

J. VERŐ

DETERMINATION OF THE ABSOLUTE TELLURIC ELLIPSE  
(STATION ELLIPSE)

The possibilities of the use of telluric measurements could be considerably increased if we could use beside the ratios of areas, other parameters of the ellipses, respectively the ratios of them, too.

For solving this problems, the notion of the so called absolute ellipses or station-ellipses was introduced, which are only dependent on geologic conditions of the measuring point and on ionospheric structure. For the determination of these, a method was shown by G. Kunetz. This method possesses the disadvantage, that it involves rather long lasting measurements and has many sources of error. To eliminate these inconveniences it seems advisable to use the derivatives of the values of the telluric field strength instead of using the values itself.

The lecture deals with the calculation of the station-ellipse based on the  $dV/dt$ -values; the methods of reading the graphs, the influence of the errors and the role of the parameters of the ellipse are discussed, further the number or readings needed and the construction and calculation of the so called relative ellipse, which is characteristic for the interrelation of two measurings points, on the basis of the two absolute ellipses are treated.

**A TELLURIKUS ÁLLOMÁSELLIPSZIS SZÁMÍTÁSA**

VERŐ JÓZSEF

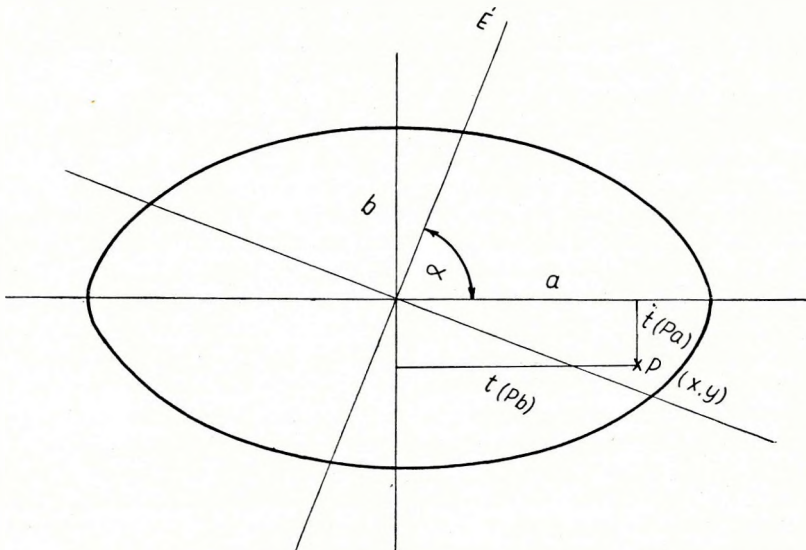
A tellurikus mérések szolgáltatja adatok közül a gyakorlatban többnyire csak a mérőállomáson nyert relatív ellipszis területének arányát szokták felhasználni a bázisállomáshoz viszonyítva. Az ellipszis tengelyirányait, excentricitását a szokványos módszerekkel történő feldolgozásnál ritkán használják. Ha mégis hasznosítani akarjuk ezeket is, akkor nem indulhatunk el a relatív ellipszis módszeréből.

G. Kunetz eredményei alapján ismeretes, hogy a földi áramok eloszlása elliptikus szimmetriát mutat, azaz az egyes irányokban mért potenciálkülönbségek közéértékét megfelelő irányban felrakva, ellipszist nyerünk. Ezt az ellipszist  $\delta$  belső ellipszisnek nevezi és meghatározására többféle módszert is ismertetett egy előadásában. (1) Ahhoz, hogy egy állomáson is vonhassunk le következtetéseket az árameloszlásból, szemléletességre kell törekednünk. Legcélszerűbb az egyes irányokban levő átlagos potenciált közvetlenül kiszámítani, a lehető leg-sűrűbb (pl. 3"-es) időközökben kiolvastva a regisztrátumról a keleti és északi irányú potenciált, s ezeknek a kiolvasásoknak a segítségével megszerkeszteni a belső ellipszist, amelyet mi állomásellipszisnek nevezünk.

Habár ennek az eljárásnak vannak előnyei, korántsem tökéletes. Ugyanis a lassúbb, nagyperiódusú változások miatt rengeteg kiolvasásra van szükség, az esetleges polarizáció teljesen meghamisítja az eredményeket, sőt, ha időközben kompenzálunk, vagy valamilyen oknál fogva potenciálugrás lép fel, ezt a továbbiakban mindig figyelembe kell vennünk ami azt is jelenti, hogy az ugrás kimérésének a hibáját továbbvisszük stb.

Ezeknek a hiányoknak a nagyrészt meg lehet szüntetni úgy, hogy nem a potenciálkülönbséget, hanem ennek idő szerinti differenciálhányadosát olvassuk ki alkalmas szerkezet segítségével. Ennek az az előnye, hogy időközben kompenzálás vagy potenciálugrás esetén ez csak egy értéket hamisít meg, mert a többi differenciálhányadosban nem szerepel. Erre a célra sínen csúszó, kétirányban elmozgathatóan kiképzett, tangensosztású, transzportórt szerkesztettünk. A mozgatható kart a regisztrátum megfelelő pontján a jel mellé illesztve az iránytangenszt leolvashatjuk. Ezt a regisztrálóműszer érzékenységétől és a film eltolásának sebességétől függő állandóval megszorozva, megkapjuk a változásebességet, pl.  $\mu\text{V}/\text{km}/\text{sec}$ -ban. Gyakorlatilag általában elegendő a tangens egy tizedes pontossággal kiolvasnunk. A következőkben geodéziai koordinátarendszerrel dolgozunk, tehát a kezdőpontban északra mutató x-tengellyel.

Ha a változásebességet mindkét komponensben kiolvassuk,  $dV_x/dt - dV_y/dt$  ponthalmazt nyerünk. Ennek a ponthalmaznak a törvényszerűségei lényegileg azonosak a potenciálkülönbségek ponthalmazával. Az állomásellipszis meghatározását azon az elven végezzük, hogy a nagytengely irányától a pontok távolságának négyzetösszege minimum legyen. Egyszerűség kedvéért jelöljük a kiolvasott és az  $\varepsilon$  érzékenységgel



1. ábra Az állomásellipszis egyes adatainak jelentése

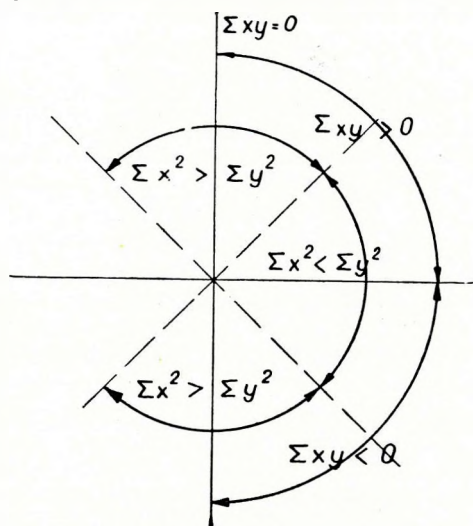
beszorzott ( $\varepsilon = \frac{\varepsilon' E}{60}$  ahol  $\varepsilon'$  a műszer érzékenysége, 1 km-es terítési hosszra átszámítva, E az előtolás percnként (differenciálhányadosokat a következőképpen:  $dV_{x_i}/dt = x_i$ ,  $dV_{y_i}/dt$  pedig  $y_i$ . A nagytengelynek az északi iránnyal bezárt szöge a fenti feltétel alapján (1. ábra):

$$\sum_{i=1}^n t_i^2 = \sum_{i=1}^n (x_i \cos \alpha + y_i \sin \alpha)^2 = \min$$

vagyis

$$\alpha = \frac{\text{arc tg } \frac{2 \sum x_i y_i}{\sum x_i^2 - \sum y_i^2}}{2} \quad (1)$$

Az  $\alpha$  szög nagyságának és a nagytengely térbeli helyzetének eldön-



2. ábra Az állomásellipszis nagytengelyének iránya különböző  $\sum x_i^2$ ,  $\sum y_i^2$ ,  $\sum x_i y_i$  értékek mellett.

tését könnyíti meg a 2. ábra. Az ellipszis tengelyének hossza pedig a másik tengelytől mért távolságnégyzetek átlagából vont négyzetgyök:

$$a = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n t_{(Pb)i}^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i \sin \alpha + y_i \cos \alpha)^2}{n}}$$

$$b = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n t_{(Pa)i}^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i \cos \alpha - y_i \sin \alpha)^2}{n}} \quad (2)$$

Trigonometriai összefüggések és (1) felhasználásával ez a következő alakra hozható:

$$a = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 + y_i^2 + \sqrt{(\sum x_i^2 - \sum y_i^2)^2 + 4(\sum x_i y_i)^2}}{2n}}$$

$$b = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 + \sum y_i^2 - \sqrt{(\sum x_i^2 - \sum y_i^2)^2 + 4(\sum x_i y_i)^2}}{2n}} \quad (3)$$

Az ellipszis területét legegyszerűbben\*

$$T = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 \sum y_i^2 - (\sum x_i y_i)^2}{n}} \quad (4)$$

képlet adja meg.

Az állomásellipszis kellő pontosságú meghatározásához szükséges feltételek megállapítása végett nagyszámú kísérletet végeztünk. Ezek tapasztalatait és eredményét a következőkben foglalhatjuk össze:

1. Nagy gondot kell arra fordítani, hogy a két komponens összetartozó értékpárjai időbelileg valóban pontosan megfeleljenek egymásnak, azaz pontosan az időjellel párhuzamosan egyirányban fekvő pontokban olvassunk ki, mert a fenti képletek kellő pontossággal együvé tartozó  $x_i$  és  $y_i$  értékeket tételeznek fel. A két érték közötti időbeli különbség az ellipszis elfordulását okozza; pl. 20 mm/perc előtolás mellett 20 sec-os változásoknál 1 mm  $54^\circ$ -os, a két komponens közötti fáziseltolódásnak felel meg. A hiba csökkentése végett egy kiolvasási szakaszon belül esetleg többször is be lehet az időjelet állítani, hogy a szabályos hiba véletlen jellegűvé váljék. Ezzel szemben az előtolás 10–15%-os megváltozását egyáltalán nem szükséges figyelembevenni különösen, ha a tevékenység nagysága nem sokat változik. Erre nézve a következő példát hozzuk fel: egy felvételen az előtolás ugrásszerűleg megváltozott 18,8 mm/percről 16,9 mm/percre. Az ellipszist kiszámítottuk úgy is, hogy az egyes szakaszokat a megfelelő előtolás szerinti érzékenységgel számítottuk, majd az összes kiolvasást 18,0 mm/perc átlagos előtolással dolgoztuk fel. Az első szakaszban 80, a másodikban 110  $\mu\text{V}/\text{km}/\text{sec}$  volt az átlagos változás-sebesség, tehát tevékenység-különbség is volt. A két ellipszis:

18,8 és 16,9 mm/perc előtolással	18,0 m/perc előtolással	különbség
$\alpha_1 = 81^\circ$	$\alpha_2 = 81^\circ 24'$	24'
$a_1 = 94,7 \mu\text{V}/\text{km}/\text{sec}$	$a_2 = 93,3 \mu\text{V}/\text{km}/\text{sec}$	1,5%
$b_1 = 27,2 \mu\text{V}/\text{km}/\text{sec}$	$b_2 = 27,4 \mu\text{V}/\text{km}/\text{sec}$	1%
$T_1 = 2580 (\mu\text{V}/\text{km}/\text{sec})^2$	$T_2 = 2550 (\mu\text{V}/\text{km}/\text{sec})^2$	1%

2. A gyakorlatban előforduló polarizáció a mi számításunkat csak igen kicsi, elhanyagolható mértékben zavarja, legfeljebb nagyon pontos számításnál érdemes a polarizáció értékével a kiolvasásokat megjavítani.

3. Az állomásellipszis meghatározásának legkomolyabb problémájára, hogy mennyi adat szükséges, a következőket mondhatjuk. Itt három feladatot kell elkülönítenünk:

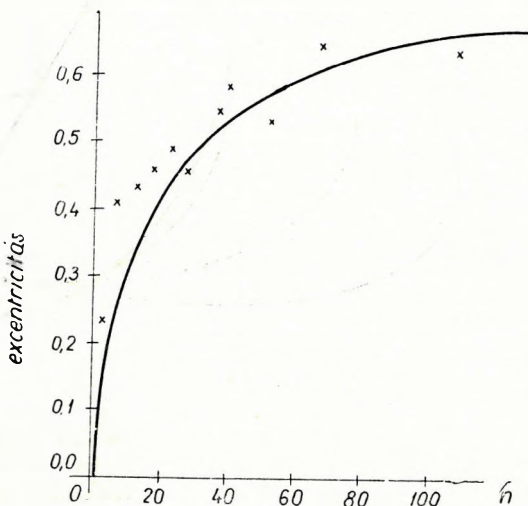
\* Az ellipszis területéből a  $\pi/4$  szorzót mindenütt elhagytuk.



a) Keressük egy adott pontban az állomásellipszist. Ehhez még a tangensmódszerrel is nagyon sok kiolvasást kell végeznünk. Pl. a Nagycenk melletti obszervatóriumban a 0—2' periodusú változások állomásellipszisét több, mint 30 000 kiolvasás alapján számítottuk ki. Ilyen számításra azonban csak egyszer van szükség, mert feltehetőleg sem a geológiai, sem az ionoszféra-viszonyok hosszabb idő alatt középértékben nem változnak meg lényegesen.

b) A második probléma a következő: adva van egy meghatározott időközről készült felvétel. Ezalatt az idő alatt a változások jellege azonos maradt, így feltehetőleg erre az időre érvényes, ún. időszakos állomásellipszis sem változott sokat. Kérdés, hány adattal lehet jól jellemezni ezt az időközt (az ilyen időközök kb. egy órai időtartamúaknak vehetők fel.) Tapasztalatunk alapján legalább 50, de legfeljebb 100 pontban érdemes a tangenst kiolvasni, lehetőleg az egész szakaszban arányosan elosztva.

Hasonló eredményre jutunk azon az alapon is, hogy a több egymástól független ellipszishől számított átlagos excentricitás a pontok számának növelésekor egy bizonyos határig nő, t. i. ha a pontszám egy, az abszolút ellipszis ennek a pontnak az irányába eső egyenessé válik, majd a pontszám növekedésével egyre jobban megközelíti a valóságos ellipszist. Körülbelül 50—60 az a pontszám, amelynél már az átlagos excentricitás alig változik. (3. ábra).

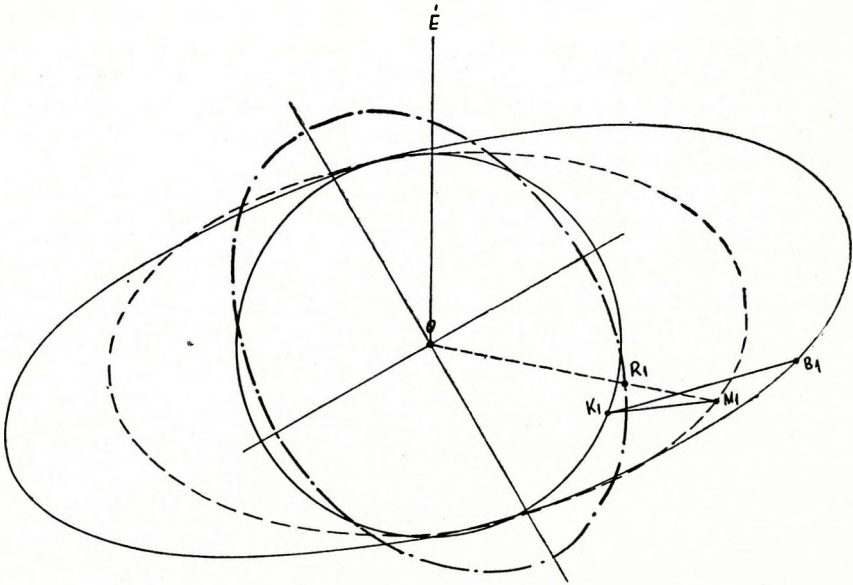


3. ábra Az átlagos excentricitás különböző pontmennyiségből számított ellipsziseknél

c) A harmadik probléma az első kettő összekapcsolásából keletkezik: adva van egy pont, amelyben ismeretes az állomásellipszis, valamint egy másik, ahol rövidebb ideig végtünk méréseket. Kérdés, hogy a változások jellegének ismeretében (ezt az első pont időszakos abszolút ellipszise jelképezi.), mennyi adat szükséges a másik pont állomásellipszisének megnyugtató meghatározásához. Úgy találtuk, hogy kb. 20—25 előbb említett időköz, tehát 1000 pont már elegendő biztonságot nyújt.

Két pont állomásellipszisének ismeretében meghatározhatjuk a két pont közötti relatív ellipszist. A szerkesztést a 4. ábra mutatja, a számítást az alábbiakban ismertetjük. (5. ábra)

Abból indulunk ki, hogy mindkét ponton az állomásellipszist egy-egy elképzelt pontra vonatkoztatjuk, amelyben homogén az árameloszlás, tehát az állomásellipszis kör. Ebben az esetben az állomásellipszis kapcsolatot teremt a kör egy egységnyi vektora és a kérdéses állomás egy



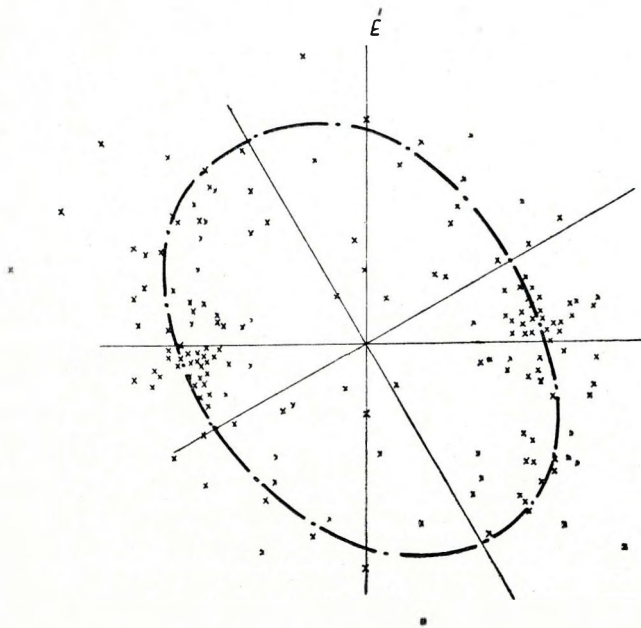
*Néhány dunántúli pontban  
a relatív ellipszis területének  
változása a periódus függvényében.*

4. ábra A relatív ellipszis szerkesztése; az állomásellipszisek megfelelő pontjait a kör egy pontjából ( $K_1$ ) a nagytengelyekkel párhuzamosan rajzolt egyenes metszi ki ( $B_1$  és  $M_1$ ).

ennek megfelelő vektora között, azaz  $b = e \cdot B$ , ill.  $m = e \cdot M$ , ahol  $e$  egységnyi,  $b$  és  $m$  pedig állomásvektor,  $B$  és  $M$  a két állomásnak megfelelő kétdimenziós tenzor, amelynek komponenseit az állomásellipszis ismeretében kiszámíthatjuk. A két egyenletből:

$$m = b \cdot B^{-1} \cdot M \quad (6)$$

A  $B^{-1} \cdot M$  tenzor a relatív ellipszis a mozgó állomás és a bázis állomás között. A tenzorok szorzására és a reciproktenzor képzésére vonatkozó szabályok alkalmazásával könnyen megkaphatjuk a gyakorlati képleteket is a relatív ellipszis számítására. Az állomásellipszis tenzora bizonyíthatólag mindig szimmetrikus tenzor, a relatív ellipszisé már nem. Komponensei a jól ismert  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  állandók, a lineáris vektorfüggvény együtthatói. Determináns alakja megadja az ellipszis területét, saját értékei a tengelyeket, a saját értékek iránya pedig a tengelyek irányát. Az összetartozó változásokat az összetartozó képvektorok jelentik. A relatív ellipszis ismeretében a végleges obszervatóriumi állomásellipszis



5. ábra Az állomásellipszisekből kapott relatív ellipszis és közvetlenül meghatározott relatív ellipszis pontok. A bázis és mozgó pont távolsága 250 km volt.

alapján már át lehet számítani az időszakos állomás ellipszist a véglegesre:

( $B'$  és  $M'$  az időszakos,  $B$  és  $M$  a végleges állomásellipszis tenzora.)

$$B'^{-1} \cdot M' = B^{-1} \cdot M \quad (7)$$

ahol már csak  $M$ , a végleges állomásellipszis ismeretlen.

Az egyes állomásellipszisek meghatározásának teljes időszükséglete az obszervatóriumban és a kérdéses ponton külön-külön 1000 kiolvasást véve alapul körülbelül két nap.

Végeredményben tehát a végleges állomásellipszis meghatározása célszerűen két lépésben történik. Az első lépésben az időszakos állomásellipszist határozzuk meg egyidejűleg a mérőállomáson és az obszervatóriumban, majd az obszervatóriumi adatok alapján számítjuk ki a végleges állomásellipszist. Ez így csak kevéssel pontatlanabb, mint az obszervatóriumé.

Összefoglalva megállapíthatjuk, hogy az állomásellipszisnek az eddig használtaknál több adata révén a tellurikus mérések eredményeiből az eddigieknél több következtetést lehet levonni, bár kétségtelen, hogy a lényegesen nagyobb kiolvasó és számító munka miatt ipari kutatásban való alkalmazását be kell gyakorolni.

#### IRODALOM

1. Kunetz, G: Freiburger Forschungshefte, C 32, Geophysik
2. Simonyi, K: Elméleti villamosságtan I.

