A fejszámoló Bolyai Farkas

Farkas Bolyai as a Mental Calculator

Farkas Bolyai și calculul mintal

SZABÓ Péter Gábor

Szegedi Tudományegyetem, TTIK Informatikai Intézet
pszabo@inf.u-szeged.hu

Dr. Gazda István 70. születésnapjára tisztelettel és szeretettel ajánlom

Összefoglaló

Bolyai Farkas (1775–1856) már gyermekkorában 14 jegyű számból is tudott fejben négyzet- és köbgyököt vonni. Hagyatékában egy érdekes, bár egy kicsit titokzatos kéziratot találtunk, amely a köbgyökvonásról szól. Szerencsére sikerült megfejtetni a tartalmát Koretz Lőrincz (1805–1871) egy számtankönyve alapján. E kötet szerzője kegyesrendi tanár volt. Dolgozatunk néhány példát mutat be Farczádi Nagy József köbgyökvonási módszeréről.

Abstract

In his childhood, the Hungarian mathematician, Farkas Bolyai (1775–1856) was a very good mental calculator. He calculated the square and cube roots of 14-digit numbers without pen and paper. In his legacy we found an interesting, but a little bit mysterious manuscript on the cube roots. Fortunately, we understood this paper based on a Hungarian arithmetical book by Lőrincz Koretz (1805–1871). The author of this book was a piarist teacher in Hungary. This paper shows some examples based on the unknown József Farczádi Nagy's calculations of the cube roots.

Rezumat

În copilărie, matematicianul maghiar Farkas Bolyai (1775–1856) a fost capabil să extragă rădăcini pătrate și cubice din numere de 14 cifre. În moștenirea sa am găsit un manuscris interesant, deși puțin misterios, despre extragerea cubică. Din fericire, descifrarea conținutului s-a reușit pe baza unei cărți de matematică a lui Lőrinc Koretz (1805–1871). Autorul acestui volum a fost un profesor piarist. Prezentul articol dicută câteva exemple bazate pe calculele necunoscute ale lui József Farczádi Nagy ale rădăcinilor cubului.

Bolyai Farkas (1775–1856) önéletírásában [2] – amelyet 1840-ben a Magyar Tudós Társaság számára készített el – lejegyezte, hogy gyermekkorában hiba nélkül vont fejben négyzet- és köbgyököt még tizennégy jegyű számból is: *„radix quadratát, cubicát húztam eszembe hiba nélkül, tizennégy számból is, a végén még több számot kérve”*. Itt a „tizennégy számból” kifejezést, *tizennégy jegyű számként* értelmezi a Bolyai-irodalom, hiszen fia Bolyai János is ezt írta [2]: *„máskor lóháton menve tizennégy! darab számjeggyel jegyzett számból radix quadratát fejében vagy képzelődve kivonta, s még nagyobb számot kért; Isten tudja, meddig elgyőzte volna.*” Bolyai csodagyerek hírében állt, latin nyelvű rögtönzött versírási és számolási képességeit akkoriban majd hogy nem cirkuszi látványosságként mutogatták a kortársaknak.

Elgondolkodtató, hogy hogyan lehetséges ilyen nagy számból *fejben* gyököt vonni. Sokaknak még papíron számolva is elég nagy kihívás lenne megmondani, hogy példának okáért mennyi 46764948693952 köbgyöke. Mindenféle segédlet nélkül, pusztán fejben kiszámolni nagyon nehéz, még akkor is, ha a megoldás egész szám.

Persze vannak bizonyos speciális esetek, amik könnyebben mennek. Egymillió alatti számból fejben köbgyököt vonni, ha a gyök egész szám, az nem nehéz, lényegében bárki, aki tud számolni, rövid gyakorlás után megtanulhatja. Egy tizennégy jegyű szám viszont már tízbilliós számkörben mozog, még megjegyezni egy ilyen nagy számot sem egyszerű. Fejben négyzetgyököt vagy köbgyököt vonni belőle nem lehetetlen, de nagyon jó memóriát, képzelőtehetséget és persze rengeteg gyakorlást igényel.

Bolyai Farkas hagyatékában van egy kézirat, amely a köbgyökvonás titkairól szól [4]. Nem egyszerű megfejteni, magam is sokáig csak nézegettem, betűzgettem, de a tartalmának lényegére nem igazán sikerült rájönnöm. Egészen addig, amíg egyszer kezembe nem került Koretz Lőrincz (1805–1871) Pesten 1852-ben megjelent *Elemi mennyiségtan* című könyvének harmadik kiadása [3], amelynek egy apróbetűs részében megláttam egy nevet: *Farczádi Nagy József*. A könyvben azt olvastam, hogy a kolozsvári Farczádi úrnak volt egy új ötlete a köbgyökvonásra és külön kérte a szerzőt, hogy legyen szíves, vegye azt be a könyvébe (korábban ennek a kötetnek az első kiadása Kolozsváron jelent meg 1847-ben). Farczádi Nagy József nevének azért örültem meg annyira, mivel Bolyai Farkas említett kéziratának a címe is ez: *„A' Farczádi Ur radix cubicájára".*

Koretz Lőrincz könyve alapján sikerült rájönnöm, hogy Bolyai az említett kéziratában a fenti *Elemi mennyiségtan* kötetben is megjelent Farczádi-féle ötletet próbálgatta és tanulmányozgatta különböző példákon keresztül. No de ne szaladjunk annyira előre! Mielőtt Bolyai kéziratát elővennénk, bevezetésként előbb lássuk, hogyan lehet fejben köbgyököt vonni egy legfeljebb hatjegyű számból.

Köbgyökvonás fejben 1 millióig

Ha egy kétjegyű számot köbre emelünk, akkor a hatvány értéke 1 milliónál kisebb lesz. Kitalálni a hatványból annak köbgyökét, viszonylag egyszerű. Két dolgot kell csak megfigyelni. Az első, hogy az eredmény utolsó számjegye és a hatványalap utolsó számjegye között egyértelmű kapcsolat van. Ha egy szám harmadik hatványa 0, 1, 4, 5, 6 vagy 9-re végződik, akkor maga a szám is ugyanarra a számjegyre végződik. Ha viszont 2-re végződik a hatvány, akkor a gyök 8-ra, ha 3-ra, akkor 7-re, ha 7-re, akkor 3-ra, ha pedig 8-ra, akkor 2-re végződik. Ezzel a köbgyök utolsó számjegyét már meg is kaptuk!

A tízesek helyén álló számjegyet az alapján határozhatjuk meg, hogy a legfeljebb hat számjegyből álló hatvány első három számjegyéből képzett háromjegyű szám milyen számhatárok közé esik. Ha a hatvány, amiből gyököt kell vonnunk csak háromjegyű szám, akkor a köbgyök egyjegyű lesz. Ha háromnál többjegyű a hatvány, akkor az utolsó három számjegyet elhagyva, figyeljük meg, hogy a kapott szám milyen határok közé esik. Ha 1 és 7 közé, akkor az első számjegye a gyöknek 1. Ha 8 és 26 közé, akkor 2. Ha 27 és 63 közé, akkor 3. Ha 64 és 124 közé, akkor 4. Ha 125 és 215 közé, akkor 5. Ha 216 és 342 közé, akkor 6. Ha 343 és 511 közé, akkor 7. Ha 512 és 791 közé, akkor 8. Végül, ha 792 és 999 közé esik, akkor 9. Ennyi az egész!

Sőt, nem is kell memorizálni hozzá a fenti határokat, ha az ember tudja fejből az egyjegyű számok köbeit. Figyeljük meg ugyanis, hogy ez előbbi számhatárok, azok szerint változnak, és így már tényleg nagyon könnyűvé válik a fejben való köbgyökvonás 1 millióig. Lássunk két példát!

1. példa. Határozzuk meg fejben 185193 köbgyökét!

A keresett szám utolsó számjegye 7-es lesz, mivel a köb 3-ra végződik. Az első számjegy pedig 5-ös lesz, mivel a 185 (az első 3 számjegyből képzett szám) 125 (ami 5-nek a köbe) és 215 közé esik. Tehát a megoldás, a köbgyök: 57.

2. példa. Határozzuk meg fejben 438976 köbgyökét!

A keresett szám utolsó számjegye 6-os lesz, mivel a köb 6-ra végződik. Az első számjegy meg 7-es, mivel a 438-as szám 343 és 511 közé esik. Tehát a megoldás: 76.

A nagyobb számok birodalmában

Mi van akkor, ha egymilliónál nagyobb számból kell fejben köbgyököt vonni? Ez már sokkal nehezebb, bár ekkor is lényegében az alábbi algebrai azonosságot használhatjuk:

$$(10a+b)^3 = 1000a^3 + 300a^2b + 30ab^2 + b^3.$$

3. példa. Határozzuk meg 92959677 köbgyökét!

Bontsuk fel a vizsgált számot hátulról kezdve hármas számcsoportokra (háromjegyű számokra). Az első számcsoport a 92, ami 64 és 124 közé esik, így az eredményben az első (a százasok helyén álló számjegy) 64 köbgyöke lesz, vagyis 4.

$$\sqrt[3]{92,959,677} = 453$$

289,59 : <u>48</u>
-240
-300
-125
18346,77 : <u>6075</u>
-18225
-1215
-27
0

92-ből levonva a 64-et kapjuk a 28 különbséget, amit a 92 alá írunk. Emellé tesszük a következő számcsoportot (háromjegyű számot) a 959-et. Tehát a fenti számolásban így kapjuk a második sorban a 28959-et, amelynek különválasztjuk az utolsó két számjegyéből képzett számot az 59-et. Az eredményben (a gyök értékében) a tízesek helyén álló szám meghatározásához szükségünk van egy osztóra. Ezt az előző számjegy (a 4-es) segítségével számoljuk ki: $3 \cdot 4^2 = 48$. A 28959-es számból leválasztva az utolsó két számjegyből képzett számot 289-et kapunk, amelyet ha 48-cal elosztunk az 6 egésszel és valamennyi maradékkal egyenlő (mindegy mennyivel). Itt a 6-os érték egy felső korlátot jelent a gyökben a tízesek helyén álló szám meghatározásánál. A jelen esetben ott 6 nem lehet, mert akkor a későbbi kivonások (amiket mindjárt látni fogunk) negatív értéket eredményeznének.

A tízesek helyén 5-ösnek kell állnia, amely segítségével rendre levonunk $3 \cdot 4^2 \cdot 5 = 240$, $3 \cdot 4 \cdot 5^2 = 300$, és $5^3 = 125$ értékeket mindig egy helyi értékkel elcsúsztatva a 28959-es számból, vagyis tulajdonképpen így 24000, 3000 és 125-et vonunk le belőle. Ennek eredményeként kapunk 1834-et, amely mellé odatesszük az utolsó 677-es számjegycsoportot. A kapott 1834677-es számból itt is leválasztjuk az utolsó két számjegyből képzett 77-es értéket így adódik a 18346-os osztandó, amihez a $3 \cdot 45^2 = 6075$ osztó fog társulni. A kettő hányadosának egészrésze adja az utolsó (az egyesek helyén álló) számjegyet az eredményben, ami így 3. (Ha egész szám a köbgyök, akkor csakis 3 lehet ez a szám, hiszen az eredeti számunk 7-re végződött.)

Ezzel tulajdonképpen készen is vagyunk, de a gyökvonás pontosságáról úgy győződhetünk meg, hogy ezután a fenti módon levonva a 1834677-ből rendre a helyi értékenként elcsúsztatott $3 \cdot 45^2 \cdot 3 = 18225$, $3 \cdot 45 \cdot 3^2 = 1215$ és $3^3 = 27$, vagyis a 1822500, 12150 és 27 értékeket pontosan 0-át kapunk, ami mutatja, hogy helyes volt a gyökvonás. A megoldás 453.

Ez már nem könnyű, különösen mindent fejben csinálni. Ráadásul ez még „csak” egy 8-jegyű szám volt. 14-jegyűvel még nehezebb a helyzet. Bevallom, magam kicsit szkeptikus vagyok abban, hogy ezt egy gyerek fejben meg tudja csinálni. Pedig Bolyai Farkason kívül voltak persze mások is, akik képesek voltak köbgyököt vonni ilyen nagy számból, pl. Pataki Ferenc (1921–2017) fejszámoló művész is. Gert Mittring német fejszámolóról pedig azt mondják, hogy 89.247-dik gyököt is tud vonni egy 1.000.000 jegyű számból. Mielőtt tovább mennénk, fontos azonban megemlíteni a számolás egy technikai részletét.

Figyeljünk fel arra, hogy ha fejben csinálja az ember, nem minden számot kell elraktároznia azok közül, amit az előbb leírtunk, csak néhányat, de azokat pontosan. Viszont nem minden műveletet kell feltétlenül pontosan elvégezni, megengedhetünk magunknak bizonyos esetekben közelítő számításokat is, elég csak bizonyos számok egész részét meghatározni. Persze rengeteget kell gyakorolni, hogy ebből mutatvány legyen. Ebben a cikkben köbgyököt fogunk vonni 14-jegyű számból is, de előtte még néhány történeti adalék következik.

Bolyai Farkas az önéletírásában mást is mondott a köbgyökvonási tudományáról: „*radix quadratát, cubicát húztam eszembe hiba nélkül, tizennégy számból is, a végén még több számot kérve; szollottak hozzám, feleltem – elküldöttek, s helyemre menve vissza a táblán képzelt irást ott találtam, a hol félbeszakadt s mind a táblán képzelve folytattam – de az okát nem tudtam, még azt sem, hogy okát kell tudni.*” Elgondolkodtató sorok. Azt írja, hogy „*a táblán KÉPZELT ÍRÁST ott találtam*”. Vagyis megszakították a gondolatmenetben (el lehet képzelni, hogy egy ilyen matematikai műveletsor végrehajtása micsoda koncentrációt igényel), de őt ebben is megszakították, majd amikor folytathatta, LÁTTA maga előtt az addigi KÉPZELT számításait. Bolyai Farkasnak nagyon jó memóriája és képzelőtehetsége lehetett. Ezek szükségesek ahhoz, hogy valaki egy ilyen mutatványt meg tudjon csinálni. „*Az okát nem tudtam, még azt sem, hogy okát kell tudni.*” Ez persze azt jelenti, hogy gyerekként még nem tudta Bolyai, hogy miért működik helyesen a gyökvonási algoritmus, amit használ. Lapozzunk most bele Koretz Lőrincz korábban már említett könyvébe!

Koretz Lőrincz: Elemi mennyiségtan (1852)

Koretz Lőrincz (1805–1871) kegyes tanítórendi áldozópap és tanár volt, aki a Nyitra megyei Handlován (Nyitrabányán) született. 1822-ben Trencsénben lépett a rendbe és Rózsahegyen a gimnáziumban tanított. Később tanult Vácott, Nyitrán és Szent-Györgyön. Teológiai tanulmányai után bölcseleti doktori oklevelet kapott, 1830-ben szentelték áldozópappá, majd a magyaróvári, a lévai, és a nyitrai gimnáziumokban volt tanár. 1835 és ’45 között Szegeden tanított mennyiségtant. 1845-ben Kolozsváron a líceumban természettant és a mennyiségtant tanított, a csillagvizsgálót is vezette. 1849-ben a császáriak kitiltották Erdélyből, így ismét a nyitrai főgimnáziumba került, később ugyanott igazgató is lett. 1853-tól újból Kolozsváron találjuk, aztán Vácott, Szegeden, Temesváron, és Sátoraljaújhelyen volt tanár, nem egy helyen igazgató-tanár. 1869-ben helyezték nyugalomba Rózsahegyre vice-rektornak. Itt is hunyt el.

Elemi mennyiségtan című könyve 1847-ben jelent meg Kolozsváron, majd 1850-ben második bővített kiadása Pesten. Harmadik bővített kiadása is itt jelent meg 1852-ben. Ebben a könyvben különböző gyökvonási példákat találhatunk, köztük 14-jegyű számból való köbgyökvonást is. „*A’ harmadik gyökvevésnek e’ modorát Farczádi Nagy József szíveskedett velem közölni Kolozsvártt, és kívánságára ide nyomatott.*” – írja Koretz Lőrincz a könyvében.

Nem egyszerű, de bízom benne, hogy az érdeklődő olvasó az alábbi példán elgondolkodva megérti majd a számolás menetét. Algebrai szempontból megint csak a $10a + b$ köbének kifejtésén alapul minden, de most ebben az alakban írjuk fel ezt az azonosságot:

$$(10a + b)^3 = 1000a^3 + \big(10(3(10a^2 + ab) + b^2)\big)b.$$

4. példa. Határozzuk meg 46764948693952 köbgyökét!

```
∛46,764,948,693,952=36,028
-27
 --              (3x3=)      9
 19,764          (3x6=)      18
-19,656                    108x3=324
 ------          (6x6=)          36
                              3276x6=                19,656
                 (36x6=)     216
 108,948         (36x0=)       0
 -     0                   12960x3=38880
 -------         (0x0=)              0
                              388800x0=                  0
                 (360x0=)        0
 108,948,693     (360x2=)      720
 - 77,803,208              1296720x3=3890160
 -----------       (2x2=)                4
                               38901604x2=       77,803,208
                  (3602x2=)     7204
  31,145,485,952 (3602x8=)      28816
 -31,145,485,952             129772856x3=389318568
  --------------  (8x8=)                     64
        0                          3893185744x8=31,145,485,952
```

A számolás menete a 3. példához hasonlít. Lépésenként itt is szükségünk van egy osztóra (ezeket aláhúzással jelöltük), amelynek segítségével rendre meghatározzuk majd a következő (pirossal jelölt) számjegyet a megoldásban. Az aktuális háromjegyű számjegycsoportokat félkövéren, a kivonandó számokat barna színnel jelöltük a könnyebb beazonosítás végett. A fenti magyarázó számolás részletesen mutatja a lépéseket, viszont ha valaki ezt fejben csinálja, kevesebb számot is elég megjegyeznie. A következő levezetésben ugyanennek a példának elkészítettem egy tömörebb felírását, ami csak a legszükségesebb adatokat tartalmazza.

$\sqrt[3]{46,764,948,693,952}=36,028$

-27	9
19,**764**	18
-19,656	108x3=324 -> 3276x6= 19,656
	216
108,**948**	0
- 0	12960x3=38880 -> 388800x0= 0
	0
108,948,**693**	720
- 77,803,208	1296720x3=3890160-> 38901604x2= 77,803,208
	7204
31,145,485,**952**	28816
-31,145,485,952	129772856x3=389318568-> 3893185744x8=31,145,485,952
0	

A’ Farczádi Ur radix cubicájára

A marosvásárhelyi Teleki-Bolyai Könyvtárban őrzött Bolyai-hagyaték BF 84/1,1v jelzetű iratát eddig még sosem publikálták. A címe: *A’ Farczádi Ur radix cubicájára* [1].

„Legyen akármely decadice irt de 2 helynél nem kevesebb helyü szám α, ’s β, γ legyenek edj helyüek. $\breve{\alpha}$ legyen $=10\alpha$; A legyen $=\breve{\alpha}+\beta$; ’s A$\breve{\alpha}$ legyen D ’s miután is kijön A mint radix cubica, ’s A^3 levonatván, maradott R; ezen R után iratik az új Classis; ’s a’ radixba következő γ úgy kerestetik, hogy $R.10$ hez jön az új Classis első száma, ’s ezen summa S dividáltatik $3A^2$al. A T. Ur $3d$ je esik $3D$ és $3A^2$ közé. Mert

$$3A^2=3(\breve{\alpha}+\beta)^2=3\breve{\alpha}^2+6\breve{\alpha}\beta+3\beta^2$$
$$3d=3\breve{\alpha}^2+3\breve{\alpha}\beta+\beta^2$$
$$3D=3\breve{\alpha}^2+3\breve{\alpha}\beta$$

Tehát ha megmutattatik, hogy ha osztónak $3D$ vétetik a’ quotus 1nél kisebbel lesz nagyobb mintha $3A^2$ volna a’ divisor: akkor $3d$ még inkább vétethetik divisornak. Az pedig ha α nem < 10 megmutattatik így:

$$\frac{S}{3D}-\frac{S}{3A^2}=\frac{S}{3A\breve{\alpha}}-\frac{S}{3A^2}=\frac{AS}{3A^2\breve{\alpha}}-\frac{\breve{\alpha}S}{3A^2\breve{\alpha}}=\frac{(A-\breve{\alpha})S}{3A^2\breve{\alpha}}=\frac{\beta S}{3A^2\breve{\alpha}}$$

’S ha Snek maximuma vétetik is, a’ különbség < 1. Mert S legnagyobb, ha R legnagyobb, ’s az új Classis első száma 9. A’ legnagyobb R pedig $=(A+1)^3-1-A^3$, mely $=3A^2+3A$. Tehát a legnagyobb $S=3A^2\cdot 10+3A\cdot 10+9$; ’s a’ legnagyobb különbség

$$\frac{3A^2\beta\cdot 10+3A\beta\cdot 10+9\beta}{3A^2\breve{\alpha}}=\left(\frac{3A^2\beta\cdot 10}{3A^2\breve{\alpha}}=\frac{\beta}{\alpha}\right)+\left(\frac{3A\beta\cdot 10}{3A^2\breve{\alpha}}=\frac{\beta}{A\alpha}\right)+\left(\frac{9\beta}{3A^2\breve{\alpha}}=\frac{3\beta}{A^2\breve{\alpha}}\right)=$$
$$=\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\beta}{A\alpha}+\frac{3\beta}{A^2\breve{\alpha}};$$

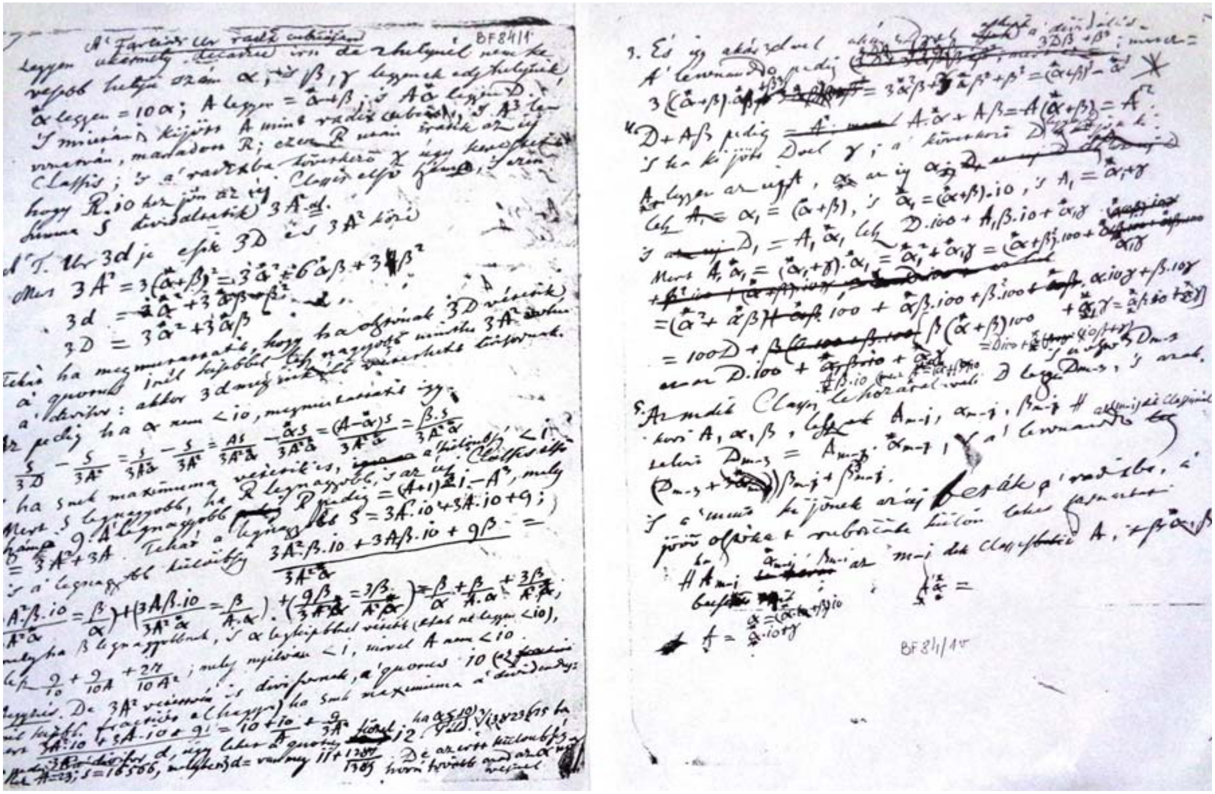
mely ha β legnagyobbnak, ’s α legkisebbnek vétetik (tsak ne legyen < 10), lesz $\frac{9}{10}+\frac{9}{10A}+\frac{27}{10A^2}$; mely nyilván < 1, mivel A nem < 10.

Jegyzés. *De $3A^2$ vétettvén is divisornak, a’ quotus 10 (az 1 nél kisebb fractiót elhagyva) ha Snek maximuma a’ dividens: mert*

$$\frac{3A^2.10+3A.10+9}{3A^2}=10+\frac{10}{A}+\frac{9}{3A^2}.$$

Ha pedig a’ divisor d, úgy lehet a quotus közel 1, ha $\alpha<10$.”

Mi ebben az érdekes? A fenti Farczádi-féle eljárásban új képlet szerint van számolva az osztó és új módon a kivonandó. Ez azért érdekes, mert az osztó függvényében a soron következő új tizedesjegy meghatározásakor egy felső korlátunk van csak a soron következő számjegyre. Minél pontosabban tudjuk meghatározni az új számjegyet, annál több felesleges számolást spórolunk meg. Bolyai Farkas a fenti iratban az osztó Farczádi által adott új választását vizsgálja, amely az eljárás szempontjából alapvető fontosságú a köbgyök soron következő tizedes jegyeinek meghatározásakor. Szerencsére Bolyai példát is hoz, amely a jelölések tisztázásához és jelentésük megfejtéséhez elég nagy segítséget jelent. Lássunk Bolyai példái közül kettőt:



Bolyai Farkas kézirata a köbgyökvonásról (BF 84/1,1v)

„2. Péld․ $\sqrt[3]{13{,}823{,}675}$*ben lesz* $A = 23$*;* $S = 16566$*, melyben* $3d =$ *van meg* $11 + \frac{1287}{1389}$*. De az írtt különbség hova tovább [apad az növel?].*

3. És így akár $3d$*vel akár* $3D$*vel eshetik a' dividálás. A' levonandó pedig* $3D\beta + \beta^3$*; mert ez* $= 3(\breve{\alpha} + \beta)\breve{\alpha}\beta + \beta^3 = 3\breve{\alpha}^2\beta + 3\breve{\alpha}\beta^2 + \beta^3 = (\breve{\alpha} + \beta)^3 - \breve{\alpha}^3$*.”*

Ki volt ez a Farczádi úr? Egyelőre csak találgathatunk. Van egy kolozsvári Farczádi József, akinek neve feltűnik, hol az Erdélyi Bányász Kalendáriumban a tartományi és királyi számvevő hivatal tagjai között, hol a természettani, földrajzi, csillagászati és ethnographico- archaeologiai szakgyűlés jegyzőkönyvében. Vajon ő lehetett az, akiről Bolyai Farkas kéziratában és Koretz Lőrincz könyvében is olvashatunk? Nem tudjuk.

A logaritmus

A 14-jegyű számból való köbgyökvonás fejben való végrehajtása a fenti módon valahogy eléggé hihetetlennek tűnik. Túl nagy számok jönnek elő. Papíron, ceruzával, hogy ezt egy gyerek is le tudja vezetni az elképzelhető. No de pusztán fejben? Számomra nehezen hihető, főleg „hiba nélkül”. Ne felejtsük el, hogy János négyzetgyökvonásról ír a 14-jegyű számok kapcsán, igaz ilyen nagy számból fejben azt sem egyszerű kiszámolni. Lehet, hogy Bolyai Farkas is nagyot kacagna, ha azt olvasná, hogy akkoriban ő így vont fejben köbgyököt. Esetleg lehet valami más módja is?

Amit most leírok, talán az is egy kicsit nehezen hihető, de nem elképzelhetetlen. Bolyai János ugyanis azt írta apjáról, hogy *„egykor a Herepei próbálgatására tüstént egy logaritmusi táblai lapon számok megtanulásához fogott, s könnyedén célt ért.”* Nos, ha valaki fejből tudja a logaritmus táblát, akkor több érdekes és meglepő dolgot tud csinálni. Hogyan menne ekkor egy gyökvonás? Vesszük az adott szám (illetve könnyítésként annak egy alkalmas közelítésének) tízes alapú logaritmusát, azt 3-mal elosztjuk, majd megpróbáljuk kitalálni, hogy a kapott szám, mint exponense a 10-nek mivel egyenlő. Itt nagyon jól kell a közelítő számításokkal bánni, mégpedig úgy, hogy a 10-esek helyén álló számig bezárólag minden jegy lehetőleg stimmeljen és az utolsó számjegyet azzal a módszerrel kaphatjuk meg, amit az 1. példában már használtunk.

A 3. példában szereplő feladatot így oldhatnánk meg gyorsan a logaritmus segítségével. A szám, amiből köbgyököt kell vonni közel van 93 millióhoz. Ennek 10-es alapú logaritmusa 6 + log 93. Ezt kell hárommal elosztani, ami 2+1/3log 93. Ha tudjuk, hogy log 93 körülbelül 1.9684, akkor 2+1/3log 93 az 2.6561 körüli érték. 10-nek 2.6561-edik hatványa kb. 453.0366. Ha csak közelítőleg számolunk, akkor is megkaphatjuk a 450 fölötti értéket. Azt pedig egyébként is tudjuk, hogy a keresett számnak 3-ra kell végződnie, vagyis a köbgyök 453.

* * *

2019 júniusában érkezett a hír, hogy a szegedi 10 éves Szin Jázmin magyar résztvevőként elsőként vett részt a németországi Rekenben a mentális matematikai junior-Európa-bajnokságon, ahol sok más feladat mellett fejben köbgyököt is kellett vonni. A legjobb öt között végzett a versenyen és a dolgozatban is említett 11-szeres fejszámoló világbajnok Gert Mittring tanításával bővíti tovább a tudását.

Hivatkozások

[1] Bolyai Farkas kéziratos hagyatéka a marosvásárhelyi Teleki-Bolyai Könyvtárban. (Másolatban elérhető Budapesten az MTA Könyvtárának Mikrofilmtárában is.)
[2] Gazda István (összeáll.): *Egy halhatatlan erdélyi tudós, Bolyai Farkas*, Akadémiai Kiadó, Bp., 2002.
[3] Koretz Lőrincz: *Elemi mennyiségtan*, Pest, 1852. (Harmadik, bővített kiadás.)
[4] Szabó Péter Gábor: *Legtisztább boldogság*. Művelődéstörténeti kalandozás Bolyai Farkas és Bolyai János világában. Magyar Tudománytörténeti és Egészségtudományi Intézet, Bp., 2018.