

Wernfried Güth

Hangrendszerünk ciklikus szerkezetéről

Különböző hang-e a Fiszisz és a G

Dr. Wernfried Güth a stuttgarti egyetem fizikaprofesszora volt. Dr. Florian Dankwerthtel közös könyve a *Die Streichinstrumente. Physik-Musik-Mystik*.

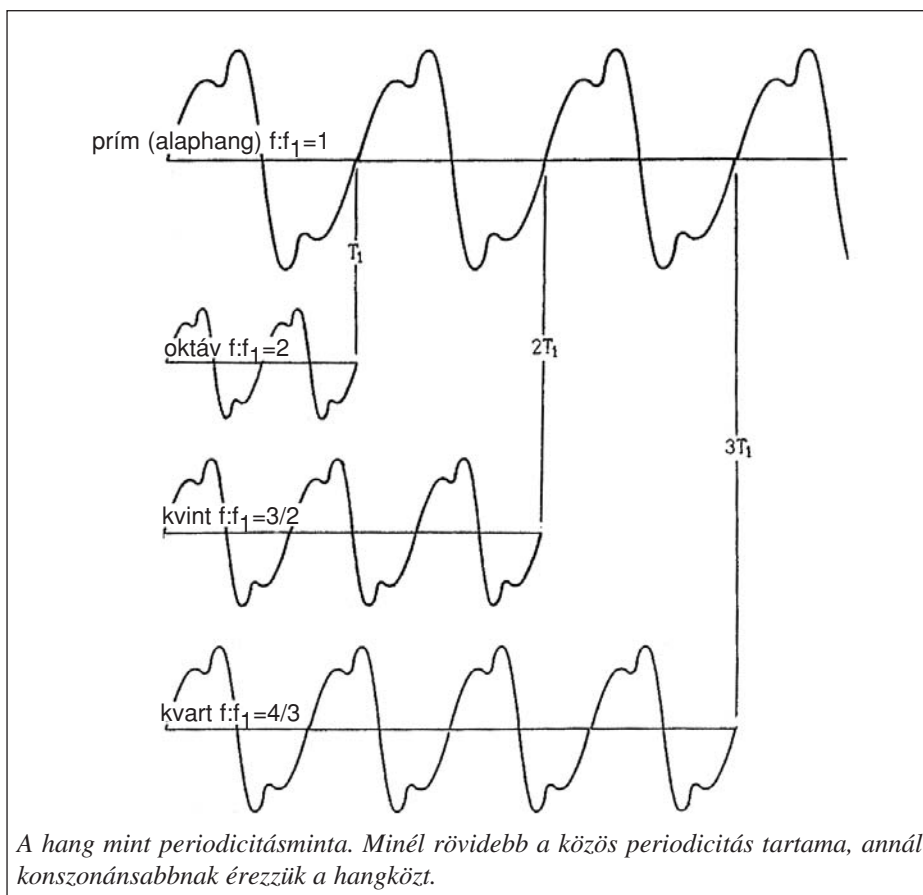
Az optimális hangolás problematikája egyidős magával a zenével. Már nagyon korán felismerték, hogy minden szempontból megfelelő hangolás voltaképpen nem létezik. A legrafináltabb rendszerű hangolás is kompromisszum csupán. Cikkekkel azt szeretném szemléltetni, hogy a 12-fokú hangrendszer természeti törvényszerűségeen alapul, nem pedig, mint sokan állítják, véletlenszerű kulturális felépítmény. Hangsúlyozni szeretném, hogy a cikk során végig csupán fizikális és halláspszichológiai szempontból közleltem meg a kérdést, a tisztán zenei kérdésekre (például, a bés illetve a keresztes hangsorok eltérő jellege) nem térek ki. Azzal, hogy mint természettudós e mérészséggel kiteszem magam annak, hogy a zene az esztétika területére tartozik és annak szabályai vonatkoznak rá, nem pedig a természettudományé – tisztában vagyok.

A barokk kor számtalan kísérletet tett a hangolás optimalizálására (Kirnberger (1)). Mivel ezek során hogy a hangnemek hangintervallumait bizonyos szempontok szerint interpolálták, ezekből rendszerbe foglalható szabályok nem vonhatók le. A pythagoraszi hangsor viszont egyértelmű és világos rendszer ...

A püthagoraszi hangsorok

Ha abból a hipotézisből indulunk ki, hogy zenénk – a diszharmonikus zene is – a harmónia rendező elvén alapul, a harmónia követelményeinek leginkább megfelelő hangrendszert kell keresnünk.

A modern halláspszichológia felismerése szerint az emberi hallás nem annyira a Hermann von Helmholtz (2)-féle frekvenciaanalízis alapján, hanem inkább hangminták (3) alapján működik. Az



alábbi ábrán ezt próbáltuk szemléltetni.

A *prímnek* nevezett első sor egy tetszőleges zenei hangot ábrázol, például egy hangsor alaphangját. A második sorban az előzőhöz képest kétszeres frekvenciájú hang, az *oktáv* található, a harmadik sorban pedig a prímhez képest 3/2 frekvenciájú hang, a *kvint*, stb.

A zenei hanghoz hasonló periodikus folyamatokat hallásunk „mintaként”, pontosabban „periodicitásmintaként” érzékeli. A periodicitás és annak tartama igen fontos. A zenei hangok esetében hallásunk a hangok eltérő periodicitását hasonlítja össze és közben keresi az azonos periodicitástartamokat. Úgy találja például, hogy a prím és az oktáv esetében a prím rezgésének kezdete és vége megegyezik az oktáv periodicitástartamával. A prím és az oktáv T₁-gyel je-

lölt periodicitástartama a lehető legrövidebb. A kvint és a prím közös periodicitástartama 2 T₁, a kvart és a prím esetében 3 T₁.

Hallásunk a konzonanciát és a harmóniát nyilvánvalóan a hangok azonos periodicitástartama alapján választja ki. Minél rövidebb a periodicitástartam, annál konzonánsabbnak érzékeljük az adott hangközt. A leginkább konzonáns az oktáv, a de még a kvintet is nagyon konzonánsnak érezzük.

Ezt már Püthagorász is tudta, sőt, megpróbálta egymás alá vagy fölé rendezni a kvinteket, abban a reményben, hogy előbb utóbb visszajut a kiinduló hanghoz – jóllehet néhány oktávval feljebb, de a nagy oktávkonzonancia miatt ettől az eltéréstől el lehet tekinteni (vö. Lange (4)).

Püthagorász rendszere		A temperált rendszer			
Felfelé épített kvintek		Lefelé épített kvintek			
Hang	Frekvencia	Hang	Frekvencia	Hang	Frekvencia
C	1	C	1	C	1
Cisz	1,0679	Desz	1,0535	Cisz	1,0595
D	1,125	D (Eszesz)	1,1099	D	1,1225
Disz	1,2014	Esz	1,1852	Disz	1,1892
E	1,2656	E (Fesz)	1,2486	E	1,2599
F (Eisz)	1,3515	F	1,3333	F	1,3348
Fisz	1,4238	Gesz	1,4047	Fisz	1,4142
G	1,5	G (Aszesz)	1,4799	G	1,4983
Gisz	1,6018	Asz	1,5803	Gisz	1,5874
A	1,6875	A (Besz)	1,6648	A	1,6818
B (Aisz)	1,8020	B (Aisz)	1,7778	B	1,7818
H	1,8984	H (Cesz)	1,8729	H	1,8878
C (Hisz)	1,0136	C (Deszesz)	0,9865	C	1

A püthagorászi hangsorok és a temperált hangsor : balra: felfelé haladó kvintekkel
középen: lefelé haladó kvintekkel
jobbra: a temperált hangsor

Az így létrejött rendszert a következő táblázatban összegeztük.

A táblázat első oszlopában a hangok neve található, letről felfelé haladva. A második oszlopból a hangoknak a C hanghoz viszonyított frekvenciája olvasható le. A harmadik és negyedik oszlop ugyanezt tartalmazza fentről lefelé, az utolsó, ötödik és hatodik oszlopban pedig az azonos beosztású (azonos lebegésű) hangolásnak megfelelő hangok és rezgések találhatók.

Nem teljesült tehát az a remény, hogy a rendszer visszatér az alaphanghoz. A 12 felfelé tett lépés utolsó hangja nem a C, hanem más, a Hisz, amely az úgynevezett Püthagorászi kommával tér el a C-től. Püthagorász kísérlete lefelé sem járt sikerrel. Az utolsó hang nem a C, hanem a Deszesz volt.

Ebben a formában a püthagorászi hangrendszer használhatatlan, mivel itt éppen a legfontosabb követelmény, a domináns szerepénél fogva akár „oktávekivalencia” is nevezhető oktávkonzonancia, nem teljesül. A dilemma tehát az, hogy az oktávekivalencia és a kvintkonzonancia nem egyezik. Mivel azonban az oktávekivalencia feltétlenül szükséges, nem marad más hátra, mint a kvintkonzonancia módosítása. Ha a kvinthez nem a 3/2 frekvenciaarányt rendeljük, hanem egy 1/53 félhanggal mélyebb intervallumot, a hangolás azonos beosztású lesz.

Mielőtt rátérnénk arra, vajon milyen károkat okoz a zenében az 1/53 félhangnyi eltérés, szóljunk előbb egy pozitívumról. Igaz ugyan, hogy a 12 kvintugrással nem a kiinduló C-re jutunk, de a

mégis szerencsénk van, mivel a Hisz–C eltérés, a 12 félhangra elosztva, olyan csekély, hogy csak extrém esetekben vehető észre. Úgy látszik, hallásunk ignorálja ezt a kis pontatlanságot, és a ciklicitást, az oktáv 12 félhangra osztását a nem teljes hangrendszerekben, például a diatóniában, a pentatóniában, és az idegen kultúrákban használatos egyéb hangsorokban is felismeri. Nem véletlen tehát, hogy zenénket olyan intervallumokban ábrázoljuk, amelyek egy félhang egész számú többszöröse, és, hogy ezeket a hangokat tisztának érezzük (még az olyan kevésbé konzonáns intervallumokat is, mint a félhang). A harmadik illetve negyedik hangközök tisztaságát azonban nehezen, vagy esetleg egyáltalán nem is tudjuk megítélni. A félhangnál kisebb hangközöknek a harmonikus zenében nincs létjogosultsága. Gyakorta használatos viszont a diszharmónia kifejezésére. Azoknak a kultúráknak a zenéje, ahol harmad- és negyedhangok is vannak, nem a harmónia törvényszerűségein alapul. A zenénkben alkalmazott intervallumrendszer tehát valamilyen természeti törvényszerűségein alapul, nem pedig, mint sokan állítják, véletlenszerű kulturális képződmény.

Fisz és Gesz. A temperált (azonos lebegésű) hangolás

Ha a püthagorászi rendszerhez vezető rétegezést 1/53 félhanggal kisebb kvintekkel végezzük el, a temperált hangolást kapjuk eredményül. Itt a Fisz és a Gesz

enharmonikusan megegyezik. Minden leegyszerűsödik. Az 1/53 félhang család nem okoz komoly gondot, viszont számtalan előnnyel jár. Ugyanakkor senkinek sem jutna eszébe, hogy hangrendszerünket oly módon egyszerűsítse, hogy mondjuk a Geszt Fisszel vagy a Gisz-dúrt Ászdúrral helyettesíti. Zenei kultúránk ilyenformán fejlődött, és végtére is jól elboldogulunk benne. Ha egy hegedűs azt állítja, hogy egészen másképp fogja a Fiszt mint a Geszt, érthető, csak hogy a dolog fordítva van mint gondolja – nem azért fogja másképp, mert a két hang teljesen eltérő, hanem mivel a zenei történetes menete kis hangmagasságbeli eltérést igényel. A fogást nem a hangsor merev előírása diktálja, hanem az élő zene.

Fiszisz és Aszasz. Hangrendszerünk ciklicitása

Ha hallásunk a félhangokból összetevődő intervallumokat zenei elemként ismeri fel, és az 1/53 félhangnyi kis pontatlanságok nem vezetnek félre, akkor az oktáv 12 félhangra osztását akkor is akceptálja, ha a hangolás nem temperált. A Fiszt és a Geszt, a Gisz és az Aszt akkor is különböző hangnak érzékeljük, ha csupán maximum 1/53 félhanggal különböznek egymástól. Ha az oktávekivalencia fennáll, minden ilyen hangra építhetünk egy hangsort. Példaként lássuk a Giszdúr hangsort.

Gisz Aisz Hisz Cisz Disz Eisz
Fiszisz Gisz

Dehát mit keres itt az Eisz, a Hisz és a Fiszisz hang? Hiszen azt mondtuk, hogy csak a táblázatban szereplő 12 (16 hang) létezik. (Az Aisz megengedhető, mivel a hangsorok történeti kialakulása szempontjából megfelelőbb mint a B.)

Igen könnyen bebizonyítható, hogy az új Eisz, Hisz, Fiszisz valójában pontosan az F, C és G hang. A püthagorászi hangsorban 12 kvintlépés után a Hiszhez értünk. Mivel azonban minden hangrendszer alapkövetelménye az oktávekivalencia, szükségképpen a Hisz=C. C-től különböző Hisz tehát nem létezhet. A Hisz után következő kvint, bárhogyan definiáljuk, a Fiszisz. Mivel azonban a Hisz=C és a C után következő kvint G, szükségképpen Fiszisz=G. Tehát azt találjuk, hogy az Eisz, Fiszisz, Giszisz, Cesz, Deszesz hang már szerepelt egyszer, és nyugodtan helyettesíthető az F,

G, A, H, C hanggal. A Gisz-dúr hangsorily módon a következő:

Gisz Aisz(B) C Cisz Disz F G Gisz.

A zenetudósok természetesen tiltakoznak az efféle egyszerűsítések ellen, hiszen az összerosás elfedi a felső keresztet és az alsó bés hangsorok valódi összetételét. Kifogásuk valóban helyálló, hiszen megszoktuk azt az összhangzattanunk alapját képező, ősi, matematikailag transzcendens struktúrát, amelyben a kvintek egymásra rétegzése során folytonosan újabb és újabb hangnemek keletkeznek, és mivel a közbülső hangnemekkel való összefüggésekre nem derül fény, folytonosan újabb és újabb hangok is születnek.

Azonban, mint láttuk, csupán 12 (illetve 16) különböző hang létezik, tehát a kvintek egymásutánjában mindig ugyanazzal a 12 hanggal találkozunk. Hangrendszerünk következésképp inkább ciklikus, mint transzcendens. A kvintkörön végighaladva a C-dúrtól a G-dúron stb., át egészen az Aisz-dúrig, a következő hangnem nem az Aisz-dúr, hanem az F-dúr lesz. Itt az F-dúrban Aisz-szal helyettesítve a B hangot, még azt a szépséghibát is ki tudjuk küszöbölni, hogy a keresztet ciklusban idegentestként bé szerepeljen. Az F-dúr után ismét a C-dúr következik – a ciklus bezárul, a kvintkör valódi kör, nem pedig spirál.

A fenti okoskodás nem kapcsolódik szorosán a temperált hangoláshoz (így ugyanis tárgyaltan lenne), hanem minden hangolásra érvényes. Hangrendszerünk ciklicitása egyedül a minden harmóniára épülő hangrendszer alapját képező oktávekivalencia következménye. Az oktávekivalencia és ezzel együtt a hangrendszer ciklicitása az összhangzattan alapja. Egy matematikailag transzcendens hangrendszerre épülő összhangzattan már per definitionem is ellentmondás lenne, ugyanis a hangrendszer vagy harmonikus, tehát szükségképpen ciklikus, vagy nem harmonikus.

Teljes joggal felmerülhet a kérdés, vajon hogyan keletkezhetett a transzcendens rendszer elmélete, ha a ciklicitás ennyire nyilvánvaló. Valószínűleg egyfajta félreértelmezett lelkiismeretesség volt az oka. Azt hitték, hogy a hangnemek képzésében – az egy oktávon belül igen hasznos – konzekvens kvintépítkezés játssza a döntő szerepet. Eközben azonban nem vették észre, hogy közben voltaképpen körbe-körbe járnak, mint az

a vándor, aki a ködös, behavazott erdőben, eltévedve újabb és újabb nyomokra bukkan, és nem veszi észre, hogy folyton a saját nyomai követi, végig körbe-körbe.

A ciklicitás elve végül is nem okozott lényegi változást az összhangzattanban, inkább egyszerűsítette azt. A vita voltaképpen a nevek körül folyik: vajon az adott hangot Fiszisznek, Aszesznek, Eiszisznek vagy Gének, vagy esetleg másképp hívjuk-e, holott ez a zene és az összhangzattan szempontjából teljesen mindegy. Egy hangnem jellege nyilvánvalóan nem attól függ, hogy a szóbanforgó hangokat hogy nevezzük. Az összhangzattan tanára egyáltalán nem jön zavarba attól, ha egy pedáns természettudós úgy véli, hogy a transzcendens matematikai rendszer teljességgel logikátlan. Minden nyugodtan maradhat tehát a régiben!

A gyakorló muzsikusz számára ugyanakkor nagyon nehézkes a Fiszisz és az Aszesz jelölése. Ezeket a hangokat nyugodtan oda lehetne írni a kottában, ahová hangmagasságuk szerint tartoznak: vagyis a G helyére. Hiszen a hang elnevezésétől függetlenül, úgyis ezt a Gét kell játszani. A hangnem szerkezeti felismerhetősége kedvéért a G elé lehetne helyezni egy, a félreértések elkerülése végett a normálnál valamivel kisebb, kettős keresztet, kettős bét vagy valamilyen más jelet. Mindez megkönnyítené az extrém hangnemek játszhatóságát.

Mennyire hallunk hamisnak két, 1/53 félhanggal különböző hangot?

Attól függ, hogy egymás után, vagy egyidejűleg halljuk-e a hangokat. Az első esetben gyakorlatilag nem is érzékeljük a különbséget, vagy, ha igen, nem érezzük bántónak. Más a helyzet, ha a hangok egyszerre szólnak meg, mivel az egymáshoz közeli hangok esetében rezgések lépnek fel. A rezgések periodikus hangerősség-ingadozások amelyek a hangmagasságtól és a hangmagasság-különbségtől függően tizedmásodperces vagy néhány másodperces távolságra követhetik egymást. A jelenség a hangszerekről ismeretes. A rezgések periodicitása egyszerű képlettel, az „életlenségi reláció” képletével számítható ki: $T = 1/\Delta f$, ahol a T az egy rezgés kezdetétől a végéig tartó időtartam, Δf pedig a frekvenciák különbsége, azaz 1/53 félhang. A képlet szerint közepes hangmagasság

mellett a T rezgési periódus kb. 1–3 másodperc. Mély hangoknál gyakorlatilag nem érzékelhető.

Mindez elsősorban azt jelenti, hogy az 1/53 félhang különbséggel való hangolás a normál A alatti hangoknál alig érzékelhető, a normál A fölött pedig csak akkor érzékelhető, ha a hangot 2 másodpercnél tovább tartjuk. A fúvós és a vonós hangszereknél egyáltalán nem vehető észre, mert ott a hangmagasság a vibrato stb. következtében amúgy is többet csúszik 1/53 félhangnál. A billentyűs hangszerek közül egyedül az orgonán érzékelhető a különbség. Ma már azonban az orgonát is temperáltan hangolják. A barokk korban sem elsősorban azért tiltakoztak a temperálás ellen, mert hamisnak tartották, hanem azért, mert attól féltek, hogy az egyházi hangnemek egyéni jellege veszendőbe megy (5). Végül ez meg is történt de nem a hangolás, hanem a rokon hangnemek dúr és moll skálákba történő összevonása miatt. Ma már senki sem kételkedik benne, hogy a temperált hangolás a lehető legjobb kompromiszum.

A fenti írás nem hipermodern kutatási eredményeket taglal. A téma attól még nem ér kevesebbet, hogy a verebek már háromszáz éve is csiripelhették volna a háztetőkön. Bárcsak megtették volna! Zenénk nem lenne rosszabb, csak sokkal könnyebben kezelhető.

Jegyzetek:

1 Johann Philipp Kirnberger: *Die Kunst des reinen Satzes* (A tiszta faktúra művészete), Berlin 1779

2 Hermann von Helmholtz: *Über die psychologischen Ursachen der musikalischen Harmonien* (A zenei harmóniák pszichológiai okairól), München 1971

3 Juan G. Roederer: *Physikalische und psychoakustische Grundlagen der Musik* (A zene fizikális és psychoakusztikai alapjai), Berlin/Heidelberg 1993; Wernfried Güth/Florian Danckwerth: *Die Streichinstrumente. Physik-Musik-Mystik* (A vonós hangszerek. Fizika-zene-misztika), Stuttgart 1997

4 Helmut Karl Heinz Lange: *So spiele und lehre ich Chopin* (Igy játszom és tanítom Chopint). Stuttgart 1994

5 ld. Kirnberger és Güth/Danckwerth

(A cikk elsőként a „Das Orchester” 98/9. Számában jelent meg. Köszönjük a közlési jogot!)