

Eötvös Loránd munkásságának geodéziai jelentősége

Völgyesi Lajos

DOI: 10.30921/GK.71.2019.5.1

Absztrakt: Eötvös Loránd fizikus, geofizikus kiemelkedő tudósa és közéleti személyisége volt Magyarországnak, munkássága számos területen kapcsolódik a geodézia tudományterületéhez. 1848-ban született és 100 évvel ezelőtt 1919. április 8-án hunyt el. Halálának 100. évfordulója alkalmából számtalan magyarországi és külföldi rendezvényen emlékezünk meg a munkásságáról. A világhírnevet hozó legjelentősebb eredményei a torziós ingájához kapcsolódnak. Arad környékén az ingájával végzett mérések felhasználásával Eötvös Loránd foglalkozott a világon elsőként gradiens-mérések alapján végezhető függővonal-elhajlás interpolációval és a nehézségi erőter szintfelületének részletes meghatározásával. A geoid finomszerkezetének meghatározáshoz szükséges magyarországi gravitációs adatbázisnak kiemelten fontos és értékes részét képezik a korábbi Eötvös-inga mérések. Az alábbiakban az Eötvös-évforduló előtt tisztelegve áttekintjük a műszerének rövid történetét, megismerkedünk a torziós inga működésének alapelveivel, méréseinek jelentőségével és geodéziai felhasználási lehetőségeivel.

Abstract: Significance of Roland Eötvös activity in Geodesy. Roland Eötvös was an outstanding physicist and geophysicist, and some of his work was related to geodesy. He was born in 1848 and died 100 years ago on April 8, 1919. We celebrate the 100th anniversary of his death with numerous events in Hungary and abroad. Roland Eötvös achieved his worldwide fame thanks primarily to the researches about his torsion balance. Using the measurements of his torsion balance around Arad, Roland Eötvös was the first in the world to interpolate deflection of the vertical based on gravity gradient measurements and to determine the fine structure of the potential surface of the gravity field. Earlier torsion balance measurements are a particularly important and valuable part of the Hungarian gravity database for determining the fine structure of the geoid. Celebrating the Eötvös anniversary, we review the brief history of his instruments and the base principle of its operation then the importance of torsion balance measurements and the possibility for geodetic applications of these measurements are summarized.

Kulcsszavak: Eötvös centenáriumi, Eötvös-inga, függővonal-elhajlás, geoid,

Keywords: Eötvös centenary, torsion balance, deflection of the vertical, geoid

A Földmérők Világnapja és az Európai Földmérők és Térinformatikusok Napja konferencián 2019. március 21-én elhangzott *Eötvös Loránd munkásságának mai jelentősége* című előadást követően felmerült az igény a téma írásos összefoglalására és publikálására. Az alábbiakban az előadás írásos változata olvasható.

Eötvös Loránd fizikus, geofizikus kiemelkedő tudósa és közéleti személyisége volt Magyarországnak, munkássága számos területen kapcsolódik a geodézia tudományterületéhez. 1848-ban született, és 100 évvel ezelőtt 1919. április 8-án hunyt el. Halálának 100. évfordulója alkalmából számtalan magyarországi és külföldi rendezvényen emlékezünk meg a munkásságáról. Az UNESCO Általános Konferenciájának 39. ülészakán a 2019. évet Eötvös-évkévvé nyilvánították, de emellett az UNESCO 2016-ban a Világemlékezet Listára felvett 3 Eötvös-dokumentumot is. Magyarországon külön kiemelt figyelmet kap Eötvös Lorándra történő méltó megemlékezés, amellyel kapcsolatos

programok, események és információk a <https://eotvos100.hu> weboldalon érhetők el.

Eötvös Loránd munkásságának napjainkig kiterjedő jelentősége egyaránt tapasztalható a fizikában, a geofizikában és a geodéziában is. A geoid finomszerkezetének meghatározásához szükséges magyarországi gravitációs adatbázisnak kiemelten fontos és értékes részét képezik a korábbi Eötvös-inga-mérések. Arad környékén az ingájával végzett mérések felhasználásával Eötvös Loránd foglalkozott a világon elsőként gradiensmérések alapján végezhető függővonal-elhajlás-interpolációval és a nehézségi erőter szintfelületének részletes meghatározásával. Az ekvivalenciakísérletének nagyobb pontosságú újramérése éppen napjainkban tartja lázban a szakembereket.

A világhírnevet hozó legjelentősebb eredményei a torziós ingájához kapcsolódnak. Az alábbiakban az Eötvös-évforduló előtt tisztelegve áttekintjük a műszerének rövid történetét, megismerkedünk a torziós inga

működésének alapelveivel, méréseinek jelentőségével és geodéziai felhasználási lehetőségeivel.

Az inga működésének alapelve és története

A nehézségi erőter a Föld körül sehol sem homogén. Az 1. ábrán két egymástól ds elemi távolságra lévő P és Q pontban látható a nehézségi erő \mathbf{g}_P és \mathbf{g}_Q vektora, illetve a két pont közötti $d\mathbf{g}$ változása (különbsége). A nehézségi erő $d\mathbf{g}$ elemi megváltozása bármely tetszőleges ds térbeli irányban egyszerűen meghatározható a:

$$d\mathbf{g} = \mathbf{E} ds \quad (1)$$

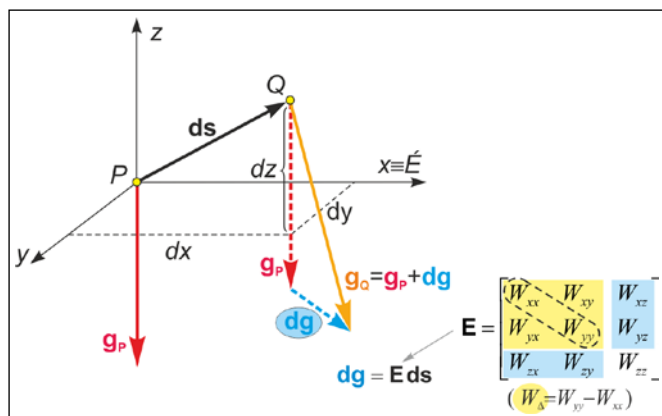
vagy az 1. ábrán látható térbeli derékszögű koordináta-rendszerben a:

$$\begin{bmatrix} dg_x \\ dg_y \\ dg_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{xx} & W_{xy} & W_{xz} \\ W_{yx} & W_{yy} & W_{yz} \\ W_{zx} & W_{zy} & W_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} \quad (2)$$

összefüggéssel, ahol

$$E = \begin{bmatrix} W_{xx} & W_{xy} & W_{xz} \\ W_{yx} & W_{yy} & W_{yz} \\ W_{zx} & W_{zy} & W_{zz} \end{bmatrix} \quad (3)$$

az *Eötvös-féle tenzor*, amely a nehézségi erő W potenciáljának



1. ábra. A nehézségi erő két pont közötti megváltozása.

második deriváltjait tartalmazza. Ebben a szimmetrikus tenzorban szereplő $W_{\Delta} = W_{yy} - W_{xx}$ és W_{xy} görbületi gradiensek, valamint a W_{zx} és W_{zy} horizontális gradiensek *Eötvös-ingával mérhetők*.

Eötvös Loránd 1886-ban kezdett gravitációs kutatásokkal foglalkozni. Kísérleteihez először a 2. ábrán látható vékony szálon függő vízszintes ingakar két végén elhelyezkedő azonos nagyságú tömegekkel rendelkező Coulomb-, (Cavendish)-féle torziós ingát használt. Az inga felfüggesztéséhez alkalmazott torziós szálakat saját módszerével kezelte, speciális terheléssel és hőkezeléssel szabadította meg a szálakat az előállításkor kialakult belső feszültségektől. Eljárásával olyan torziós szálakat tudott előállítani, amelyek kiválóan alkalmasak lettek nagy pontosságú mérések céljaira.

Első gravitációs műszerét, a falra szerelt *gravitációs multiplikátort* 1887-ben építette. A tömegvonzás szemléltetésére az ingaszerkezet alatt a 3. ábra bal oldalán látható állványon elhelyezett ólomgolyókat az inga lengésidejének megfelelő ritmusban mozgatva az ingát lengésbe hozta (Szabó 1999, 2016).

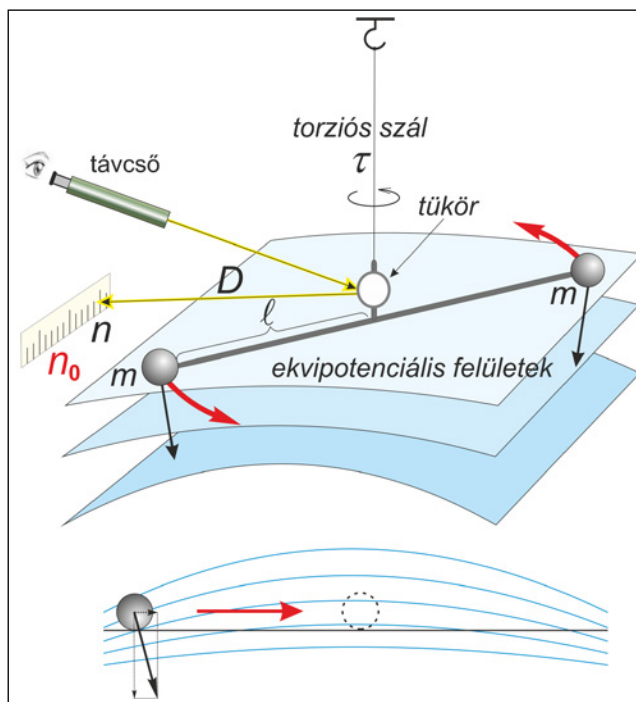
1890-ben készült el a 3. ábra közepén látható *görbületi variométer*, amely már hordozható, állványra épített Coulomb-féle inga volt. Ezzel a görbületi variométerrel végezte Eötvös a súlyos és tehetetlen tömeg arányosságának vizsgálatára vonatkozó első kísérleteit (Szabó 1999; Eötvös 1896).

A görbületi variométer a nehézségi erőter potenciálfelületeinek a gömb-szimmetrikus alakhoz viszonyított eltérései meghatározására alkalmas.

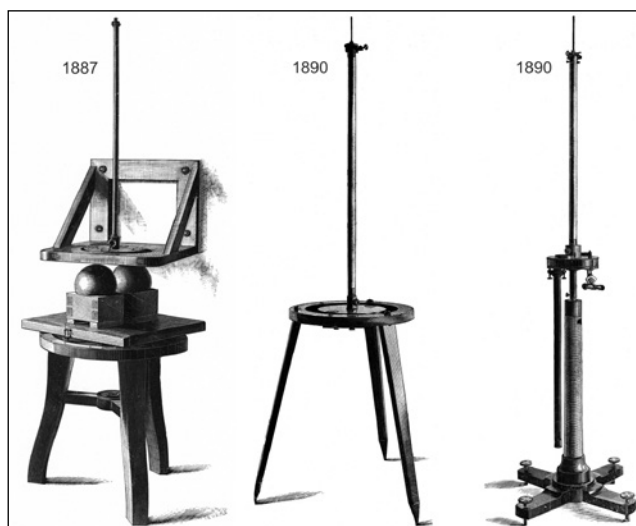
Működésének alapelve legegyszerűbben a 2. ábra alsó részét szemlélve érthető meg, ahol a nehézségi erőter potenciál-szintfelületeinek alakját láthatjuk, benne egy síkon teljesen sűrűlódásmentesen elmozdulni (elgurulni) képes gömb alakú tömeggel. A tömegek a nehézségi erőterben igyekeznek megszabadulni helyzeti energiájuktól, energiaminimumra törekednek, elmozdulnak (leesnek) a magasabb potenciálértékű helyről az alacsonyabb potenciálértékű helyre.

Az ábrán, a síkon elhelyezett tömegről a tömeg helyén lévő szintfelületre merőleges nehézségi erő hat, amely vektornak van egy a vízszintes síkba eső összetevője. Ennek az erőösszetevőnek a hatására a tömeg elmozdul az alacsonyabb potenciálértékű szintfelület irányába, az ábrán szaggatott vonallal ábrázolt energiaminimum helyzetébe.

Ha finom torziós szárra felfüggesztett ingarúd végein elhelyezett tömegeket (Coulomb-mérleget) olyan erőterbe helyezünk, ahol a nehézségi erőter potenciálfelületei koncentrikus gömbfelületek, akkor az ingarúd végein lévő tömegek a térben mindenütt ugyanazon



2. ábra. A görbületi variométer (Coulomb-inga) működési alapelve.



3. ábra. A gravitációs multiplikátor, a görbületi variométer és a horizontális variométer.

potenciál-szintfelületen (azonos helyzeti energiájú helyen) vannak, tehát az ingarúd bárhol nyugalmi helyzetben lehet, ahol a felfüggesztő szál csavarási nyomatéka nulla. Helyezzük el most ezt az ingaszerkezetet olyan nehézségi erőterben, amelynek potenciál-szintfelületei koncentrikus hengerpalástok, amint a 2. ábra felső részén láthatjuk. Ebben az esetben az ingarúdon elhelyezett tömegekre olyan erő hat, amely a szerkezetet abba a helyzetbe fordítja, ahol a tömegek a legkisebb energiájú helyzetbe kerülnek, vagyis az ingarúd a *legkisebb görbület irányába* igyekszik fordulni. Az ingarúd ott lesz nyugalmi

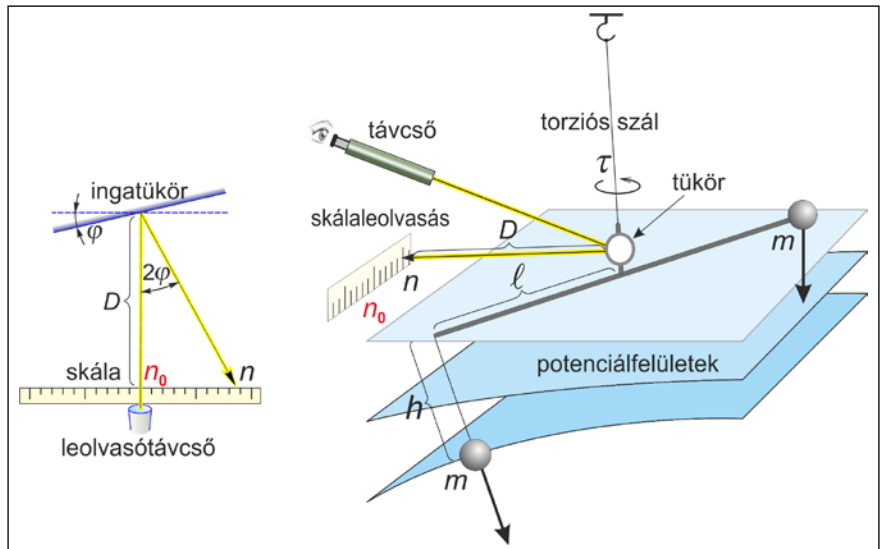
helyzetben, ahol a tömegekre ható nehézségi erő forgatónyomatéka éppen egyenlő lesz a felfüggesztő szál csavarási nyomatékával. Az ingarúd elfordulásának szöge annál nagyobb lesz, minél jobban eltér a nehézségi erőter potenciál-szintfelületeinek alakja a gömb-szimmetrikustól. Az elfordulás szöge az ábrán látható módon az ingarúdra erősített tükör segítségével határozható meg. Ilyen módon tehát a *görbületi variométerrel a potenciálfelületek alakját határozhatjuk meg*, aminek a geodéziában a geoid finomszerkezetének meghatározásában van igen nagy jelentősége.

Eötvös Loránd 1890-ben alkotta meg a következő műszerét, a 3. ábra jobb oldalán látható *horizontális variométert*. Eötvös óriási ötlete az volt, hogy a 0,03–0,02 mm átmérőjű rugalmas wolfram- vagy platinaszálon függő vízszintes ingarúdról az egyik tömeget levette, és a 4. ábrán látható módon vékony szárra felfüggesztve h távolságig lejjebb lógatta.

Erre a szerkezetre egyrészt a nehézségi erőter térbeli változásából származó forgatónyomaték, másrészt ezzel ellentétes értelemben a felfüggesztő szál csavarási nyomatéka hat. Egyensúly esetében a két ellentétes irányú forgatónyomaték egyenlő egymással. Ez teszi lehetővé a nehézségi erőter forgatónyomatékának összehasonlítását a felfüggesztő szál csavarási nyomatékával és így a nehézségi erőter változását jellemző mennyiségek meghatározását. A forgatónyomatékok egyensúlya esetén:

$$-\tau \varphi = K \left(W_{\Delta} \frac{\sin 2\alpha}{2} + 2W_{xy} \frac{\cos 2\alpha}{2} \right) + h \ell m (W_{zy} \cos \alpha - W_{zx} \sin \alpha) \tag{4}$$

ahol W_{zx} és W_{zy} a horizontális gradiens összetevői, $W_{\Delta} = W_{yy} - W_{xx}$ és W_{xy} a görbületi gradiensek, α a műszer felállítási irányának azimutja, h , ℓ és m a 4. ábrán látható paraméterek, K az inga tehetetlenségi nyomatéka, τ a felfüggesztő szál csavarási állandója, φ pedig az ingarúd nyugalmi helyzetétől (a felfüggesztő szál csavarásmentes állapotának irányától) mért elfordulásának szöge (Völgyesi 2002). Az ingarúd φ elfordulási szöge helyett a 4. ábrán látható n skálaértéket olvassuk le, így: $\varphi = (n - n_0) / 2D$, ahol n_0 az inga



4. ábra. A horizontális variométer működési alapelve.

nyugalmi helyzetének (a felfüggesztő szál torziómentes állapotának) megfelelő osztásérték, D pedig a skála és az ingarúdra rögzített tükör távolsága. Ezek figyelembevételével az Eötvös-inga egyenlete:

$$n - n_0 = \frac{DK}{\tau} (W_{\Delta} \sin 2\alpha + 2W_{xy} \cos 2\alpha) + \frac{2Dh\ell m}{\tau} (W_{zy} \cos \alpha - W_{zx} \sin \alpha) \tag{5}$$

Amennyiben ismerjük a műszer D , K , τ , h , ℓ és m állandóit, akkor különböző α azimutokban az ingarúd helyzetét jellemző n skálaleolvasás értékének függvényében az n_0 , W_{Δ} , W_{xy} , W_{zx} és a W_{zy} öt ismeretlen mennyiség meghatározható.

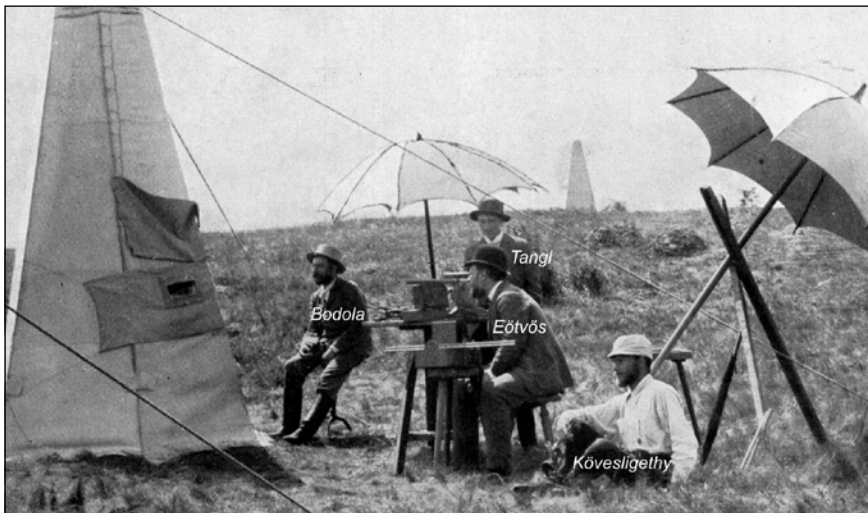
A (4) és az (5) összefüggésből látható, hogy $h = 0$ esetén (ez a Coulomb-inga) csak a W_{Δ} és a W_{xy} görbületi gradiensek határozhatók meg. Azzal tehát, hogy az inga két tömege különböző magasságban helyezkedik el, lehetőség van arra, hogy a W_{Δ} és a W_{xy} görbületi gradiensek mellett a W_{zx} és a W_{zy} horizontális gradienseket is megmérjük. Így az Eötvös-ingával a szintfelületek görbületi viszonyainak meghatározása mellett arra is következtethetünk, hogy a *potenciálfelületek mennyire nem párhuzamosak egymással*.

A torziós szál n_0 csavarásmentes helyzete, valamint a mérési pontban a nehézségi erőter változását jellemző 4 gradiens összesen 5 ismeretlen értékének meghatározásához 5 mérés szükséges; vagyis ugyanazon mérési ponton legalább 5 különböző α irányban (azimutban) kell mérni az ingával.

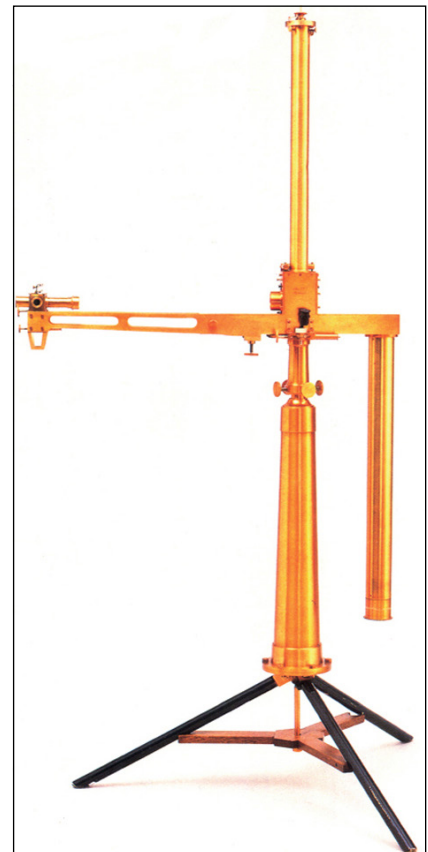
Eötvös Loránd a munkatársaival az első tényleges terepi ingamérést a 3. ábra jobb oldalán látható horizontális variométerrel Celldömölk közelében a Ság-hegy mellett végezte 1891-ben. Mérési eredményeit a Ság-hegy akkor még szabályos csonka kúp alakú tömegének gravitációs hatását kiszámítva ellenőrizte. Az 5. ábrán a nevezetes Ság-hegyi mérés fotója látható a mérésben részt vevő kollégákkal (Eötvös Loránd mellett Bodola Lajos geodétával, Kövesligethi Radó csillagással és Tangl Károly egyetemi hallgatóval).

Eötvös következő nevezetes méréseit a 6. ábrán látható (1898-ban készített) *Balatoni-ingájával* végezte 1901 és 1903 téli hónapjaiban, összesen 40 állomáson, a Balaton jegén. A balatoni méréseknek az volt a jelentősége, hogy nem kellett a felszíni topográfiai tömegek zavaró hatása miatt korrekciókat számolni, és a mérési eredményekből közvetlenül lehetett következtetni a felszín alatt eltakart tömeg-rendellenességekre.

Mivel minden azimutban hosszú időt kellett várni a leolvasható nyugalmi helyzet kialakulására, a korábbi ingákkal az 5 azimutos mérések meg lehetőségen sokáig tartottak. A mérési idő csökkentésére nyújtott megoldást Eötvös újabb kiváló ötlete, ami szerint a műszerekbe – a 7. ábrán szemléltetett módon – egyszerre két ingatestet építettek be egymáshoz képest 180°-kal elfordítva. Ekkor, természetesen újabb ismeretlen mennyiség lép fel: a másik inga n'_0 csavarásmentes



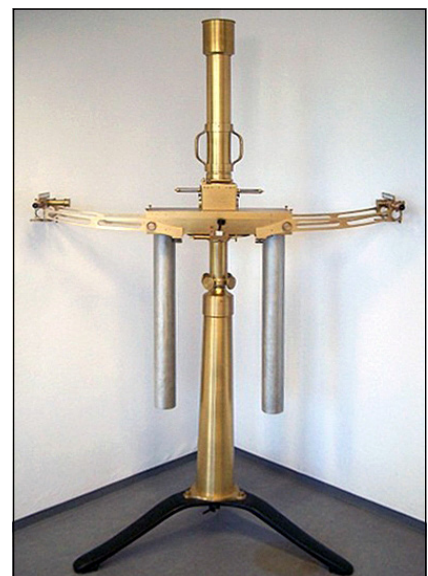
5. ábra. A Ság-hegy melletti ingamérés 1891-ben.



6/b. ábra. A Balatoni-inga 1898-ban.



6/a. ábra. A téli balatoni mérés 1901-ben.

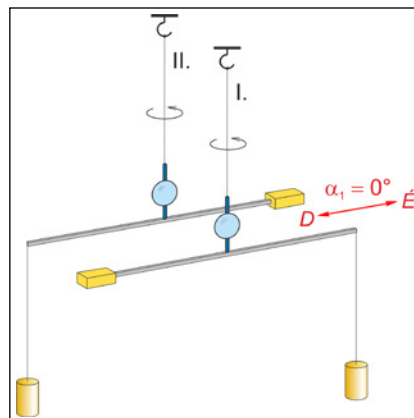


7/b. ábra. Az 1902-ben készített kettős nagyesszköz.

állapota. Ezzel a kettős ingával három különböző $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ azimutban mérve az $n_1, n_2, n_3, n'_1, n'_2, n'_3$ skálaleolvasások alapján a hat ismeretlen (az n_0, n'_0 , valamint a keresett W_{zx} és W_{zy} gradiensek, és a W_{Δ}, W_{Σ} görbületi mennyiségek) meghatározhatók.

Az első kettős inga, a 7. ábrán látható ún. *kettős nagyesszköz* 1902-ben készült el, és ez a kiinduló típusa az összes ezután gyártott és technikailag továbbfejlesztett terepi műszernek. A Kettős nagyesszközből 3 példány készült, és ezzel végezte Eötvös Loránd, Pekár Dezső és Fekete Jenő a súlyos és a tehetetlen tömeg azonosságára vonatkozó újabb ekvivalenciaméréseket (Völgyesi et al. 2018).

Eötvös Loránd kutatásainak fontos mérföldköve volt az IAG, illetve ennek jogelődje, a *Nemzetközi Földmérés (Internationale Erdmessung)* 1906. szeptember 20–28. között Budapesten, az MTA székházában tartott általános



7/a. ábra. A kettős inga elrendezése

közgyűlése. A konferencia legnagyobb hatású eseménye Eötvös előadása volt, amely kiváló lehetőséget biztosított számára, hogy a téma legjobb szakemberei, a kor legkiválóbb geodétái, csillagászai és matematikusai előtt bemutassa torziós ingáját, a már másfél évtizede folyó méréseit, és ismertesse a földalakkal kapcsolatos legújabb kutatási eredményeit. Az inga aradi

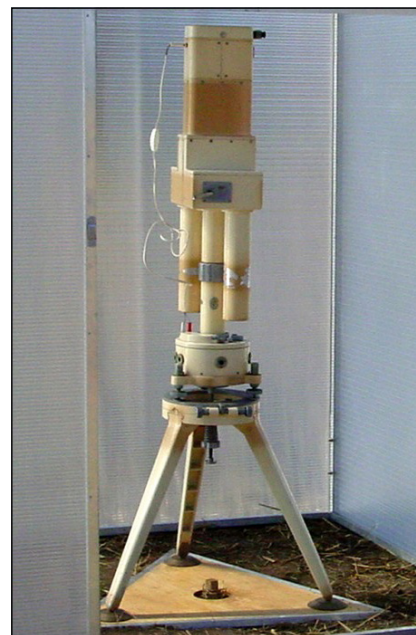
bemutatásának hatására Sir George Howard Darwin beadványt nyújtott be a kormányhoz, aminek következtében az ország irányító testülete 1907-től 3 éven keresztül Eötvös addigi éves működési költségének 15-szörösével, évi 60 000 koronával támogatta a kutatásait, óriási lökést adva ezzel a műszer további fejlesztéséhez (Völgyesi et al. 2006).



8. ábra. Az Eötvös-Rybár (AutERBal) inga.



9. ábra. Az Eötvös-Pekár-inga.



10. ábra. Az E-54 inga.

Az 1910-es évek kezdetétől Böckh Hugó, neves geológus kezdeményezései alapján egyre nagyobb kormányzati nyomás nehezedett Eötvösre, hogy a mérések helyszínének megválasztásánál vegye figyelembe a nyersanyagkutatások érdekeit. Eötvös igyekezett megőrizni kutatói függetlenségét, de a földtani szempontok ennek ellenére egyre nagyobb szerepet nyertek, halála után pedig meghatározóvá váltak (Szabó 2004). Az 1920-as évektől ugrásszerűen megnőtt a kőolaj- és földgázkutatással kapcsolatos mérések száma, miközben egyre újabb ingatípusokat fejlesztettek.

A terepi mérések céljára kifejlesztett két legfontosabb műszer az Eötvös-Rybár-féle AutERBal- (Automatic Eötvös-Rybár Balance) inga, illetve az Eötvös-Pekár-féle torziós inga. A 8. ábrán látható AutERBal-ingát az 1920-as években fejlesztették ki Rybár István, Eötvös későbbi utóda vezetésével a Kísérleti Fizikai tanszéken.

A korábbi ingákhoz képest az azimutontkénti 40 percre csökkentett észlelési idő mellett a legjelentősebb fejlesztés a műszer forgatásának rugós óraszerkezettel történő megoldása és a műszer leolvasási értékeinek automatikus fotografikus rögzítése volt (Szabó 1999). Az automatikus leolvasás lehetővé tette az inga felügyelet nélküli működését, ugyanakkor a kényes óraszerkezet gyakori meghibásodásai miatt a műszer folyamatos figyelmet igényelt.

A 9. ábrán látható Eötvös-Pekár-inga fejlesztése esetében Pekár Dezső a méretek és a lengésidő csökkentésére törekedett, és a műszerek egyszerűségének megőrzésére helyezve a hangsúlyt maradt a pontosabb és megbízhatóbb vizuális leolvasás mellett. A Pekár által fejlesztett ingák Eötvös-Pekár-ingaként ismertek, de a hivatalos típusjelzésük Small original Eötvös G-2 volt (Szabó 1999). A műszert három változatban gyártották, amelyek alapvetően csak a torziós szál hosszában különböztek egymástól. Az 1926-ban gyártott műszerekben a szál hossza még 50 cm, az 1928-as típusú készülékekben 40 cm, az 1930-tól gyártott ingákban pedig már csak 30 cm volt.

A II. világháborút követően megjelentek a szénhidrogén-lelőhelyek kutatásában igen hatékony, egyszerűen használható graviméterek, de az akkori politikai helyzet miatt a szocialista országok nem juthattak hozzá ezekhez a modern műszerekhez. Ugyanakkor szükség volt további lelőhelyek kutatására és feltárására, így felmerült az igény újabb Eötvös-ingák fejlesztésére és gyártására. Az 1950-es években az ELGI Eötvös-inga-laboratóriumában két további (E-54 és E-60 típusjelű) ingát is kifejlesztettek, ezek sorozatgyártását elsősorban külföldi megrendelésre a FOK-Gyem szövetkezetben végezték. Az új ingák szerkesztői az Eötvös-Pekár-, és az AutERBal-inga szerkezetéből indultak ki, igyekeztek kiküszöbölni

a korábbi konstrukciós problémákat, valamint felhasználva az addigi nagyszámú terepi mérések tapasztalatait, elsősorban az üzembiztosabb megoldásokra törekedtek. A 10. ábrán látható inga 1954 végére készült el, ezért kapta az E-54 típusmegjelölést.

Magyarországi Eötvös-inga-mérések

Az említett ság-hegyi és balatoni kísérleti méréseket követően Kecskemét környékén az 1911. évi nagy földrengés után végeztek nagyobb területen torziósinga-méréseket. A gradiensek és a belőlük szerkesztett izovonalak alapján arra a megállapításra jutottak, hogy a mélyben egy nagyobb sűrűségű holdkrátterszerű képződmény található, amely összefügghet az 1911. évi kecskeméti földrengéssel.

Az 1910-es években kezdődött az Erdélyi-medence részletes geológiai felmérése, ennek keretében 1912-től jelentős torziósinga-mérések is indultak. A méréseknek sajnos az I. világháború kitörése véget vetett.

Az első igazi nagy sikert hozó terepi szerkezetkutató méréseket 1916-ban Morvamezőn, Egbell (ma a szlovákiai Gbely) környékén végezték. A kifejezetten szénhidrogén-kutatás céljából végzett mérésekkel felboltozódást (antiklinálist) mutattak ki, majd az itt lemélyített fúrásokban kitermelhető kőolajat és földgázt találtak.

Eötvös 1919-ben bekövetkezett haláláig 1420 ponton határozták meg a nehézségi erőter gradientjét és potenciálfelületének görbületi jellemzőit. A méréseket, ahol a topográfia megengedte, általában szabályos hálózatban végezték, kezdetben 3-4, majd 2, ill. 1 km-es állomástávolsággal.

Az 1920-as évek kezdetétől a torziós ingák egyre nagyobb szerepet játszottak a kőolajkutatásban. Ezeket a méréseket kizárólag gazdaságossági szempontok vezették, így kezdetben főleg utak mentén mértek, majd ahol a mérési eredmények kedvező földtani szerkezetet jeleztek, ott áttértek a hálózatos mérésekre. A Zalai-dombvidéken, a kedvezőtlen terepi adottságok miatt, kénytelenek voltak méréseiket a völgyekre korlátozni.

Magyarországon az első szénhidrogénmező feltárása is az Eötvös-ingamérésekhez kapcsolódik, Budafapuszta környékén 1934–35-ben elvégzett mérések alapján találtak kőolajat. A Dunántúli torziós ingás felmérését az European Gas and Electric Co. (EUROGASCO) majd a Magyar–Amerikai Olajipari Rt. (MAORT) végezte. Ezzel párhuzamosan az Alföldön az Eötvös Loránd Geofizikai Intézet végzett hasonló mennyiségű torziósingamérést.

A MAORT 1949 végén történt államosításáig kb. 27 000 Eötvös-ingamérést végeztek (Gombár et al. 2002). 1950-ben a geofizikai részleg átkerült az ELGI-hez, de az addig felhalmozódott észlelési anyag nem. Így ellentétben az ELGI-vel, ahol az észlelési lapokat folyamatosan megőrizték, a dunántúli mérésekről csak térkép formájában maradtak fenn Eötvös-ingamérési anyagok. 1963 és 1967 között az olajipar ismét berendezkedett az Eötvös-ingamérésekre, melyeket általában szeizmikus szelvények nyomvonalán, 300 m-es állomástávolsággal végeztek. Ebben az időszakban további, mintegy 2900 állomáson végeztek méréseket.

Magyarországon az utolsó nyersanyagkutató terepi Eötvös-ingamérésre 1967-ben került sor. Az 1901–1967 közötti időszakban a MAORT, az ELGI és az Országos Kőolaj és Gázipari Tröszt (OKGT) összesen mintegy 60 000 állomáson végzett torziósingaméréseket a sík- és az enyhén dombvidéki területeken. Ebbe a trianoni

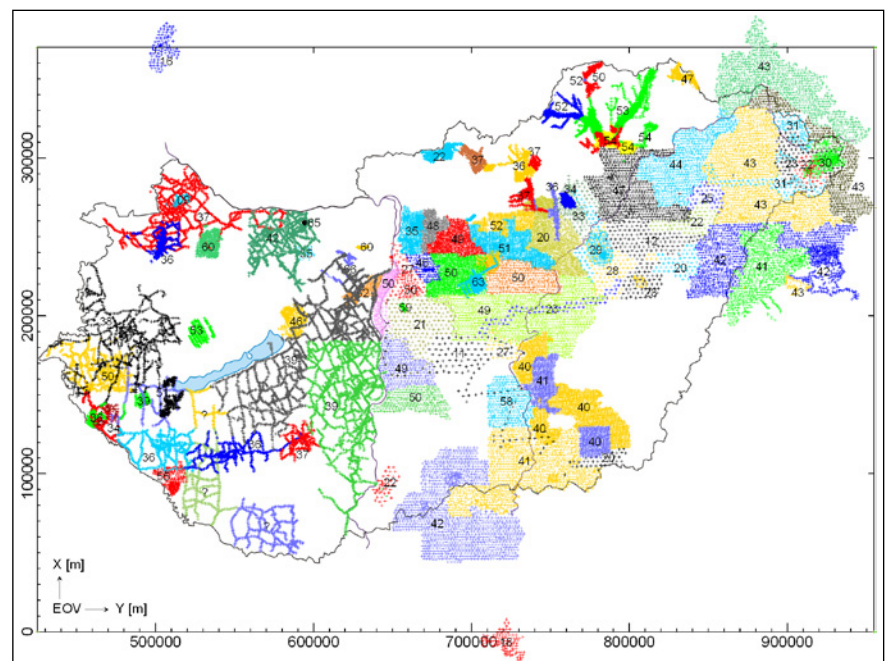
határon túli területekre eső kb. 5000 állomás is beletartozik. Ennyi méréssel a Kárpát-medence a Föld legjobban felmért területe.

Mivel a korábbi méréseket elsősorban ásványi nyersanyagok kutatása céljából végezték, ezért nagy általánosságban csak a W_{xx} és a W_{yy} horizontális gradienseket dolgozták fel, a geodézia szempontjából fontosabb W_{Δ} és W_{xy} görbületi gradiensek feldolgozatlanul maradtak. Felismerve, hogy ezek a feldolgozatlan gradiensadatok mekkora értéket jelentenek a geodézia számára, Biró Péter akadémikus a Műegyetem korábbi Felsőgeodézia Tanszékének professzora az 1970-es évek elején elindította az Eötvös-ingamérések geodéziai hasznosítására vonatkozó tanszéki kutatásokat. A tanszék megkezdte a közel 60 000 pontban végzett torziósingamérés geodéziai hasznosításának előkészítését. Először a kísérleti területen végzett vizsgálatokkal a feldolgozás módszerét korszerűsítették, majd a Felsőgeodézia Tanszék és az ELGI az 1990-es évek közepén kutatási együttműködési szerződést kötött a még meglévő mérési eredmények megmentésére. Ennek keretében, valamint különböző pályázatok elnyerésével 1995-től 2014-ig folyt a korábbi Eötvös-ingamérések anyagának digitális adatbázisba rendezése. Az adatbázist a különböző formában még fellelhető

mérési anyagok (észlelési lapok, mérési jegyzőkönyvek, térképek, vagy fénymásolt gradiens térképek) alapján alakították ki. A digitalizált adatok területi eloszlását a 11. ábrán láthatjuk. Az adatbázis 44 852 Eötvös-inga-mérési adatot tartalmaz; sajnos a további mintegy 15 000 mérési adat már korábban megsemmisült. Az ábrán feltüntetett számok az 1900-as években a különböző területeken végzett mérések évszámát mutatják.

A 2000-es évek közepétől az Eötvös-ingamérések új reneszánszukat élik Magyarországon. Több műszer felújítását és modernizálását követően 2008–2009-ben terepi méréseket végeztünk a Csepel-sziget déli részén, Makád környezetében (Völgyesi et al. 2009), 2017-től pedig az Eötvös-féle ekvivalenciamérések megismétlése a legújabb kihívás (Völgyesi et al. 2018).

Jelenleg Magyarországon a terepi mérések számára korábban nagyobb mennyiségben gyártott három legfontosabb műszer, a 8., 9. és a 10. ábrán látható AutERBal-, Pekár- és E54-ingák közül is rendelkezünk működőképes példányokkal. A műszerek egy részét felújítottuk, és a mai modern technikai lehetőségeket kihasználva átalakítottuk. A legfontosabb átalakítás a műszerek leolvasórendszerét érintette, a hagyományos optikai leolvasást



11. ábra. Digitális adatbázisba rendezett mintegy 45 000 hazai Eötvös-inga-mérés pontjainak területi eloszlása.

CCD-érzékelők alkalmazásával és megfelelő képkéértékelő szoftverek készítésével automatizáltuk (Tóth et al. 2014, Völgyesi et al. 2018). Korábban az ingák csillapodását követően csupán egyetlen vizuális leolvasás helyett így lehetőségünk van a csillapodási görbe részletes elemzésére, mivel folyamatosan, másodpercenként akár 10-20 leolvasást is tudunk végezni. Ezzel közel két nagyságrenddel sikerült növelni a leolvasási pontosságot. Az utóbbi időben új torziós szálak készítésére is tettünk előkészületeket.

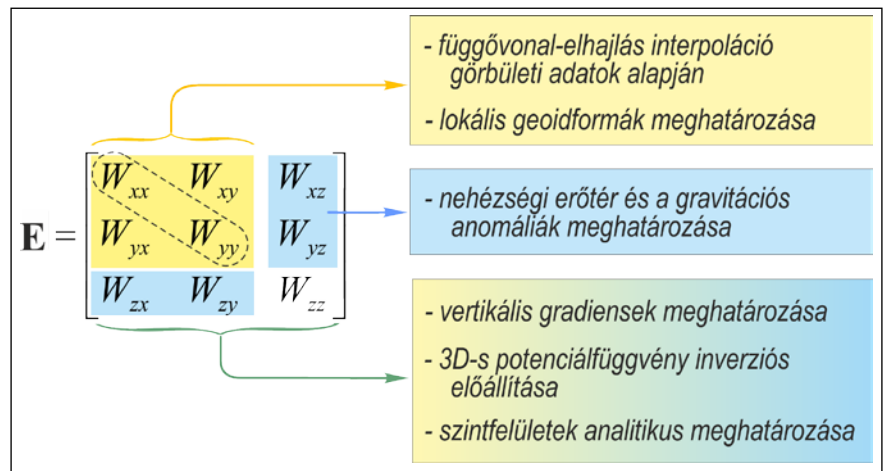
Az Eötvös-inga-mérések geodéziai hasznosítása

A 12. ábrán összefoglalva láthatjuk az Eötvös-ingával meghatározható gradiensek felhasználási lehetőségeit. A görbületi gradiensek felhasználásával függővonal-elhajlások számíthatók, ezek alapján pedig a csillagászati szintezés módszerét alkalmazva a geoid finomszerkezete határozható meg. A horizontális gradiensekből gravitációs anomáliák, illetve interpolációs eljárással g értékek számíthatók az ingamérések területére. A görbületi és a horizontális gradiensek együttes felhasználásával pedig egyrészt az Eötvös-ingával közvetlenül nem mérhető vertikális gradiensek számíthatók, másrészt a háromdimenziós (3D-s) inverziós eljárással maga a potenciálfüggvény is előállítható.

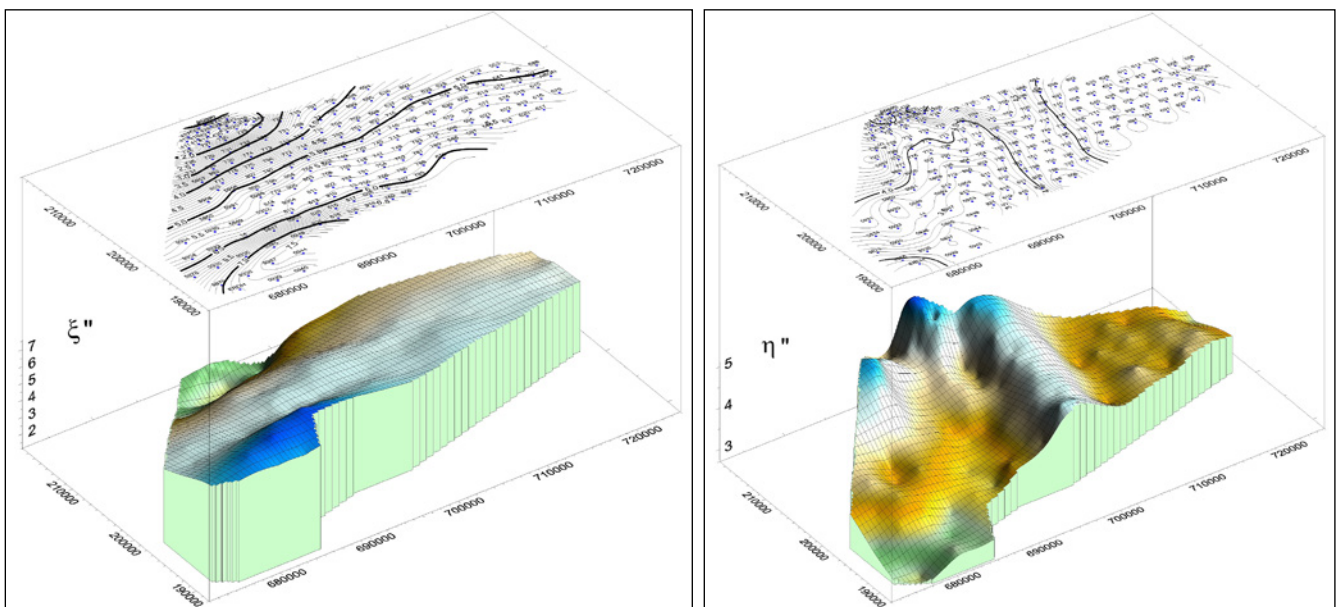
A görbületi gradiensek alapján interpolációval meghatározható függővonal-elhajlások számítási módszerének alapelvét már Eötvös Loránd kidolgozta, amit a mai modern számítástechnikai lehetőségeket kihasználva tovább finomítottunk (Völgyesi 1993, 1995). Első kísérleti számításainkat a Cegléd környéki teszterületen végeztük, ahol 206 Eötvös-ingamérési pont, 3 asztrogeodéziai és 3 asztrogravimetriai pont állt rendelkezésre. Az ellenőrző pontokban adódó eltérések alapján számított fél szögmásodperc körüli középhiba azt igazolta, hogy a módszerrel nagyobb összefüggő területre elfogadható pontosságú ξ , η függővonal-elhajlás-összetevő értékek számíthatók. A 13. ábrán példaként a Cegléd környéki teszterületre

helyi rendszerben számított ξ , η függővonal-elhajlás-összetevők területi eloszlása látható.

Az Eötvös-inga-mérések legfontosabb geodéziai felhasználási lehetősége a geoid finomszerkezetének meghatározása. A nehézségi erőter valamely kiválasztott szintfelületének részletes meghatározásával Magyarországon (és a világon is) először az elmúlt évszázad első évtizedében, tudományos célokból, Eötvös Loránd foglalkozott. Arad vidékén az általa végzett mérések felhasználásával (Eötvös 1908) Arad korabeli ingaállomásának vonatkozási pontján átmenő szintfelületnek az ugyanezen pontban a szintfelületet érintő Bessel-ellipszoidhoz viszonyított eltéréseit szerkesztette meg 2 cm-es értékű közü



12. ábra. Az Eötvös-inga mérések geodéziai felhasználási lehetőségei.



13. ábra. Eötvös-inga-mérések alapján interpolált ξ , η függővonal-elhajlás-összetevők területi eloszlása Cegléd környékén.

izovonalakkal (14. ábra). Ehhez a területen, 188 állomáson torziós ingával végzett mérésekből származó nehézségi gradiens adatait vette alapul, kiegészítve a függővonal-elhajlásra csillagászati-geodéziai mérésekből 7 állomásra nyert észak-déli irányú (ξ) összetevőivel, és 2 állomásra meghatározott kelet-nyugati irányú (η) összetevő értékeivel (Biró et al. 2013).

A megfelelő pontsűrűséggel ismert függővonal-elhajlások a geoid finomszerkezetének meghatározásához a legfontosabb kiinduló adatrendszert szolgáltatják. A csillagászati szintezés módszerét alkalmazva (Biró et al. 2013) tetszőleges α azimutban $\vartheta = \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha$ függővonal-elhajlás esetén elemi ds távolsággal elmozdulva, a geoid-ellipszoid távolság dN megváltozása:

$$dN = -g ds \quad (6)$$

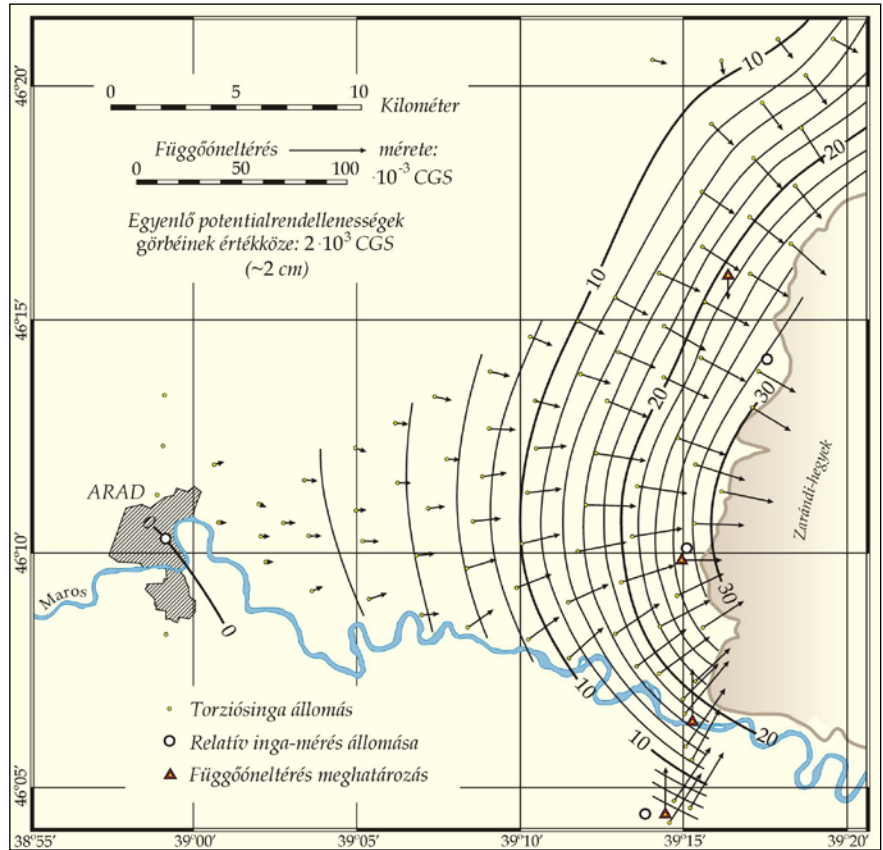
Véges távolságokra (pl. szomszédos P_i és P_k Eötvös-inga-mérési állomások között):

$$\Delta N_{i,k} \approx \Delta s_{i,k} (g_i + g_k) / 2 \quad (7)$$

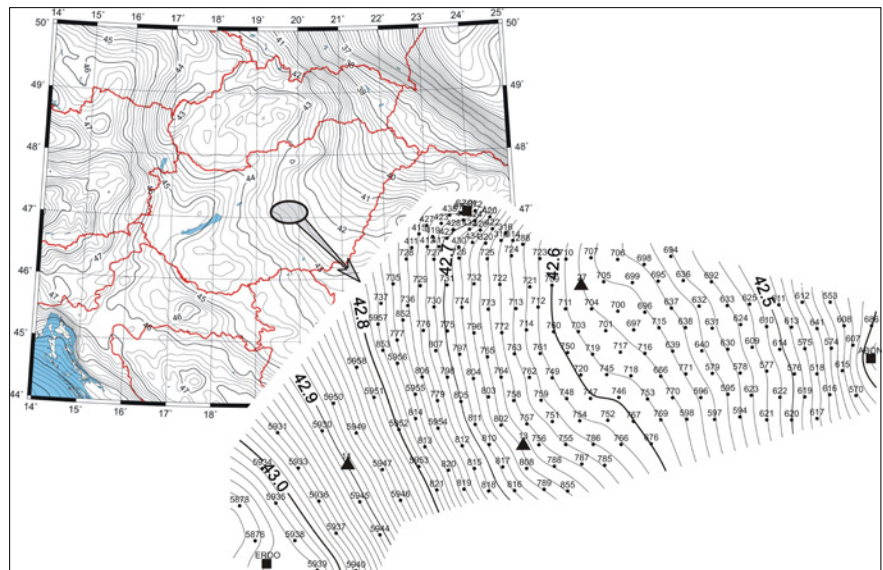
A módszert az Eötvös-inga-mérések alapján interpolált függővonal-elhajlásokra alkalmazva a 15. ábrán a Cegléd környéki teszterületre meghatározott részletes geoidkép látható, amely a geocentrikus elhelyezésű EGG97 geoid 1 cm izovonalközű finomítása (Völgyesi 2015). Az ábrán a pontok az Eötvös-inga-mérések helyét jelölik, a négyszögek a kiinduló asztrogeodéziai pontok, a háromszögek pedig az ellenőrzések céljára szolgáló asztrogeodéziai, illetve asztrogravimetriai pontok.

Az Eötvös-inga-mérések felhasználásának területén nagy áttörést hozott az inverziós számítási technika alkalmazása. A Miskolci Egyetem Geofizikai Tanszéke és a BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszéke együttműködése keretében sikerült kidolgozni a nehézségi erőter 3 dimenziós potenciálfüggvényének inverziós előállítását Eötvös-ingával mért adatok, nehézségi-gyorsulás-mérések, függővonal-elhajlás értékek és digitális terepmodell adatainak együttes felhasználásával (Dobróka-Völgyesi 2010).

Az inverziós eljárás lényege, hogy a nehézségi erőter potenciálfüggvényét valamely bázisfüggvény-rendszer (különböző lehetséges hatványfüggvények) szerinti sorfejtés alakjában írjuk



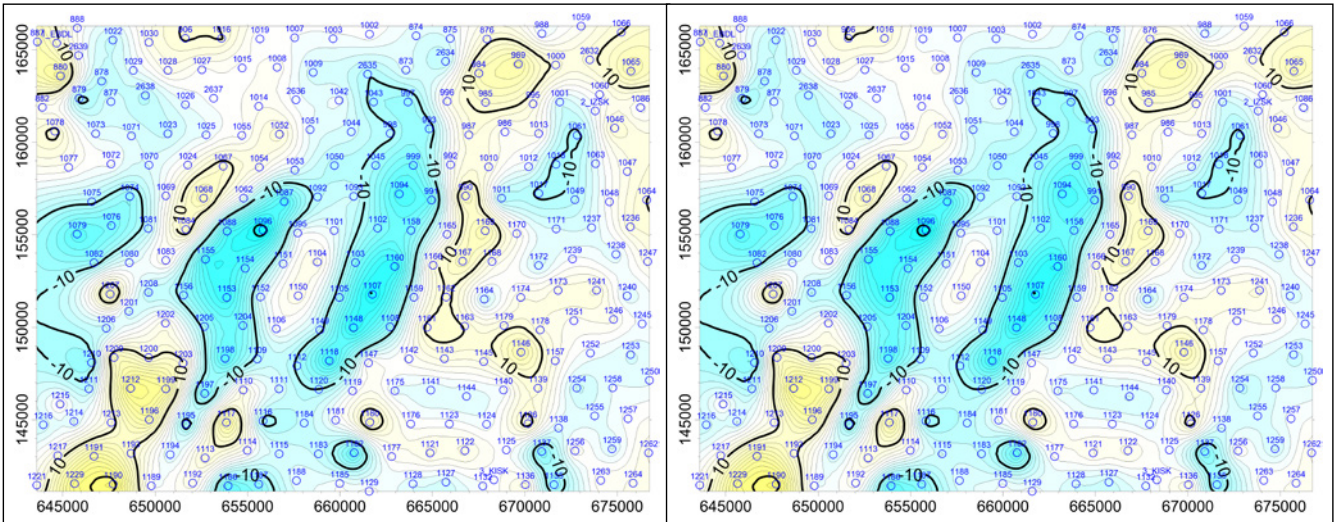
14. ábra. Eötvös Loránd - Pekár Dezső korabeli szintfelületterképe az Arad környéki területen.



15. ábra. A geoid finomszerkezete Cegléd környékén Eötvös-inga-mérések felhasználásával.

fel, majd a felsorolt adatok alapján az inverziós eljárással meghatározzuk ennek a bázisfüggvénynek az együttartóit. A meghatározott együttartókkal felírható az adott területre a nehézségi erőter 3 dimenziós potenciálfüggvénye, amiből viszont valamennyi fontos mennyiség leszarmaztatható. A legfontosabb eredmény, hogy a potenciálfüggvényt megfelelő állandó értékekkel

egyenlővé téve meghatározhatók a különböző potenciálértékű szintfelületek – így előállítható a geoid darabjának a vizsgált területre eső részletes képe. A potenciálfüggvény első és második deriváltjai a nehézségi erő összetevőit, illetve az Eötvös-tenzor elemeit adják. A módszerrel nem csupán az Eötvös-inga mérési pontjaiban, hanem ezek környezetében (a mérési



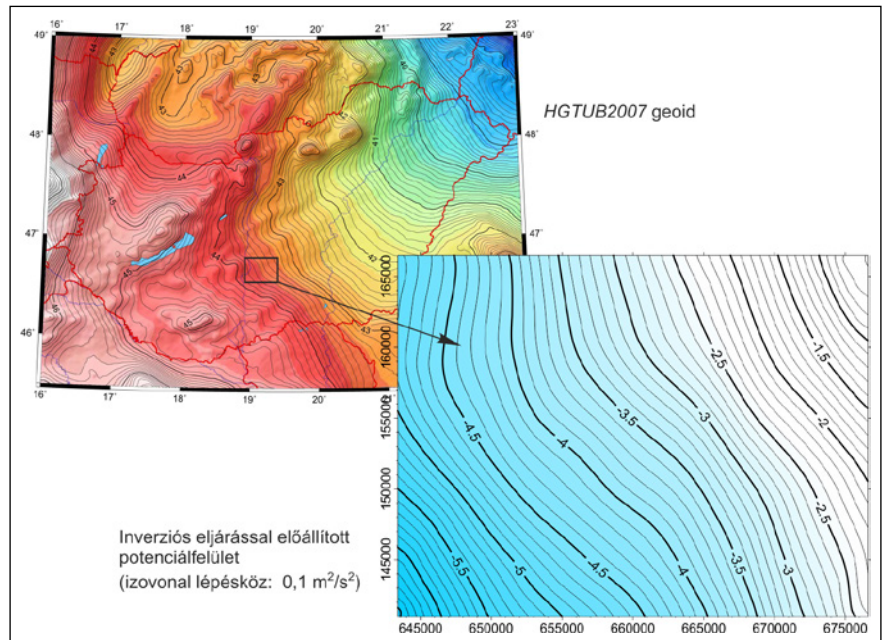
16. ábra. A W_{xy} görbületi gradiens mért és a meghatározott inverziós együtthatókkal számított területi eloszlása.

terület bármely pontjában) is meghatározható a teljes Eötvös-tenzor, és így pl. megkaphatjuk az Eötvös-ingával közvetlenül nem mérhető vertikálisgradiensértékeket is. Egyszerű lehetőség adódik az Eötvös-inga-mérések átszámítására különböző magasságokra, és megoldható a nehézségi erőter potenciál-szintfelületeinek analitikus meghatározása (Dobróka-Völgyesi 2010).

A 3D-s inverziós algoritmus ellenőrzésére a Szabadszállás–Kiskőrös környéki, közel 750 km² kiterjedésű területen végeztünk kísérleti számításokat, ahol 248 Eötvös-ingával végzett és 1197 graviméteres mérés eredményei álltak rendelkezésre. A teszterületen három asztrogeodéziai és további tíz asztrogravimetriai pont is található, ahol ismertek a GRS80-rendszerre vonatkozó ξ , η függővonalelhajlás-értékek.

Az inverziós eljárás számítási eredményeinek ellenőrzésére egyszerű lehetőség kínálkozik, mivel a meghatározott együtthatórendszer segítségével kiszámított bemenő paraméterek területi eloszlása összehasonlítható az eredeti, mért adatrendszerrel. A számítások ellenőrzésére a 16. ábrán látható példa, ahol a W_{xy} görbületi gradiens mért és számított értékeinek területi eloszlása hasonlítható össze. A kiváló egyezés alapján megállapítható, hogy a meghatározott együtthatórendszer jól használható a potenciálfüggvény előállítására.

A 17. ábrán tetszőleges additív állandó erejéig együttes inverzióval meghatározott potenciálfüggvény



17. ábra. A szintfelület finomszerkezete Kiskőrös környékén inverziós eljárással Eötvös-inga-mérések felhasználásával.

látható, az ábrán az izovonalak lépésköze 0,1 m²/s². A meghatározott potenciálfelület izovonalai jól illeszkednek a HGTUB2007 magyarországi geoidképhe.

A háromdimenziós (3D-s) potenciálfüggvény együtthatóinak ismeretében az Eötvös-ingával felmért teljes területekre meghatározható a potenciálfüggvény valamennyi első és második deriváltja, így többek között előállítható az Eötvös-tenzor valamennyi eleme. Ez azért fontos, mert Eötvös-ingával nem mérhető közvetlenül a W_{zz} vertikális gradiens és nem választható külön a W_{xx} és a W_{yy} , mivel az inga csak a kettő különbségét a $W_{\Delta} = W_{yy} - W_{xx}$ görbületi gradienst méri. A teljes Eötvös-tenzor

ismeretében lehetséges a szintfelületek analitikus meghatározása (Biró et al. 2013).

Összegezés

Eötvös Loránd munkásságának és tudományos eredményeinek napjainkig haszonélvezői vagyunk a geodéziában. Kiemelkedően fontos számunkra a korábbi Eötvös-ingával meghatározott adatbázis, és napjainkban is fontos méréseket tudunk végezni a felújított közel 100 éves műszerekkel. Eötvös Loránd foglalkozott a világon elsőként gradienstmérések alapján végezhető függővonalelhajlás-interpolációval és a nehézségi erőter szintfelületének