

ДАНКХАЗИ Д. – Л. ХАТОЛКАИ Ю.

АНАЛИЗ ВОЗБУЖДЕННОГО ПОТЕНЦИАЛА И ЕГО ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ РАЗРЕЗА СКВАЖИН

В основе рассматриваемого в настоящей работе метода разведки полезных ископаемых лежит то обстоятельство, что после разрыва постоянного тока, пропускаемого через два пункта в землю, на двух других парах электродов появляется пониженное напряжение. Результаты исследований показывают, что в возбужденной среде создается поляризация, образуются небольшие переходные источники тока, диполи. Исходя из потенциала такого диполя, на основании электродинамических соображений авторами была определена так назыв. восприимчивость поляризации, характерная для вещества окружающей среды. В настоящей работе излагаются основные уравнения для наземного метода, а во второй части работы рассматривается применение метода в условиях скважин.

Метод возбужденного потенциала предназначен прежде всего для разведки рудных залежей, но может применяться и для выявления углей, нефти, воды и некоторых видов глин.

GY. DANKHÁZI – J. HATOLKAY

AN ANALYSIS OF THE POLARIZATION-POTENTIAL WITH SPECIAL REGARD TO WELL-LOGGING

The discussion is based upon the experience, that a break of a D. C. circuit (in the soil) of two electrodes generates a decreasing voltage upon two other electrode-couples. A polarization takes place, small temporary dipole sources occur. The so-called polarization susceptibility is defined.

The basic equations of the surface procedure is treated as well, as the application among wellconditions.

The polarization-potential method is mainly applicable in ore-prospecting; it is nevertheless suggested for tracing coal, oil, water and certain sorts of clays.

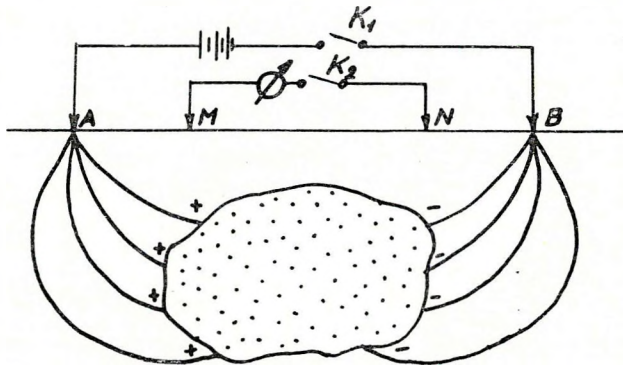
A GERJESZTETT POTENCIÁL VIZSGÁLATA, KÜLÖNÖS TEKINTETTEL A FŰRÓLYUK SZELVÉNYEZÉSRE

DANKHÁZI GYULA – L. HATOLKAY JUDIT

A gerjesztett potenciált, vagy indukált polarizációt Schlumberger már 1920 előtt észlelte nedves talajban végzett ellenállás mérései során. Azóta számos ásványi nyersanyag kutatására alkalmazzák. Legjobb eredményeket az ércutatásban érték el ezzel a módszerrel, de alkalmazták szén, kőolaj és víz kimutatására is. A Geofizikai Intézetben Bod Magdolna és Erkel András munkatársak vizsgálták az indukált polarizációt. (Bod., Erkel 1956). Dr. Sebestyén Károly kandidátusi disszertációjában a hazai barnakőszéntelepek karottázs vizsgálatával kapcsolatban foglalkozott részletesen a módszerrel.

A kézirat 1964. VIII. 1-én érkezett.

A módszer alapja az a tapasztalati tény, hogy ha a földbe két elektródán keresztül egyenáramot bocsátunk, a közöttük szimmetrikusan elhelyezett két másik elektródán az áram megszakítása után – bizonyos körülmények között – az idővel csökkenő feszültség jelenik meg. Ez a jelenség azt sejteti, hogy a közegben egy feltöltött kondenzátorhoz hasonló átmeneti áramforrás jön létre, amely az áram megszűnte után elhal. A kísérletek alátámasztották ezt a feltevést. Bebizonyították, hogy áram hatására polarizáció lép fel a közegben, s ez átmeneti forrásként hat. Megjegyezzük, hogy polarizáció váltóáramú gerjesztésnél is fellép. Ekkor a gerjesztett potenciál hatása a váltóáram imaginárius komponensében mutatható ki. E dolgozatban csak az egyenármú esettel foglalkozunk.



1. ábra. A talajba bocsátott áram hatására a közegben létrejövő dipólus

Фиг. 1. Диполь, образующийся в среде под воздействием тока, впускаемого в землю.

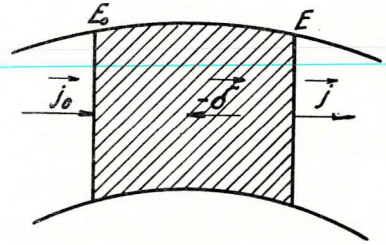
Fig. 1. Dipole in the medium as generated by a current put in the soil

Az eddigi kutatások során többnyire csak értelepeket vizsgáltak, mivel a polarizáció ezeknél a legerősebb. Megállapították, hogy egyenletes érceloszlásnál, amikor az érces zónán áram halad keresztül, lényegileg ugyanazok a jelenségek játszódnak le, mint egy polarizált elektródánál. Az elektróda-elektrolit határfelületen elektrokémiai eredetű ohmikus veszteségek lépnek fel, amelyek legyőzéséhez járulékos feszültség, ún. túlfeszültség szükséges. Az így létrejött polarizációt az első ábrán vázolt elrendezés alapján magyarázzuk (1. ábra). A fémrészecskék a körülvevő elektrolittal együtt kis elektrolit cellákat alkotnak, amelyeket az egyenáram bevezetések a közegben haladó ionos áram polarizál, s ennek következtében dipólusláncsor jön létre. Az áram megszakítása után a dipóluslánc kisül, amely a közegben a gerjesztőárammal ellentétes irányú, s azzal egy hiszterézis függvény szerint arányos, időben lecsengő áramot indukál.

Természetesen másfajta polarizáció – mechanikus, termikus, mágneses és kémiai – is létrehozhat kis dipólokat. Ezek külső megnyilvánulásai szerint nehezen különböztethetők meg egymástól. Valamennyi, áram hatására töltött részecskék sajátos viselkedésére vezethető vissza. Tulajdonságaik megismeréséhez bonyolult molekula-fizikai, elektrokémiai és kémiai vizsgálatok szükségesek.

sek. További tárgyalásunk során csak a kis dipólok létezését vesszük figyelembe. Várható, hogy egy térfogatrész, amely sok kis elemi részt tartalmaz, úgy hat egy távoli pontban, mint egy dipólforrás, amelynek momentuma a kis dipólok együttes hatásának eredője. Ez a tény a kvantitatív tárgyalás alapja.

A gerjesztett potenciált előidéző okok közül a legjelentősebb az elektróda polarizációhoz hasonló jelenség. Ahogy már előbb is említettük, az érces zónák polarizációjában ez dominál; ez a legerősebb polarizáció; a módszer tehát elsősorban érckutatásra alkalmas. A vizsgál-
latokból azonban kiderül, hogy a polarizációban fontos szerepet játszanak még a különböző áramlásokból származó hatások is. Ezek közül az elektrooszmózis, termoelektromosság és főleg az iondiffúzió lényeges. Ezek a jelenségek nyújtanak lehetőséget arra, hogy nem értelepekben, kőolaj-, víz- és kőszéntárolókban is előidézhető legyen a polarizáció jelensége. Sebestyén említett dolgozatában rámutatott arra, hogy a módszernek nagy jelentősége lehet kőszénrétegek kimutatásában. Érdekes és fontos eredményeket hozott a víztárolók vizsgálata is. Ennek során azt tapasztalták, hogy vízzel telített törmelékes üledékes kőzetekben indu-



2. ábra. A polarizált elemi térfogat

Fig. 2. Поляризованный элементарный объем

Fig. 2. The polarised elementary bulk

kált polarizáció lép fel, ha a törmelékszemcséket agyaghártya vonja be (V. VACKUER, 1957). Az agyagtartalmú homokos kőolajtárolókkal kapcsolatban is érdekes következtetéseket lehet levonni. A módszert a vízkutatásban is eredményesen használták. Az irodalom szerint figyelmet érdemel a különféle agyagféleségek polarizálhatóságának kérdése is. Az ezzel kapcsolatos jelenségekben elsősorban az elektrodialízisnek van nagy szerepe.

A továbbiakban eltekintünk a polarizáció eredetétől, csupán létezését vesszük figyelembe és ennek alapján végzünk elméleti megoldásokat.

Először idealizált esetből indulunk ki. Feltételezzük, hogy a tér végtelen és homogén, benne a kis polarizálható részecskék egyenletesen oszlanak el (2. ábra). Válasszunk ki egy olyan elemi térfogatot, amelynek két oldalát a közegbe bocsátott áramvonalak határolják. Az elemi térfogatba beáramló áram sűrűségének normál komponense \vec{j}_0 , a kiáramló pedig \vec{j} . Az áram hatására az elemi térfogat polarizálódik, s ennek következtében \vec{j} -vel ellentétes irányú polarizációs áramsűrűség lép fel, amelyet $\vec{\delta}$ -val jelölünk.

$$\vec{j}_0 - \vec{j} = -\vec{\delta} \tag{1}$$

Elektrodinamikai megfontolások alapján belátható, hogy $\vec{\delta}$ éppen az egységnyi térfogat dipólmomentuma, vagyis polarizációja. Ezt \vec{P} -vel szokás jelölni és fennáll a következő összefüggés.

$$\vec{P} = \kappa \vec{j}_0 = \frac{\rho - \rho_0}{\rho} \vec{j}_0 \tag{2}$$

ahol q_0 a \vec{j}_0 -nak és qj -nek megfelelő fajlagos ellenállás. A képlet tehát azt a tapasztalati tényt fejezi ki, hogy a közeg polarizációja arányos az áramsűrűséggel és vele ellentétes irányú. Megjegyezzük, hogy ez az összefüggés hiszterézis jelleget ír le. Ettől azonban most eltekintünk, mivel lyukviszonyok között olyan áramsűrűséggel dolgozunk, amelynél csak a függvénygörbe lineáris szakaszát kell figyelembe venni. A κ arányossági tényező neve polarizációs szuszceptibilitás. Az egységnyi áramsűrűség által létrehozott polarizációt jelenti, és anyagi jellemző. Ez teszi a módszert geofizikai kutatásokra alkalmazhatóvá.

Az elemi térfogatot egy dipólnak tekintve felírhatjuk ennek potenciálját:

$$d\Phi = \frac{q}{4\pi} \vec{P} \operatorname{grad} \frac{1}{r} d\tau$$

ahol a gradienst a dipól koordinátái szerint kell venni. Kiterjesztve az egész térfogatra, némi átalakítással:

$$\Phi = \frac{1}{4\pi} \int_F \int \frac{P_n q}{r} df - \frac{1}{4\pi} \int \int \int \operatorname{div}_q P d\tau \quad (3)$$

ahol P_n a polarizációs vektornak a df felületelemre vonatkozó normál komponense. A kifejezésből látható, hogy a polarizációs teret egy térfogati és egy felületi potenciál alakítja ki. A (3) és a (2) felhasználásával potenciál mérésel meg lehetne határozni az anyagra jellemző κ -t. mivel potenciált könnyen tudunk mérni. Ismerni kellene azonban \vec{P} -t, mint a koordináták függvényét, ami komoly számolási nehézségeket jelent. Ezért egyszerűbb utat keresünk a Φ és a κ közti kapcsolat meghatározásához.

A (2)-nek megfelelő gyakorlati eljárás lényege a következő (1. ábra). A felszíni ellenállásméréshez hasonlóan két ponton az AB tápelektrodákon keresztül egyenáramot bocsátunk a földre. A két tápelektroda közé szimmetrikusan két nem polarizálódó mérőelektrodát helyezünk el. Először mérjük a mérőelektrodákon eső feszültséget, amikor gerjesztő áram folyik (Φ_0). Majd hirtelen megszakítjuk az áramot, és mérjük a mérőelektrodákon jelentkező feszültségkülönbséget a megszakítás pillanatában (Φ). A két érték hányadosa:

$$\frac{\Phi'}{\Phi} = \kappa \quad (4)$$

ahol κ a polarizációs szuszceptibilitás. Az ilyen mérés igen célszerű, mert két feszültségértékből a polarizáció szuszceptibilitás meghatározható.

Könnyen belátható, hogy ez az összefüggés homogén izotróp végtelen kiterjedésű féltér esetében valóban fennáll. Ha Wenner-elrendezést használunk, polarizáció hiányában a fajlagos ellenállás:

$$q_0 = 2a \frac{\Phi_0}{I}$$

polarizációnál:

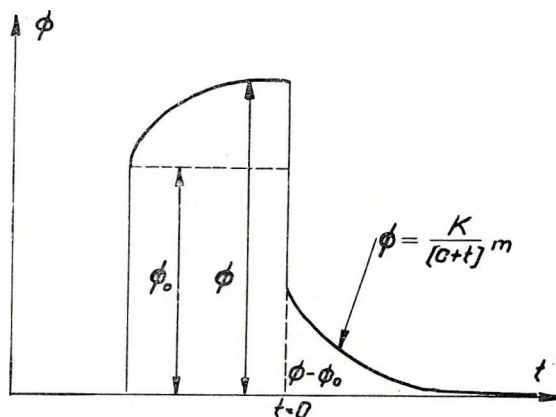
$$q = 2a \frac{\Phi}{I}$$

ahol az a elektróda távolság és az I áramerősség mindkét esetben ugyanakkora κ -t kifejezve:

$$\frac{q - q_0}{q} = \frac{\Phi - \Phi_0}{\Phi} = \kappa \quad (5)$$

ahol Φ_0 a nem polarizált és Φ a polarizált tér potenciálja. A fentemlített eljárással a $\Phi - \Phi_0$ különbség meghatározható. A κ -ra vonatkozó kifejezés szerint ugyanis a q fajlagos ellenállás nő (3. ábra):

$$q = \frac{q_0}{1 - \kappa}, \text{ és mivel } \kappa \leq 1, \text{ így } q > q_0$$



3. ábra. A polarizációnál létrejövő túlfeszültség sematikus ábrázolása

Фиг. 3. Схематическое представление сверхнапряжения, создающегося при поляризации

Fig. 3. A generalized diagram of the overvoltage arisen in the course of the polarization

Ez idézi elő az előzőkben említett túlfeszültséget. A potenciál növekedés $\Phi - \Phi_0$. A gerjesztő áram megszakítása pillanatában éppen ezt a feszültségkülönbség-értéket kapjuk. A κ értékét mV/V -ban szokás megadni.

Laboratóriumi mérések szerint a feszültség az RC kisüléstől eltérően az alábbi függvény szerint csökken:

$$\Phi = \frac{\kappa}{(C + t)^m}$$

ahol K , C és m a közegre jellemző konstansok. A $t = 0$ időre vonatkozó feszültségkülönbséget a kábelindukciós hatások és a közet relaxációs ideje miatt

nem tudjuk mérni, csak a későbbi időre vonatkozókat. Az összefüggésnek éppen az a jelentősége, hogy segítségével extrapolálni tudunk a o időpontra.

Ez az idealizált eset a gyakorlatban akkor valósul meg, amikor a rétegvastagság az elektródatávolságnak többszöröse.

Most áttérünk arra az esetre, mikor több különböző fajlagos ellenállású és polarizációs szuszceptibilitású réteg van.

Legelőször a határfeltételeket kell tisztáznunk. Legyen két szomszédos réteg fajlagos ellenállása ϱ_1 , ill. ϱ_2 polarizációs szuszceptibilitása pedig κ_1 és κ_2 . Ha polarizáció nem lép fel, azaz $\kappa_1 = \kappa_2 = 0$, az áramsűrűségek normális komponensei folytonosak:

$$\vec{j}_{01} - \vec{j}_{02} = 0$$

azaz

$$\frac{1}{\varrho_{01}} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial n} \right)_{01} - \frac{1}{\varrho_{02}} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial n} \right)_{02} = 0 \quad (7)$$

Polarizációnál már nem o a különbség, mivel

$$\vec{j}_1 = \vec{j}_{01}(1 + \kappa_1) \text{ és}$$

$$\vec{j}_2 = \vec{j}_{02}(1 + \kappa_2)$$

Tehát

$$\vec{j}_1 - \vec{j}_2 = (1 + \kappa_2)\vec{j}_{01} - (1 + \kappa_2)\vec{j}_{02} = \gamma$$

Az összevonás elvégezve:

$$\kappa_1 \vec{j}_{01} - \kappa_2 \vec{j}_{02} = \gamma$$

vagy más alakban

$$-\frac{\kappa_1}{\varrho_{01}} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial n} \right)_{01} + \frac{\kappa_2}{\varrho_{02}} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial n} \right)_{02} = \gamma$$

A κ_1 -re és κ_2 -re vonatkozó kifejezéseket behelyettesítve:

$$-\frac{1}{\varrho_{01}} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial n} \right)_{01} + \frac{1}{\varrho_1} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial n} \right)_{01} + \frac{1}{\varrho_{02}} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial n} \right)_{02} - \frac{1}{\varrho_2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial n} \right)_{02} = \gamma$$

Az első és a harmadik tag összege a (7) szerint zérust ad, így

$$\frac{1}{\varrho_1} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial n} \right)_{01} - \frac{1}{\varrho_2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial n} \right)_{02} = \gamma$$

Ez a kifejezés azonban ϱ_1 és ϱ_2 fajlagos ellenállású közegekre vonatkozóan 0 , azaz $\gamma=0$. Tehát a határfeltételek akkor teljesülnek, ha ϱ_{0n} helyett $\varrho_n = \frac{\varrho_{0n}}{1 - \kappa_n}$ értékkel számolunk, ahol az n index az n -ik rétegre vonatkozást jelenti.

1 – Többréteges problémánál is az (5)-ből indulunk ki. A számítások egyszerűsítése érdekében eltekintünk a geometriai feltételektől. Ekkor, ha nincs polarizáció:

$$\Phi_0 = \Phi_0(\varrho_{0n})$$

ha polarizáció lép fel:

$$\Phi = \Phi_0(\varrho_n)$$

Ha ezt a kifejezést a ϱ_{0n} helyen Taylor-sorba fejtjük és átalakításokat végzünk, meghatározhatjuk az eredő, vagyis a látszólagos \varkappa polarizációs szuszceptibilitást, mint a látszólagos fajlagos ellenállás, valamint az egyes rétegek fajlagos ellenállásának függvényét:

$$\varkappa_a = \frac{\Phi - \Phi_0}{\Phi} = \sum \varkappa_n \frac{\partial \log \varrho_a}{\partial \log \varrho_{0n}} \quad (8)$$

Az összefüggésnek az a jelentősége, hogy lehetőséget nyújt elméleti görbesereg szerkesztésére. Összehasonlítva ezekkel a terepi mérési eredményeket, meghatározhatjuk a rétegek valódi polarizációs szuszceptibilitását, amelyből adott esetben nyersanyagok jelenlétére, vagy esetleg azok minőségére lehet következtetni.

Megjegyezzük, hogy az összefüggés annyira általános, hogy nemcsak rétegekre, hanem mindenféle geometriai alakzatra alkalmazható.

Példaképpen vizsgáljuk meg a következő esetet két réteg esetében. A felső réteg vastagsága legyen h , fajlagos ellenállása ϱ_1 , polarizációs szuszceptibilitása \varkappa_1 , az alsó réteg legyen végtelen vastag, fajlagos ellenállása ϱ_2 , és polarizációs szuszceptibilitása \varkappa_2 . Ekkor

$$\varkappa_a = \varkappa_1 \frac{\partial \log \varrho_a}{\partial \log \varrho_1} + \frac{\partial \log \varrho_a}{\partial \log \varrho_2}$$

Átalakítva

$$\frac{\varkappa_a - \varkappa_1}{\varkappa_2 - \varkappa_1} = \frac{\partial \log \varrho_a}{\partial \log \varrho_2} = \frac{\varrho_2}{\varrho_a} \frac{\partial \varrho_a}{\partial \varrho_2} \quad (9)$$

A felszíni ellenállásmérésből tudjuk, hogy Wenner-elrendezésnél a látszólagos fajlagos ellenállás:

$$\varrho_a = \varrho_1 \left[1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} Q^n \left(\frac{1}{\sqrt{1 + 4n^2 b^2}} - \frac{1}{\sqrt{4 + 4n^2 b^2}} \right) \right]$$

ahol

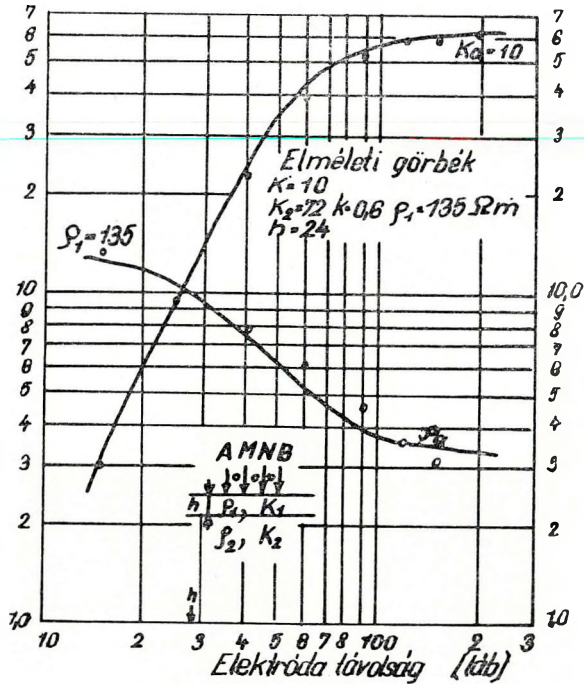
$$Q = \frac{\varrho_2 - \varrho_1}{\varrho_2 + \varrho_1} \text{ és } b = \frac{h}{a}$$

Ezt a (9)-be helyettesítve, megkapjuk a kétréteges görbesereg meghatározására szolgáló alaképletet:

$$\frac{\varkappa_a - \varkappa_1}{\varkappa_2 - \varkappa_1} = \frac{\varrho_1}{\varrho_a} (1 - Q^2) \sum_{n=1}^{\infty} n Q^{n-1} \left(\frac{1}{\sqrt{1 + 4n^2 b^2}} - \frac{1}{\sqrt{4 + 4n^2 b^2}} \right) \quad (10)$$

A 4. ábrán látható az κ_a elektródatávolság függvényében (a felső közeg nem gerjeszthető, azaz $\kappa_1=0$). Az ábrán a fajlagos ellenállást is feltüntettük.

Az 5. ábrán az első görbe olyan esetre vonatkozik, amikor csak az alsó réteg, a második pedig olyanra, amikor csak a felső réteg polarizálható. Nyil-



4. ábra. A polarizációs szuszceptibilitás (κ_a) ábrázolása az elektródatávolság (a) függvényében két réteg esetén (a felső közeg nem gerjeszthető, azaz $\kappa_0=0$).

Фиг. 4. Зависимость восприимчивости поляризации (κ_a) от разности электродов (a) при двухслойном строении среды (верхняя среда не возбуждается, следовательно $\kappa_0=0$).

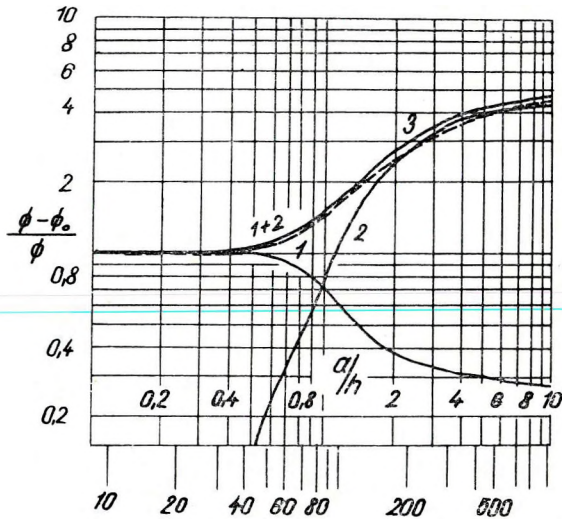
Fig. 4. The polarization susceptibility (κ_a) as a function of the electrode-spacing (a) in case of two media (the upper medium is not polarisable, i. e. $\kappa_0=0$)

vánvaló, hogy az együttes hatást a két görbe összege adja (3. görbe). A szaggatott görbe kísérleti eredmény, amely alátámasztja a számolások helyességét.

* * *

A módszert természetesen a mélyfúrési geofizikában lehet alkalmazni.

Röviden tekintsük át a fúrólyukban fellépő jelenségeket. Itt is a (8)-ból indulunk ki. Először a ρ fajlagos ellenállást kell meghatározni. Első lépésként eltekintünk az elárasztott zónától és feltételezzük, hogy a réteg végtelen vastagságú. Így kétréteges a probléma, s mivel hengersizmetrikus, hengerkoordináta rendszert használunk, amelynek Z tengelye a lyuk tengelyével



5. ábra. A kétrészes alapképletből számolt görbék; 1. görbe: csak az alsó réteg polarizálható; 2. görbe: csak a felső réteg polarizálható; 3. görbe: a két réteg együttes hatása, a szaggatott görbe kísérleti eredmény

Фиг. 5. Кривые, вычисленные из двухчастного уравнения; кривая 1 — поляризуется только нижний слой; кривая 2 — поляризуется только верхний слой; кривая 3 — суммарный эффект обоих слоев; пунктирная кривая — экспериментальные результаты.

Fig. 5. Curves computed of the basic-equation; Curve 1 = only the lower medium is polarisable; Curve 2 = only the upper medium is polarisable; Curve 3 = combined effect of both media. Dashed line curve = experimental result

esik egybe. A feladatunk az, hogy meghatározzuk a lyukban és a közegben fellépő potenciálokat (U_0, r, z, U_k, r, z). A következő feltételeket kell kielégíteni

1. $\Delta U = 0$

ahol $\bar{r} = \frac{r}{r_0}$

$\bar{z} = \frac{z}{z_0}$

$r_0 = \frac{d_0}{2}$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial U}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial^2 U}{\partial \bar{z}^2} = 0$$

d_0 a lyuk átmérője

2. $R = \sqrt{\bar{r}^2 + \bar{z}^2} \rightarrow \infty, U_0, U_k = 0$

3. Mivel az áramforrás helyén

$$U_0 \sqrt{\bar{r}^2 + \bar{z}^2} \rightarrow 0 = \frac{\varrho_0 I}{4\pi r} \frac{1}{\sqrt{\bar{r}^2 + \bar{z}^2}} = U_0, \text{ és ha } R \rightarrow 0, \frac{1}{R} \rightarrow \infty$$

U_0 -t a következő alakúnak kell venni:

$$U_0 = U'_0 + U_0^*$$

ahol U_0^* véges és konstans függvény; kielégíti a Laplace-összefüggést a lyuk minden pontjában; a végtelen távoli pontokban 0 lesz.

4. A határfeltételek:

$$\text{a) } (U_b)_{\bar{r}=1} = (U_k)_{\bar{r}=1}$$

$$\text{b) } \frac{1}{\varrho_0} \left(\frac{\partial U_0}{\partial \bar{r}} \right)_{\bar{r}=1} = \frac{1}{\varrho_k} \left(\frac{\partial U_k}{\partial \bar{r}} \right)_{\bar{r}=1}$$

ahol ϱ_0 az izzap, ϱ_k a közeg fajlagos ellenállása.

5. A potenciál az áramforrás helyén a lyuk tengelyére merőlegesen áthaladó síkra vonatkozólag nem függ Z előjelétől.

A (11) differenciálegyenlet megoldása a következő:

$$U = \int_0^{\infty} A(m) I_0(mr) \cos m\bar{z} dm + \int_0^{\infty} B(m) K_0(mr) \cos m\bar{z} dm \quad (12)$$

ahol $A(m)$ és $B(m)$ együtthatók $I_0(m, r)$, $K_0(m, r)$ 0 rendű első és másodfajú módosított Bessel-függvények, az m paraméter pedig az egyenlet Fourier-módszerrel való megoldásával adódott. Az egyes feltételek figyelembevételével kiszámíthatók az együtthatók. A potenciálra és a fajlagos ellenállásra vonatkozó összefüggés alapján pedig meghatározható a látszólagos fajlagos ellenállás a Z tengelyen fekvő pontokban.

$$\varrho_a = \varrho_0 \left(1 + \frac{2\bar{L}}{\pi} \int_0^{\infty} C_0(m) \cos m\bar{L} dm \right)$$

$$\text{ahol } C_0(m) = \frac{2\pi^2 r}{\varrho_0 I} A_0(m) = \frac{(\varrho_0 - \varrho_k) \varkappa_0(m) \varkappa_1(m)}{\left[(\varrho_k - \varrho_0) I_1(m) \varkappa_0(m) + \frac{\varrho_0}{m} \right]} \quad (13)$$

Itt L a szondahossz és $\bar{L} = L/r_0$

A következőkben használjuk fel a kétréteges esetre vonatkozó α_a kifejezést:

$$\frac{\alpha_a - \alpha_0}{\alpha_k - \alpha_0} = \frac{\partial \log \varrho_a}{\partial \log \varrho_k} = \frac{\varrho_k}{\varrho_a} \frac{d\varrho_a}{d\varrho_k}$$

Elvégezve a differenciálást:

$$\frac{\alpha_a - \alpha_0}{\alpha_k - \alpha_0} = \frac{2\bar{L}}{\pi} \frac{\varrho_0 \varrho_k}{\varrho_a} \int_0^\infty Q(m) \cos m\bar{L} dm,$$

ahol $Q_3(m) = \frac{\partial C_0(m)}{\partial \varrho_k} = \frac{\frac{\varrho_0}{m} \alpha_0(m) \alpha_1(m)}{\left[(\varrho_k - \varrho_0) I_1(m) K_0(m) + \frac{\varrho_0}{m} \right]^2}$ (14)

A feladat az integrál alatti kifejezés meghatározása. Ezt legkönnyebben úgy lehet megoldani, ha az integrált véges határú integrálok végtelen összegévé alakítjuk át, az egyes tagok alatti területek numerikusan meghatározzuk és megfelelően sok tagot összegezzük. Így a (14) az alábbi alakú lesz:

$$\frac{\alpha_a - \alpha_0}{\alpha_k - \alpha_0} = \frac{\varrho_0 - \varrho_k}{\varrho_a} \left\{ \frac{2\bar{L}}{\pi} \int_0^{2\pi} \sum_{k=0}^\infty \left[Q_0^* \left(\frac{2k\pi}{\bar{L}} + m \right) - Q_0^* \left(\frac{2k+1}{\bar{L}} \pi - m \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + Q_0^* \left(\frac{2k+1}{\bar{L}} \pi + m \right) + Q_0^* \left(\frac{2k+2}{\bar{L}} \pi + m \right) \cos m\bar{L} dm + \frac{2}{\pi} \frac{1}{\varrho_0} Si(m_0 \bar{L}) \right] \right\}$$

($C_0^*[m]$ jelentése a következő: $C_0^*[m] = C_0[m] + \varphi_0[m]$ véges és állandó függvény m -nek 0 -tól m_0 -ig terjedő értékeire, ahol m_0 egy olyan tetszőleges m érték, amelyre $C_0[m]$ még véges; $m > m_0$ -ra $\varphi_0[m] = 0$).

Vizsgáljuk meg a kifejezést. Ha végtelen kis szondát veszünk, azaz $\bar{L} \rightarrow 0$, kifejezés jobboldala zérus, így a látszólagos polarizáció szuszceptibilitás az iszap α_0 polarizációs szuszceptibilitásával egyenlő.

Ha a szondahossz végtelenül nagy, akkor a közeg polarizációs szuszceptibilitásához tart. Így ha α_a -t a szondahossz függvényében ábrázoljuk, ugyanolyan menetű görbét kapunk, mint amilyen már az előzőkben kétrétegre vonatkozólag bemutattunk.

Ha ugyancsak végtelen réteget tételezzük fel, de az elárasztott zónát is figyelembe vesszük, ún. háromréteges problémát kell megoldanunk. Az előző esethez képest csak a határfeltételek módosulnak:

$$a) (U_0)_{r=1} = (U_{e,z})_{F=1} \\ (U_{e,z})_{F=\frac{r_{e,z}}{r_0} = r_{e,z}} = (U_k)_{r=r_{e,z}}$$

$$\text{b) } \left(\frac{1}{\varrho_0} \frac{\partial U_0}{\partial \bar{r}} \right)_{\bar{r}=1} = \left(\frac{1}{\varrho_{e.z.}} \frac{\partial U_{e.z.}}{\partial \bar{r}} \right)_{\bar{r}=1}$$

$$\left(\frac{1}{\varrho_{e.z.}} \frac{\partial U_{e.z.}}{\partial \bar{r}} \right)_{\bar{r}=\bar{r}_{e.z.}} = \left(\frac{1}{\varrho_k} \frac{\partial U_k}{\partial \bar{r}} \right)_{\bar{r}=\bar{r}_{e.z.}}$$

Itt $U_{e.z.}$ az elárasztott zóna potenciálja, $\varrho_{e.z.}$ pedig ugyanennek a fajlagos ellenállása. A potenciálra vonatkozó kifejezés hasonló alakú lesz, mint az előző esetben. Felírjuk a potenciált az egyes közegekre, és a feltételek figyelembevételével meghatározzuk az együtthatókat. Ezután a fajlagos ellenállást számoljuk ki. Itt a $C_0[m]$ -nek megfelelő együtthatók ($\bar{C}_0[m]$) már sokkal bonyolultabb kifejezés lesz, két negyedrendű determináns hányadosa. Most is alkalmazzuk a κ_a -ra vonatkozó kifejezést! Ebben az esetben

$$\frac{\kappa_a - \kappa_0}{\kappa_k - \kappa_{e.z.} + \kappa_0} = \frac{\partial \log \varrho_a}{\partial \log \varrho_k} = \frac{\varrho_0 \varrho_k}{\varrho_a} \int_0^{\infty} R_0[m] \cos m \bar{L} dm,$$

$$\text{ahol } R_c[m] = \frac{\partial c_0[m]}{\partial \varrho_k}.$$

Az így idealizált eset a gyakorlatban akkor érvényes, ha a rétegvastagság néhányszorosa a szondahossznak. Ez nem gyakori eset, s így beszélnünk kell a véges vastagságú rétegek előfordulásáról is. Az ezzel kapcsolatos számítások igen bonyolultak, ezért csak az alapelvet ismertetjük. Az elméleti számításokat úgy végezzük, hogy a végtelen rétegre kapott potenciáeloszlásból indulunk ki és erre az elektromos tükörképek elméletét alkalmazzuk.

Áttekintésünk során ismertettük azokat az alapképleteket, amelyekkel az elméleti görbeseregek kiszámíthatók. Látható, hogy ezek meghatározása igen nagy munkát jelent, ha azonban a látszólagos polarizációs szuszceptibilitásra vonatkozó (8) képletet tekintjük, igen egyszerű módszer kínálkozik a kérdéses görbeseregek meghatározására. Egyszerűen numerikusan kell differenciálni a fajlagos ellenállásméréshez rendelkezésre álló görbeseregeket. Ezt a műveletet azonban laboratóriumi és terepi kísérletsorozatnak kell megelőznie, hogy meghatározhassuk az egyes paraméterek ténylegesen előforduló értékeit.

A bevezetőben utaltunk arra, hogy a gerjesztett potenciál létezését már a 20-as évektől ismerik, a jelenség mégis csak az 50-es évek második felében vált a terepi gyakorlatban is használatos módszerré, sőt fejlesztésével most is foglalkoznak. Ez azzal magyarázható, hogy megfelelő mérési módszert és berendezést csak akkor lehet kidolgozni, ha a jelenség fizikáját a lehető legjobban megismerjük, ami komoly elméleti megfontolásokat kíván. A módszer még szélesebbkörű alkalmazása céljából a különböző anyagoknál fellépő polarizáció tulajdonságait, okait kell behatóan vizsgálni fizikai és kémiai úton. Komoly laboratóriumi kísérletsorozatokat kell végrehajtani, amelyek egyrészt az elméleti eredményeket támasztják alá, másrészt újabb lépésekhez adnak kiindulási pontot. Így a módszer hasznos eszköze lehet a nyersanyagkutatásnak.

IRODALOM

- D. F. BLEIL 1953. A Method of Geophysical Prospecting *Geophysics* 18 no 3 636. o. USA
- BOD MAGDOLNA, ERKEL ANDRÁS 1956. A gerjesztett potenciál mérések eredményeinek kiértékelése, tekintettel a laboratóriumi vizsgálatokra. *Geofizikai Közlemények* V. köt. 1. sz. Budapest
- V. N. DACHNOV 1959. *Promislovaja Geophysica*.
- R. H. FRISCHE and H. VON BUTTLAR 1957. A Theoretical Study of Induced Polarization *Geophysics* 22. no 3 668. o. USA
- D. J. MARCHALL and T. R. MADDEN 1959. I. P., A Study of Its Causes *Geophysics* 24. no 4. 790. o. USA.
- Overvoltage Research and *Geophys. Apl.* 1959. International Series of Monographs on Earth Sciences 4. köt. London, New York, Paris.
- V. VACQUER, Ch. R. HOLMES, P. R. KITZINGER and M. LAVERGE 1957. Prospecting for Ground Water by Induced Electrical Polarization *Geophysics* 22. no. 3. 660. o. USA

