

МЕШКО, А.

ИНТЕРПОЛЯЦИЯ И РЕДУКЦИЯ СИСТЕМЫ ЦИФРОВЫХ ДАННЫХ

Анализируются возможности интерполяции и редукции системы данных, применяемых для цифрового представления сейсмического канала. Приводятся формулы для вычисления новых систем данных.

A. MESKÓ

THE INTERPOLATION AND REDUCTION OF A DIGITAL DATA-SYSTEM

The interpolation and reduction of a data-system digitally representing a seismic channel, is analysed. Formulas are given to compute the new data-system.

DIGITÁLIS ADATRENDSZER SŰRÍTÉSE ÉS RITKÍTÁSA

MESKÓ ATTILA

Bevezetés

A digitális adatfeldolgozás célja a számítási idő csökkentése. A számítási idő az adatrendszer nagyságától és a végzett műveletek számától függ. Ha például az adatrendszer egy szeizmogram vagy szeizmogramrészlet, a digitális reprezentáció (N) nagyságát a csatornák száma (n), a vizsgált időtartomány hossza (T) és a digitálás mintavételi távolsága (τ) határozza meg:

$$N = n \frac{T}{\tau}.$$

Mivel a csatornák számán és az időtartomány hosszán nem változtathatunk, a τ értékét kell a megengedhető legnagyobbra választanunk. Különböző típusú műveletek különböző mintavételi távolsággal végzendők. Bizonyos esetekben — átmenetileg — igen sűrű adatrendszerre lehet szükség, máskor viszont jóval nagyobb kiolvasási távolság is elegendő. Az egyes műveletek elvégzése előtt elő kell állítani a megfelelő sűrűségű adatrendszert. A „sűrűségváltoz-

tatás" speciális átviteli folyamat. Jelen dolgozat ezzel a folyamattal foglalkozik.

Legyen a bemenet egy szeizmikus csatorna τ_i mintavételi távolsággal előállított reprezentációja, a kimenet ugyanezen csatorna τ_o mintavételi távolságú adatokkal való reprezentációja (az i index az input, az o az output szavakra utal). Ha $\tau_i > \tau_o$, a feladat sűrítés vagy interpoláció, ha $\tau_i < \tau_o$ a feladat ritkítás, az adatrendszer redukciója. Az első művelet optimális végrehajtásánál, az információtartalom változatlan marad, a redundancia növekszik. A második művelet mindig információvesztéssel jár.

Általános összefüggések

Jelölje a csatornát leíró folytonos függvényt $x(t)$, digitális reprezentációját $x^*(t)$, a megfelelő spektrumokat $X(\omega)$ és $X^*(\omega)$. Az időtartománybeli

$$x^*(t) = x(t) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k\tau) \quad (1)$$

összefüggésnek a frekvenciatartományban konvolúció felel meg:

$$X^*(\omega) = X(\omega) * \frac{1}{\tau} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta\left(\omega - \frac{2\pi k}{\tau}\right) = \frac{1}{\tau} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X\left(\omega - \frac{2\pi k}{\tau}\right). \quad (2)$$

A digitális adatrendszer spektruma periódikus, $\frac{2\pi}{\tau}$ alapperiódussal. A $(-\pi/\tau, +\pi/\tau)$ tartományba eső rész a spektrum fő része.

Az $x(t)$ véges sáv szélességű, ha Fourier transzformáltja nagyon kicsiny (gyakorlatilag elhanyagolható) egy véges intervallumon kívül:

$$X(\omega) \approx 0 \quad \text{ha: } |\omega| > \omega$$

Ha

$$|\omega_l| \leq \frac{\pi}{\tau} \quad (3)$$

a digitális reprezentáció az eredeti folytonos függvény teljes információtartalmát megőrzi. Az eredeti függvény ilyenkor az adatrendszerből pontosan visszaállítható.

Vezessünk be ugyanis egy frekvenciafüggvényt az

$$\begin{aligned} R(\omega) &= \tau, \quad \text{ha } |\omega| < \frac{\pi}{\tau}, \\ &= 0, \quad \text{ha } |\omega| > \frac{\pi}{\tau} \end{aligned}$$

definícióval. Ha $R(\omega)$ -val szorozzuk az $X^*(\omega)$ -t, a digitális adatrendszer spektrumát, a periodikus ismétlődés megszűnik, mert $R(\omega)$ csak a spektrum fő részének megfelelő tartományban különbözik zérustól:

$$X(\omega) = X^*(\omega)R(\omega). \quad (4)$$

Az $x(t)$ visszaállítására vonatkozó összefüggést a (4) egyenlet inverz Fourier transzformáltjának képzésével kaphatjuk. Mivel az $R(\omega)$ inverz Fourier transzformáltja:

$$r(t) = \frac{\sin \frac{\pi}{\tau} t}{\frac{\pi}{\tau} t}$$

és a frekvenciatartománybeli szorzásnak az időtartományban konvolúció felel meg:

$$x(t) = x^*(t) * r(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k\tau) \cdot \frac{\sin \pi \left(\frac{t}{\tau} - k \right)}{\pi \left(\frac{t}{\tau} - k \right)}. \quad (5)$$

Ha a (3) nem teljesül, torzulások lépnek fel és – ahogyan ez a (2)-ből látható – nagyfrekvenciás zaj jelenik meg. A digitális adatrendszerből a folytonos függvény eredeti formájában nem állítható vissza. Amikor áttérünk egy függvény új mintavételi távolsággal való jellemzésére, ügyelnünk kell, hogy (3) az új τ_o és ω_{io} -lal is érvényes maradjon.

Sűrítés (interpoláció)

Legyen adott egy τ_i mintavételi távolsággal készített bemeneti adatrendszer. Tételezzük fel, hogy

$$|\omega_{ii}| \cong \frac{\pi}{\tau_i}, \quad (6)$$

ahol a mintavételi távolságot helyesen választottuk meg. Feladatunk egy τ_o mintavételi távolsággal adatrendszer előállítására, amelyben:

$$\tau_o < \tau_i. \quad (7)$$

A felső határfrekvencia változatlan maradhat: ugyanis a (7) következtében:

$$\frac{\pi}{\tau_o} > \frac{\pi}{\tau_i}. \quad (8)$$

A (6) és (8)-ből pedig:

$$|\omega_{l0}| < \frac{\pi}{\tau_0} \quad (9)$$

adódik. A (3) a felső határfrekvencia változtatása nélkül is teljesül. Alkalmazható tehát az (5) interpolációs képlet $t = l \cdot \tau_0$ diszkrét időadatokra vonatkozó változata:

$$x(l\tau_0) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k\tau_i) \frac{\sin \pi \left(l \frac{\tau_0}{\tau_i} - k \right)}{\pi \left(l \frac{\tau_0}{\tau_i} - k \right)}$$

Ha a sűrítés λ -szoros,

$$\lambda \tau_i = \tau_0.$$

Bevezetve a λ -t, és az összegezés határaitra (gyakorlati okokból) n -t:

$$x(l\tau_0) = \sum_{k=-n}^n x(k\tau_i) \frac{\sin \pi(l\lambda - k)}{\pi(l\lambda - k)}. \quad (10)$$

Ritkítás (az adatrendszer redukciója)

Legyen most $\tau_0 > \tau_i$. Ekkor az új τ_0 és a változatlan ω_{li} között a (3) nem teljesül. A ritkítás előtt felülvágó szűrőt kell alkalmaznunk. A szűrő átviteli függvénye legyen:

$$\begin{aligned} S(\omega) &= \frac{1}{2\omega_{l0}}, & \text{ha } |\omega| < \omega_{l0} \\ &= 0, & \text{ha } |\omega| > \omega_{l0} \end{aligned} \quad (11)$$

(ideális felülvágó).

Az ω_{l0} -t úgy kell választanunk, hogy a (3) teljesüljön:

$$|\omega_{l0}| \cong \frac{2\pi}{\tau_0}. \quad (12)$$

A (11)-nek megfelelő súlyfüggvény:

$$s(t) = \frac{\sin \omega_{l0} t}{\omega_{l0} t}. \quad (13)$$

A szűrő kimenete:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k\tau_i) \frac{\sin \frac{\pi}{\tau_0} (t - k\tau_i)}{\frac{\pi}{\tau_0} (t - k\tau_i)}. \quad (14)$$

A kimenetet a ritkított adatrendszernek megfelelő argumentumú pontokban kell számítanunk: $t = l \cdot \tau_0$. A k értékét praktikus okokból csupán $-n$ és $+n$ között változtatjuk. Ha a ritkítás μ -szörös: $\mu\tau_0 = \tau_i$. Ezekkel az új jelölésekkel a következő eredményt kapjuk:

$$x(l\tau_0) = \sum_{k=-n}^n x(k\tau_i) \frac{\sin \pi(l - k\mu)}{\pi(l - k\mu)}. \quad (15)$$

Az aluláteresztő szűrő megválasztása

A sűrítéssel új információhoz nem jutunk, csupán áttekinthetőbbé, könnyebben kezelhetővé tesszük az adatrendszert. A ritkítás azonban mindig információvesztéssel jár (az $\omega_{ii} - \omega_{i0}$ közötti frekvenciasávra vonatkozó információkat veszítjük el). Ez a veszteség későbbi sűrítéssel nem pótolható. Ha visszatérünk az eredeti sűrűsége, a kiindulási adatrendszer aluláteresztő szűrővel átalakított változatát kapjuk.

A sűrítés információvesztését nem okoz, hiszen az ω_{ii} , ω_{i0} közötti „ elvesztett sáv ” zérussá zsugorodik. A két művelet közös vonása aluláteresztő szűrő alkalmazása. Képleteink ideális aluláteresztő szűrőre vonatkoztak. A szűrést azonban digitálisan, véges hosszúságú súlyfüggvénnyel végezzük. Emiatt a tényleges szűrő az ideális aluláteresztő szűrőnek csak közelítése. Minél jobb közelítést akarunk elérni, annál hosszabb súlyfüggvényre van szükség.

A konvergencia gyorsaságának növelése céljából a szűrő súlyfüggvényét másképpen is választhatjuk, mint ahogyan a (13) előírja. Így már elvileg sem ideális aluláteresztő szűrőt alkalmazunk; ez további információvesztéseket okoz, de rövidebb súlyfüggvényeket igényel.

Egy lehetőség: a (11) helyett, a háromszög-alakú

$$S(\omega) = \begin{cases} \left(1 - \frac{\omega}{\omega_{i0}}\right) \frac{1}{\omega_{i0}}, & \text{ha } |\omega| < \omega_{i0} \\ 0 & \text{, ha } |\omega| > \omega_{i0} \end{cases} \quad (16)$$

átviteli függvény alkalmazása. A megfelelő súlyfüggvény:

$$S(t) = \frac{\sin^2 \omega_{i0} t}{(\omega_{i0} t)^2} \quad (17)$$

ugyanis jóval gyorsabban konvergál, mint a (13).

Még kedvezőbb azonban az

$$S(\omega) = e^{-p\omega^2} \quad (18)$$

átviteli függvény alkalmazása. A p paraméter helyes megválasztásával biztosítható, hogy az

$$S(\omega_{i0}) = e^{-p\omega_{i0}^2} \approx 0$$

egyenlőség, adott pontossággal teljesüljön. A p -re felírható

$$p = \frac{K}{\omega_{10}}, \quad (19)$$

ahol K az előirt pontossági szinttől függő konstans. A (18)-nak megfelelő, (19) felhasználásával kapott súlyfüggvény

$$S(t) = \frac{\omega_{10}}{2\sqrt{\pi k}} e^{-\frac{t^2 \omega_{10}^2}{4K}} \quad (20)$$

már igen gyorsan konvergál.

Az átviteli függvényekből és súlyfüggvényekből látható, hogy a gyors konvergencia előnyével együtt jár a nagy frekvenciájú komponensekre vonatkozó információk elvesztésének hátránya és viszont. A szeizmikus csatorna tulajdonságai többnyire a (20) alakú súlyfüggvény használatát indokolják.

* * *

IRODALOM

- Blackmann, R. B. – Tukey, J., 1958: The measurement of power spectra. Dover Publication, New York.
- Gálfi J. – Márton P. – Meskó A. – Stegena L. Szeizmika I. és VII. fejezetek. Tankönyvkiadó (sajtó alatt).
- Shannon, C. E. – Weaver W., 1949: The mathematical theory of communication. Univ. of Illinois Press.

A Geofizikai Közlemények a M. Áll. Eötvös Loránd Geofizikai Intézet hivatalos kiadványa. A Közleményekben megjelenő tanulmányok általában az Intézet véleményét tolmácsolják, ill. az Intézet egyetért a szerzők véleményével.

A Magyar Geofizikusok Egyesülete 1966. évi, XI. Szimpóziumán elhangzott előadásokból, a Geofizikai Közlemények némelyének a közlését vállalta. Ezeket az előadásokat – elsősorban a külföldi szerzők műveit – egy kivételével, lényegében változatlanul közöljük.

E tanulmányok tehát nem járták meg az Intézet belső vitafórumait; állításaik, tételeik nem is tekinthetők az Intézet véleményének.

A Szerkesztőség, amellet, hogy szívesen vállalta a külföldi kollégák értékes tanulmányainak közlését, nem hallgathatja el, hogy a közöltekkel nem mindenben ért egyet.

SZERKESZTŐSÉG

TARTALOM

<i>Bagi Róbert – Facsinay László – Trenka Sándorné:</i> Az analitikus lefeléolytatások alkalmazásának hazai tapasztalatai	3
<i>Mituch Erzsébet – Posgay Károly – V. B. Sollogub – A. V. Tchekunov – L. A. Khilinskij:</i> Experimental seismic crustal investigations between Debrecen (HPR) and Beregovo (USSR)	17
<i>Ádám Antal:</i> A magyarországi elektromágneses mérések információi	23
<i>Ádám Antal:</i> Az elektromágneses komponensek nyugodtnapi változásainak (S_q) összehasonlítása Nagycenk és Tihany között	39
<i>Ádám Antal:</i> A kisebbességű övnek megfelelő elektromos jólvezető réteg mélységváltozása a tektonika szerint	51
<i>Bencze Pál – Wallner Akos:</i> Az S_q áramrendszer és az ionoszféra E rétegének torzulása közötti összefüggésről	55
<i>Verő József:</i> Az elektromágneses tér pulzációinak előrejelzéséről	63
<i>Le Minh Triet:</i> A földmágneses viharok hirtelen kezdő impulzusának amplitudója és emelkedési ideje közötti összefüggésről	71
<i>W. Mundt:</i> A földmágneses és a gravitációs anomáliák a földkéreg mélyebb szerkezetének kutatásában	81
<i>H. Kautzleben:</i> A földmágneses normáltér Közép-Európában	91
<i>J. Popelař:</i> A gravitáció és az izosztázia a csehszlovák Kárpátokban	105
<i>P. Kaštera:</i> A földkéreg terhelésében bekövetkező változások hatása a kéregmozgásokra	117
<i>Z. Fajkiewicz:</i> Collinear nomograms for gravity terrain correction	119
<i>Meskó Attila:</i> Digitális adatrendszer sűrítése és ritkítása	121

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Баги Р. – Фачинаи Л. – Тренка М.:</i> Опыт применения аналитического продолжения вниз	3
<i>Митух Э. – Пошгаи К. – Соллогуб В. Б. – Хилинский Л. А. – Чекунов А. В.:</i> Об опытных работах ГСЗ в районе г. Дебрецен (ВНР) и г. Берегово (УССР) ..	17
<i>Адам А.:</i> Об информации, получаемых в Венгрии при электромагнитных измерениях	23
<i>Адам А.:</i> Сопоставление вариаций составляющих электромагнитного поля (S_q) за спокойные дни по данным двух обсерваторий Надьценк и Тихань за 1961 г. . .	39
<i>Адам А.:</i> Связь хорошо проводящего слоя верхней мантии с геотектоникой	51
<i>Бенце П. – Вальнер А.:</i> О зависимости системы потока пульсаций S_q от ионосферного слоя E	55
<i>Верő И.:</i> О предсказании пульсаций электромагнитного поля	63
<i>Ле Мин Чиет:</i> О связи между амплитудой и временем нарастания внезапного начала геомагнитной бури	71
<i>Мундт В.:</i> Об использовании аномалий геомагнитного поля и аномалий Буге для изучения глубинного строения Земли	81
<i>Каутцлебен К.:</i> О нормальном магнитном поле Земли, в частности для территории Средней Европы	91
<i>Попелар Й.:</i> Поле силы тяжести и изостазия на территории Чехословацких Карпат	105
<i>Каштера П.:</i> Влияние изменений нагрузки земной коры на коровые движения . . .	117
<i>Файклевиц З.:</i> Система коллинейных номограмм для определения топографических поправок	119
<i>Мешко А.:</i> Интерпретация и редукция системы цифровых данных	121

CONTENTS – INHALT

<i>R. Bagi</i> – <i>L. Facsinay</i> – <i>M. Trenka</i> : Experiences in the application of the downward-continuation	3
<i>E. Mituch</i> – <i>K. Posgay</i> – <i>V. B. Sollogub</i> – <i>A. V. Tchekunov</i> – <i>L. A. Khilinskij</i> : Experimental seismic crustal investigations between Debrecen (HPR) and Beregovo (USSR) ..	17
<i>A. Ádám</i> : Über die Informationen der elektromagnetischen Messungen in Ungarn	23
<i>A. Ádám</i> : Über den Vergleich der elektromagnetischen Komponenten von Observatorien Nagycenk und Tihany an ruhigen Tagen (S_q) auf Grund der Daten vom Jahre 1961	39
<i>A. Ádám</i> : Correlation between the geoelectric conductor of the Upper Mantle and the geotectonics	51
<i>P. Bencze</i> – <i>Á. Wallner</i> : Über den Zusammenhang zwischen dem S_q -Stromsystem und der Verzerrung der ionosphärischen E -Schicht	55
<i>J. Verő</i> : Über die Prognose erdmagnetischer Pulsationen	63
<i>Le Minh Triet</i> : Über die Beziehung zwischen der Amplitude und der Aufstiegszeit des plötzlichen Anfangsimpulses der geomagnetischen Stürme	71
<i>W. Mundi</i> : Über die Verwendung des geomagnetischen Feldverlaufs und der Bouguer-schwere zur Untersuchung des tieferen Untergrundes	81
<i>H. Kautzleben</i> : Über das geomagnetische Normalfeld insbesondere in Mitteleuropa	91
<i>J. Popelař</i> : Schwerefeld und Isostasie in den tschechoslowakischen Karpaten	105
<i>P. Káitera</i> : Sea pressure as a geological factor	117
<i>Z. Fajkiewicz</i> : Set of collinear nomograms of the gravity terrain correction	119
<i>A. Meskó</i> : The interpolation and reduction of a digital data-system	121