelfordulás [szögperc]
Tényleges csapágy VE szerint	3,0
Rugós helyettesítő modell	4,6

#### 4.2. Perselyes helyettesítő modell

A perselyes helyettesítő modell lényege, hogy a gördülőelem sort egy olyan fiktív anyagi tulajdonságú persellyel helyettesítjük, amelyik a terhelés hatására ugyanúgy alakváltozik, mint az eredeti csapágy (8. ábra). A perselyes

modell előnye a rugós modellel szemben, hogy sokkal egyszerűbb a csapágyat helyettesítő modellt az összetett szerkezeti modellbe beépíteni, hátránya viszont, hogy nem tesz lehetővé olyan „finom beállításokat” (pl. gördülőelemként változó rugómerevség), mint a rugós modell. Megjegyezzük azért, hogy a gyakorlati alkalmazás vonatkozásában a legtöbb esetben a „finom beállításokra” nincs is szükség.



8. ábra. A tégőrgős csapágyat helyettesítő perselyes modell. 1 – külsőgyűrű a házzal; 2 – helyettesítő persely; 3 – belsőgyűrű a tengellyel.

A külsőgyűrű és a helyettesítő persely között ragasztott kapcsolatot, a tengely és a helyettesítő persely között – a terhelési iránytól független – kontakt kapcsolat van. A persely anyaga csak nyomó terhelés felvételére alkalmas.

A perselyes modellel számolt radiális irányú elmozdulás radiális terhelés esetén 1,54  $\mu\text{m}$ , a tengely szögelfordulása pedig a nyomatékterhelés hatására 3,7° szögperc volt.

## 5. ÖSSZEFOGLALÁS

A kutatási-fejlesztési munka keretében kidolgozott mindkét helyettesítő modell alkalmas összetett szerkezetekben a tégőrgős csapágyak helyettesítésére, azaz közelítő modellezésre, és ezzel a több tíz órás futtatási időt néhány percre lehet lecsökkenteni.

## 6. IRODALOM

- [1] Molnár L.-Varga L.: Gördülőcsapágyazások tervezése. MK. Budapest, 1977.
- [2] Palmgren, A.: Grundlagen der Wälzlager technik. Stuttgart, Franck'sche Verlagshandlung, 1964.
- [3] Kovalszkij, B. Sz.: Naprazsennoe szosztovanie u kriterii procsnoszti pri kontaktom szszsati. Naucsnyie zapiszki Harkovszkogo aviaciongnogo insztituta. 5.k. 2.sz. 1940
- [4] Eschmann, P.: Das Leistungsvermögen der Wälzlager. Springer-Verlag. Berlin, 1964.
- [5] Sjövall, H.: Belastnings fördelningen inom kulochrullager vid giuna yttre radial- och axialbelastningar. Teknisk Tidskrift, Mek., 1933. 9. sz.