Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet
GEOFIZIKAI KÖZLEMÉNYEK
XIX. kötet, 1–2. szám.

Elektromechanikus szűrőrendszerek átviteli függvényének számítása az elektromos hálózatanalízis módszerével

KARDEVÁN PÉTER*

П. КАРДЕВАН

ВЫЧИСЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ ФИЛЬТРАЦИИ ПУТЕМ АНАЛИЗА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Электромеханические системы могут эффективно применяться в сейсмологии для подавления микросейсм. Эти системы могут изучаться просто, с использованием эквивалентных электрических схем, методами анализа контуров. В работе подробно рассматривается возможность определения характеристики систем предлагаемым способом.

P. KARDEVÁN

CALCULATION OF TRANSMISSION FUNCTIONS OF ELECTROMECHANICAL FILTER SYSTEMS BY ELECTRIC NETWORK-ANALYSIS

The electromechanical systems are favourable to filter microseisms. These systems can simply be analysed by electric substitute-circuits. A possibility of determining the transmission characteristics of these systems is detailed.

A szeizmológiában számos feladat fordul elő, amely csak nagyszámú regisztrált földrengés jól kiértékelhető szeizmogramjainak statisztikus vizsgálatával oldható meg. Az ilyen problémákkal csak akkor foglalkozhatunk eredményesen, ha a szeizmográfokat alkalmassá tesszük, hogy minél több megfelelő szeizmogramot adjanak. A műszerek ilyen irányú fejlesztésének legegyszerűbb módja érzékenységük növelése. Az érzékenység-növelésnek azonban határt szab a mindenhol jelenlevő, különböző eredetű talajnyugatalanság. Kedvezőtlen esetben a zaj oly erős lehet, hogy megnehezítheti a fázisok felismerését. Különlegesen érzékeny galvanométerek, vagy elektronikus erősítők alkalmazásakor az ún. „belső zaj" is korlátozó tényező.

Abban az esetben, ha a talajnyugtalanság a regisztrálni kívánt földrengéshullámok periódustartományán kívül eső rezgésekből áll, jó eredményt érhe-

---

* ELTE és MTA Országos Földrengésvizsgáló Intézete, Budapest.
A kézirat beérkezése: 1969 május 21.

tünk el a zavarhullámok egyszerű kiszűrésével. Ennek a feltételnek a szeizmológiában leginkább a városi talajnyugtalanság felel meg. Más esetben mindig számolnunk kell azzal, hogy a hasznos jelek egy része is kiszűrődik.

Az eddig kifejlesztett számos szűrési eljárás közül most csak a galvanométeres szűréssel foglalkozunk (POMEROY–SUTTON, 1960; HORDEJUK, 1967). Az ilyen szűrőrendszereknél az inga és regisztráló galvanométer közé megfelelő számú párhuzamosan, ill. sorosan kapcsolt ún. „szűrőgalvanométer" és egyéb frekvenciafüggő elem (kondenzátor, induktivitás), valamint ellenállások közbeiktatásával érhetjük el a talajnyugtalanság kiszűrését.

Alkalmas szűrőrendszer kiválasztásához az említett elemek nagyszámú kapcsolási kombinációjának átviteli függvényét kell tanulmányozni. A szokásos módszer az, hogy felírják az inga, a regisztráló galvanométer, valamint a szűrőgalvanométerek differenciálegyenletét a megfelelő kezdeti feltételekkel és kiküszöbölik az összes változót, kivéve az $x(t)$ földmozgást és $\varphi(t)$ regisztráló galvanométer kitérést (CHAKRABARTY, 1949). Az idevonatkozó differenciálegyenletek lineárisak és állandó együtthatójúak, tehát a kiküszöbölést a Laplace-transzformáció segítségével algebrai úton végezhetjük. Ha $\varphi(t)$ és $x(t)$ Laplace transzformáltja $\Phi(s)$, ill. $X(s)$, ahol az s komplex változó és a rendszer átviteli függvénye $H(s)$, akkor

$$\Phi(s) = H(s)\cdot X(s) \tag{1}$$

A legegyszerűbb esetektől eltekintve, a differenciálegyenletek felállítása bonyolult és az átviteli karakterisztikák számítása hosszas számolást igényel. A galvanométerek és az inga elektromos helyettesítő kapcsolásainak felhasználásával a szűrőrendszer viselkedése pusztán az elektromos hálózatokra vonatkozó törvények alapján vizsgálható.

A továbbiakban részletesen ismertetjük, hogyan lehet felhasználni az elektromos hálózat-analízis módszereit az elektromechanikus, lineáris passzív elemekből álló rendszerek átviteli függvényének számítására.

Az inga és galvanométer helyettesítő áramkörei

Egy inga, amelynek tekercse mágneses térben mozog,

$$K_1\ddot{\Theta} + b_1\dot{\Theta} + c_1\Theta = -MR_0\ddot{X} - G_1 i_s \tag{2}$$

differenciálegyenlettel jellemezhető, ahol K_1 az inga tehetetlenségi nyomatéka, b_1 a sebességgel arányos csillapítóerő nyomatéka egységnyi szögsebességnél, C_1 a rugóállandó, X a földmozgást leíró függvény, G_1 az ingatekercs elektromechanikus konstansa, i_s a tekercsen átfolyó áram, ha a tekercs valamely Z impedanciával terhelt, M az inga tömege, R_0 a felfüggesztett tömeg súlypontjának távolsága a forgástengelytől és Θ az inga szögkitérése. A (2) egyenletet egyszerű átalakítással a következő alakra hozhatjuk:

$$\left(\frac{K_1}{G_1^2}\right)\frac{d}{dt}(G_1\dot{\Theta}) + \left(\frac{b_1}{G_1^2}\right)(G_1\dot{\Theta}) + \frac{c_1}{G_1^2}\int G_1\dot{\Theta}\,dt + i_s = -\frac{MR_0}{G_1}\ddot{X}. \tag{3}$$

A $G_1\dot{\Theta} = e_s$ mennyiség az inga tekercsében a mozgás során indukálódott feszültség (feltételezzük, hogy a rendszer a $t = 0$ időpillanatban nyugalomban volt, tehát $\dot{\Theta}(0) = \Theta(0) = \dot{\varphi}(0) = \varphi(0) = 0$).

Felhasználva a formai hasonlóságot a kondenzátoron, ohmos ellenálláson és induktivitáson átfolyó áramot kifejező képletekkel, bevezethetjük a

$$C_s = \frac{K_1}{G_1^2}; \quad L_s = \frac{G_1^2}{c_1}; \quad R_{os} = \frac{G_1^2}{b_1} \tag{4}$$

ekvivalens kapacitást, induktivitást és ohmos ellenállást, amelyekkel a (3) egyenletet kissé átrendezve felírhatjuk:

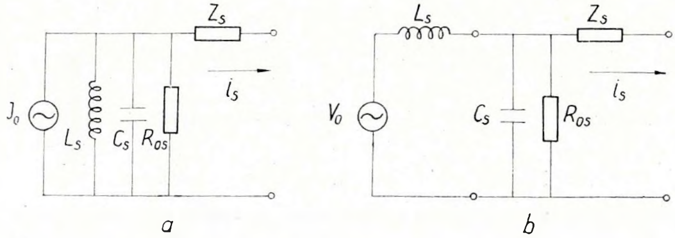
$$\frac{MR_0}{G_1}\ddot{X} + \frac{1}{L_s}\int e_s\,dt + \frac{1}{R_{os}}e_s + C_s\frac{de_s}{dt} = -i_s. \tag{5}$$

Ez az egyenlet valamely elektromos hálózat egy csomópontjára érvényes Kirchoff-törvényként fogható fel. Ha az első tagot

$$I_0 = \frac{MR_0}{G_1}\ddot{X}$$

ideális áramforrásnak tekintjük, a baloldalon álló tagok párhuzamosan kapcsolt elemeken a csomópontba folyó áramokat jelentik, a jobboldali pedig a csomópontból kifolyó áramot jelenti. Ezek alapján az 1a. ábrán látható helyettesítési kapcsolást kapjuk (Z_s az inga tekercsének ellenállása). Ez, a párhuzamosan kapcsolt áramforrás és sorosan kapcsolt feszültségforrás ekvivalenciájának felhasználásával (HENNYEI, 1962) az 1b. ábrán látható kapcsolással pótolható, ahol

$$V_0 = L_s\frac{dI_0}{dt} = L_s\frac{MR_0}{G_1}\dddot{X}. \tag{6}$$



1. ábra. Az inga elektromos helyettesítő kapcsolása

Фиг. 1. Эквивалентная электрическая схема подвесной системы

Fig. 1 The substitute-circuit of the pendulum

Hasonló átalakítást végezhetünk a galvanométerre vonatkozó

$$K_2\ddot{\varphi} + b_2\dot{\varphi} + c_2\varphi = G_2 i_g$$

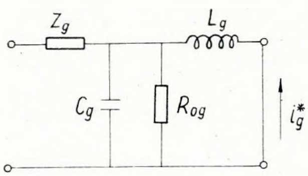
egyenleten is.

A (4) képletekkel teljesen analóg módon bevezethetjük az L_g, C_g, R_{og} ekvivalens induktivitást, kapacitást és ellenállást. Ekkor a következő alakú egyenletet kapjuk:

$$C_g \cdot \frac{de_g}{dt} + \frac{1}{R_{0g}} e_g + \frac{1}{L_g} \int e_g dt = i_g.$$

Ebből a 2. ábrán látható helyettesítési kapcsolás megadható (Z_g a galvanométer tekercsének ellenállása).

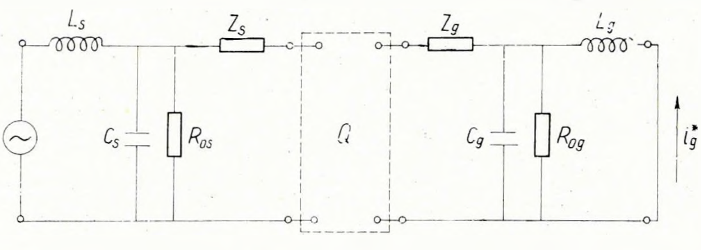
Minthogy a szűrőrendszernek az inga és a regisztráló galvanométer állandó komponense, célszerű a teljes szűrőrendszer helyettesítő képét a 3. ábrán látható formában megadni. Q egy tetszőleges lineáris passzív elemekből álló négypólus. A legegyszerűbb esetben ohmikus ellenállásokból álló T-híd, szűrőrendszereknél még galvanométereket is tartalmaz, amelyeknek természetesen a helyettesítő képe szerepel benne. Terjesszük ki most a Q négypólust úgy, hogy fokozatosan beleértjük az inga és regisztráló galvanométer ekvivalens áramköri elemeit. Ekkor egy Q' négypólushoz jutunk (4. ábra).



2. ábra. A galvanométer elektromos helyettesítő kapcsolása

Фиг. 2. Эквивалентная электрическая схема гальванометра

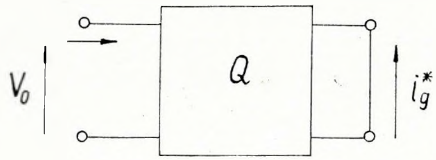
Fig. 2 The substitute-circuit of the galvanometer



3. ábra. A szeizmográf elektromos helyettesítő kapcsolása

Фиг. 3. Эквивалентная электрическая схема сейсмографа

Fig. 3 The substitute-circuit of the seismograph



4. ábra

Фиг. 4.

Fig. 4

A 4. ábrán tulajdonképpen egy rövidrezárt négypólust láthatunk, amelynek Y_{12} általánosított vezetőképessége, másszóval admittanciája a következőképpen definiálható:

$$Y_{12}(s) = \frac{I_g^*(s)}{V_0(s)}, \tag{7}$$

ahol $I_g(s)$ a regisztráló galvanométer L_g ekvivalens induktivitásán átfolyó áram és $V_0(s)$ a bemenő feszültség Laplace-transzformáltja. A (6) alapján:

$$V_0(s) = L_s \frac{MR_0}{G_1} s^3 X(s), \tag{8}$$

s mivel

$$i_g^*(t) = \frac{1}{L_g}\int(-e_g)\,dt = -\frac{c_2}{G_2^2}\int G_2\dot{\varphi}(t)\,dt = -\frac{c_2}{G_2}\varphi, \quad I_g^*(s) = -\frac{c_2}{G_2}\Phi(s). \tag{9}$$

A negatív előjel azt jelenti, hogy a galvanométerben az ingához képest ellentétes feszültség indukálódik.

A (7), (8) és (9) összefüggések alapján a következőt kapjuk:

$$Y_{12}(s) = \frac{I_g^*(s)}{V_0(s)} = -\frac{c_2 G_1}{G_2 L_s M R_0} s^{-3} \frac{\Phi(s)}{X(s)},$$

illetőleg a konstansok egybeolvasztásával:

$$H(s) = \frac{\Phi(s)}{X(s)} = -ks^3 Y_{12}(s). \tag{10}$$

A (10) összefüggés megadja a rendszer átviteli függvénye és általánosított vezetőképessége közötti kapcsolatot.

Az Y_{12} admittancia számítása

Általában négypólusnak nevezünk (Mikusinski, 1961) minden olyan két bemenő és két kimenő kapoccsal rendelkező elektromos rendszert, amely az U_1 bemenő feszültséget, ill. I_1 bemenő áramot az U_2 kimenőfeszültséggé, ill. I_2 kimenőárammá transzformálja a következő képletek szerint:

$$\begin{aligned} U_1 &= A_{11}U_2 + A_{12}I_2; \\ I_1 &= A_{21}U_2 + A_{22}I_2. \end{aligned} \tag{11}$$

Ilymódon minden négypólust az

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$$

mátrix jellemez. Ha két vagy több négypólust egymásután láncba kapcsolunk, akkor az eredő négypólus mátrixa az egyes négypólusok mátrixainak megfelelő sorrendben kiszámított szorzataként állítható elő. Ha tehát az inga helyettesítő áramkörének láncmátrixa

$$T_0 = \begin{bmatrix} T_{11}^0 & T_{12}^0 \\ T_{21}^0 & T_{22}^0 \end{bmatrix},$$

A Q négypólusé

$$T_q = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}$$

és a regisztráló galvanométeré:

$$T_g = \begin{vmatrix} T^g_{11} & T^g_{12} \\ T^g_{21} & T^g_{22} \end{vmatrix},$$

akkor Q' láncmatrixa

$$T_{q'} = T_0 T_q T_g = \begin{vmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{vmatrix}. \tag{12}$$

Q' azonban rövidrezárt négypólus, tehát $U_2 = 0$. Ekkor a (11) egyenletek közül az első a következő alakot ölti:

$$U_1 = U_{12} I_2. \tag{13}$$

Az általánosított vezetőképesség ekkor $1/A_{12}$, ill. Q' négypólusnál:

$$Y_{12} = \frac{1}{B'} \tag{14}$$

lesz, mert A_{12} és B' pozíciója a megfelelő mátrixokban ugyanaz.

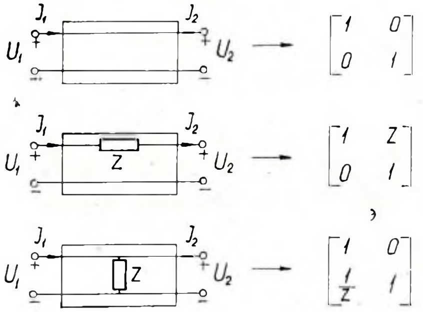
A (12) szorzást B'-re elvégezve:

$$B' = (T^0_{11} A + T^0_{12} C) T^g_{12} + (T^0_{11} B + T^0_{12} D) T^g_{22}. \tag{15}$$

A (14) és (10) összefüggéseket figyelembevéve:

$$H(s) = -ks^3 \frac{1}{B'}. \tag{16}$$

A (15) képlet mutatja, hogy a különböző rendszerek átviteli karakterisztikájának megadásához az inga és regisztráló galvanométer változatlansága esetén csak a Q csatoló négypólus mátrixelemeit kell kiszámítani, amely mindig előállítható sorosan, ill. párhuzamosan kapcsolt impedanciák egyszerű láncmátrixainak szorzataként. A (11) képletek segítségével egyszerűen belátható, hogy az 5. ábra egyszerű négypólusaihoz a megadott láncmátrixok tartoznak.



5. ábra. Egyszerű négypólusok láncmátrixai

Фиг. 5.
Цепочная матрица простых квадруполей

Fig. 5 Chain-matrices of simple quadrupoles

Szinuszosan változó bemenő feszültségnél a rendszer átviteli karakterisztikáját a (16)-ból $s = j\omega$ helyettesítéssel kapjuk.

E módszer segítségével a számítások, különösen bonyolultabb esetekben, egyszerűbbek és mechanikusan végezhetők.

IRODALOM

Pomeroy, P W. – Sutton, G. H., 1960: The use of galvanometers as band-rejection filters in electromagnetic seismographs. Bull. Seism. Soc. Am., 50. 1.

Hordejuk, J., 1967: Application of electromechanical filters to low-frequency seismological investigation. Zaklad Geofizyki, Polskiej Akademii Nauk: Materiali i Prace, 17.

Chakrabarty, S. K., 1949: Response characteristics of electromagnetic seismographs. Bull. Seism. Soc. Am., 47.

Dopp, S., 1964: Application of communication network theory to the electromagnetic seismograph. Bull. Seism. Soc. Am., 54.

Hennyey, Z., 1962: Linear electric circuits. Pergamon Press, Oxford, London, New York, Paris.

Mikusinski, J., 1961: Operátorszámítás. Műszaki Könyvkiadó, Budapest.