

Д. КИЛЬЦЕР:

ВЫЧИСЛЕНИЕ ДАННЫХ АНТИКЛИНАЛЕЙ ИЗ ГОДОГРАФОВ  
ПРЕЛОМЛЕННЫХ ВОЛН

В статье дается метод для вычисления данных (глубина, наклон) антиклиналей из годографов преломленных волн с точностью соответствующей точности данных наблюдений.

J. KILCZER:

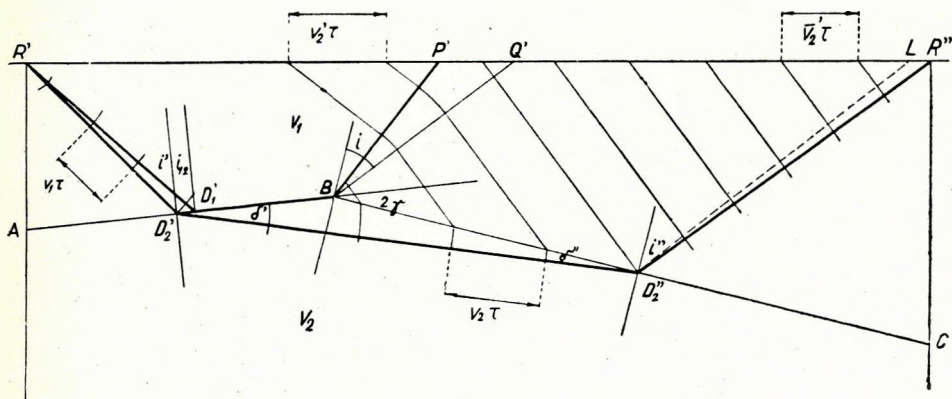
COMPUTATION OF ANTICLINAL DATAS FROM REFRACTIONAL TRAVEL-TIME CURVES

This work gives a computation method for the determination of anticlinal datas (dip, depth) appearing in the refrational travel-time curves with an exactitude permitted by the precision of the observation datas.

ANTIKLINÁLIS ADATAINAK KISZÁMÍTÁSA A REFRAKCIÓS  
TERJEDÉSI IDŐ-GÖRBÉRŐL

KILCZER GYULA

Az olaj- és kőszénkutatás szolgálatában álló alkalmazott szeizmológiának fontos feladata boltozódások, antiklinálisok kimutatása és adatainak meghatározása refrakciós vagy reflexiós észlelés segítségével. Ez a dolgozat

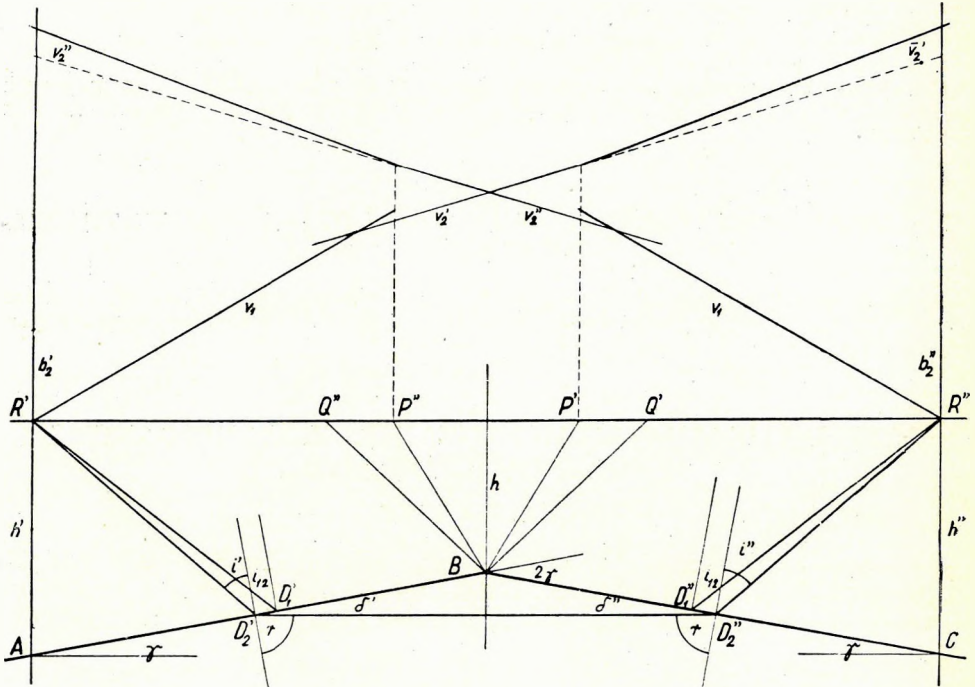


1. ábra

csak azzal a kérdéssel foglalkozik, hogy miképpen lehet valamely refrakciós terjedési idő diagrammban jelentkező antiklinális adatait: szárnyainak dőlését, gerincvonalának mélységét kiszámítani.

Egyszerűsítsük a valóságos viszonyokat azzal a feltevéssel, hogy az antiklinális két olyan geometriai sík alkotja, amelynek metsző éle — az antiklinális gerince — vízszintes, a refrakciós szelvény síkja, vagyis a két robbantási ponton átmenő függőleges sík pedig erre az élre merőleges. A robbantási hullámok tovaterjedésére az optika törvényeit alkalmazzuk.

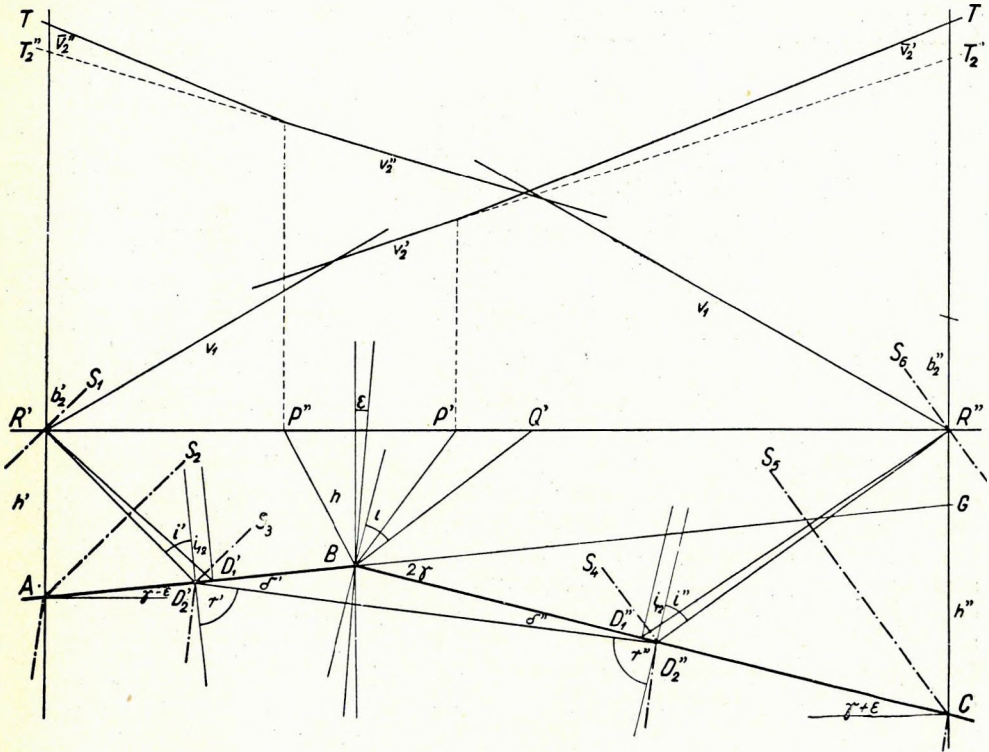
Az  $ABC$  antiklinális (1. ábra) felülete legyen az első diszkontinuitási felület; a robbantási hullámok terjedési sebessége e felület fölött lévő réteg-



2. ábra

ben  $v_1$ , alatta  $v_2$ . Az antiklinálisra az 1. ábrán  $R'$ -vel jelölt robbantópontból az  $R'D_1'$  és  $R'D_2'$  sugarak között beeső hullám  $D_1'D_2'$  felületen megtörve, a  $D_1'B$  és  $D_2'D_2''$  sugarak között halad tovább; az antiklinális másik szárnyán  $BD_2''$  felületen ismét megtörve, a  $BP'$  és  $D_2''R''$  sugaraktól határolva, a  $P'$  és  $R''$  pontok között érkezik vissza a felszínre. Az  $R'$  pontból a teljes visszaverődés határszögénél,  $i_{12}$ -nél nagyobb szöggel beeső hullámok  $D_1'B$ -n teljesen visszaverődnek; ezekkel a hullámokkal nem foglalkozunk. Az  $i_{12}$  szög alatt beeső sugár kelti  $D_1'B$  felület mentén a «refraktált» hullámot. Feltesszük, hogy az  $R'$  és  $R''$  robbantópontok elég messze vannak az antiklinális gerincétől, úgyhogy a refraktált hullámok még a gerincvonal elérése előtt jelentkeznek a felszínen mint első beérkezések; másszóval csak azzal az esettel foglalkozunk, amidőn megvan a diagrammban a  $v_2'$  és  $v_2''$  sebességág (2, 3. ábra). Arra a kérdésre, hogy ennek melyek a pontos feltételei, majd egy számított példával kapcsolatban felelünk.  $BP'$  az «utolsó» refraktált sugár,  $BQ'$  az «első» közönségesen törött sugár (az ellenkező irányban haladó sugarak tárgyalása az itt következő eljárással egyezően végezhető). Ez a

sugár a második közegben  $D_1'B$  irányban  $90^\circ - 2\gamma$  beesési szög alatt érkezik a  $BC$  törőfelületre. A  $B, P'$  és  $Q'$  pontokkal definiált térrészben diffrakciós interferencia lép fel, mint egy prizma élen. Közbevetőleg megjegyezzük, hogy optikai analógiát használva, az antiklinális qualitative úgy viselkedik, mint pl. koronaüveg-prizma ( $n = 1,51$ ) szénkéneqben ( $n = 1,63$ ). Minthogy a  $D_2'D_2''$  sugár beesési szöge  $90^\circ - \delta''$ , ezért a  $BQ'$  és  $D_2'R''$  sugarak nem pár-



3. ábra

huzamosak egymással, hanem  $\frac{v_1}{v_2}$ -től és a beesési szögtől függő szöget alkotnak egymással ( $BQ'$ -vel párhuzamos a szaggatott vonallal húzott  $D_2'L$  egyenes). Ha ez a szög elég kicsiny, akkor a hullámfelületek metszéspontját a refrakciós szelvény síkjával a  $BQ'$  és  $D_2'R''$  egyenesek között jó közelítéssel köríveknek (límesük a görbületi körök íve) lehet tekinteni. Valóságban az  $R'$ -ből kiinduló gömbhullámok kétszeri törés után magasabbrendű görbe felületekké alakulnak át, amelyeknek  $BQ'$  és  $D_2'R''$  orthogonális trajektóriái. Az említett közelítéssel a hullámfelületeket  $Q'$  és  $R''$  között olyan gömbhullámoknak tekinthetjük, amelyeknek centruma a  $BQ'$  és  $D_2'R''$  sugarak metszéspontja.

## I. A szögek és a valódi sebesség kiszámítása

### a) Szimmetrikus antiklinális

Az általános eset tárgyalása előtt végezzük el az antiklinálist jellemző adatok meghatározását egy speciális esetben, éspedig szimmetrikus antiklinálisra. Így nevezzük az antiklinálist, ha a  $B$  ponton átmenő szimmetriasíkja függőleges és ez a szimmetriasík a szelvény közepére esik (2. ábra). A terjedési idő-görbéből a 2. ábra jelölésével:

$$\begin{aligned} \sin(i_{12} - \gamma) &= \frac{v_1}{v_2} = \sin \alpha & (v'_2 = v''_2) \\ \sin(i'' + \gamma) &= \frac{v_1}{v_2} = \sin \beta & (i'' = i') \\ & & (\bar{v}'_2 = \bar{v}''_2) \\ \sin i_{12} &= \frac{v_1}{v_2} & \frac{\sin i'}{\sin r'} = \frac{v_1}{v_2} & (r'' = r') \\ \gamma &= \delta' & \delta' + r' = R & (\delta'' = \delta') \\ & & (R = 90^\circ) \end{aligned} \quad (1)$$

A  $v_1$  és  $v'_2$  jelentése a szokásos,  $\bar{v}'_2$  jelenti a  $Q'R''$  szelvényrészhez tartozó sebességág végpontjához (az  $R''$  robbantópont fölé eső pontjához) tartozó érintő irányhatározójának reciprok értékét. Minthogy a  $Q'R''$  szelvényrészben a hullámfületeket jó közelítéssel gömbfelületeknek tekinthetjük, ezért a szóbanlévő sebességág olyan hiperbola íve, amelynek valós tengelye a  $BQ'$  és  $D''R''$  sugarak metszéspontján átmenő függőleges, képzetes tengelye a vízszintesnek vett felszínen a szelvény vonala. Ha ezt a sebességágot (hiperbolaívet) gyengébb közelítéssel egyenes vonalnak vehetjük, akkor a  $\bar{v}'_2$  jelentése is a szokásos. A következőkben végzett számítások kapcsán majd megmutatjuk, hogy az észlelési adatokból szerkesztett terjedési idő-görbét nehéz megkülönböztetni egy egyenestől.

Az (1)-gyel jelölt egyenletekben  $v_1$ ,  $v'_2$ ,  $\bar{v}'_2$  adottak,  $i_{12}$ ,  $i''$ ,  $\gamma$ ,  $\delta'$ ,  $r'$ ,  $v_2$  ismeretlenek. A lehetséges kiküszöbölések után

$$i_{12} - \gamma = \alpha \quad i'' + \gamma = \beta \quad \sin i'' = \sin i_{12} \cos \gamma$$

Ebből a három független egyenlethől  $i_{12}$ ,  $i''$ ,  $\gamma$  meghatározható. Kiszöböljük ki  $i_{12}$ -t és  $i''$ -t:

$$\begin{aligned} \cos \gamma &= \frac{\sin i''}{\sin i_{12}} \\ 1 - \cos \gamma &= \frac{\sin i_{12} - \sin i''}{\sin i_{12}} & 1 + \cos \gamma &= \frac{\sin i_{12} + \sin i''}{\sin i_{12}} \\ 2 \sin^2 \frac{\gamma}{2} &= \frac{2 \cos \frac{i_{12} + i''}{2} \sin \frac{i_{12} - i''}{2}}{\sin i_{12}} \end{aligned}$$

$$2 \cos^2 \frac{\gamma}{2} = \frac{2 \sin \frac{i_{12} + i''}{2} \cos \frac{i_{12} - i''}{2}}{\sin i_{12}}$$

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\gamma}{2} = \operatorname{ctg} \frac{i_{12} + i''}{2} \operatorname{tg} \frac{i_{12} - i''}{2}$$

Azonban  $\frac{i_{12} + i''}{2} = \frac{\alpha + \beta}{2}$  és  $\frac{i_{12} - i''}{2} = \frac{\alpha - \beta}{2} + \gamma = \gamma - \frac{\beta - \alpha}{2}$

tehát  $\operatorname{ctg} \frac{\alpha + \beta}{2}$ -t  $C$ -vel jelölve

$$\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} = \sqrt{C \operatorname{tg} \left( \gamma - \frac{\beta - \alpha}{2} \right)} \quad (2)$$

Ebből az egyenlethől a  $\gamma$  exakt meghatározása  $\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}$ -ben negyedfokú egyenletre vezet. Ennek megoldása elkerülhető, ha  $\gamma$ -t iterációval határozzuk meg. Közvetlenül a (2) összefüggést használva fel erre a célra, az iteráció divergens lesz, ezért a függvény inverzére térünk át:

$$\frac{\gamma}{2} = \frac{\beta - \alpha}{4} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left[ \frac{1}{C} \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\gamma}{2} \right) \right]$$

Erre a kifejezésre alkalmazott iteráció konvergens. A  $\gamma$  első közelítő értékét következőképpen kapjuk: minthogy  $\frac{i_{12} - i''}{2}$  és  $\frac{\gamma}{2}$  kis szögek

$$\frac{\gamma}{2} = \sqrt{C \left( \gamma - \frac{\beta - \alpha}{2} \right)}$$

Ebből:

$$\gamma = 2C - \sqrt{2C \cdot 2C - (\beta - \alpha)} = 2C \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{\beta - \alpha}{2C}} \right)$$

A gyök + jellel használhatatlan nagy értéket ad.

Példa (a számolásnál E. S. Allen: Six-place tables c. könyvét használtam):

$$\sin(i_{12} - \gamma) = \frac{1700}{3208} = \sin \alpha \quad \alpha = 32^\circ 00' 01''$$

$$\sin(i'' + \gamma) = \frac{1700}{2180} = \sin \beta \quad \beta = 51^\circ 14' 38''$$

$$C = \operatorname{ctg} \frac{\beta + \alpha}{2} = \operatorname{ctg} 41^\circ 37' 20'' = 1,125447$$

$$2C = 2,250894 \quad \beta - \alpha = 19^\circ 14' 37'' = 0,335864 \text{ rad.}$$

$$\begin{aligned} \gamma &= 2,250894 - \sqrt{2,250894 (2,250894 - 0,335864)} \\ &= 0,174712 \text{ rad} = 10^\circ 00' 37'' \end{aligned}$$

Ez lesz  $\gamma$  első közelítő értéke. A (2) egyenletben szereplő  $\beta - \alpha$  és  $C$  már kiszámított értékét felhasználva:

$$\frac{\gamma}{2} = 4^\circ 48' 39'' + \frac{1}{2} \arctg \frac{\operatorname{tg}^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)}{1,125447}$$

Az első közelítő értékből  $\frac{\gamma}{2} = 5^\circ 00' 19''$ . Az iteráció menete:

$$\begin{array}{lll} \left(\frac{\gamma}{2}\right) & 5^\circ 00' 19'' & 5^\circ 00' 38'' & 5^\circ 00' 40'' \\ \left(\frac{\gamma}{2}\right)_{it} & 5^\circ 00' 38'' & 5^\circ 00' 40'' & 5^\circ 00' 40'' \end{array}$$

Tehát  $\gamma$  pontos értéke  $10^\circ 01' 20''$ , ez egyúttal  $\hat{c}'$  is. A másodpercek meghatározásának nincs gyakorlati jelentősége; csak az iteráció menetének megmutatására számítottuk ki őket.

A többi ismeretlen értéke:

$$\begin{aligned} i_{12} &= 42^\circ 01' 21'' \\ i' &= 41^\circ 13' 18'' \quad r' = 79^\circ 58' 40'' \quad v_2 = 2540 \text{ m sec}^{-1} \end{aligned}$$

#### b) Aszimmetrikus antiklinális

Tekintsük az általános esetet (3. ábra), amidőn az antiklinális szimmetriasíkja a függőlegessel  $\varepsilon$  szöget zár be és a szimmetriasík nem esik a szelvény közepére. Az antiklinális síkjainak dőlésszögei:  $\gamma - \varepsilon$  és  $\gamma + \varepsilon$ ; tudniillik legyen most is  $2\gamma$  az antiklinális lapszögének kiegészítő szöge. A terjedési idő-görbéből nyerjük a következő összefüggéseket.

$$\sin [i_{12} - (\gamma - \varepsilon)] = \frac{v_1}{v_2'} = \sin \alpha_1$$

$$\sin [i_{12} - (\gamma + \varepsilon)] = \frac{v_1}{v_2''} = \sin \alpha_2$$

$$\sin [i' + (\gamma - \varepsilon)] = \frac{v_1}{v_2'} = \sin \beta_1$$

$$\sin [i'' + (\gamma + \varepsilon)] = \frac{v_1}{v_2} = \sin \beta_2 \quad (3)$$

$$\sin i_{12} = \frac{v_1}{v_2} \quad 2\gamma = \hat{c}' + \delta''$$

$$\frac{\sin i'}{\sin r'} = \frac{v_1}{v_2} \quad r' + \hat{c}' = R \quad (R = 90^\circ)$$

$$\frac{\sin i''}{\sin r''} = \frac{v_1}{v_2} \quad r'' + \hat{c}'' = R$$

Megjegyzendő, hogy a  $v_2'$  és  $v_2''$  látszólagos sebességekre most is vonatkozik az, amit a) esetben a  $\bar{v}_2$ -re mondottunk. A lehetséges kiküszöbölések után kapunk 6 egyenletet 6 ismeretlennel:

$$i_{12} - \gamma = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \quad i' + \gamma = \beta_1 + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} \quad i'' + \gamma = \beta_2 - \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}$$

$$\sin i' = \sin i_{12} \cos \delta'$$

$$\sin i'' = \sin i_{12} \cos \delta''$$

$$2\gamma = \delta' + \delta''$$

Ezekből az egyenletekből a 6 ismeretlen:  $i_{12}$ ,  $i'$ ,  $i''$ ,  $\gamma$ ,  $\delta'$ ,  $\delta''$  meghatározható. Küszöböljük ki  $i_{12}$ ,  $i'$  és  $i''$ -t az  $a)$  fejezetben követett eljárással, akkor:

$$\operatorname{tg}^2\left(\frac{\delta'}{2}\right) = \operatorname{ctg}\left(\frac{i_{12} + i'}{2}\right) \operatorname{tg}\left(\frac{i_{12} - i'}{2}\right)$$

$$\operatorname{tg}^2\left(\frac{\delta''}{2}\right) = \operatorname{ctg}\left(\frac{i_{12} + i''}{2}\right) \operatorname{tg}\left(\frac{i_{12} - i''}{2}\right)$$

egyenletekben  $i_{12} - i' = 2\gamma - (\beta_1 - \alpha_2)$  és  $i_{12} - i'' = 2\gamma - (\beta_2 - \alpha_1)$

helyettesítéseket elvégezve:

$$\operatorname{tg}^2\left(\frac{\delta'}{2}\right) = C_1 \operatorname{tg}\left(\gamma - \frac{\beta_1 - \alpha_2}{2}\right) \quad C_1 = \operatorname{ctg} \frac{\alpha_1 + \beta_1}{2} \quad (4)$$

$$\operatorname{tg}^2\left(\frac{\delta''}{2}\right) = C_2 \operatorname{tg}\left(\gamma - \frac{\beta_2 - \alpha_1}{2}\right) \quad C_2 = \operatorname{ctg} \frac{\alpha_2 + \beta_2}{2} \quad (5)$$

és végül

$$\operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} \frac{\delta' + \delta''}{2} = \frac{\sqrt{C_1 \operatorname{tg}\left(\gamma - \frac{\beta_1 - \alpha_2}{2}\right)} + \sqrt{C_2 \operatorname{tg}\left(\gamma - \frac{\beta_2 - \alpha_1}{2}\right)}}{1 - \sqrt{C_1 \operatorname{tg}\left(\gamma - \frac{\beta_1 - \alpha_2}{2}\right)} \sqrt{C_2 \operatorname{tg}\left(\gamma - \frac{\beta_2 - \alpha_1}{2}\right)}} \quad (6)$$

A  $\gamma$  kiszámítása a (6) egyenletből igen körülményes lenne, azonban a (4) és (5) egyenletekből kis átalakítás után iterációval meghatározható. Ugyanis a (4) egyenletből

$$\frac{\delta'}{2} = \operatorname{arctg} \sqrt{C_1 \operatorname{tg}\left(\gamma - \frac{\beta_1 - \alpha_2}{2}\right)} \quad (7)$$

Figyelembe véve, hogy  $\frac{\delta''}{2} = \gamma - \frac{\delta'}{2}$ , az (5) egyenletből

$$\gamma = \frac{\beta_2 - \alpha_1}{2} + \operatorname{arctg} \left[ \frac{1}{C_2} \operatorname{tg}^2\left(\gamma - \frac{\delta'}{2}\right) \right] \quad (8)$$

Tehát  $\gamma$  első közelítő értékével a (7) egyenlet segítségével kiszámítjuk  $\frac{\delta'}{2}$ -t, ezzel és  $\gamma$  első közelítő értékével a (8) egyenlet segítségével kapjuk  $\gamma$  iterált értékét. Ezzel az eljárást folytatjuk.

Az iteráció megindításához a  $\gamma$  első közelítő értékét következőképpen kapjuk. Mivel

$$\frac{i_{12} - i'}{2}, \quad \frac{i_{12} - i''}{2}, \quad \frac{\delta'}{2} \quad \text{és} \quad \frac{\delta''}{2} \quad \text{kis szögek,}$$

tangenseik helyett az íveket véve:

$$\frac{\delta'}{2} = \sqrt{C_1 \left( \gamma - \frac{\beta_1 - \alpha_2}{2} \right)} \quad \frac{\delta''}{2} = \sqrt{C_2 \left( \gamma - \frac{\beta_2 - \alpha_1}{2} \right)}$$

$$\gamma = \sqrt{C_1 \left( \gamma - \frac{\beta_1 - \alpha_2}{2} \right)} + \sqrt{C_2 \left( \gamma - \frac{\beta_2 - \alpha_1}{2} \right)}$$

Legyen  $\frac{\beta_1 - \alpha_2}{2} = A_1$ ,  $\frac{\beta_2 - \alpha_1}{2} = A_2$ , akkor

$$\gamma = \sqrt{C_1 (\gamma - A_1)} + \sqrt{C_2 (\gamma - A_2)}$$

Ha  $C = \frac{C_1 + C_2}{2}$  és  $A = \frac{A_1 + A_2}{2}$ , akkor közelítőleg

$$\gamma = 2 \sqrt{C (\gamma - A)},$$

ebből

$$\gamma = 2 [C - \sqrt{C(C - A)}] = 2C \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{A}{C}} \right). \quad (9)$$

Ezzel az értékkel indítjuk el az iterációt.

Példa:

$$\sin [i_{12} - (\gamma - \varepsilon)] = \frac{1700}{3040} = \sin \alpha_1 \quad \alpha_1 = 34^\circ 00' 04''$$

$$\sin [i_{12} - (\gamma + \varepsilon)] = \frac{1700}{3400} = \sin \alpha_2 \quad \alpha_2 = 30^\circ 00' 00''$$

$$\sin [i' + (\gamma - \varepsilon)] = \frac{1700}{2270} = \sin \beta_1 \quad \beta_1 = 48^\circ 29' 42''$$

$$\sin [i'' + (\gamma + \varepsilon)] = \frac{1700}{2109} = \sin \beta_2 \quad \beta_2 = 53^\circ 42' 49''$$

$$\frac{\beta_1 - \alpha_2}{2} = 9^\circ 14' 51'' = 0,161399 \text{ rad.}$$

$$\frac{\beta_2 - \alpha_1}{2} = 9^\circ 51' 22'' = 0,172022 \text{ rad.}$$

$$C_1 = \operatorname{ctg} \frac{\alpha_1 + \beta_1}{2} = \operatorname{ctg} 41^\circ 14' 53'' = 1,140359$$

$$C_2 = \operatorname{ctg} \frac{\alpha_2 + \beta_2}{2} = \operatorname{ctg} 41^\circ 51' 24'' = 1,116216$$

A  $\gamma$  első közelítő értéke (9) szerint)

$$\begin{aligned} \gamma &= 2 \left[ 1,128287 - \sqrt{1,128287 (1,128287 - 0,166711)} \right] \\ &= 0,173370 \text{ rad} = 9^\circ 56' 00''. \end{aligned}$$



Ezt felhasználva, a már kiszámított adatokat behelyettesítve

$$\frac{\delta'}{2} = \operatorname{arctg} \sqrt{1,140359 \operatorname{tg}(\gamma - 9^\circ 14' 51'')} \\ \gamma = 9^\circ 51' 22'' + \operatorname{arctg} \left[ \frac{1}{1,116216} \operatorname{tg}^2 \left( \gamma - \frac{\delta'}{2} \right) \right]$$

Az iteráció menete:

$$\gamma \quad 9^\circ 56' 00'' \quad 10^\circ 01' 25'' \quad 9^\circ 57' 23'' \quad 10^\circ 00' 53'' \quad 9^\circ 59' 39'' \quad 10^\circ 00' 05'' \quad 9^\circ 59' 56'' \quad 9^\circ 59' 59''$$

$$\frac{\delta'}{2} \quad 6^\circ 39' 50'' \quad 7^\circ 05' 06'' \quad 6^\circ 46' 27'' \quad 7^\circ 02' 41'' \quad 6^\circ 57' 02'' \quad 6^\circ 59' 02'' \quad 6^\circ 58' 20'' \quad 6^\circ 58' 34''$$

$$\gamma_{it} \quad 10^\circ 01' 25'' \quad 9^\circ 57' 23'' \quad 10^\circ 00' 53'' \quad 9^\circ 59' 39'' \quad 10^\circ 00' 05'' \quad 9^\circ 59' 56'' \quad 9^\circ 59' 59'' \quad 9^\circ 59' 58''$$

$$\gamma = 9^\circ 59' 58''$$

$$\text{végül} \quad \frac{\delta'}{2} = 6^\circ 58' 30'' \quad \text{tehát} \quad \gamma = 9^\circ 59' 58''$$

$$\gamma_{it} = 9^\circ 59' 58''$$

Mint hogy az iteráció lassan konvergál, már néhány iteráció után végzett interpoláció hamarabb célhoz vezet és a gyakorlati kívánságnak megfelelő jó közelítő értéket ad.<sup>1</sup> Így  $9^\circ 57' 23''$  és  $10^\circ 00' 53''$  interpolálása  $9^\circ 59' 15''$ -et ad.

A másodpercek kiszámítása csak az iteráció menetének illusztrálására szolgál. A többi ismeretlen értéke:

$$\begin{aligned} i_{12} &= 42^\circ 00' 00'' & i' &= 40^\circ 29' 46'' & i'' &= 41^\circ 42' 49'' \\ \delta' &= 13^\circ 57' 00'' & \delta'' &= 6^\circ 02' 56'' & \varepsilon &= 2^\circ 00' 02'' \\ r' &= 76^\circ 03' 00'' & r'' &= 83^\circ 57' 04'' \\ v_2 &= 2541 \text{ m sec}^{-1} \end{aligned}$$

A (4) és (5) egyenletből látható, hogy a számítás csak abban az esetben végezhető el, ha a jobboldalon álló kifejezés nem negatív, vagyis ha

$$\gamma \geq \frac{\beta_1 - \sigma_2}{2} \quad \text{és} \quad \gamma \geq \frac{\beta_2 - \sigma_1}{2}$$

Az argumentumok jelentését nézve, ezt még úgy is mondhatjuk, hogy

$$i' \leq i_{12} \quad \text{és} \quad i'' \leq i_{12}$$

Hogy ez fizikailag mit jelent, azt az 1. ábrán olvashatjuk le. Ha ugyanis az  $R''$  pontot közelítjük az  $R'$  felé, akkor az  $i'$  szög, amely alatt beeső sugár még eljut az  $R''$ -be, folyton növekszik, a  $D'_0$  pont közeledik a  $D'_1$ -hez, a köztük lévő sugárnyaláb összeszűkül. Amikor  $R''$  egybeesik  $Q'$  ponttal, akkor  $i' = i_{12}$ ,  $D'_2 D'_1 = 0$ ,  $\sigma = 0$ . Ez a határeset,  $R''$  pontnak a határhelyzete, amelyen túlhaladva, a számítás már nem végezhető el.

<sup>1</sup> Dombai Tibor megjegyzése.

## II. Rétegvastagság (mélység) számítása

### a) Szimmetrikus antiklinális

A második sebességág egyenlete  $t = a_2' x + b_2'$  ahol  $a_2' = \frac{1}{v_2'}$

$$\text{és } b_2' = \frac{h'}{v_1} 2 \cos i_{12} \cos \gamma \quad (b_2'' = b_2', h'' = h')$$

$$\text{ebből } h' = \frac{v_1}{2 \cos i_{12} \cos \gamma} \cdot b_2'$$

Az antiklinális gerincének  $(g, h)$  koordinátáit a

$$\begin{aligned} h &= -(\operatorname{tg} \gamma) g + h' \\ h &= (\operatorname{tg} \gamma) (g - X) + h' \end{aligned}$$

egyenletrendszer szolgáltatja, amelyben  $X = R'R''$  a robbantópontok távolsága egymástól. Innen

$$g = \frac{X}{2} \text{ és } h = h' - \frac{X}{2} \operatorname{tg} \gamma.$$

Ez az eredmény egyébként a 2. ábrából közvetlenül látható. A szimmetrikus antiklinálisra kidolgozott példa adataival — ha még  $X = 5000$  m,  $b_2' = b_2'' = 0,450$  sec —

$$h' = h'' = 522,6 \text{ m} \quad h = 81,9 \text{ m}$$

### b) Aszimmetrikus antiklinális

A második sebességágak egyenletei:

$$t = a_2' x + b_2', \text{ ahol } a_2' = \frac{1}{v_1} \text{ és } b_2' = \frac{h'}{v_1} 2 \cos i_{12} \cos (\gamma - \varepsilon)$$

$$t = a_2'' x + b_2'', \text{ ahol } a_2'' = \frac{1}{v_1} \text{ és } b_2'' = \frac{h''}{v_1} 2 \cos i_{12} \cos (\gamma + \varepsilon)$$

Ezekből

$$h' = \frac{v_1}{2 \cos i_{12} \cos (\gamma - \varepsilon)} b_2'$$

$$h'' = \frac{v_1}{2 \cos i_{12} \cos (\gamma + \varepsilon)} b_2''$$

Az antiklinális gerincének koordinátái a

$$\begin{aligned} h &= -\operatorname{tg} (\gamma - \varepsilon) g + h' \\ h &= \operatorname{tg} (\gamma + \varepsilon) (g - X) + h'' \end{aligned}$$

egyenletrendszerből adódnak:

$$g = \frac{(h' - h'') + X \operatorname{tg} (\gamma + \varepsilon)}{\operatorname{tg} (\gamma + \varepsilon) \operatorname{tg} (\gamma - \varepsilon)}$$

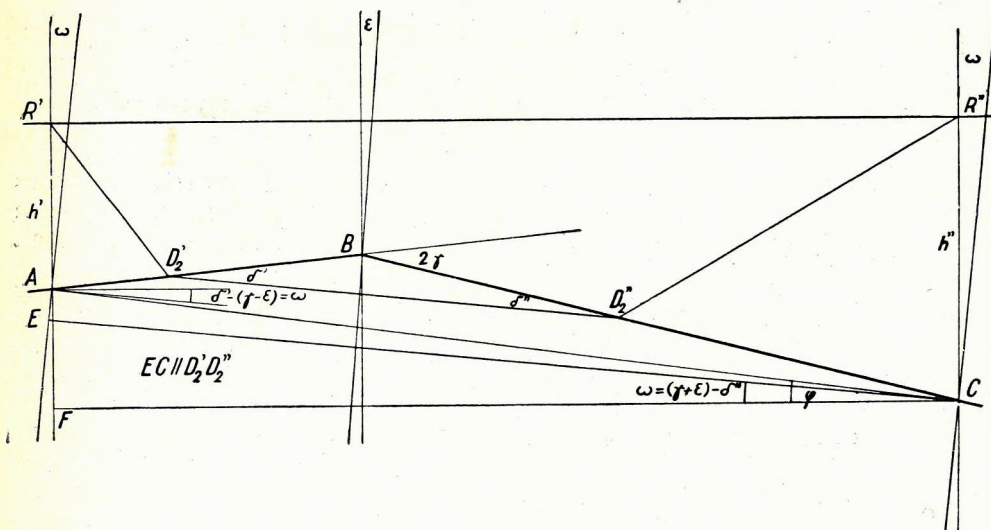
$$h = \frac{h' \operatorname{tg}(\gamma + \varepsilon) + h'' \operatorname{tg}(\gamma - \varepsilon) - X \operatorname{tg}(\gamma + \varepsilon) \operatorname{tg}(\gamma - \varepsilon)}{\operatorname{tg}(\gamma + \varepsilon) + \operatorname{tg}(\gamma - \varepsilon)}$$

Ha  $\varepsilon = 0$  és  $h' = h''$ , akkor ezek a kifejezések redukálódnak az  $a)$  esetre. Az aszimmetrikus antiklinálisra kidolgozott példa adataival — ha még  $X = 5000$  m,  $b'_2 = 0,400$  sec,  $b''_2 = 0,617$  sec —  
 $h' = 462,0$  m     $h'' = 721,4$  m     $h = 142,4$  m     $g = 2277$  m.

### III. A teljes idő kiszámítása

Az  $R'$  robbantópontból kiinduló gömbhullámok a rétegeket elválasztó felületeken magasabbrendű felületekké alakulnak át. Ha azonban csak azt akarjuk meghatározni, hogy mennyi idő alatt jutnak a rengéshullámok bizonyos távolságra — jelen esetben  $R'$ -ből  $R''$ -be — akkor gömbhullámok helyett az  $R'$  ponton áthaladó, az  $R'D'_2$ ,  $D'_2D''_2$  és  $D''_2R''$  sugarakra merőleges síkhullámokkal számolhatunk (l.: Földméréstani Közlemények 1950. évf., 3—4. sz.: A menetidő elméleti meghatározása). A 3. ábra ezt a síkhullámot tünteti fel (eredményvonallal kihúzva) tovahaladásának egymásra következő  $S_1, S_2 \dots S_6$  helyzetében.

Annak az útnak kiszámításához, amelyet ez a  $D'_2D''_2$  sugárra merőleges síkhullám a második közegben az  $A$  és  $C$  pontok között megtesz, szükségünk van a 4. ábrára. Látjuk ezen, hogy a második közegben az  $A$  és  $C$  pontok



4. ábra

között megtett út a  $D'_2D''_2$ -vel párhuzamos  $EC$  távolság, amely a vízszintessel  $(\gamma + \varepsilon) - \delta''$  vagy az ezzel egyenlő  $\delta' - (\gamma - \varepsilon)$  szöget zárja be. Mivel

$$\gamma = \frac{\delta' + \delta''}{2}, (\gamma + \varepsilon) - \delta'' = \frac{\delta' - \delta''}{2} + \varepsilon \text{ és } \delta' - (\gamma - \varepsilon) = \frac{\delta' - \delta''}{2} + \varepsilon,$$

tehát e két szög egyenlő (egyébiránt váltószögek). Közös értékük legyen  $\omega$ .

Az  $EC$  az  $S_2$  és  $S_5$  hullámfelületek távolsága egymástól a második közegben. Az  $AEC$  derékszögű háromszögben  $EC = AC \cos(\varphi - \alpha)$ , viszont az  $AFC$  derékszögű háromszögben  $AC = \frac{FC}{\cos \varphi}$ , tehát  $EC = FC \frac{\cos(\varphi - \alpha)}{\cos \varphi}$ .

Mintthogy  $FC = X$  és  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{h'' - h'}{X}$ , tehát  $EC$  kifejezésében csupa ismert, illetőleg a mérési adatokból kiszámítható mennyiség szerepel:

$$EC = X (\cos \omega + \operatorname{tg} \varphi \sin \alpha) = \\ = X \left( \cos \omega + \frac{h'' - h'}{X} \sin \omega \right) = X \cos \omega + (h'' - h') \sin \omega. \text{ Így tehát}$$

az az idő, amely alatt a hullámfelület  $S_1$  helyzetéből  $S_6$  helyzetébe, vagyis az  $R'$  robbantópontból a  $R''$  pontba jut (l. a 9. ábrát is).

$$T = \frac{1}{v_1} h' \cos [i' + (\gamma - \varepsilon)] + \frac{1}{v_2} X \cos \omega + (h'' - h') \sin \omega \\ + \frac{1}{v_1} h'' \cos [i'' + (\gamma + \varepsilon)].$$

Mivel  $\frac{1}{v_2} = \frac{1}{v_1} \sin i_{12}$ , átrendezve

$$T = \frac{1}{v_1} h' [\cos (i' + \gamma - \varepsilon) - \sin i_{12} \sin \omega] \\ + \frac{1}{v_1} h'' \cos (i'' + \gamma + \varepsilon) + \sin i_{12} \sin \omega] + \frac{1}{v_1} X \sin i_{12} \cos \omega.$$

Hasonlítsuk össze ezt az időt azzal az időtartammal, amely alatt a teljes visszaverődés határszögével  $AB$ -re beeső hullám  $R'$ -ből  $R''$ -be jutna, ha nem lenne antiklinális, hanem az  $AB$  sík tovább folytatódna  $G$ -ig (3. ábra).

Ez az idő  $T'_2 = \frac{1}{v_1} 2 h' \cos i_{12} \cos (\gamma - \varepsilon) + \frac{1}{v_1} X \sin [i_{12} - (\gamma - \varepsilon)]$  vagy

egyszerűbben:  $T'_2 = a'_2 X + b'_2$ .

Hasonlóképpen az ellenkező irányban

$$T''_2 = \frac{1}{v_1} 2 h'' \cos i_{12} \cos (\gamma + \varepsilon) + \frac{1}{v_1} X \sin [i_{12} - (\gamma + \varepsilon)],$$

vagy egyszerűbben:  $T''_2 = a''_2 X + b''_2$ .

Akármilyen helyzetű és törésű is az antiklinális ( $\gamma$  és  $\varepsilon$  minden szóbjövő értékénél; l. az I. fejezet végén az ott kidolgozott példával kapcsolatban mondottakat) mindig fennáll:<sup>1</sup>

$$T > T'_2 \text{ és } T > T''_2.$$

Ezt az 1. ábrán következőképpen mutathatjuk meg. A  $P'$  pontig a második

<sup>1</sup> Dombai Tibor megállapítása.

sebességát szolgáltató refraktált síkhullám látszólagos sebessége  $v'_2$ . A  $P'Q'$  intervallumban (a diffrakciós interferenciát mellőzve) a hullámfelületek metszésvonalai a szelvényvel a  $BP'$ -re merőleges,  $B$  középpontú körívek; ezek a  $v'_2$ -nél kisebb és  $P'Q'$  irányban csökkenő látszólagos sebességet (az idetartozó sebességág hiperbolaív) adnak. A  $Q'R''$  közben a hullámfelületek tovább fokozódó dőlése miatt a látszólagos sebesség is tovább csökken, úgyhogy  $\bar{v}'_2 < v'_2$ . Ezért a  $P'Q'R''$  szelvényrészhez tartozó terjedési idő-görbe a  $P'$  ponttól kezdve a  $v'_2$  irányától felfelé hajlik, tehát az  $R''$  ponton áthaladó időtengelyt magasabban metszi, mint a  $v'_2$ , úgyhogy  $T > T'_2$ . Ugyanígy következtethetjük, hogy  $T > T''_2$ .

Példa.

Az aszimmetrikus antiklinálisra kidolgozott példa adataival:

$$\omega = \frac{13^\circ 57' 00'' - 6^\circ 02' 56''}{2} + 2^\circ 00' 02'' = 5^\circ 57' 04''$$

$$T = \frac{1}{1700} 462,0 [\cos (40^\circ 29' 46'' + 9^\circ 59' 58'' - 2^\circ 00' 02'') \\ - \sin 42^\circ 00' 00'' \sin 5^\circ 57' 04'']$$

$$+ \frac{1}{1700} 721,7 [\cos (41^\circ 42' 49'' + 9^\circ 59' 58'' + 2^\circ 00' 02'') \\ + \sin 42^\circ 00' 00'' \sin 5^\circ 57' 04'']$$

$$+ \frac{1}{1700} 5000 \sin 42^\circ 00' 00'' \cos 5^\circ 57' 04''$$

$$T = \frac{1}{1700} 462,0 (\cos 48^\circ 29' 42'' - \sin 42^\circ 00' 00'' \sin 5^\circ 57' 04'')$$

$$+ \frac{1}{1700} 721,7 (\cos 53^\circ 42' 49'' + \sin 42^\circ 00' 00'' \sin 5^\circ 57' 04'')$$

$$+ \frac{1}{1700} 5000 \sin 42^\circ 00' 00'' \cos 5^\circ 57' 04''$$

$$T = 2,398 \text{ sec} \quad T'_2 = \frac{1}{3040} \cdot 5000 + 0,400 = 2,045 \text{ sec}$$

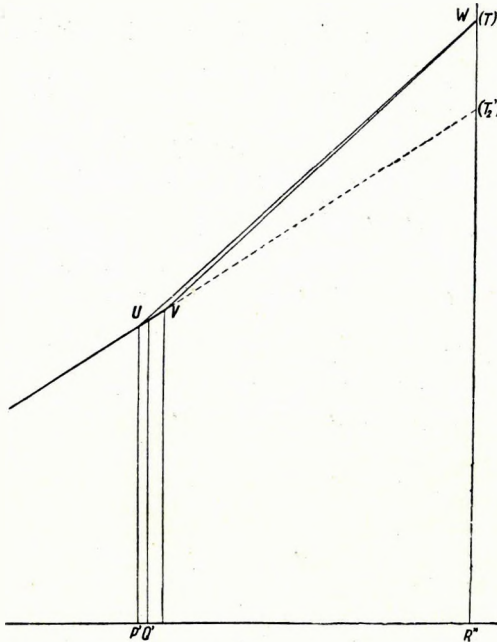
$$T''_2 = \frac{1}{3400} \cdot 5000 + 0,617 = 2,088 \text{ sec}$$

$$T - T'_2 = 0,353 \text{ sec} \quad T - T''_2 = 0,310 \text{ sec.}$$

A bevezetésben rámutattunk arra, hogy a hullámfelületeket  $Q'$  és  $R''$  között gömbhullámoknak tekinthetjük. Hogy ennek a közelítésnek a jogosultságát kimutathassuk, szükségünk van még az «első» közönségesen törött sugar törési szögére (l. a 3. ábrát):

$$\sin i = \frac{v_1 \sin(90^\circ - 2\gamma)}{v_2} = \frac{v_1}{v_2} \cos 2\gamma$$

Ebből  $i = 38^\circ 57' 37''$ . Mivel  $i'' = 41^\circ 42' 49''$ , tehát a  $BQ'$  és  $D''R''$  sugarak egymással  $i'' - i = 2^\circ 45' 12''$ -es szöget zárnak be. Ennek a szögnek kicsiny-sége megengedi, hogy szárai között a hullámfelületeket gömbhullámoknak tekintsük.



5. ábra

Ugyancsak ennek a szögnek kicsiny-sége miatt a  $Q'R''$  szelvény-részhez tartozó sebességát nehéz megkülönböztetni egy egyenestől. Ha ugyanis a diagramot a szokásos méretarányban rajzoljuk meg — az  $x$  tengelyen  $1 \text{ mm} = 10 \text{ m}$ , a  $t$  tengelyen  $1 \text{ mm} = 10 \text{ millisec}$  — akkor a terjedési idő-görbén lévő pontok koordinátái

$U$ : a  $P'$  pontnál:

$$X = 237,3 \text{ mm} \quad t = 118,1 \text{ mm}$$

a  $Q'$  pontnál:

$$X = 245, \text{ mm} \quad t = 121,3 \text{ mm}$$

$W$ : az  $R''$  pontnál:

$$X = 500,0 \text{ mm} \quad t = 239,8 \text{ mm}.$$

A  $v_2'$  sebességág folytatása az idő-tengelyt  $R''$ -nél  $204,5 \text{ mm}$  magasságban metszi. Az  $UVW$  háromszögben (5. ábra) a függőleges méretek a vízszinteshez viszonyítva kétszeresen torzítottak, az  $U$  szög  $6^\circ 38' 54''$ , a  $W$  szög  $0^\circ 30' 42''$ . A  $V$  pont

koordinátái  $X = 256,9 \text{ mm}$ ,  $t = 124,5 \text{ mm}$ . Az  $UW$  egyenes a  $V$  fölött  $2,7 \text{ mm}$  távolságban halad. A terjedési idő-görbe az  $UVW$  háromszögben vonul, úgyhogy az  $U$  pontban az  $UV$ , a  $W$  pontban a  $VW$  az érintője. Látjuk, hogy a  $UW$  görbeszakasz nehezen lesz megkülönböztethető egy egyenes vonaltól az észlelési adatok szórása miatt.

#### IV. Három és több réteg esete

Vizsgáljuk meg azt az esetet, amidőn az antiklinális a 2. és 3. réteg elválasztó felülete (6. ábra). A szögek és sebességek kiszámítására a következő egyenleteink vannak:

$$\left. \begin{aligned} \sin(i_{12} - \gamma_1) &= \frac{v_1}{v_2'} \\ \sin(i_{12} + \gamma_1) &= \frac{v_1}{v_2''} \end{aligned} \right\} \text{ ezekből adódik } i_{12}, \gamma_1 \text{ és } v_2$$

$$\left. \begin{aligned} \sin (\bar{i}'_{13} - \gamma_1) &= \frac{v_1}{v_3} \\ \sin (\bar{i}''_{13} + \gamma_1) &= \frac{v_1}{v_3} \end{aligned} \right\} \text{ezekből adódik } \bar{i}'_{13} \text{ és } \bar{i}''_{13}$$

$$\sin [i_{23} - (\gamma - \varepsilon - \gamma_1)] = \frac{\sin \bar{i}''_{13}}{\sin i_{12}} = \sin \alpha_1$$

$$\sin [i_{23} - (\gamma + \varepsilon + \gamma_1)] = \frac{\sin \bar{i}'_{13}}{\sin i_{12}} = \sin \alpha_2$$

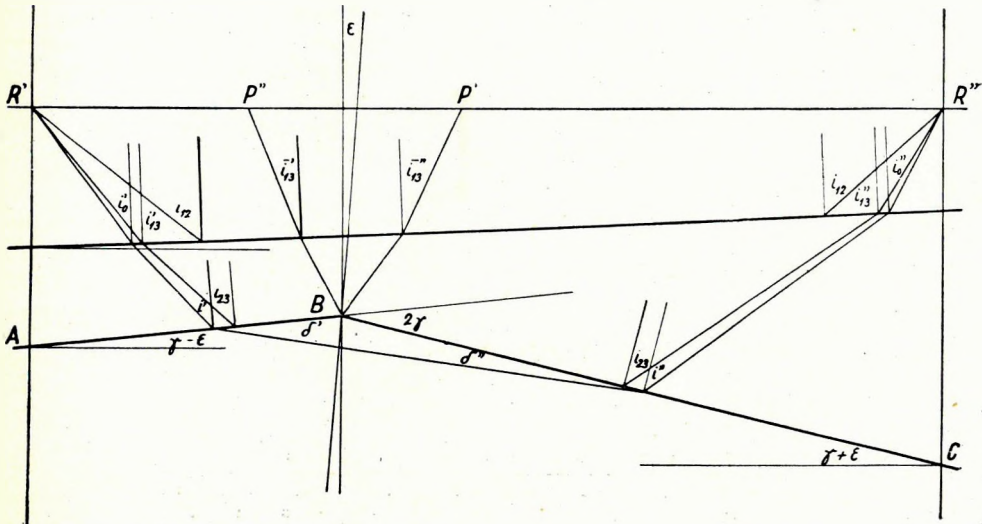
$$\left. \begin{aligned} \sin (i''_0 - \gamma_1) &= \frac{v_1}{v_2} \\ \sin (i'_0 + \gamma_1) &= \frac{v_1}{v_2} \end{aligned} \right\} \text{ezekből adódik } i'_0 \text{ és } i''_0$$

$$\sin [i' + (\gamma - \varepsilon - \gamma_1)] = \frac{\sin i'_0}{\sin i_{12}} = \sin \beta_1$$

$$\sin [i'' + (\gamma + \varepsilon + \gamma_1)] = \frac{\sin i''_0}{\sin i_{12}} = \sin \beta_2$$

$$\sin i_{23} = \frac{v_2}{v_3} \quad \frac{\sin i'}{\sin r'} = \frac{v_2}{v_3} \quad \frac{\sin i''}{\sin r''} = \frac{v_2}{v_3}$$

$$r' + \delta' = R \quad r'' + \delta'' = R \quad 2\gamma = \delta' + \delta'' \quad (R = 90^\circ).$$



6. ábra

A lehetséges kiküszöböléseket elvégezve és figyelembe véve, hogy

$$\varepsilon - \gamma_1 = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2},$$

$$i_{23} - \gamma = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \qquad i' + \gamma = \beta_1 + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$

$$i'' + \gamma = \beta_1 - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$

$$\begin{aligned} \sin i' &= \sin i_{23} \cos \delta' & 2\gamma &= \delta' + \delta'' \\ \sin i'' &= \sin i_{23} \cos \delta'' \end{aligned}$$

Tehát most is van 6 egyenletünk 6 ismeretlennel, úgy mint Ib) esetben. Először  $\gamma$ -t számítjuk ki az ott ismertetett módon, azután a többi ismeretlent. A  $(g, h)$  koordináták kiszámítását is úgy végezzük, mint a IIb) fejezetben, azzal a különbséggel, hogy  $h'$  és  $h''$  helyett a robbantópontok alatti  $H'_2$  és  $H''_2$  mélységeket vesszük számításba.

Látjuk, hogy az eljárás alkalmazható több réteg esetében is a legelőször jelentkező antiklinális jellemző adatainak kiszámítására.

---

Felelős kiadó: Solt Sándor — Műszaki felelős: Rózsa István

Megrendelve: 1953. III. 20. — Imprimálva: 1953. V. 20. — Papiros alakja: 70 × 100  
Ívek száma: 1 (1 3/8) — Ábrák száma: 6. — Példányszám: 500.

---

Ez a könyv a MNOSZ 5601—50 A és MNOSZ 5602—50 A szabványok szerint készült.

---

5199. Franklin-nyomda Budapest, VIII., Szentkirályi-utca 28.  
Felelős: Ketskés János