MAGYAR ÁLLAMI EÖTVÖS LORÁND GEOFIZIKAI INTÉZET

GEOFIZIKAI KÖZLEMÉNYEK

II. KÖTET
1—11. szám

NEHÉZIPARI KÖNYV- ÉS FOLYÓIRATKIADÓ VÁLLALAT
1953

TARTALOM

Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet
GEOFIZIKAI KÖZLEMÉNYEK
II. kötet, 1. szám

ДЬ. БАРТА—Б. СИЛАДИ:

ВЫЧИСЛЕНИЕ ГЕОГРАФИЧЕСКИХ КООРДИНАТ И СБЛИЖЕНИЯ МЕРИДИАНОВ ПО КООРДИНАТАМ СТЕРЕОГРАФИЧЕСКОЙ ПРОЕКЦИОННОЙ ПЛОСКОСТИ

При выполнении государственных магнитных измерений для авторов были необходимы географические координаты точек измерений. Имея в виду большое количество точек измерений они искали более простые методы вычисления вместо общеизвестных. Для этого сперва из прямоугольных координат стереографической проекционной плоскости с учетом продолной редукции и редукции нарпавления вычисляли сферические координаты Гаусса, потом эллипсоидные координаты (1 часть). Позже они определяли соответствующие степенные функции, из которых с помощью простого умножения и сложения получали величины φ, λ и μ в пределах точносты в 0,1'' (2 часть)

GY. BARTA — B. SZILÁGYI:

CALCULS DE COORDONNÉES GÉOGRAPHIQUES ET DU CONVERGENCE DE MÉRIDIEN Á L'AIDE DES COORDONNÉES STÉRÉOGRAPHIQUES

Au sujet des mesurages magnétiques dans tous le pays les auteurs ont eu besoin de coordonnées géographiques des points de mesurage. En égard au grand nombre de points de mesurage on cherche les méthodes de calcul plus simples que les calculs précis et connus. A cette fin les auteurs commençaient par calculer les coordonnées du globe de Gauss, et après les coordonnées ellipsoïdales à l'aide des coordonnées stéréographiques, compte tenu de la réduction de longueur et de direction. (I^{ère} Partie). Plus tard ils posaient des puissances de fonction convenables, à l'aide desquelles on reçoit les valeurs de φ, λ et μ avec une exactitude de 0,1'' en multipliant et additionnant simplement.

FÖLDRAJZI KOORDINÁTÁK ÉS MERIDIÁN KONVERGENCIA SZÁMÍTÁSA SZTEREOGRAFIKUS VETÜLETI ÖSSZRENDEZŐKBŐL

I. RÉSZ

Földrajzi koordináták számítása szabatos és közelítő eljárással

SZILÁGYI BÉLA

Az 1949. és 1950. évi országos mágneses mérések feldolgozásánál a mérési pontok földrajzi koordinátáira szükségünk volt. E koordináták számítása a mérési pontok nagy számára tekintettel jelentős feladat volt, s így arra törekedtünk, hogy minél gyakorlatibb megoldásokat találjunk. Figyelemmel voltunk egyúttal arra is, hogy a pontok földrajzi koordinátáira nemcsak a mágneses mérésekkel kapcsolatban, de más geofizikai méréseknél is szükség lehet és szükség is van.

A geofizikai méréseknél — különösen a gravitációs méréseknél — a mérési pontok helyeinek a megadása az anomáliák meghatározása miatt szükséges nehézségi gyorsulási normális érték kiszámításánál mellőzhetetlen.

A graviméteres pontok helyeinek megállapítása eddig, s ezidőszerint is a rendelkezésre álló topográfiai térképek felhasználásával, grafikus úton történt. Az a körülmény, hogy az ily módon nyert φ, λ, μ (földrajzi szélesség, hosszúság, meridián konvergencia) értékekben bizonytalanságok vannak, geofizikusaink előtt közismert volt.

ROGÁN RÓBERT kartársunk a Geofizikai Intézet igazgatóságához 1952. január 31.-én intézett jelentésében erre a körülményre felhívta a figyelmet. Ezek a bizonytalanságok különféle okokból származnak, ilyenek a térképlapok beszáradása, a volt bécsi katonai földrajzi intézet polieder vetületében, s a magyar állami térképészeti intézet sztereografikus vetületében fellépő torzulások, továbbá a Gellérthegy koordináta kezdőpont értékének különbözősége, s végül a volt bécsi katonai földrajzi intézet régi 1/25000 és az 1/75000 méretarányú térképeiből fotografikus úton előállított térképekben fellépő bizonytalanság.

Eddigi geofizikai méréseinknél ezek a bizonytalanságok még tűrhetőek voltak. Amint azonban a geofizikai mérőmódszereink mind szabatosabbakká váltak, a kérdés felett már nem lehetett napirendre térni. A régi katonai topográfiai térképeknél a Gellérthegy koordináta kezdőpont értéke a volt bécsi katonai földrajzi intézet háromszögeléséből geodéziai úton levezetve:

$$\varphi = 47^\circ\ 29'\ 14{,}92''$$
$$\lambda = 36^\circ\ 42'\ 51{,}69'',$$

míg a magyar állami térképészeti intézet által kiadott 1/25000 térképeinknél az új vetületi rendszereink bevezetése (1908) folytán a Gellérthegy kezdőpont értéke:

$$\varphi = 47^\circ\ 29'\ 09{,}6380''$$
$$\lambda = 36^\circ\ 42'\ 53{,}5733''$$

s így a fokhálózat eltolódása szögértékben:

$$\Delta\varphi = 5{,}2820'', \qquad \Delta\lambda = 1{,}8833''.$$

Figyelembe kell még venni azt is, hogy új vetületi rendszerünk bevezetése alkalmával a háromszöghálózat tájékozását 6,44 ívmásodperccel megváltoztatták. A tájékozásnak e megváltoztatása a Gellérthegytől 200 km-re fekvő pontnál maximumban 6,30 m-t tesz ki, ami ívértékben 0,2″-nek felel meg. A térképről lemérhető pontosságra tekintettel a geofizikusok szempontjából ez az érték elhanyagolható.

Meg kell említenem, hogy a most ismertetett változtatások csak a sztereografikus vetületben készült új 1/25000 térképek használata esetében jelentkeznek. Az 1/75000-ből, fotografikus úton készült 1/50000, valamint a bécsi 1/75000 térképek használata esetén fenti változtatásokat nem kell figyelembe venni. Megállapíthatjuk tehát, hogyha a geofizikai méréseknél poliéder vetületű 1/25000, 1/75000 arányú, vagy az újabb kiadású, de az 1/75000 térképekből készült 1/50000 térképeket használjuk, akkor ez az eljárás a nehézséggyorsulás méréseknél a normál g értéknek egy állandó — mintegy 0,13 mgal — értékkel való csökkenését jelenti, s így a szélességi korrekció adta normál g értékkel megszerkesztett izogamma térképek modulációban semmi eltérést nem mutatnak, csupán az új hálózat alapján készültekben regionális anomália csökkenést mutatnak.

Az elmondottak alapján megállapíthatjuk, hogy a φ, λ érték térképi levételénél meg kell adnunk a felhasznált térkép származását is, pl. 1/25000, 1/75000 bécsi katonai intézet térképéről, a magyar állami térképészeti intézet által készített sztereografikus vetületi 1/25000 térképről, vagy 1/50000 bécsi eredetű, de a magyar állami térképészeti intézet által készített térképről nyert φ, λ értékek. Amint látjuk, a grafikusan lemért adatokban bizonytalanságok lépnek fel.

Egyértelmű adatokat csak *számszerű* eljárással nyerhetünk, s ezért röviden ismertetem a kettős konform sztereografikus vetületi Y, X, φ, λ számításokat. Ezek a számítások a geofizikai gyakorlatban ugyan, csak kivételesen fordulnak elő, s a szakkönyvekben megtalálhatók; az összefüggés kedvéért ismertetésüket nem mellőzhetem, már a teljesség kedvéért sem.

Az első feladat: az ellipszoidon megadott A'', Φ_A'', L_A'' pontot át kell vinnünk *konform* vetítéssel a Gauss-gömbre (A', φ_g, λ_g), s onnan a sztereografikus vetületi síkra (A', Y_A, X_A).

A konform átvitel az ellipszoidról a Gauss-gömbre a

$$\operatorname{tg}\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) = K_1 \operatorname{tg}\left(45^\circ + \frac{\Phi}{2}\right)^{K_2} \left(\frac{1 - e \sin \Phi}{1 + e \sin \Phi}\right)^{\frac{1}{2} K_2 e}$$

$$\lambda = K_2 (L - L_0)$$

Gauss által felállított vetületi egyenletekkel történik. (Lásd: «A Magyar Országos Felmérések Új Vetületi Rendszerei c. s a pénzügyminisztérium által kiadott ú. n. Vetületi Utasítást, 20. old., 1909.») Ezek az egyenletek (vetületi törvények) kielégítik azokat a feltételeket, melyek szerint a vetület legyen szögtartó (konform), az ellipszoid (szferoid) parallel köreinek a gömbön is parallel körök feleljenek meg, végül, hogy a hossztorzulás megfelelő legyen.

Amint láthatjuk, a földrajzi hosszúságok átszámítása a $\log K_2 = 0{,}00032624$ értékkel történik, míg a földrajzi szélesség átszámítására a fenti komplikált egyenlet megoldása helyett kész táblázatunk van. (Szerkesztette HOFMANN FERENC, a Háromszögelő Hivatal volt főnöke.) Ez a táblázat megtalálható a Vetületi Utasításban (123. oldal).

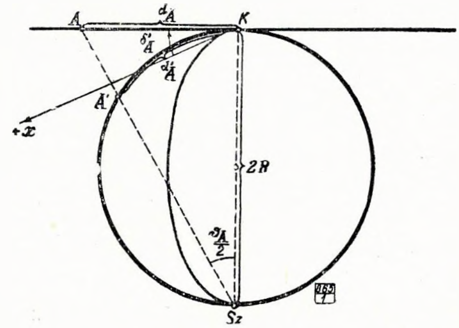
Ezek szerint az ellipszoidról a Gauss-gömbre való áttérés egész egyszerű művelet, melynek eredménye φ_g, λ_g, μ.

A következő lépés az áttérés a Gauss-gömbről a síkra.

A vetületi törvények egyszerű geometriai szemlélet útján levezethetők. Vetítési centrum az érintő sík diametrális pontja. (Sz.)

$$d_A = 2R \operatorname{tg} \frac{\vartheta_A}{2}$$

$$\delta = \delta'_A \text{ (l. 1., 2. és 3. ábrán).}$$



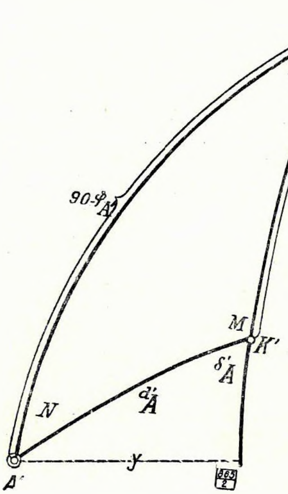
1. ábra

A $K'\ P'A'$ a gömbi poláris háromszög, ennek sztereografikus vetületi képe K, P, A háromszög (l. a 2., 3. ábrát).

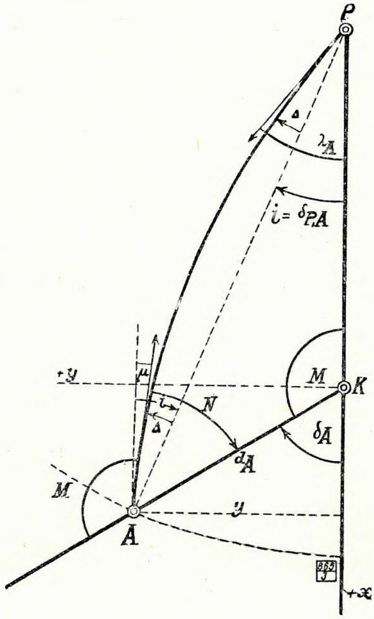
A vetületi háromszögnek egyik oldala AP a pontonkénti átvetítés után, a sztereografikus vetületi törvény alapján körív lesz.

Ezek ismeretében a feladat a következő: adva φ_A, λ_A, számítandó Y_A, X_A és a meridiánkonvergencia.

K' koordináta kezdőpont adatai: $\varphi_0 = 0$, $\lambda_0 = 0$.



2. ábra



3. ábra

A megoldás menete:

1. $K'A'P'$ gömbháromszögre alkalmazva a Napier-féle egyenleteket, kiszámítjuk az ismeretes

$$A'P' = 90^\circ - \varphi_A$$

$$K'P' = 90^\circ - \varphi_0$$

oldalak és a közbezárt λ_A szög alapján az $A'K' = d'_A$ gömbi oldal és a δ'_A centrális gömbi délszög értékét; a δ_A ennek centrális síkdélszöge, s egyenlő az előbb számított δ'_A gömbi szögértékkel, mert a vetület *szögtartó*.

A síkbeli d_A és δ_A poláris koordináták alapján számíthatók az $Y_A X_A$ derékszögű síkkoordináták.

Ennek a számításnak a részletes menete a következő:

a) Képezzük az $\frac{1}{2}(\varphi_0 - \varphi_A)$, $\frac{1}{2}(\varphi_0 + \varphi_A)$ értéket fok, perc, másodpercben.

b) A Napier-féle gömbháromszögtani zárt képlettel számítjuk $\frac{1}{2}(M+N)$ és $\frac{1}{2}(M-N)$ értékeket, ugyancsak szögértékben. Számítjuk továbbá:

$$\operatorname{tg}\frac{M+N}{2} = \frac{\cos\frac{\varphi_0-\varphi_A}{2}}{\sin\frac{\varphi_0+\varphi_A}{2}\operatorname{tg}\frac{\lambda_A}{2}} \quad \text{és}$$

$$\operatorname{tg}\frac{M-N}{2} = \frac{\sin\frac{\varphi_0-\varphi_A}{2}}{\cos\frac{\varphi_0-\varphi_A}{2}\operatorname{tg}\frac{\lambda_A}{2}}.$$

c) Ezekből $M = \frac{M+N}{2} + \frac{M-N}{2}$

$N = \frac{M+N}{2} - \frac{M-N}{2}$, s most már

d) egyszerű összeadással nyerjük a $\delta'_A = \delta_A$ és μ_A értékeket.

$$\delta'_A = \delta_A = 180° \mp M$$

$$\mu_A = \delta_A - N.$$

e) Ugyancsak ismert gömbháromszögtani képlettel nyerjük a szögértékben kifejezett $A'K' = d'_A$ tangensének értékét, ϑ_A-t.

$$\operatorname{tg}\frac{\vartheta_A}{2} = \frac{\sin\frac{M+N}{2}}{\sin\frac{M-N}{2}}\operatorname{tg}\frac{\varphi_0-\varphi_A}{2}.$$

f) A sztereografikus vetületi törvény értelmében $d_A = 2R\ \operatorname{tg}\frac{\vartheta_A}{2}$.

g) Most már $Y_A = d_A \sin \delta_A$

$X_A = d_A \cos \delta_A$. Ezzel a feladat meg is van oldva.

Az imént tárgyalt feladat megfordítottja is igen gyakori feladat, amikor is $Y_A X_A$ sztereografikus vetületi derékszögű sík koordinátákból kell számítani a φ_A, λ_A és μ_A értékeket.

Részleteiben ezt a feladatot nem is ismertetem, egyébként analóg a megoldás az előbbivel, de meg kell említenem, hogy ennek a két feladatnak részletes megoldására a magyar országos felmérés háromszögelő hivatalának kész nyomtatványai vannak, míg maga a levezetés a Vetületi Utasítás című hivatalos kiadvány *30—32.* oldalain található. (Lásd még dr. Fasching: A földméréstan kézikönyve, II. kötet, 93. oldalt.)

Az eddig ismertetett eljárást csak akkor alkalmazzuk, amikor legalább *0,001''* pontosságú értékekről van szó.

1. táblázat

Számtáblázat a compl. σ'_d redukció tag számításához

90°—φ	(90°—φ)″	Compl. σ'_d	Diff. 100″-re	Diff. 1000 ölre	Bp. rendsz. 1000 ölben
41°10′	148,200	0,009 3820,8	127,0	76	+ 85
20	800	4585 4	127,5	77	— 75
30	149 400	5353 0	128 0	77	+ 65
40	150 000	6123 9	128 5	77	— 55
50	600	6897 9	129 0	77	+ 45
42°	151 200	7675 1	129 5	78	— 35
10′	800	8455 4	130 0	78	— 25
20	152 400	9238 7	130 5	78	— 15
30	153 000	0,010 0025 4	131 1	79	— 5
40	600	0815 1	131 7	79	+ 4
50	154 200	1608 0	132 1	79	+ 12
43°	800	2404 0	132 7	80	+ 22
10′	155 400	3203 2	133 1	80	+ 32
20	156 000	4005 5	133 7	80	+ 42
30	600	4811 0	134 3	81	+ 52
40	157 200	5619 7	134 9	81	+ 62
50	800	6431 4	135 3	81	+ 72
44°	158 400	7246 3	135 9	82	+ 82
10′	159 000	8064 5	136 3	82	+ 92
20	600	8885 7	136 9	82	+102
30	160 200	9710 1	137 4	82	+112
40	800	0,011 0537 7	138 0	83	+122
50	161 400	1368 4	138 5	83	+132
45°	162 000	2202 3	139 0	83	+142

A geofizikai gyakorlatban azonban általában *0,1″ — 0,01″* élességű értékekkel is megelégszünk, s főként azt a célt tartjuk szem előtt, hogy az eljárás minél rövidebb, minél gyorsabb, s a célnak megfelelő pontosságú legyen. Ilyen megoldásokat kellett tehát keresnünk.

A következőkben ezeket az *egyszerűbb* eljárásokat ismertetem.

A φ, λ, μ számításának egy egyszerűbb *0, 01″* élességű számítási módja az ú. n. *redukciós eljárás*, amikor is hossz- és szögredukcióval végezzük a számítást.

A 3. ábrából kiolvashatjuk, hogy $\mu = i - \Delta$, $\lambda = i + \Delta$, ahol a Δ a szögredukció (a gömbi szögfelesleg fele) s ha az AP vetületi síkoldal (A-pólus) hossztorzulását (hosszredukció) kiszámítjuk s az AP síkhosszból levonjuk, megkapjuk a valódi gömbi hosszat.

A hosszredukció $\sigma = \log d_A - \log d_{A'}$.

A hosszredukció számításához szükségünk van a vetületi utasítás hosszredukciós táblázatára. Az 1. táblázat 2. oszlopából a d_A-nak *ölekben* kifejezett értékéhez, mint argumentumhoz, megkapjuk a σ_d értéket (tehát az A pont és Gellérthegy összeszámításából megkapjuk a d_A-t kerek öles egységben)

$$\operatorname{tg} i = \frac{Y_A}{X_A - X_P} \qquad (1)$$

$$d_A = \frac{X_P - X_A}{\cos i}\,. \qquad (2)$$

Mint fentebb láttuk:

$$\sigma = \log d_A - \log d'_A. \tag{3}$$

Ezekután az A' pont gömbi szélessége:

$$(90^\circ - \varphi)'' = \frac{d'_A}{R} \varrho'' \cdot \tag{4}$$

A (2) alapján ismert d értékkel kiszámíthatjuk σ-t, s így ismeretes lesz (3) alapján a d' érték, a (4)-et log-ra átalakítva

$$\log (90^\circ - \varphi)'' = \log d'_A + \log \frac{\varrho''}{R} - \sigma \cdot \tag{5}$$

A σ szabatos hosszredukció (lásd V. U. 28. oldalt)

$$\sigma = \sigma_{d_A} + \sigma_{d_p} + \sigma_d'. \tag{6}$$

A σ_{d_A} kivehető a V. U. első táblázatának 2. oszlopából (93. old.) a $\sigma_{d_p} = \log \frac{1}{\cos \frac{90 - \varphi_K}{2}}$, ahol φ_K = a kezdőpont (Gellérthegy) földrajzi szélességével $= 47°26'21{,}14''$, s így ez is véglegesen számítható.

A σ'_d a táblázatból nem vehető ki, miután itt többezer km-es oldalhosszról van szó. Ezt az értéket megközelítő eljárással vesszük ki, illetve számítjuk a compl. σ'_d táblázatból (l. *Fasching:* A földméréstan kézikönyve II. kötet, 100. oldal).

Összefoglalva az (1—6) képleteket:

$$\log (90 - \varphi)'' = \left(\left\{\log \frac{\varrho''}{R} + \log (X_P - X_A) - (\log \cos i + \sigma_{d_A} + \sigma_{d_P})\right\}\right) +$$
$$+ \text{compl. } \sigma'_d. \tag{7}$$

A zárjelekben lévő rész véglegesen számítható s jelöljük T-vel, akkor

$$\log (90 - \varphi)'' = T + \text{compl. } \sigma'_d, \text{ ahol} \tag{8}$$
$$T = K + \log (X_P - X_A) - (\log \cos i + \sigma_{d_A}).$$

A K véglegesen számítható ezekután s lesz

$$K = 8{,}756\ 9847 - 10. \tag{9}$$

A (8) képlet szerint most már a gyakorlati számítás menete a következő:

1. T tagot kiszámítjuk élesen.
2. σ'_d táblázatból X_A-hoz keressük σ'_d, illetve compl. σ'_d közelítő értéket.
3. Ezt a közelítő értéket T-hez adva, keressük a numerust. Ez az érték $= (90 - \varphi)''$ közelítő értéke, ami már kb. *10''*-re közelítő értéket ad.
4. Ehhez a $(90 - \varphi)''$ közelítő értékhez, mint argumentumhoz, keressük a táblázat 2. és 3. oszlopából a compl. σ'_d értéket.

Ez az érték már jó közelítő érték lesz. Ezt T-hez adva s keresve a numerust, már mintegy *1''*-re éles értéket ad.

5. Ezt az eljárást ismételjük, amíg szükség szerint *0,01''* éles értéket kapunk. Ha nincs szükségünk *0,00* értékre, hanem megelégszünk másodpercértékkel is, akkor az *5.* alatti számítás elmarad. A számításhoz szükséges számtáblázatot alább közöljük.

Az eddigiekhez meg kell még jegyeznem, hogy a Gellérthegy-pólus sztereografikus vetületi síkhossza = *2619,969 öl*, vagyis a pólus sztereografikus, koordinátája $Y_P = 0{,}000$

$$X_P = -\ 2619{,}969 \text{ öl.}$$

A *m*-ben megadott sztereografikus vetületi koordináták átszámításához szükséges faktor *1 öl = 1,896 4838 m.*

FÖLDRAJZI HOSSZÚSÁG- ÉS MERIDIÁNKONVERGENCIA-SZÁMITÁS

A 3. ábrából kiolvasható, hogy $\mu = i - \Delta$, $\lambda = i + \Delta$. Az *i* érték az előzőkben már ki van számítva. Most már csak az *AP* oldal szögredukcióját (Δ) kell számítanunk. E célból kiszámítjuk az *APK* poláris háromszög gömbi szögfeleslegét, s miután a sztereo vetületi törvények szerint az *AP* oldalnak, mint legnagyobb gömbi körnek a vetülete is kör, következik, hogy Δ egyenlő a poláris háromszög gömbi szögfeleslegének felével.

A poláris háromszög szögfeleslege $= \frac{F}{R^2}\varrho''$, ahol *F* a háromszög területe, *R* pedig a Gauss-gömb sugara. Ez a számítás igen egyszerű, de a nagy számok miatt kényelmetlen. Ezért FASCHING egy egyszerűbb megoldást vezetett le s e célból táblázatot készített (2. táblázat).

A táblázatból *X*-nek *1000* öles egységben kifejezett értékéhez, mint argumentumhoz, a táblázatból megfelelő interpolálással kapott értéket szorozva *Y*-nak ugyancsak *1000* öles egységnyi értékével, megkapjuk a keresett Δ'' értéket.

2. táblázat

Számtáblázat a poláris háromszög gömbi szögfölöslegének (irányredukciójának) számítására

(Hosszegység = 1000 öl)

$+x$	Δ''	p. p.		$-x$	Δ''
0	11,943			0	11,943
10	950			10	936
20	957			20	929
30	964			30	922
40	971			40	11 915
50	11 978			50	908
60	985			60	901
70	992	1	0,7	70	894
80	999	2	1 4	80	887
90	12 006	3	2 1	90	880
100	12 013	4	2 8	100	874
110	020	5	3 5	110	867
120	027	6	4 2	120	860
130	034	7	4 9	130	853
140	041	8	5 6	140	846
150	12 048	9	6 3		

Ha a szabatosság vagy pontosság követelményeit vesszük tekintetbe, akkor a geofizikai gyakorlatban igen előnyösen és megbízhatóan alkalmazhatjuk a redukciós módszert, amely könnyen ad *0,1"—0,01"* értéket. Ezt a módszert az imént részleteiben tárgyaltuk s közöltük a számításhoz szükséges táblázatokat is, kivéve a centrális oldal (d_A) hosszredukciójának számításához szükséges (σ_{d_A}) táblázatot, amely sokkal terjedelmesebb, semhogy a közlemény keretébe beiktatható legyen. (Lásd V. U. 93. old.)

Ezzel a redukciós módszerrel legfeljebb egy óra időtartamú számítással eredményre jutunk. A számítás menete egyszerű, nem fárasztó, de hátránya, hogy a táblázatok *öles* rendszerű egységre vannak készitve. Ez a mértékegység volt hazánkban bevezetve, ebben az egységben vannak megadva a háromszögelési pontok koordinátái túlnyomólag, s csak 1928. évtől kezdve van kötelezően elrendelve a méterrendszer használata. Ilyen körülmények között a számítónak a legnagyobb figyelemmel kell lennie a háromszögpontok koordinátáinak felhasználásánál, s különös figyelmet kell arra is fordítania, hogy milyen vetületi rendszerben vannak megadva a pontok koordinátái.

A redukciós módszer sztereorendszerben megadott koordinátákat tételez fel, s amennyiben a koordináták valamelyik hengervetületi rendszerre vonatkoznának, azokat át kell számítani, amikor még figyelemmel kell lennünk arra is, hogy a sztereo vetületi háromszög-hálózat *6,44"* értékkel el is van forgatva.

Mindezek a figyelmet kívánó körülmények kiküszöbölődnek a közelítő módszer alkalmazásával.

3. táblázat

μ saját számítás	μ' Jordán-képlettel számítás	$\mu - \mu'$
—1°51'43,07"	—1°50' 8,65"	—0°1'34,42"
—0 55 53 03	—0 55 5 82	—0 0 47 21
0	0	0
0 55 53 03	0 55 5 82	0 47 21
1 51 43 07	1 50 8 65	1 34 42
—1 54 24 08	—1 53 40 46	— 0 43 62
—0 57 13 60	—0 56 51 75	— 0 21 85
0	0	0
0 57 13 60	0 56 51 75	0 21 85
1 54 24 08	1 53 40 46	0 43 62
—1 57 11 36	—1 57 18 54	0 7 18
—0 58 37 37	—0 58 40 93	0 3 56
0	0	0
0 58 37 37	0 58 40 93	— 0 3 56
1 57 11 36	1 57 18 54	— 0 7 18
—2 0 5 38	—2 1 3 24	0 57 86
—1 0 4 46	—1 0 33 39	0 28 93
0	0	0
1 0 4 46	1 0 33 39	— 0 28 93
2 0 5 38	2 1 3 24	— 0 57 86
—2 3 6 43	—2 4 55 08	1 48 65
—1 1 35 11	—1 2 29 41	0 54 30
0	0	0
1 1 35 11	1 2 29 41	— 0 54 30
2 3 6 43	2 4 55 08	— 1 48 65

Az eljárás részletes ismertetését és a megfelelő egyenleteket dr. BARTA GYÖRGY dolgozata tartalmazza (lásd II. részt).

Az eddig ismertetett eljárásokon kívül a *meridián-konvergencia* számításnak még egy módját óhajtom ismertetni. Ezt a módszert ellenőrző számításul használtuk, miután egyszerűségénél fogva igen gyorsan és könnyen kaphatunk vele eredményeket. JORDAN—EGGERT: Handbuch der Vermessungskunde 1939. évi kiadásában (III. kötet, 1 félkötet, 330. oldalán) a μ számítására a következő képletet adja:

$$\operatorname{tg} \mu = \sin \varphi \operatorname{tg} \lambda.$$

Ezzel a képlettel a *100* km-es négyzethálózatunk 25. pontjában kiszámítottuk a μ értékét s ezt szembeállítottuk saját számításainkkal a 3. táblázatban.

Amint a táblázatból megállapítható, a Gellérthegy kezdőponttól *200—200* km-es távolra fekvő pontoknál az eltérés *108,65''*-ig emelkedik s így a II. részben ismertetett eljárás minden tekintetben szabatosabb eredményt ad, ami természetes is, mert a fenti képlet csupán a talpponti meridián-konvergenciát adja.

IRODALOM

1. JORDAN—EGGERT: Handbuch der Vermessungskunde. 1939. III. kötet.
2. A magyar országos háromszögelések és felmérések vetületi rendszerei. Bp. 1909. Pénzügyminisztérium kiadása.
3. Dr FASCHING ANTAL: Földméréstan kézikönyve. II. k. Bpest. 1913.
4. Dr FASCHING ANTAL: A meridián irányának számszerű meghatározása stb. Bpest, 1909. Különlenyomat.

II. RÉSZ

Egyszerű közelítő módszer az ellipszoidikus koordinátáknak és a meridián konvergenciának a kiszámítására

BARTA GYÖRGY

Az országos mágneses mérés feldolgozásának folyamán a mérési pontok helyének ellipszoidikus (földrajzi) koordinátákkal való pontos meghatározása állandó nehézségeket okozott. A méréseket háromszögelési pontokon vagy azok közelében végeztük és így a mérési pontok vetületi (legtöbbször sztereografikus, de néha hengervetületi) koordinátáit ismertük. A feldolgozás nemzetközi jellege és a szomszéd államokkal való csatlakozások miatt szükségünk volt a pontok földrajzi koordinátáira is. A vetületi koordinátáknak az átszámítása ellipszoidikus (földrajzi) koordinátákra elég hosszadalmas, nehézkes művelet. Az átszámítás sok hibának lehet a forrása. A nagymértékű tömegszámítás miatt — pontosságban a gyakorlati követelményeket kielégítő — egyszerűbb és gépiesen alkalmazható számítási módot alkalmaztunk. Ha egy geofizikai mennyiséget nagy területen, sok ponton mérünk és a mérések alapján a mennyiség változását vizsgáljuk, akkor ez a probléma mindig felvetődik, ezért a mágneses mérés feldolgozása folyamán kidolgozott eljárást a következőkben közöljük.

A módszer nemcsak geofizikai, hanem térképészeti problémák esetén is alkalmazható nagytömegű számítás esetén (pl. térképszerkesztéseknél), ahol a $\pm$ 0,1'' helymeghatározási pontosság elegendő.

Az országos mágneses mérés feldolgozásakor fellépő nehézségek leküzdésére először grafikonokon ábrázoltuk a sztereografikus és ellipszoidikus koordináták összefüggését és ezekből a grafikonokból méréssel határoztuk meg az ellipszoidikus koordinátákat. A módszer pontossága a grafikon szerkesztésének a pontosságától és méreteitől függ. A grafikont úgy szerkesztettük meg, hogy a sztereografikus sík 60 km-es hálózati pontjaiban kiszámítottuk a megfelelő ellipszoidikus koordinátákat. Az eredményeket 1 : 500 000 méretarányú térképlapra felvittük és meghúztuk 10'-es közökkel a szélességi és hosszúsági köröket. A szerkesztésnél a 60 km-es ponthálózat között a szélesség és a hosszúság változásait lineárisnak tételeztük fel, ez természetesen újabb elhanyagolást jelent. A módszerrel a sztereografikus koordinátákból a földrajziakat $\pm$ 0,1' pontossággal kaptuk meg.

A grafikon méreteiből, szerkesztéséből és a meghatározás mérési természetéből származó elkerülhetetlen hibák kiküszöbölésére matematikai módszerhez folyamodtunk. Kiszámítottuk a sztereografikus sík 25. egyenletesen elosztott pontjára az ellipszoidikus összrendezőket és ezeket az adatokat a legkisebb négyzetek elvének alkalmazásával a sztereografikus koordináták hatványfüggvényével közelítettük meg.

Az eljárást a következőképpen alkalmaztuk. Legyenek a számított földrajzi szélességek:

$$\varphi_1, \varphi_2, \ldots \varphi_n$$

és a megfelelő pontok sztereografikus koordinátái:

$$Y_1, Y_2, \ldots Y_n$$

$$X_1, X_2, \ldots X_n$$

legyen továbbá $\varphi = f(Y, X)$ a kiszámítandó függvénykapcsolat a földrajzi szélesség és a sztereografikus koordináták között. A legkisebb négyzetek elvének alkalmazása a mi esetünkben annyit jelent, hogy keressük az Y, X koordináták egy olyan hatványfüggvényét, amelyből számított szélességek és az eredetileg adott szélességek különbségének négyzetösszege minimum, vagyis

$$S = \sum_{i=1}^{n} \left\{ \varphi_i - f(Y_i, X_i) \right\}^2 = \text{minimum}. \tag{1}$$

Legyen az $f(Y, X)$ függvény például negyedfokú hatványfüggvény, akkor az alakja a következő:

$$f(Y, X) = A + BY + CX + DY^2 + EYX + FX^2 + GY^3 +$$
$$+ IY^2X + KYX^2 + LX^3 + MY^4 + NY^3X + OY^2X^2 + PYX^3 + RX^4 \tag{2}$$

Ebben a függvényben az $A, B, \ldots R$ együtthatókat úgy kell meghatározni, hogy az (1) egyenletben foglalt minimum feltétel teljesüljön. Ez akkor áll fenn, ha S-nek az együtthatók szerinti differenciálhányadosai nullák (a meghatározandó együtthatókat változóknak tekintjük), vagyis

$$\frac{\partial S}{\partial A} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial B} = 0, \ldots \quad \frac{\partial S}{\partial R} = 0 \tag{3}$$

	A	B	C	D	E	F	G	I	K	L	M	N	O	P	R		
I.	n	Y	X	Y^2	YX	X^2	Y^3	Y^2X	YX^2	X^3	Y^4	Y^3X	Y^2X^2	YX^3	X^4	=	φ
II.	Y	Y^2	YX	Y^3	Y^2X	YX^2	Y^4	Y^3X	Y^2X^2	YX^3	YY^4	Y^4X	Y^3X^2	Y^2X^3	YX^4	=	$Y\varphi$
III.	X	XY	X^2	XY^2	YX^2	XX^2	Y^3X	Y^2X^2	YX^3	X^2X^2	XY^4	Y^3X^2	Y^2X^3	YX^4	X^5	=	$X\varphi$
IV.	Y^2	Y^3	Y^2X	Y^2Y^2	Y^3X	Y^2X^2	Y^5	Y^4X	Y^3X^2	Y^2X^3	Y^6	Y^5X	Y^4X^2	Y^3X^3	Y^2X^4	=	$Y^2\varphi$
V.	YX	Y^2X	YX^2	Y^3X	Y^2X^2	YX^3	Y^4X	Y^3X^2	Y^2X^3	YX^4	Y^5X	Y^4X^2	Y^3X^3	Y^2X^4	YX^5	=	$YX\varphi$
VI.	X^2	YX^2	X^3	Y^2X^2	YX^3	X^2X^2	Y^3X^2	Y^2X^3	YX^4	X^5	Y^4X^2	Y^3X^3	Y^2X^4	YX^5	X^6	=	$X^2\varphi$
VII.	Y^3	Y^4	Y^3X	Y^5	Y^4X	Y^3X^2	Y^3Y^3	Y^5X	Y^4X^2	Y^3X^3	Y^7	Y^6X	Y^5X^2	Y^4X^3	Y^3X^4	=	$Y^3\varphi$
VIII.	Y^2X	Y^3X	Y^2X^2	Y^4X	Y^3X^2	Y^2X^3	Y^5X	Y^4X^2	Y^3X^3	Y^2X^4	Y^6X	Y^5X^2	Y^4X^3	Y^3X^4	Y^2X^5	=	$Y^2X\varphi$
IX.	YX^2	Y^2X^2	YX^3	Y^3X^2	Y^2X^3	YX^4	Y^4X^2	Y^3X^3	Y^2X^4	YX^5	Y^5X^2	Y^4X^3	Y^3X^4	Y^2X^5	YX^6	=	$YX^2\varphi$
X.	X^3	YX^3	X^4	Y^2X^3	YX^4	X^5	Y^3X^3	Y^2X^4	YX^5	X^3X^3	Y^4X^3	Y^3X^4	Y^2X^5	YX^6	X^7	=	$X^3\varphi$
XI.	Y^4	Y^5	Y^4X	Y^6	Y^5X	Y^4X^2	Y^7	Y^6X	Y^5X^2	Y^4X^3	Y^4Y^4	Y^7X	Y^6X^2	Y^5X^3	Y^4X^4	=	$Y^4\varphi$
XII.	Y^3X	Y^4X	Y^3X^2	Y^5X	Y^4X^2	Y^3X^3	Y^6X	Y^5X^2	Y^4X^3	Y^3X^4	Y^7X	Y^6X^2	Y^5X^3	Y^4X^4	Y^3X^5	=	$Y^3X\varphi$
XIII.	Y^2X^2	Y^3X^2	Y^2X^3	Y^4X^2	Y^3X^3	Y^2X^4	Y^5X^2	Y^4X^3	Y^3X^4	Y^2X^5	Y^6X^2	Y^5X^3	Y^4X^4	Y^3X^5	Y^2X^6	=	$Y^2X^2\varphi$
XIV.	YX^3	Y^2X^3	YX^4	Y^3X^3	Y^2X^4	YX^5	Y^4X^3	Y^3X^4	Y^2X^5	YX^6	Y^5X^3	Y^4X^4	Y^3X^5	Y^2X^6	YX^7	=	$YX^3\varphi$
XV.	X^4	YX^4	X^5	Y^2X^4	YX^5	X^6	Y^3X^4	Y^2X^5	YX^6	X^7	Y^4X^4	Y^3X^5	Y^2X^6	YX^7	X^8	=	$X^4\varphi$

I. táblázat. A két változós negyedfokú közelítés egyenletrendszerének együtthatói és ismert tagjai.

Ilyen módon az $A, B, C, \ldots R$ ismeretlenek számára 15 elsőfokú egyenletet kaptunk. Ezekből kell a 15 ismeretlent meghatározni.

A kétváltozós, negyedfokú közelítéskor alkalmazandó formarendszert az I. táblázatban közöljük. Az egyes sorok jelzik az egyes egyenletek együttható sorát. Minden együttható ahhoz az ismeretlenhez tartozik, amelynek az oszlopában van. A rendszer baloldala tehát az egyenletrendszer együtt-

1/a táblázat

A	B	C	D	E	F	G	I	K	L				
25	+ 0	+ 0	+ 50	+ 0	+ 50	+ 0	+ 0	+ 0	+ 0	=	—13957	0	0
0	+ 50	+ 0	+ 0	+ 0	+ 0	+ 170	+ 0	+ 100	+ 0	=	0	—23894384	—17596842
0	+ 0	+ 50	+ 0	+ 0	+ 0	+ 0	+ 100	+ 0	+ 170	=	—1618398	0	0
50	+ 0	+ 0	+ 170	+ 0	+ 100	+ 0	+ 0	+ 0	+ 0	=	—47270	0	0
0	+ 0	+ 0	+ 0	+ 100	+ 0	+ 0	+ 0	+ 0	+ 0	=	0	815550	854212
50	+ 0	+ 0	+ 100	+ 0	+ 170	+ 0	+ 0	+ 0	+	=	—28108	0	0
0	+ 170	+ 0	+ 0	+ 0	+ 0	+ 0	+ 0	+ 340	+ 0	=	0	—81236912	—59825226
0	+ 0	+ 100	+ 0	+ 0	+ 0	+ 0	+ 340	+ 0	+ 340	=	—3235860	0	0
0	+ 100	+ 0	+ 0	+ 0	+ 0	+ 340	+ 0	+ 340	+ 0	=	0	—47812350	—35217108
0	+ 0	+ 170	+ 0	+ 0	+ 0	+ 0	+ 340	+ 0	+ 0	=	—5502504	0	0

A (4/a), (4/b) és (4/c) függvények együtthatóit a táblázatban közölt egyenletrendszer megoldásából kaptuk. Az egyenletrendszert az 1. táblázatban alkalmazott jelölések szerint írtuk fel. A jobboldal első oszlopa a $\Delta\varphi$, a második a $\Delta\lambda$ és a harmadik a μ függvényének a kiszámítására alkalmazandó.

hatóinak a mátrixa. Maguk az együtthatók a Gauss-féle szorzatösszegek, jelölésünkben tehát:

$$Y^2X = \sum_{i=1}^{n} Y_i^2 X_i \quad \text{vagy} \quad YX^3\varphi = \sum_{i=1}^{n} Y_i X_i^3 \varphi_i$$

Y_i, X_i és φ_i a feladattal megadott számok.

Az 1. táblázat az $A, B, \ldots R$ ismeretlenek meghatározására szolgáló 15 egyenletet képviseli. Ha kisebbfokú közelítéssel elégszünk meg, akkor az egyenletek egy részét elhagyjuk. Ha a megközelítést általános harmadfokú függvénnyel végezzük, akkor az egyenletrendszer mátrixának első 10 sorából és oszlopából és a megfelelő jobboldali tagokból képezett egyenletrendszert kell megoldanunk $A, B, \ldots L$-re. Másodfokú közelítés esetén az első 6 sor és oszlop, valamint a jobboldal első 6 tagja marad meg stb.

Tekintsük a sztereografikus síkon azokat a pontokat, amelyek derékszögű koordinátái 100 km-nek 0, $\pm$ 1, $\pm$ 2-szeresei:

2, —2	1, —2	0, —2	—1, —2	—2, —2
2, —1	1, —1	0, —1	—1, —1	—2, —1
2, 0	1, 0	0, 0	—1, 0	—2, 0
2, 1	1, 1	0, 1	—1, 1	—2, 1
2, 2	1, 2	0, 2	—1, 2	—2, 2

Számítsuk ki ezeknek a pontoknak a Gellérthegy kezdőponthoz viszonyított ellipszoidikus szélesség-, hosszúság-különbségét és a pontokban a meridián konvergenciát (2., 3., 4. táblázat).

2. táblázat

6359,1''	6446,1''	6475,2''	6446,1''	6359,1''
3124 8	3209 7	3238 2	3209 7	3124 8
— 110 5	— 27 8	0 0	— 27 8	— 110 5
—3346 4	—3265 5	—3238 6	—3265 5	—3346 4
—6582 6	—6503 6	—6477 1	—6503 6	—6582 6

A sztereografikus rendszer 100 km-es hálózatpontjainak és a Gellérthegy kezdőpontnak földrajzi szélesség különbségei.

3. táblázat

—9890,05''	—4946,91''	0,00''	4946,91''	9890,05''
—9716 59	—4860 07	0 00	4860 07	9716 59
—9550 38	—4776 85	0 00	4776 85	9550 38
—9390 83	—4696 92	0 00	4696 92	9390 83
—9237 59	—4620 29	0 00	4620 29	9237 59

A sztereografikus rendszer 100 km-es hálózatpontjainak és a Gellérthegy kezdőpontnak földrajzi hosszúság különbségei.

4. táblázat

—7386,43''	—3695,11''	0,00''	3695,11''	7386,43''
—7205 38	—3604 46	0 00	3604 46	7205 38
—7031 36	—3517 37	0 00	3517 37	7031 36
—6864 08	—3433 60	0 00	3433 60	6864 08
—6703 07	—3353 03	0 00	3353 03	6703 07

A meridián konvergencia a sztereografikus rendszer 100 km-es hálózati pontjaiban.

A táblázatokban közölt adatokat a fent leírt módon a legkisebb négyzetek elvének alkalmazásával a sztereografikus koordináták harmadfokú függvényével közelítettük meg. A megközelítéssel nyert függvények a következők:

5. táblázat

Δφ	Δφ'	Δφ−Δφ'	Δλ	Δλ'	Δλ−Δλ'	μ	μ'	μ−μ'
−6582,6''	−6582,58''	−0,02''	−9237,59''	−9238,35''	+0,76''	−6703,07''	−6703,83''	+0,76''
−6503,6	−6503,64	+0,04	−4620,29	−4618,97	−1,32	−3353,03	−3351,70	−1,33
−6477,1	−6477,32	+0,22	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
−6503,6	−6503,64	+0,04	+4620,29	+4618,97	+1,32	+3353,03	+3351,70	+1,33
−6582,6	−6582,58	−0,02	+9237,59	+9238,35	−0,76	+6703,07	+6703,83	−0,76
−3346,4	−3346,29	−0,11	−9390,83	−9391,36	+0,53	−6864,08	−6864,63	+0,55
−3265,5	−3265,34	−0,16	−4696,92	−4695,47	−1,45	−3433,60	−3432,11	−1,49
−3238,6	−3238,36	−0,24	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
−3265,5	−3265,34	−0,16	+4696,92	+4695,47	+1,45	+3433,60	+3432,11	+1,49
−3346,4	−3346,29	−0,11	+9390,83	+9391,36	−0,53	+6864,08	+6864,63	−0,55
−110,5	−110,58	+0,08	−9550,38	−9551,10	+0,72	−7031,36	−7032,13	+0,77
−27,8	−27,62	−0,18	−4776,85	−4775,34	−1,51	−3517,37	−3515,85	−1,52
0,0	+0,03	−0,03	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
−27,8	−27,62	−0,18	+4776,85	+4775,34	+1,51	+3517,37	+3515,85	+1,52
−110,5	−110,58	+0,08	+9550,38	+9551,10	−0,72	+7031,36	+7032,13	−0,77
+3124,8	+3124,58	+0,22	−9716,59	−9717,58	+0,99	−7205,38	−7206,32	+0,94
+3209,7	+3209,54	+0,16	−4860,07	−4858,58	−1,49	−3604,46	−3602,95	−1,51
+3238,2	+3237,86	+0,34	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
+3209,7	+3209,54	+0,16	+4860,07	+4858,58	+1,49	+3604,46	+3602,95	+1,51
+3124,8	+3124,58	+0,22	+9716,59	+9717,58	−0,99	+7205,38	+7206,32	−0,94
+6359,1	+6359,21	−0,11	−9890,05	−9890,79	+0,74	−7386,43	−7387,20	+0,77
+6446,1	+6446,18	−0,08	−4946,91	−4945,19	−1,72	−3695,11	−3693,39	−1,72
+6475,2	+6475,16	+0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
+6446,1	+6446,18	−0,08	+4946,91	+4945,19	+1,72	+3695,11	+3693,39	+1,72
+6359,1	+6359,21	−0,11	+9890,05	+9890,79	−0,74	+7386,43	+7387,20	−0,77

A szabalosan és a közelítő egyenletből számított földrajzi szélesség, hosszúság-különbség és meridián konvergencia a sztereografikus sík 100 km-es hálózati pontjaiban.

A szabatos vetületi számitásokat *Szilágyi Béla* előző közleményében tárgyalt módon vége te.

Példa. Legyenek egy pont 100 km-ben kifejezett sztereografikus koordinátái:

$$Y = +1{,}8118012, \quad X = -0{,}2562059.$$

Ezeket és megfelelő hatványaikat (4a), (4b) és (4c) egyenletekbe helyettesítve kapjuk

$$\Delta\varphi = 0{,}029 + 829{,}621 - 90{,}768 - 0{,}018 - 0{,}542 = +738{,}322''$$
$$\Delta\lambda = -8651{,}845 - 37{,}857 - 0{,}411 - 0{,}200 = -8690{,}313''$$
$$\mu = -6369{,}903 - 39{,}652 - 0{,}415 - 0{,}199 = -6410{,}169''.$$

A 6., 7. táblázatokból a $\Delta\lambda$ és μ számara lineáris interpolálással $+0{,}09''$ és $+0{,}12''$ javításokat nyerünk, ezeket alkalmazva kapjuk:

$$\Delta\varphi = 738{,}22'', \quad \Delta\lambda = 8690{,}22'', \quad \mu = 6410{,}05''.$$

A megfelelő szabatosan számított eredmények pedig:

$$\Delta\varphi = 738{,}22'', \quad \Delta\lambda = -8690{,}4'', \quad \mu = -6416{,}8''.$$

A fenti meridián konvergencia számításába hiba csúszott be. Szilágyi Béla ugyanis a gömbi földrajzi hosszúság ellipszoidra való átszámításánál alkalmazandó javítást alkalmazta a meridián konvergenciánál is.

Helyes meridián konvergencia adatokból számítva a 4/c függvény a következő:

$$\mu = -3519{,}3721\,Y + 85{,}4818\,YX - 0{,}06996\,Y^3 - 1{,}67500\,YX^2$$

A helyes képlettel számított meridián konvergencia:

$$\mu = -6416{,}58'',$$

az eltérés tehát 0,22''.

Ugyanezen okból módosulnak az 1/a, 4. és 5. táblázatoknak a meridián konvergenciával kapcsolatos részei is. A 7. táblázat adatai változatlanok maradnak.

Felelős kiadó: Solt Sándor — Műszaki felelős: Rózsa István

Megrendelve: 1952. XII. 24. — Imprimálva: 1953. II. 20. — Papíros alakja: 70×100.
A könyv azonossági száma: 942 Ívek száma: 1 (1½). — Ábrák száma: 3. — Példányszám: 680.

Ez a könyv az MNOSZ 5601—50 Á és MNOSZ 5602—50 Á szabványok szerint készült.

5468 Franklin-nyomda Budapest, VIII., Szentkirályi-utca 28.
Felelős: Ketskés János

Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet
GEOFIZIKAI KÖZLEMÉNYEK
II. kötet, 2. szám

К. ШЕБЕШТЕН:

ПРОСТАЯ АППАРАТУРА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МАГНИТНОЙ ВОСПРИИМЧИВОСТИ ГОРНЫХ ПОРОД

Автор знакомит нас с простым прибором, позволяющим высокоточное определение магнитной восприимчивости горных пород и при полевых условиях. Принципом прибора является то, что собственная частота электрического колебательного контура изменяется, если в катушку самоиндукции вместо воздуха помещается измеряемая горная порода. Уменьшение размеров прибора осуществлялось употреблением мигающего кварцевого кристалла в качестве эталона частоты.

K. SEBESTYÉN:

SIMPLE APPARATUS FOR THE DETERMINATION OF THE MAGNETIC SUSCEPTIBILITY OF ROCKS

The author describes a simple apparatus by which the magnetic susceptibility of rocks can be determined with great accuracy even under field conditions. The principle of the apparatus is based upon the fact that the natural frequency of an oscillating circuit will change if, instead of air, the material under investigation will be inserted into its induction coil. The reduction of the size of the apparatus has been made possible by applying a flashing quartz crystal as frequency norm.

EGYSZERŰ BERENDEZÉS KŐZETEK MÁGNESES SZUSZCEPTIBILITÁSÁNAK MEGHATÁROZÁSÁRA

DR. SEBESTYÉN KÁROLY

A mágneses szuszceptibilitás meghatározására szolgáló mérési eljárások igen sokfélék, melyekről számos kézikönyv részletes ismertetést ad.

A nagyszámú és különböző alapelvből kiinduló eljárások közül legfejlődésképesebbnek az indukción alapuló bizonyult. Ez azon alapszik, hogy egy tekerc önindukciója megváltozik, ha a belsejét levegő helyett valamilyen más szuszceptibilitású anyaggal töltjük ki.

Az önindukcióváltozás elvén alapulva, a különböző szerzők számos eljárást dolgoztak ki, melyeknek legkényesebb pontja az, hogy igen nagyérzékenységű galvanométer használatát teszik szükségessé.

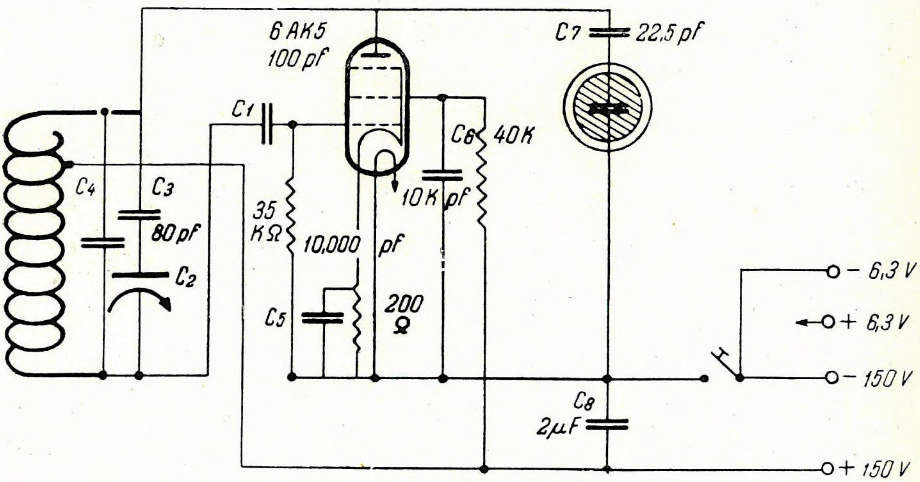
Szempontomból lényeges módosítást vezetett be Falckenberg (Ann. d. Phys. 1920) azáltal, hogy a mérésre szolgáló áramot elektroncsöves oszcillátorral állította elő. Mérőberendezése az elektrotechnikában igen pontos mérésekre alkalmazott differenciálhíd volt.

Kántás Károly 1944-ben megjelent dolgozatában fenti elven alapuló eljárást ír le, melyben rádiófrekvenciás rezgőkörök interferenciáját használja fel az önindukcióváltozás mérésére. A mérési eljárást relatív mérés formájában dolgozta ki, mert azzal elkerülhette azt a hibát, ami abból származik, hogy a tekercs nem tölthető ki teljesen a vizsgálandó anyaggal, továbbá hogy a Thomson-formula csak első közelítésben érvényes. Az általa járhatónak vélt utak közül megemlíti, hogy egy nagyfrekvenciás oszcillátor és egy hullámmérő segélyével is mérhető a szuszceptibilitás. Ezen a nyomon indultam el én is kísérleteimmel. A hullámmérő azonban nem adja azt a pontosságot és hőmérsékletfüggetlenséget, ami a mérésekhez szükséges.

Más a helyzet, ha frekvencia normául rezgő kvarckristályt használunk. A rezgő kvarckristály úgy fogható fel, mint egy elektromos rezgőkör, melynek rezonanciagörbéje igen éles. Általában $3-4 \cdot 10^{-6}$ N ciklus-pontosságot várhatunk (N a kristály önrezgésszáma).

A rezonancia kimutatására szolgáló módszerek közül egyik legegyszerűbb (és legélesebb) a Giebe és Scheibe által kidolgozott «világító kvarc» módszer, mert ez nem igényel külön indikálóberendezést, hanem azon alapszik, hogy rezonancia esetén a kristály felületét halvány ionizációs fény vonja be. Eszközömhöz a két említett szerző által kikísérletezett különleges irányítású II. típusú kvarc-rezonátort használtam fel. Önfrekvenciája: $3703{,}1 \pm 0$ kHz. Az ilyen típusú kvarcoknak $2-3 \cdot 10^{-6}$ N cikl/°C a hőmérsékletállandója (N a kristály önfrekvenciája). Ez lehetővé teszi a frekvencia ilyen nagypontosságú ellenőrzését termosztát alkalmazása nélkül.

Természetesen nem elegendő az indikálóberendezés ilyen éles mivolta, hanem szükséges az is, hogy az oszcillátor is hasonló élességgel legyen hangolható. Ezért intézetünk finommechanikai műhelyében különleges rövidhullámú forgókondenzátort készíttettem, melynek álló és forgó fegyverzetét egyaránt egydarabból marattam ki. A rezgőkör többi része is hasonló masszív kivitelben készült. A berendezés kapcsolási vázlata a következő:



1. ábra

Alapja egy hárompontkapcsolású oszcillátor, melynek rezgőkörébe kell behelyezni a mérendő mintát és amely a forgó segítségével hangolható. A kvarckristály igen laza csatolásban van kapcsolva az oszcillátor rezgőköréhez, hogy egymásrahatásuk elhanyagolható legyen. A zavaró hatásokat, különösen az anyag dielektromos állandójának hatását megfelelő külső, ill. belső árnyékolással küszöböltük ki (árnyékolás nemmágnesezhető jóvezető anyagból: sárgaréz, ill. alumínium).

A mérési eljárás a következő:

1. Az oszcillátort kapacitásváltoztatással az ellenőrző kristállyal rezonanciába hozzuk (rezonancia megállapítása előbbiek szerint).

2. A mérendő anyagból meghatározott tömeget meghatározott alakban az oszcillátor tekercsébe helyezünk. Az önindukció változása folytán megváltozik a frekvencia.

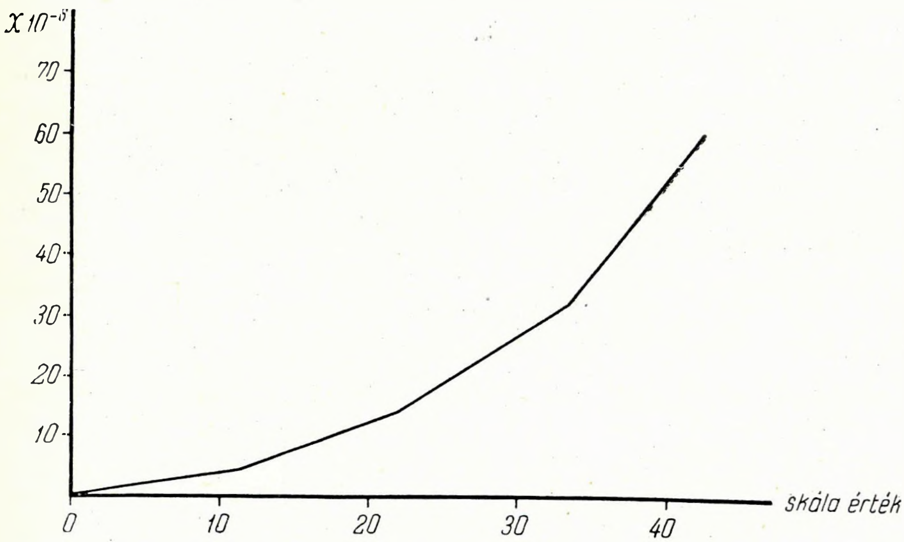
3. Kapacitásváltoztatással az oszcillátort újból rezonanciába hozzuk a kristállyal. A rezonancia helyreállításához szükséges $\triangle C$ kapacitásváltozás mértéke a szuszceptibilitásnak.

$$x = \alpha \cdot \triangle C.$$

4. Az α szorzó meghatározása, mint az más összehasonlító eljárásoknál is szokásos, különböző koncentrációjú $FeCl_3$ oldattal történő kalibrálás útján történik. A különböző koncentrációjú ferrikloridoldatok szuszceptibilitására vonatkozóan adatokat találhatunk a kézikönyvekben, pl. Jakosky: Exploration Geophysics, 174. old. Lényegében tehát a mérendő anyagot két vaskloridoldat szuszceptibilitása közé többszörös méréssel beinterpoláljuk.

Tekintettel arra, hogy a hitelesítő $FeCl_3$ oldatok szuszceptibilitásának felső határa kisebb, mint $100 \cdot 10^{-6}$, ezért a leírt berendezéssel is csak ilyen értékű szuszceptibilitások mérhetők. De nincs semmi akadálya annak, hogy más eljárással lemért mintákat normául felhasználva, méréshatárát tetszőlegesen kiterjesszük.

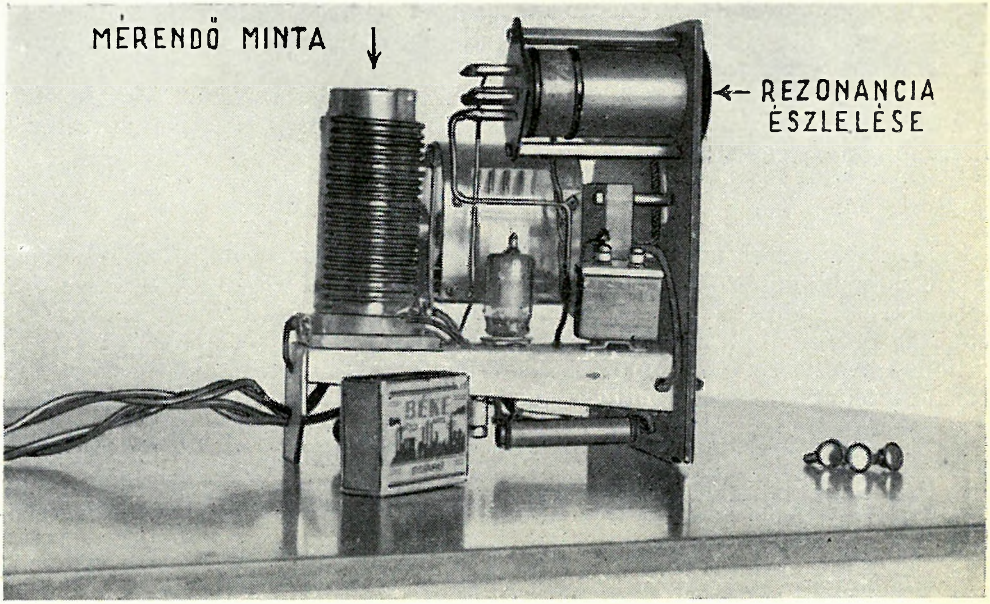
A 2. ábra a műszer vaskloriddal történt hitelesítési görbéjét mutatja be.



2. ábra

Nagy előnye a leírt eszköznek, hogy rendkívüli egyszerűsége, gyors és könnyű kezelhetősége miatt terepen is jól használható. Igénytelensége ellenére is éppen azon a mérési területen ad megbízható adatokat, ahol már a kényes laboratóriumi eljárások is nehézségekkel küzdenek.

A bemutatott fényképről láthatók az eszköz méretei és belső felépítése. A mérendő anyag szabvány üvegedénybe téve (poralakban) a fénykép baloldalán látható rezgőkörtekercsbe kerül. A kristály «berezgése» az előlap nyíllal jelölt helyén észlelhető.



3. ábra

Falckenberg és Kántás K. vizsgálatai azt mutatják, hogy a szuszceptibilitás legalább is 150000 Hz frekvenciáig nem függ a frekvenciától. Kísérleteinket ki fogjuk terjeszteni úgy, hogy a kristály alapfrekvenciájának egyik harmonikusát használjuk frekvencianormának és így vizsgáljuk a szuszceptibilitást. Alábbi táblázat a bemutatott eszközzel hazai ásványokon és kísérőkőzeteiken végzett szuszceptibilitásmérések néhány adatát tartalmazza.

Kőzet	$10^6 \cdot \chi$	Kőzet	$10^6 \cdot \chi$
Gneisz	62	Dogger-mészkő tűzkőlencsékkel	106
Zöld pala	50	Átmosott agyagos mangánérc	93
Talkpala	26	Középső krétamészkő	27
Mészfillit	31	Alsó liász tűzköves mészkő	69
Szerpentin	53	Laza, agyagos mangánérc	95
Középső krétamészkő	80		

FELHASZNÁLT IRODALOM

E. GIEBE und A. SCHEIBE: Über Leuchtresonatoren als Hochfrequenznormale. Hochfrequenz-Technik u. Elektroakustik Bd. 41. 1933.
A. SCHEIBE: Piezoelektrizität des Quarzes. Theodor Steinkopff kiadás.
Dr. KÁNTÁS K.: Bestimmung magnetischer Suszeptibilität von Gesteinen im elektrischen Schwingungskreis.
Annalen der Physik 1920.
J. J. JAKOSKY: Exploration Geophysics.

Felelős kiadó: Solt Sándor — Műszaki felelős: Rózsa István

Megrendelve: 1953. III. 20. — Imprimálva: 1953. V. 20. Papiros alakja: 70×100
Ívek száma: 1/4 (3/8) — Példányszám: 500

Ez a könyv a MNOSZ 5601—50 A és MNOSZ 5602—50 A szabványok szerint készült.

5199. Franklin-nyomda Budapest, VIII., Szentkirályi-utca 28.
Felelős: Ketskés János

Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet
GEOFIZIKAI KÖZLEMÉNYEK
II. kötet, 3. szám

Д. КИЛЬЦЕР:

ВЫЧИСЛЕНИЕ ДАННЫХ АНТИКЛИНАЛЕЙ ИЗ ГОДОГРАФОВ ПРЕЛОМЛЕННЫХ ВОЛН

В статье дается метод для вычисления данных (глубина, наклон) антиклиналей из годографов преломленных волн с точностью соответствующей точности данных наблюдений.

J. KILCZER:

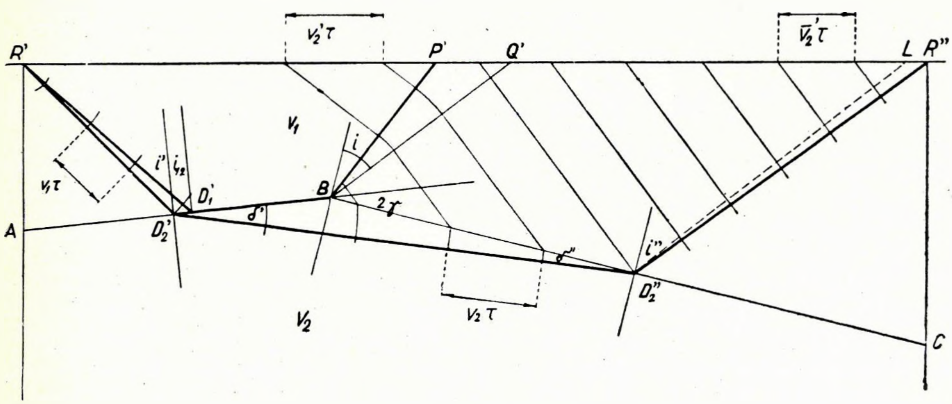
COMPUTATION OF ANTICLINAL DATAS FROM REFRACTIONAL TRAVEL-TIME CURVES

This work gives a computation method for the determination of anticlinal datas (dip, depth) appearing in the refractional travel-time curves with an exactitude permitted by the precision of the observation datas.

ANTIKLINÁLIS ADATAINAK KISZÁMÍTÁSA A REFRAKCIÓS TERJEDÉSI IDŐ-GÖRBÉBŐL

KILCZER GYULA

Az olaj- és kőszénkutatás szolgálatában álló alkalmazott szeizmológiának fontos feladata boltozódások, antiklinálisok kimutatása és adatainak meghatározása refrakciós vagy reflexiós észlelés segítségével. Ez a dolgozat

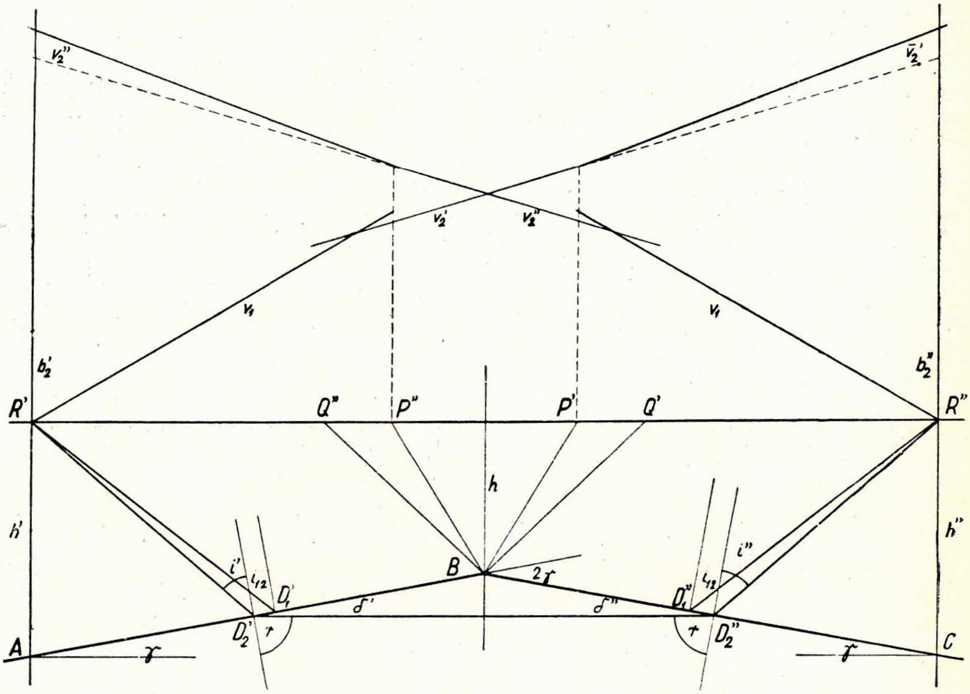


1. ábra

csak azzal a kérdéssel foglalkozik, hogy miképpen lehet valamely refrakciós terjedési idő diagrammban jelentkező antiklinális adatait: szárnyainak dőlését, gerincvonalának mélységét kiszámítani.

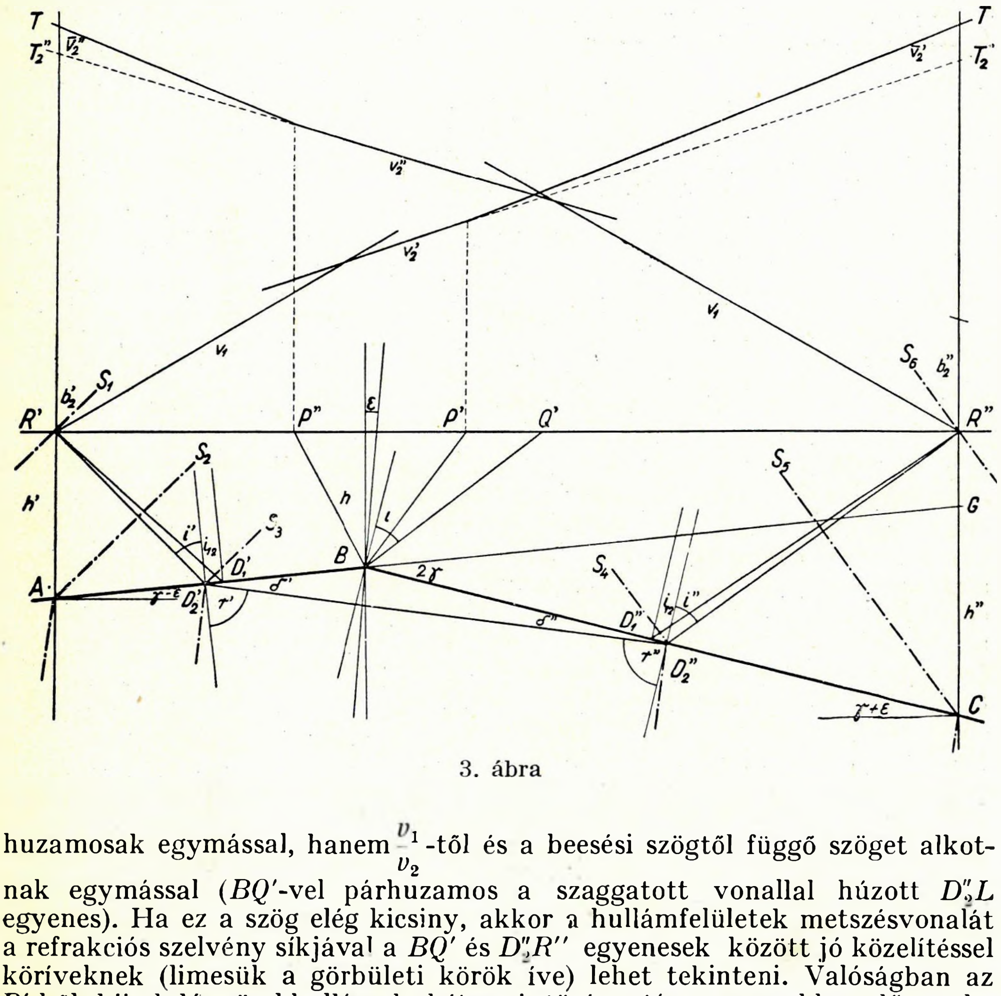
Egyszerűsítsük a valóságos viszonyokat azzal a feltevéssel, hogy az antiklinálist két olyan geometriai sík alkotja, amelynek metsző éle — az antiklinális gerince — vízszintes, a refrakciós szelvény síkja, vagyis a két robbantási ponton átmenő függőleges sík pedig erre az élre merőleges. A robbantási hullámok tovaterjedésére az optika törvényeit alkalmazzuk.

Az ABC antiklinális (1. ábra) felülete legyen az első diszkontinuitási felület; a robbantási hullámok terjedési sebessége e felület fölött lévő réteg-



2. ábra

ben v_1, alatta v_2. Az antiklinálisra az 1. ábrán R'-vel jelölt robbantópontból az $R'D_1'$ és $R'D_2'$ sugarak között beeső hullám $D_1'D_2'$ felületen megtörve, a $D_1'B$ és $D_2'D_2''$ sugarak között halad tovább; az antiklinális másik szárnyán BD_2'' felületen ismét megtörve, a BP' és $D_2''R''$ sugaraktól határolva, a P' és R'' pontok között érkezik vissza a felszínre. Az R' pontból a teljes visszaverődés határszögénél, i_{12}-nél nagyobb szöggel beeső hullámok $D_1'B$-n teljesen visszaverődnek; ezekkel a hullámokkal nem foglalkozunk. Az i_{12} szög alatt beeső sugár kelti $D_1'B$ felület mentén a «refraktált» hullámot. Feltesszük, hogy az R' és R'' robbantópontok elég messze vannak az antiklinális gerincétől, úgyhogy a refraktált hullámok még a gerincvonal elérése előtt jelentkeznek a felszínen mint első beérkezések; másszóval csak azzal az esettel foglalkozunk, amidőn megvan a diagrammban a v_2' és v_2'' sebességág (2, 3. ábra). Arra a kérdésre, hogy ennek melyek a pontos feltételei, majd egy számított példával kapcsolatban felelünk. BP' az «utolsó» refraktált sugár, BQ' az «első» közönségesen törött sugár (az ellenkező irányban haladó sugarak tárgyalása az itt következő eljárással egyezően végezhető). Ez a sugár a második közegben $D_1'B$ irányban $90° - 2\gamma$ beesési szög alatt érkezik a BC törőfelületre. A B, P' és Q' pontokkal definiált térrészben diffrakciós interferencia lép fel, mint egy prizma élén. Közbevetőleg megjegyezzük, hogy optikai analógiát használva, az antiklinális qualitative úgy viselkedik, mint pl. koronaüveg-prizma ($n = 1{,}51$) szénkénegben ($n = 1{,}63$). Minthogy a $D_2'D_2''$ sugár beesési szöge $90° - \delta''$, ezért a BQ' és $D_2''R''$ sugarak nem pár-



3. ábra

huzamosak egymással, hanem $\frac{v_1}{v_2}$-től és a beesési szögtől függő szöget alkotnak egymással (BQ'-vel párhuzamos a szaggatott vonallal húzott $D_2''L$ egyenes). Ha ez a szög elég kicsiny, akkor a hullámfelületek metszésvonalát a refrakciós szelvény síkjával a BQ' és $D_2''R''$ egyenesek között jó közelítéssel köríveknek (limesük a görbületi körök íve) lehet tekinteni. Valóságban az R'-ből kiinduló gömbhullámok kétszeri törés után magasabbrendű görbe felületekké alakulnak át, amelyeknek BQ' és $D_2''R''$ orthogonális trajektóriái. Az említett közelítéssel a hullámfelületeket Q' és R'' között olyan gömbhullámoknak tekinthetjük, amelyeknek centruma a BQ' és $D_2''R''$ sugarak metszéspontja.

I. A szögek és a valódi sebesség kiszámítása

a) Szimmetrikus antiklinális

Az általános eset tárgyalása előtt végezzük el az antiklinálist jellemző adatok meghatározását egy speciális esetben, éspedig szimmetrikus antiklinálisra. Így nevezzük az antiklinálist, ha a B ponton átmenő szimmetriasíkja függőleges és ez a szimmetriasík a szelvény közepére esik (2. ábra). A terjedési idő-görbéből a 2. ábra jelölésével:

$$
\begin{array}{llll}
\sin(i_{12} - \gamma) = \dfrac{v_1}{v_2'} = \sin\alpha & & (v_2' = v_2'') & \\
\sin(i'' + \gamma) = \dfrac{v_1}{v_2'} = \sin\beta & & (i'' = i') & \\
 & & (\overline{v}_2' = \overline{v}_2'') & \\
\sin i_{12} = \dfrac{v_1}{v_2} & \dfrac{\sin i'}{\sin r'} = \dfrac{v_1}{v_2} & (r'' = r') & (1) \\
\gamma = \delta' & \delta' + r' = R & (\delta'' = \delta') & \\
 & (R = 90^\circ) & &
\end{array}
$$

A v_1 és v_2' jelentése a szokásos, $\overline{v}_2'$ jelenti a $Q'R''$ szelvényrészhez tartozó sebességág végpontjához (az R'' robbantópont fölé eső pontjához) tartozó érintő irányhatározójának reciprok értékét. Minthogy a $Q'R''$ szelvényrészben a hullámfelületeket jó közelítéssel gömbfelületeknek tekinthetjük, ezért a szóbanlévő sebességág olyan hiperbola íve, amelynek valós tengelye a BQ' és $D_2''R''$ sugarak metszéspontján átmenő függőleges, képzetes tengelye a vízszintesnek vett felszínen a szelvény vonala. Ha ezt a sebességágat (hiperbolaívet) gyengébb közelítéssel egyenes vonalnak vehetjük, akkor a $\overline{v}_2'$ jelentése is a szokásos. A következőkben végzett számítások kapcsán majd megmutatjuk, hogy az észlelési adatokból szerkesztett terjedési időgörbét nehéz megkülönböztetni egy egyenestől.

Az (1)-gyel jelölt egyenletekben v_1, v_2', $\overline{v}_2'$ adottak, i_{12}, i'', γ, δ', r', v_2 ismeretlenek. A lehetséges kiküszöbölések után

$$
i_{12} - \gamma = \alpha \qquad i'' + \gamma = \beta \qquad \sin i'' = \sin i_{12} \cos\gamma
$$

Ebből a három független egyenletből i_{12}, i'', γ meghatározható. Küszöböljük ki i_{12}-t és i''-t:

$$
\cos\gamma = \frac{\sin i''}{\sin i_{12}}
$$

$$
1 - \cos\gamma = \frac{\sin i_{12} - \sin i''}{\sin i_{12}} \qquad 1 + \cos\gamma = \frac{\sin i_{12} + \sin i''}{\sin i_{12}}
$$

$$
2\sin^2\frac{\gamma}{2} = \frac{2\cos\dfrac{i_{12} + i''}{2}\sin\dfrac{i_{12} - i''}{2}}{\sin i_{12}}
$$

$$2\cos^2\frac{\gamma}{2} = \frac{2\sin\frac{i_{12}+i''}{2}\cos\frac{i_{12}-i''}{2}}{\sin i_{12}}$$

$$\operatorname{tg}^2\frac{\gamma}{2} = \operatorname{ctg}\frac{i_{12}+i''}{2}\operatorname{tg}\frac{i_{12}-i''}{2}$$

Azonban $\frac{i_{12}+i''}{2} = \frac{\alpha+\beta}{2}$ és $\frac{i_{12}-i''}{2} = \frac{\alpha-\beta}{2} + \gamma = \gamma - \frac{\beta-\alpha}{2}$

tehát $\operatorname{ctg}\frac{\alpha+\beta}{2}$-t C-vel jelölve

$$\operatorname{tg}\frac{\gamma}{2} = \sqrt{C\operatorname{tg}\left(\gamma - \frac{\beta-\alpha}{2}\right)} \qquad (2)$$

Ebből az egyenletből a γ exakt meghatározása $\operatorname{tg}\frac{\gamma}{2}$-ben negyedfokú egyenletre vezet. Ennek megoldása elkerülhető, ha γ-t iterációval határozzuk meg. Közvetlenül a (2) összefüggést használva fel erre a célra, az iteráció divergens lesz, ezért a függvény inverzére térünk át:

$$\frac{\gamma}{2} = \frac{\beta-\alpha}{4} + \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left[\frac{1}{C}\operatorname{tg}^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right]$$

Erre a kifejezésre alkalmazott iteráció konvergens. A γ első közelítő értékét következőképpen kapjuk: minthogy $\frac{i_{12}-i''}{2}$ és $\frac{\gamma}{2}$ kis szögek

$$\frac{\gamma}{2} = \sqrt{C\left(\gamma - \frac{\beta-\alpha}{2}\right)}$$

Ebből:

$$\gamma = 2C - \sqrt{2C\,[2C-(\beta-\alpha)]} = 2C\left(1 - \sqrt{1 - \frac{\beta-\alpha}{2C}}\right)$$

A gyök $+$ jellel használhatatlan nagy értéket ad.

Példa (a számolásnál E. S. Allen: Six-place tables c. könyvét használtam):

$$\sin(i_{12}-\gamma) = \frac{1700}{3208} = \sin\alpha \qquad \alpha = 32°00'01''$$

$$\sin(i''+\gamma) = \frac{1700}{2180} = \sin\beta \qquad \beta = 51°14'38''$$

$$C = \operatorname{ctg}\frac{\beta+\alpha}{2} = \operatorname{ctg} 41°37'20'' = 1{,}125447$$

$$2C = 2{,}250894 \quad \beta-\alpha = 19°14'37'' = 0{,}335864 \text{ rad.}$$

$$\gamma = 2{,}250894 - \sqrt{2{,}250894\,(2{,}250894 - 0{,}335864)}$$
$$= 0{,}174712 \text{ rad} = 10°00'37''$$

Ez lesz γ első közelítő értéke. A (2) egyenletben szereplő $\beta - \alpha$ és C már kiszámított értékét felhasználva:

$$\frac{\gamma}{2} = 4°48'39'' + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg}^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)}{1{,}125447}$$

Az első közelítő értékből $\frac{\gamma}{2} = 5°00'19''$. Az iteráció menete:

$\left(\frac{\gamma}{2}\right)$	5°00'19''	5°00'38''	5°00'40''
$\left(\frac{\gamma}{2}\right)_{it}$	5°00'38''	5°00'40''	5°00'40''

Tehát γ pontos értéke 10°01'20'', ez egyúttal ι' is. A másodpercek meghatározásának nincs gyakorlati jelentősége; csak az iteráció menetének megmutatására számítottuk ki őket.

A többi ismeretlen értéke:

$i_{12} = 42°01'21''$
$i' = 41°13'18''$ $r' = 79°58'40''$ $v_2 = 2540$ m sec^{-1}

b) *Aszimmetrikus antiklinális*

Tekintsük az általános esetet (3. ábra), amidőn az antiklinális szimmetriasíkja a függőlegessel ε szöget zár be és a szimmetriasík nem esik a szelvény közepére. Az antiklinális síkjainak dőlésszögei: $\gamma - \varepsilon$ és $\gamma + \varepsilon$; tudniillik legyen most is 2γ az antiklinális lapszögének kiegészítő szöge. A terjedési idő-görbéből nyerjük a következő összefüggéseket.

$$\sin[i_{12} - (\gamma - \varepsilon)] = \frac{v_1}{v_2'} = \sin\alpha_1$$

$$\sin[i_{12} - (\gamma + \varepsilon)] = \frac{v_1}{v_2''} = \sin\alpha_2$$

$$\sin[i' + (\gamma - \varepsilon)] = \frac{v_1}{\overline{v}_2''} = \sin\beta_1$$

$$\sin[i'' + (\gamma + \varepsilon)] = \frac{v_1}{\overline{v}_2'} = \sin\beta_2 \qquad (3)$$

$$\sin i_{12} = \frac{v_1}{v_2} \qquad 2\gamma = \iota' + \delta''$$

$$\frac{\sin i'}{\sin r'} = \frac{v_1}{v_2} \qquad r' + \iota' = R \qquad (R = 90°)$$

$$\frac{\sin i''}{\sin r''} = \frac{v_1}{v_2} \qquad r'' + \iota'' = R$$

Megjegyzendő, hogy a v_2' és $\overline{v}_2''$ látszólagos sebességekre most is vonatkozik az, amit *a)* esetben a $\overline{v}_2$-re mondottunk. A lehetséges kiküszöbölések után kapunk 6 egyenletet 6 ismeretlennel:

$$i_{12} - \gamma = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \qquad i' + \gamma = \beta_1 + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} \qquad i'' + \gamma = \beta_2 - \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}$$

$$\sin i' = \sin i_{12} \cos \delta'$$

$$\sin i'' = \sin i_{12} \cos \delta'' \qquad 2\gamma = \delta' + \delta''$$

Ezekből az egyenletekből a 6 ismeretlen: i_{12}, i', i'', γ, δ', δ'' meghatározható. Küszöböljük ki i_{12}, i' és i''-t az *a)* fejezetben követett eljárással, akkor:

$$\operatorname{tg}^2\left(\frac{\delta'}{2}\right) = \operatorname{ctg}\left(\frac{i_{12} + i'}{2}\right) \operatorname{tg}\left(\frac{i_{12} - i'}{2}\right)$$

$$\operatorname{tg}^2\left(\frac{\delta''}{2}\right) = \operatorname{ctg}\left(\frac{i_{12} + i''}{2}\right) \operatorname{tg}\left(\frac{i_{12} - i''}{2}\right)$$

egyenletekben $i_{12} - i' = 2\gamma - (\beta_1 - \alpha_2)$ és $i_{12} - i'' = 2\gamma - (\beta_2 - \alpha_1)$ helyettesítéseket elvégezve:

$$\operatorname{tg}^2\left(\frac{\delta'}{2}\right) = C_1 \operatorname{tg}\left(\gamma - \frac{\beta_1 - \alpha_2}{2}\right) \qquad C_1 = \operatorname{ctg}\frac{\alpha_1 + \beta_1}{2} \tag{4}$$

$$\operatorname{tg}^2\left(\frac{\delta''}{2}\right) = C_2 \operatorname{tg}\left(\gamma - \frac{\beta_2 - \alpha_1}{2}\right) \qquad C_2 = \operatorname{ctg}\frac{\alpha_2 + \beta_2}{2} \tag{5}$$

és végül

$$\operatorname{tg}\gamma = \operatorname{tg}\frac{\delta' + \delta''}{2} = \frac{\sqrt{C_1 \operatorname{tg}\left(\gamma - \frac{\beta_1 - \alpha_2}{2}\right)} + \sqrt{C_2 \operatorname{tg}\left(\gamma - \frac{\beta_2 - \alpha_1}{2}\right)}}{1 - \sqrt{C_1 \operatorname{tg}\left(\gamma - \frac{\beta_1 - \alpha_2}{2}\right)}\sqrt{C_2 \operatorname{tg}\left(\gamma - \frac{\beta_2 - \alpha_1}{2}\right)}} \tag{6}$$

A γ kiszámítása a (6) egyenletből igen körülményes lenne, azonban a (4) és (5) egyenletekből kis átalakítás után iterációval meghatározható. Ugyanis a (4) egyenletből

$$\frac{\delta'}{2} = \operatorname{arctg}\sqrt{C_1 \operatorname{tg}\left(\gamma - \frac{\beta_1 - \alpha_2}{2}\right)} \tag{7}$$

Figyelembe véve, hogy $\frac{\delta''}{2} = \gamma - \frac{\delta'}{2}$, az (5) egyenletből

$$\gamma = \frac{\beta_2 - \alpha_1}{2} + \operatorname{arctg}\left[\frac{1}{C_2}\operatorname{tg}^2\left(\gamma - \frac{\delta'}{2}\right)\right] \tag{8}$$

Tehát γ első közelítő értékével a (7) egyenlet segítségével kiszámítjuk $\frac{\delta'}{2}$-t, ezzel és γ első közelítő értékével a (8) egyenlet segítségével kapjuk γ iterált értékét. Ezzel az eljárást folytatjuk.

Az iteráció megindításához a γ első közelítő értékét következőképpen kapjuk. Mivel

$$\frac{i_{12} - i'}{2}, \quad \frac{i_{12} - i''}{2}, \quad \frac{\delta'}{2} \quad \text{és} \quad \frac{\delta''}{2} \quad \text{kis szögek,}$$

tangenseik helyett az íveket véve:

$$\frac{\delta'}{2} = \sqrt{C_1\left(\gamma - \frac{\beta_1 - \alpha_2}{2}\right)} \qquad \frac{\delta''}{2} = \sqrt{C_2\left(\gamma - \frac{\beta_2 - \alpha_1}{2}\right)}$$

$$\gamma = \sqrt{C_1\left(\gamma - \frac{\beta_1 - \alpha_2}{2}\right)} + \sqrt{C_2\left(\gamma - \frac{\beta_2 - \alpha_1}{2}\right)}$$

Legyen $\frac{\beta_1 - \alpha_2}{2} = A_1, \quad \frac{\beta_2 - \alpha_1}{2} = A_2$, akkor

$$\gamma = \sqrt{C_1\,(\gamma - A_1)} + \sqrt{C_2\,(\gamma - A_2)}$$

Ha $C = \frac{C_1 + C_2}{2}$ és $A = \frac{A_1 + A_2}{2}$, akkor közelítőleg

$$\gamma = 2\sqrt{C\,(\gamma - A)},$$

ebből

$$\gamma = 2\,[C - \sqrt{C\,(C - A)}] = 2C\left(1 - \sqrt{1 - \frac{A}{C}}\right) \cdot \tag{9}$$

Ezzel az értékkel indítjuk el az iterációt.

Példa:

$$\sin\,[i_{12} - (\gamma - \varepsilon)] = \frac{1700}{3040} = \sin\alpha_1 \qquad \alpha_1 = 34°00'04''$$

$$\sin\,[i_{12} - (\gamma + \varepsilon)] = \frac{1700}{3400} = \sin\alpha_2 \qquad \alpha_2 = 30°00'00''$$

$$\sin\,[i' + (\gamma - \varepsilon)] = \frac{1700}{2270} = \sin\beta_1 \qquad \beta_1 = 48°29'42''$$

$$\sin\,[i'' + (\gamma + \varepsilon)] = \frac{1700}{2109} = \sin\beta_2 \qquad \beta_2 = 53°42'49''$$

$$\frac{\beta_1 - \alpha_2}{2} = 9°14'51'' = 0{,}161399 \text{ rad.}$$

$$\frac{\beta_2 - \alpha_1}{2} = 9°51'22'' = 0{,}172022 \text{ rad.}$$

$$C_1 = \operatorname{ctg}\frac{\alpha_1 + \beta_1}{2} = \operatorname{ctg}\,41°14'53'' = 1{,}140359$$

$$C_2 = \operatorname{ctg}\frac{\alpha_2 + \beta_2}{2} = \operatorname{ctg}\,41°51'24'' = 1{,}116216$$

A γ első közelítő értéke (9) szerint)

$$\gamma = 2\left[\,1{,}128287 - \sqrt{1{,}128287\,(1{,}128287 - 0{,}166711)}\,\right]$$

$$= 0{,}173370 \text{ rad} = 9°56'00''.$$

Ezt felhasználva, a már kiszámított adatokat behelyettesítve

$$\frac{\delta'}{2} = \operatorname{arctg} \sqrt{1{,}140359 \operatorname{tg} (\gamma - 9°14'51'')}$$

$$\gamma = 9°51'22'' + \operatorname{arctg} \left[\frac{1}{1{,}116216} \operatorname{tg}^2 \left(\gamma - \frac{\delta'}{2}\right)\right]$$

Az iteráció menete:

γ	9°56'00"	10°01'25"	9°57'23"	10°00'53"	9°59'39"	10°00'05"	9°59'56"	9°59'59"
$\frac{\delta'}{2}$	6°39'50"	7°05'06"	6°46'27"	7°02'41"	6°57'02"	6°59'02"	6°58'20"	6°58'34"
γ_{it}	10°01'25"	9°57'23"	10°00'53"	9°59'39"	10°00'05"	9°59'56"	9°59'59"	9°59'58"

$$\gamma = 9°59'58''$$

végül $\frac{\delta'}{2} = 6°58'30''$ tehát $\gamma = 9°59'58''$

$$\gamma_{it} = 9°59'58''$$

Minthogy az iteráció lassan konvergál, már néhány iteráció után végzett interpoláció hamarabb célhoz vezet és a gyakorlati kívánságnak megfelelő jó közelítő értéket ad.[1] Így 9°57'23" és 10°00'53" interpolálása 9°59'15"-et ad. A másodpercek kiszámítása csak az iteráció menetének illusztrálására szolgál. A többi ismeretlen értéke:

$i_{12} = 42°00'00''$ $\quad i' = 40°29'46''$ $\quad i'' = 41°42'49''$
$\delta' = 13°57'00''$ $\quad \iota'' = 6°02'56''$ $\quad \varepsilon = 2°00'02''$
$r' = 76°03'00''$ $\quad r'' = 83°57'04''$
$v_2 = 2541 \text{ m sec}^{-1}$

A (4) és (5) egyenletből látható, hogy a számítás csak abban az esetben végezhető el, ha a jobboldalon álló kifejezés nem negatív, vagyis ha

$$\gamma \geq \frac{\beta_1 - \alpha_2}{2} \quad \text{és} \quad \gamma \geq \frac{\beta_2 - \alpha_1}{2}$$

Az argumentumok jelentését nézve, ezt még úgy is mondhatjuk, hogy

$$i' \leq i_{12} \text{ és } i'' \leq i_{12}$$

Hogy ez fizikailag mit jelent, azt az 1. ábrán olvashatjuk le. Ha ugyanis az R'' pontot közelítjük az R' felé, akkor az i' szög, amely alatt beeső sugár még eljut az R''-be, folyton növekszik, a D_2' pont közeledik a D_1'-hez, a köztük lévő sugárnyaláb összeszűkül. Amikor R'' egybeesik Q' ponttal, akkor $i' = i_{12}$ $D'_2D'_1 = 0$, $\delta = 0$. Ez a határeset, R'' pontnak a határhelyzete, amelyen túlhaladva, a számítás már nem végezhető el.

[1] Dombai Tibor megjegyzése.

II. Rétegvastagság (mélység) számítása

a) *Szimmetrikus antiklinális*

A második sebességág egyenlete $t = a_2' x + b_2'$ ahol $a_2' = \frac{1}{v_2'}$

és $b_2' = \frac{h'}{v_1} 2 \cos i_{12} \cos \gamma$ $\qquad (b_2'' = b_2', \; h'' = h')$

ebből $h' = \frac{v_1}{2 \cos i_{12} \cos \gamma} \cdot b_2'$.

Az antiklinális gerincének (g, h) koordinátáit a

$$h = -(\operatorname{tg} \gamma) g + h'$$
$$h = (\operatorname{tg} \gamma) (g - X) + h'$$

egyenletrendszer szolgáltatja, amelyben $X = R'R''$ a robbantópontok távolsága egymástól. Innen

$$g = \frac{X}{2} \text{ és } h = h' - \frac{X}{2} \operatorname{tg} \gamma.$$

Ez az eredmény egyébként a 2. ábrából közvetlenül látható. A szimmetrikus antiklinálisra kidolgozott példa adataival — ha még $X = 5000$ m, $b_2' = b_2'' =$ $= 0{,}450$ sec —

$$h' = h'' = 522{,}6 \text{ m} \quad h = 81{,}9 \text{ m}$$

b) *Aszimmetrikus antiklinális*

A második sebességágak egyenletei:

$$t = a_2' x + b_2', \text{ ahol } a_2' = \frac{1}{v_1} \text{ és } b_2' = \frac{h'}{v_1} 2 \cos i_{12} \cos (\gamma - \varepsilon)$$

$$t = a_2'' x + b_2'', \text{ ahol } a_2'' = \frac{1}{v_1} \text{ és } b_2'' = \frac{h''}{v_1} 2 \text{ co s} i_{12} \cos (\gamma - \varepsilon)$$

Ezekből

$$h' = \frac{v_1}{2 \cos i_{12} \cos (\gamma - \varepsilon)} b_2'$$

$$h'' = \frac{v_1}{2 \cos i_{12} \cos (\gamma - \varepsilon)} b_2''$$

Az antiklinális gerincének koordinátái a

$$h = -\operatorname{tg} (\gamma - \varepsilon) g + h'$$
$$h = \operatorname{tg} (\gamma + \varepsilon) (g - X) + h''$$

egyenletrendszerből adódnak:

$$g = \frac{(h' - h'') + X \operatorname{tg} (\gamma + \varepsilon)}{\operatorname{tg} (\gamma + \varepsilon) \operatorname{tg} (\gamma - \varepsilon)}$$

$$h = \frac{[h' \operatorname{tg}(\gamma + \varepsilon) + h'' \operatorname{tg}(\gamma - \varepsilon)] - X \operatorname{tg}(\gamma + \varepsilon) \operatorname{tg}(\gamma - \varepsilon)}{\operatorname{tg}(\gamma + \varepsilon) + \operatorname{tg}(\gamma - \varepsilon)}$$

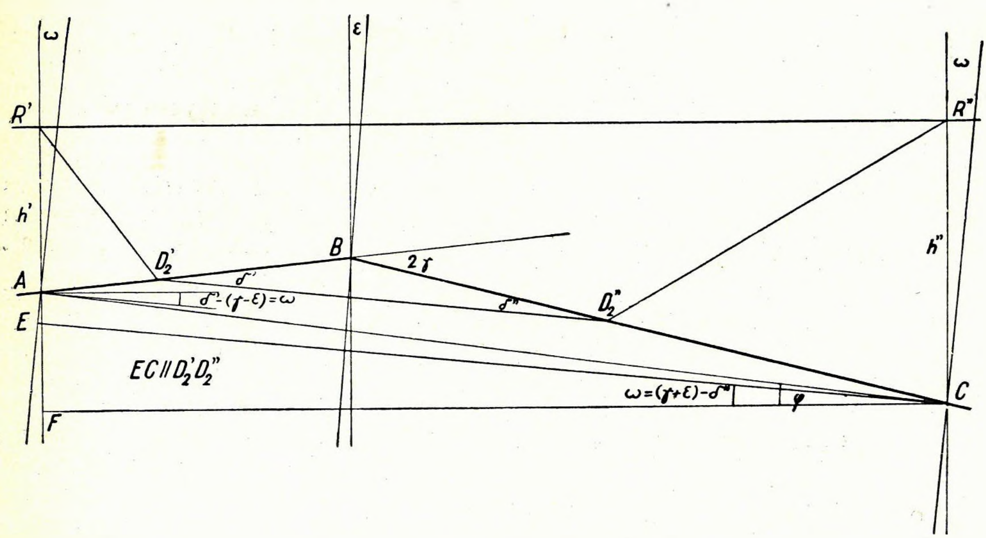
Ha $\varepsilon = 0$ és $h' = h''$, akkor ezek a kifejezések redukálódnak az *a)* esetre. Az aszimmetrikus antiklinálisra kidolgozott példa adataival — ha még $X = 5000$ m, $b_2' = 0{,}400$ sec, $b_2'' = 0{,}617$ sec —

$h' = 462{,}0$ m $\quad h'' = 721{,}4$ m $\quad h = 142{,}4$ m $\quad g = 2277$ m.

III. A teljes idő kiszámítása

Az R' robbantópontból kiinduló gömbhullámok a rétegeket elválasztó felületeken magasabbrendű felületekké alakulnak át. Ha azonban csak azt akarjuk meghatározni, hogy mennyi idő alatt jutnak a rengéshullámok bizonyos távolságra — jelen esetben R'-ből R''-be — akkor gömbhullámok helyett az R' ponton áthaladó, az $R'D_2'$, $D_2'D_2''$ és $D_2''R''$ sugarakra merőleges síkhullámokkal számolhatunk (l.: Földméréstani Közlemények 1950. évf., 3—4. sz.: A menetidő elméleti meghatározása). A 3. ábra ezt a síkhullámot tünteti fel (eredményvonallal kihúzva) tovahaladásának egymásra következő $S_1\ S_2 \ldots S_6$ helyzetében.

Annak az útnak kiszámításához, amelyet ez a $D_2'\ D_2''$ sugárra merőleges síkhullám a második közegben az A és C pontok között megtesz, szükségünk van a 4. ábrára. Látjuk ezen, hogy a második közegben az A és C pontok



4. ábra

között megtett út a $D_2'D_2''$-vel párhuzamos EC távolság, amely a vízszintessel $(\gamma + \varepsilon) - \delta''$ vagy az ezzel egyenlő $\delta' - (\gamma - \varepsilon)$ szöget zárja be. Mivel

$$\gamma = \frac{\delta' + \delta''}{2},\ (\gamma + \varepsilon) - \delta'' = \frac{\delta' - \delta''}{2} + \varepsilon \text{ és } \delta' - (\gamma - \varepsilon) = \frac{\delta' - \delta''}{2} + \varepsilon,$$

tehát e két szög egyenlő (egyébiránt váltószögek). Közös értékük legyen ω.

Az EC az S_2 és S_5 hullámfelületek távolsága egymástól a második közegben. Az AEC derékszögű háromszögben $EC = AC\cos(\varphi - \alpha)$, viszont az AFC derékszögű háromszögben $AC = \frac{FC}{\cos\varphi}$, tehát $EC = FC\frac{\cos(\varphi - \alpha)}{\cos\varphi}$.

Minthogy $FC = X$ és $\operatorname{tg}\varphi = \frac{h'' - h'}{X}$, tehát EC kifejezésében csupa ismert, illetőleg a mérési adatokból kiszámítható mennyiség szerepel:

$$EC = X(\cos\omega + \operatorname{tg}\varphi\sin\alpha) =$$

$$= X\left(\cos\omega + \frac{h'' - h'}{X}\sin\omega\right) = X\cos\omega + (h'' - h')\sin\omega.$$ Így tehát

az az idő, amely alatt a hullámfelület S_1 helyzetéből S_6 helyzetébe, vagyis az R' robbantópontból a R'' pontba jut (l. a 9. ábrát is).

$$T = \frac{1}{v_1}h'\cos[i' + (\gamma - \varepsilon)] + \frac{1}{v_2}[X\cos\omega + (h'' - h')\sin\omega]$$
$$+ \frac{1}{v_1}h''\cos[i'' + (\gamma + \varepsilon)].$$

Mivel $\frac{1}{v_2} = \frac{1}{v_1}\sin i_{12}$, átrendezve

$$T = \frac{1}{v_1}h'[\cos(i' + \gamma - \varepsilon) - \sin i_{12}\sin\omega]$$
$$+ \frac{1}{v_1}h''[\cos(i'' + \gamma + \varepsilon) + \sin i_{12}\sin\omega] + \frac{1}{v_1}X\sin i_{12}\cos\omega.$$

Hasonlítsuk össze ezt az időt azzal az időtartammal, amely alatt a teljes visszaverődés határszögével AB-re beeső hullám R'-ből R''-be jutna, ha nem lenne antiklinális, hanem az AB sík tovább folytatódnék G-ig (3. ábra).
Ez az idő $T_2' = \frac{1}{v_1}2h'\cos i_{12}\cos(\gamma - \varepsilon) + \frac{1}{v_1}X\sin[i_{12} - (\gamma - \varepsilon)]$ vagy egyszerűbben: $T_2' = a_2'X + b_2'$.
Hasonlóképpen az ellenkező irányban

$$T_2'' = \frac{1}{v_1}2h''\cos i_{12}\cos(\gamma - \varepsilon) + \frac{1}{v_1}X\sin[i_{12} - (\gamma + \varepsilon)],$$

vagy egyszerűbben: $T_2'' = a_2''X + b_2''$.
Akármilyen helyzetű és törésű is az antiklinális (γ és ε minden szóbajövő értékénél; l. az I. fejezet végén az ott kidolgozott példával kapcsolatban mondottakat) mindig fennáll:[1]

$$T > T_2' \text{ és } T > T_2''.$$

Ezt az 1. ábrán következőképpen mutathatjuk meg. A P' pontig a második

[1] Dombai Tibor megállapítása.

sebességágat szolgáltató refraktált síkhullám látszólagos sebessége v_2'. A $P'Q'$ intervallumban (a diffrakciós interferenciát mellőzve) a hullámfelületek metszésvonalai a szelvénnyel a BP'-re merőleges, B középpontú körívek; ezek a v_2'-nél kisebb és $P'Q'$ irányban csökkenő látszólagos sebességet (az idetartozó sebességág hiperbolaív) adnak. A $Q'R''$ közben a hullámfelületek tovább fokozódó dőlése miatt a látszólagos sebesség is tovább csökken, úgyhogy $\bar{v}_2' < v_2'$. Ezért a $P'Q'R''$ szelvényrészhez tartozó terjedési idő-görbe a P' ponttól kezdve a v_2' irányától felfelé hajlik, tehát az R'' ponton áthaladó időtengelyt magasabban metszi, mint a v_2', úgyhogy $T > T_2'$. Ugyanígy következtethetjük, hogy $T > T_2''$.

Példa.

Az aszimmetrikus antiklinálisra kidolgozott példa adataival:

$$\omega = \frac{13°57'00'' - 6°02'56''}{2} + 2°00'02'' = 5°57'04''$$

$$T = \frac{1}{1700}\, 462{,}0\, [\cos(40°29'46'' + 9°59'58'' - 2°00'02'')$$

$$- \sin 42°00'00'' \sin 5°57'04'']$$

$$+ \frac{1}{1700}\, 721{,}7\, [\cos(41°42'49'' + 9°59'58'' + 2°00'02'')$$

$$+ \sin 42°00'00'' \sin 5°57'04'']$$

$$+ \frac{1}{1700}\, 5000 \sin 42°00'00'' \cos 5°57'04''$$

$$T = \frac{1}{1700}\, 462{,}0\, (\cos 48°29'42'' - \sin 42°00'00'' \sin 5°57'04'')$$

$$+ \frac{1}{1700}\, 721{,}7\, (\cos 53°42'49'' + \sin 42°00'00'' \sin 5°57'04'')$$

$$+ \frac{1}{1700}\, 5000 \sin 42°00'00'' \cos 5°57'04''$$

$$T = 2{,}398 \text{ sec} \qquad T_2' = \frac{1}{3040} \cdot 5000 + 0{,}400 = 2{,}045 \text{ sec}$$

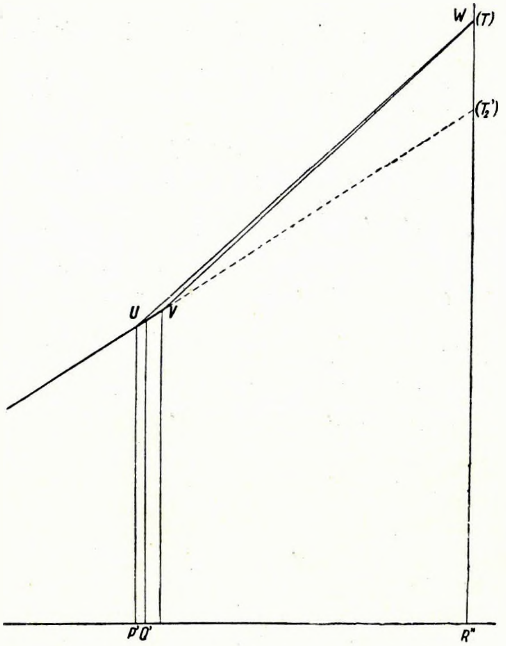
$$T_2'' = \frac{1}{3400} \cdot 5000 + 0{,}617 = 2{,}088 \text{ sec}$$

$$T - T_2' = 0{,}353 \text{ sec} \qquad T - T_2'' = 0{,}310 \text{ sec}.$$

A bevezetésben rámutattunk arra, hogy a hullámfelületeket Q' és R'' között gömbhullámoknak tekinthetjük. Hogy ennek a közelítésnek a jogosultságát kimutathassuk, szükségünk van még az «első» közönségesen törött sugár törési szögére (l. a 3. ábrát):

$$\sin i = \frac{v_1 \sin(90^\circ - 2\gamma)}{v_2} = \frac{v_1}{v_2} \cos 2\gamma$$

Ebből $i = 38°57'37''$. Mivel $i'' = 41°42'49''$, tehát a BQ' és $D''R''$sugarak egymással $i'' - i = 2°45'12''$-es szöget zárnak be. Ennek a szögnek kicsinysége megengedi, hogy szárai között a hullámfelületeket gömbhullámoknak tekintsük.



5. ábra

Ugyancsak ennek a szögnek kicsinysége miatt a $Q'R''$ szelvényrészhez tartozó sebességágat nehéz megkülönböztetni egy egyenestől. Ha ugyanis a diagrammot a szokásos méretarányban rajzoljuk meg — az x tengelyen 1 mm = 10 m, a t tengelyen 1 mm = 10 millisec — akkor a terjedési idő-görbén lévő pontok koordinátái

U: a P' pontnál:
$X = 237{,}3$ mm $t = 118{,}1$ mm
a Q' pontnál:
$X = 245{,}$ mm $t = 121{,}3$ mm
W: az R'' pontnál:
$X = 500{,}0$ mm $t = 239{,}8$ mm.

A v_2' sebességág folytatása az időtengelyt R''-nél 204,5 mm magasságban metszi. Az UVW háromszögben (5. ábra) a függőleges méretek a vízszinteshez viszonyítva kétszeresen torzítottak, az U szög 6°38'54'', a W szög 0°30'42''. A V pont koordinátái $X = 256{,}9$ mm, $t = 124{,}5$ mm. Az UW egyenes a V fölött 2,7 mm távolságban halad. A terjedési idő-görbe az UVW háromszögben vonul, úgyhogy az U pontban az UV, a W pontban a VW az érintője. Látjuk, hogy a UW görbeszakasz nehezen lesz megkülönböztethető egy egyenes vonaltól az észlelési adatok szórása miatt.

IV. Három és több réteg esete

Vizsgáljuk meg azt az esetet, amidőn az antiklinális a 2. és 3. réteg elválasztó felülete (6. ábra). A szögek és sebességek kiszámítására a következő egyenleteink vannak:

$$\left.\begin{aligned} \sin(i_{12} - \gamma_1) &= \frac{v_1}{v_2'} \\ \sin i(_{12} + \gamma_1) &= \frac{v_1}{v_2''} \end{aligned}\right\} \text{ ezekből adódik } i_{12},\ \gamma_1 \text{ és } v_2$$

$$\left.\begin{aligned} \sin\,(\bar{i}'_{13} - \gamma_1) &= \frac{v_1}{v'_3} \\ \sin\,(\bar{i}''_{13} + \gamma_1) &= \frac{v_1}{v''_3} \end{aligned}\right\} \text{ ezekből adódik } \bar{i}'_{13} \text{ és } \bar{i}''_{13}$$

$$\sin\,[i_{23} - (\gamma - \varepsilon - \gamma_1)] = \frac{\sin\,\bar{i}''_{13}}{\sin\,i_{12}} = \sin\,\alpha_1$$

$$\sin\,[i_{23} - (\gamma + \varepsilon + \gamma_1)] = \frac{\sin\,\bar{i}'_{13}}{\sin\,i_{12}} = \sin\,\alpha_2$$

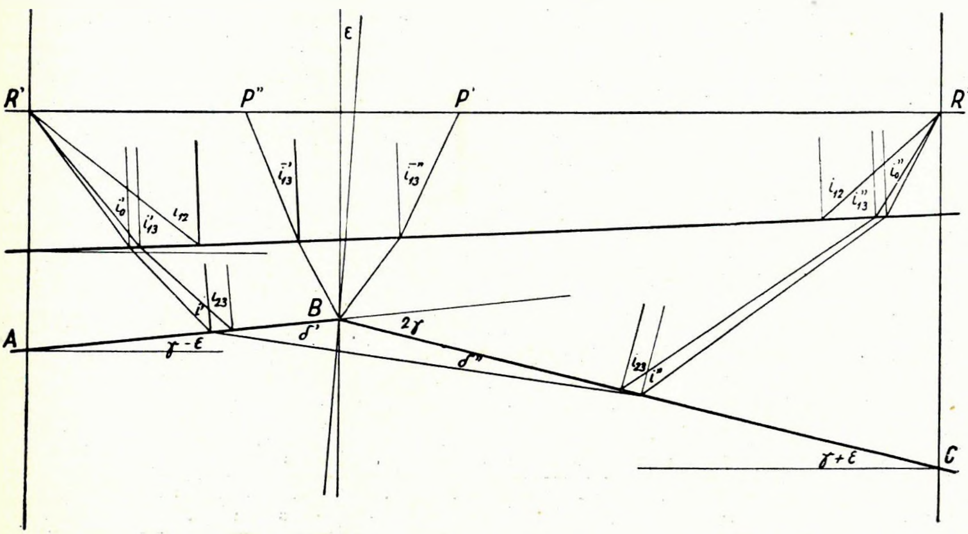
$$\left.\begin{aligned} \sin\,(i''_0 - \gamma_1) &= \frac{v_1}{v'_2} \\ \sin\,(i'_0 + \gamma_1) &= \frac{v_1}{v'_2} \end{aligned}\right\} \text{ ezekből adódik } i'_0 \text{ és } i''_0$$

$$\sin\,[i' + (\gamma - \varepsilon - \gamma_1)] = \frac{\sin\,i'_0}{\sin\,i_{12}} = \sin\,\beta_1$$

$$\sin\,[i'' + (\gamma + \varepsilon + \gamma_1)] = \frac{\sin\,i''_0}{\sin\,i_{12}} = \sin\,\beta_2$$

$$\sin\,i_{23} = \frac{v_2}{v_3} \qquad \frac{\sin\,i'}{\sin\,r'} = \frac{v_2}{v_3} \qquad \frac{\sin\,i''}{\sin\,r''} = \frac{v_2}{v_3}$$

$$r' + \delta' = R \qquad r'' + \delta'' = R \qquad 2\gamma = \delta' + \delta'' \quad (R = 90^\circ).$$



6. ábra

A lehetséges kiküszöböléseket elvégezve és figyelembe véve, hogy

$$\varepsilon - \gamma_1 = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2},$$

$$i_{23} - \gamma = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \qquad i' + \gamma = \beta_1 + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}$$

$$i'' + \gamma = \beta_1 - \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}$$

$$\sin i' = \sin i_{23} \cos \delta' \qquad 2\gamma = \delta' + \delta''.$$
$$\sin i'' = \sin i_{23} \cos \delta''$$

Tehát most is van 6 egyenletünk 6 ismeretlennel, úgy mint I*b)* esetben. Először γ-t számítjuk ki az ott ismertetett módon, azután a többi ismeretlent. A (g, h) koordináták kiszámítását is úgy végezzük, mint a II*b)* fejezetben, azzal a különbséggel, hogy h' és h'' helyett a robbantópontok alatti H_2' és H_2'' mélységeket vesszük számításba.

Látjuk, hogy az eljárás alkalmazható több réteg esetében is a legelőször jelentkező antiklinális jellemző adatainak kiszámítására.

Felelős kiadó: Solt Sándor — Műszaki felelős: Rózsa István

Megrendelve: 1953. III. 20. — Imprimálva: 1953. V. 20. — Papiros alakja: 70×100
Ívek száma: 1 (1 3/8) — Ábrák száma: 6. — Példányszám: 500.

Ez a könyv a MNOSZ 5601—50 A és MNOSZ 5602—50 A szabványok szerint készült.

5199. Franklin-nyomda Budapest, VIII., Szentkirályi-utca 28.
Felelős: Ketskés János

Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet
GEOFIZIKAI KÖZLEMÉNYEK
II. kötet, 4. szám

Л. ФАЧИНАИ и Р. Х. ХААЗ:

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТЕЙ ГОРНЫХ ПОРОД ПО ГРАВИМЕТРИЧЕСКИМ ИЗМЕРЕНИЯМ, ВЫПОЛНЕННЫМ В РАЗЛИЧНЫХ ГЛУБИНАХ ПОД ПОВЕРХНОСТЬЮ ЗЕМЛИ

Гравиметрические измерения выполнялись авторами в различных горизонтах шахты. Изменения плотностей, определенные из результатов измерений, очень хорошо прослеживают изменения плотностей слоев, известных из геологических с'емок шахты. Однако вычисленные величины плотностей слоев оказались большими величин плотностей образцов горных пород этих слоев, определенных в лаборатории. Поэтому расчеты гравитационного влияния масс необходимо выполнять такими величинами плотностей, которые определялись из данных гравиметрических измерений, выполненных или в стволе шахты, или же в скважине. Для этого гравиметр точности в 0,1 мгл. вполне достаточен.

L. FACSINAY and Mrs. H. HAÁZ:

DENSITY DETERMINATIONS OF ROCKS, BASED ON SUBSURFACE GRAVIMETER MEASUREMENTS AT DIFFERENT DEPTHS

Gravimeter measurements were made by the authors on different levels of a mine. The density variations resulting from these measurements, are in good agreement with the geological log. The computed values for the densities are higher than the densities determined in laboratory. It is suggested that calculations of gravitational effects should be based on density values resulting from gravimeter measurements made in mine-shafts or in boreholes. For this purpose a gravimeter with 0,1 mgal precision is sufficient.

KŐZETSŰRŰSÉGMEGHATÁROZÁS A FELSZÍN ALATT KÜLÖNBÖZŐ MÉLYSÉGEKBEN VÉGZETT GRAVIMÉTER-MÉRÉSEK ALAPJÁN

FACSINAY LÁSZLÓ ÉS HAÁZNÉ RÓZSÁS HAJNAL

I. Bevezetés

A legújabb szakirodalom a graviméternek egy új alkalmazási lehetőségéről tesz említést. Az új alkalmazás arra irányul, hogy a fúrásokban harántolt rétegek sűrűségét magában a fúrólyukban végzett graviméter-mérések eredményeiből határozzuk meg. Ilyen lyukgraviméter-mérések egyrészt megbízhatóbb sűrűségi adatokat eredményeznének a Föld felszínén történő graviméter-mérések pontos és jó kiértékeléséhez, másrészt pontosabb módot és lehetőséget nyujtanának a felszín alatti szerkezetek geológiai és geofizikai értelmezéséhez. Ezért a Geofizikai Intézet tervbe vette egy lyukgraviméter szerkesztését.

Ennek a műszernek a megépítése igen sok problémát vet fel. Legelőször azt kívántuk tisztázni, hogy a felszín alatt végzett mérésektől milyen eredményeket várhatunk és hogy az említett sűrűségértékek meghatározására a szerkesztendő lyukgravimétertől milyen érzékenységet kell megkívánnunk. A kérdés eldöntése céljából az Intézet Nörgaard-graviméterével egy bányában kísérleti méréseket végeztünk. Jelen dolgozatunkban e méréseinket és ezek kiértékelését fogjuk ismertetni.

II. A mérések végrehajtása

A méréseket 1952. április 25-én a Nagymányokon lévő Rezső-bányában hajtottuk végre.

A bányabejárattól horizontális irányban mintegy 800 m távolságban nyílik a táróból egy függőlegesen lefelé haladó akna. Az aknát a tárószint alatt 8 vízszintes vágat harántolja. Az akna felett a földfelszín magassága kb. 280 m a tengerszintre vonatkoztatva. A tárószintnek, ill. az egyes szintek talpának a tenger szintjére vonatkoztatott magassága a következő:

Tárószint	158,50 m
I. szint	116,50 m
II. «	75,50 m
III. «	35,50 m
IV. «	— 6,00 m
V. «	— 47,72 m
VI. «	— 87,26 m
VII. «	—127,12 m
VIII. «	—167,20 m

Tehát a VIII. szint 325,70 méterrel mélyebb a tárószintnél.

Az egyes szintek között felvonóval lehet közlekedni. Kívánságunkra műszerszállításkor a felvonó lassan közlekedett, hogy a rázkódásokat lehetőleg elkerüljük.

A mérések a következő sorrendben történtek: felülről lefelé haladva, a tárószinttől kezdve minden egyes szinten mértünk, visszafelé pedig az V., a III., az I. szinten és a tárószinten méréseinket megismételtük. A mérések tartama alatt a műszer termosztátja az 1. fokozatra 22° C körüli hőmérsékletre volt bekapcsolva.

Méréseink céljára egy olyan bánya lett volna ideális, ahol a különböző sűrűségű kőzetek rétegzése nagyjából vízszintes. Ezzel szemben a Rezsőbányában dr. Wein György geológus felvétele szerint az egyes kőzetrétegek csaknem függőlegesek. A széntelepes csoport liászkorú homokkő-csoportból álló fekű és márga-csoportból álló fedő közé ékelődött be. A homokkő-csoport középső triászkorú mészkőre és dolomitra települt. Az egyes szénrétegek között különböző homokkövek, palák és helyenként trachidolerit találhatók. A bánya egyes szintjeiből vett kőzetminták sűrűsége az Intézet laboratóriumában végzett meghatározás szerint a következő:

1. homokkő a VI. szintről	sűrűség: 2,38
2. « a tárószintről	2,32
3. triászmészkő	2,74
4. fedőmárga a VI. szintről	2,35
5. palásagyag a tárószintről	2,26
6. sötétszürke (trachidolerit)	2,85
7. szén a tárószintről	1,22

III. A mérések feldolgozása

A külföldi szakirodalom több cikkben (1, 2, 3, 4.) foglalkozik bányában végzett graviméter-mérésekkel és azok feldolgozásával. Méréseinket ezekhez hasonlóan dolgoztuk fel.

A műszerjárás figyelembevétele a megszokott módon grafikusan történt. Megnyugtató, hogy a kapott járásvonalak igen szép egyenletes menetet mutatnak (1. ábra), annak ellenére, hogy a mérés meglehetősen szokatlan körülmények között történt.

A topografikus korrekciónak a kiszámítása felszínalatti méréseknél sokkal több és gondosabb számolást igényel, mint a felszíni méréseknél.

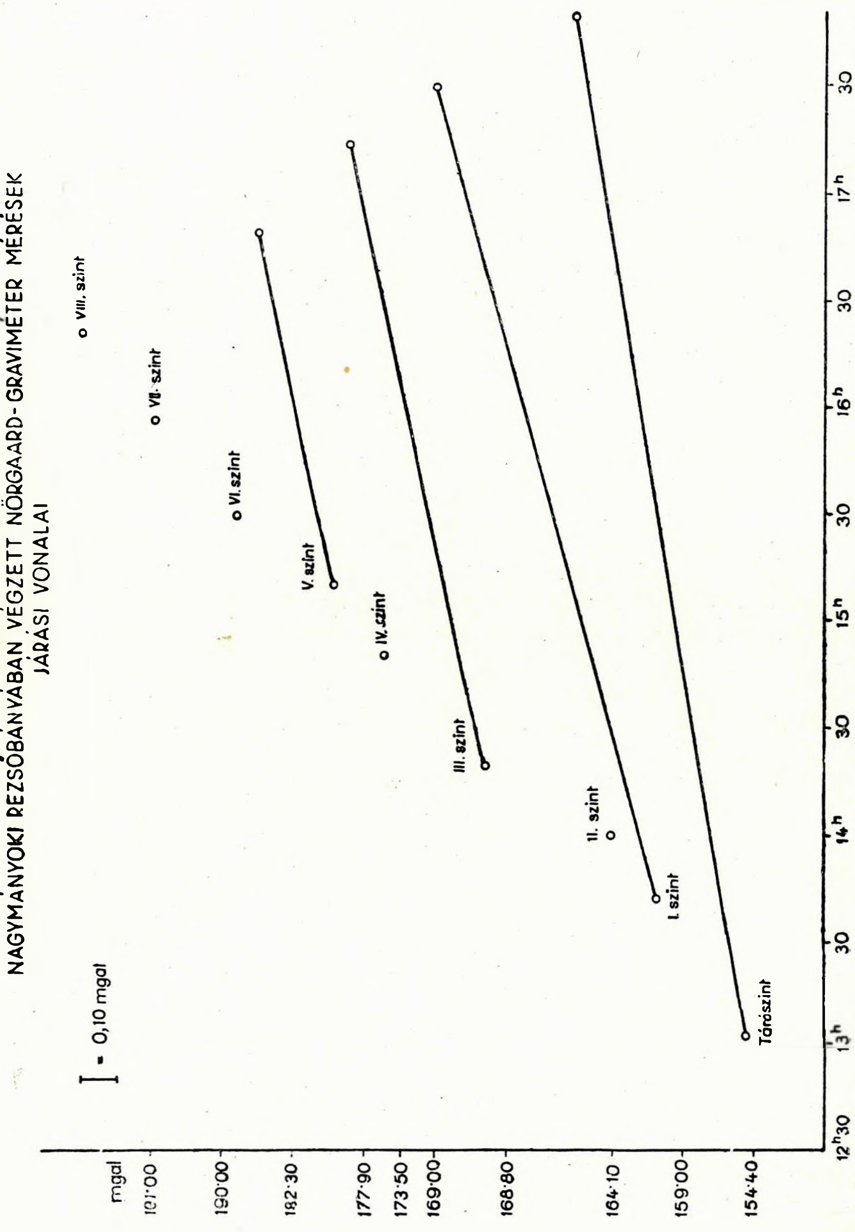
1 : 25 000-es méretarányú térképen megjelöltük az akna helyét. Az akna felett lévő felszíni pontra S. Hammer eljárása szerint különböző sugarú körgyűrűszektorok átlagmagasságát térkép alapján meghatároztuk. (Körgyűrűink sugarai keveset különböznek az S. Hammer táblázatában közöltektől.) Minden egyes szektor átlagmagassága és az egyes mérési szintek magassága közötti különbségek alapján adódó tömeghatásokat táblázatból olvastuk ki, illetve részben a nagy magasságkülönbségekre közvetlenül számítottuk ki. E korrekciónál a sűrűséget a geológiai adatok alapján 2,35-nak vettük. Természetesen az ily módon kimért topografikus hatásban annak a rétegnek a hatása is benne van, amely az akna feletti felszín érintősíkja és az egyes szintek között fekszik, tehát ennek a rétegnek a hatását a BOUGUER-képlet szerint minden egyes szinten le kell vonnunk. Mérési eredményeinket a tárószintre vonatkoztattuk, ennek értelmében a tárószintre alkalmazott topografikus korrekció értékét valamennyi szintre vonatkozó topografikus korrekcióból levontuk. A számítás menetét és eredményeit az 1. sz. táblázatban közöljük.

1. táblázat

Topografikus korrekció kiszámítása

Állomás	Magasság a tenger színe felett	A felszínre vonatkoztatott mélység	A H vastagságú rétegre kiszámított Bouguer-javítás	A $H \pm h$ magasságú oszlopokra kiszámított térszíni javítás	A $T(H+h)$ térszíni javítás és a Bouguer-javítás különbsége	A topografikus javítások különbsége
	m méter	H méter	$2\pi f \sigma H$ $0{,}0419 \cdot 2{,}35\, H$ $0{,}098\,465\, H$ mgal	$T(H+h)$ mgal	Topografikus javítás T $T(H+h) - 2\pi f \sigma H$ mgal	ΔT mgal
Felszín	280	0				
Tárószint .	158,50	121,50	11,96	4,73	— 7,23	0,00
I. szint	116,50	163,50	16,10	7,64	— 8,46	—1,23
II. szint	75,50	204,50	20,14	10,78	— 9,36	—2,13
III. szint	35,50	244,50	24,07	13,89	—10,18	—2,95
IV. szint	— 6,00	286,00	28,16	17,05	—11,11	—3,88
V. szint	— 47,72	327,72	32,27	20,40	—11,87	—4,64
VI. szint	— 87,26	367,26	36,16	23,61	—12,55	—5,32
VII. szint	—127,12	407,12	40,09	26,90	—13,19	—5,96
VIII. szint	—167,20	447,20	44,03	30,24	—13,79	—6,56

Az egyes szintekre vonatkozó topografikus korrekciók értékét mint abszcisszákat, a megfelelő mélységeket mint ordinátákat megrajzolva, a


AZ 1952. ÁPRILIS 25-ÉN
NAGYMÁNYOKI REZSŐBÁNYÁBAN VÉGZETT NÖRGAARD-GRAVIMÉTER MÉRÉSEK
JÁRÁSI VONALAI
= 0,10 mgal
o VIII. szint
o VII. szint
o VI. szint
V. szint
o IV. szint
III. szint
II. szint
I. szint
Tárószint
mgal
191·00
190·00
182·30
177·90
173·50
169·00
168·80
164·10
159·00
154·40
12h30
13h
30
14h
30
15h
30
16h
30
17h
30

1. ábra

szakirodalomban bemutatott néhány példához hasonlóan, igen szép egyenletes menetű görbét kaptunk (2. ábra).

A feldolgozás alapjául szolgáló egyenlőség a következő (1):

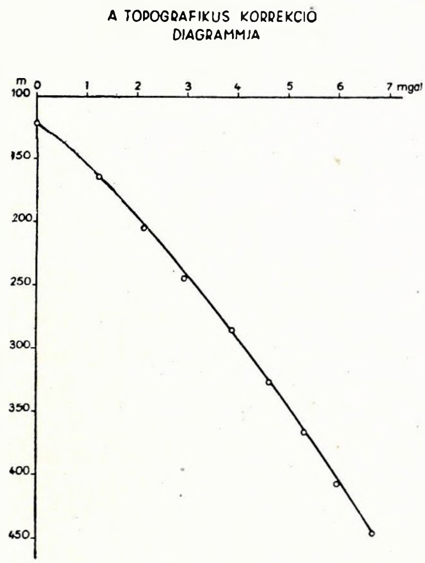
$$\Delta g_{észl} + \Delta T = F \Delta H - 4\pi f \sigma \Delta H,$$

ahol $\Delta g_{észl}$ az egyes szintek között észlelt gravitációs különbség, ΔT a topografikus korrekció változása, $F = 0{,}3086$ a free air hatás együtthatója, H az egyes szintek mélysége, $2\pi f$ a Bouguer-hatás együtthatója. A Bouguer-hatást kétszeresen kell figyelembe vennünk, mert egy-egy réteggel mélyebbre haladva, az a réteg egyrészt a műszer alatt lévő rétegek közül hiányzik, másrészt a műszer fölé kerülve, ellenkező irányú vonzást okoz.

Egyenlőségünket σ-ra megoldva:

$$\sigma = \frac{F}{4\pi f} - \frac{1}{4\pi f} \cdot \frac{\Delta g_{észl} + \Delta T}{\Delta H} \qquad (1)$$

Egyszerűség kedvéért nem számítottuk ki külön-külön az egyes szintek közötti rétegek sűrűségét, hanem valamennyi rétegre meghatároztuk σ_0-t, az átlagsűrűséget és az egyes rétegeknek ettől való $\Delta\sigma$ eltéréseit.



2. ábra

Ha a bányában mért és a topografikus korrekcióval javított gravitációs különbségek helyébe az átlagos Δg_N változást tesszük, akkor az (1) képlet szerint az átlagsűrűség a következő:

$$\sigma_0 = \frac{F}{4\pi f} - \frac{1}{4\pi f} \cdot \frac{\Delta g_N}{\Delta H}, \qquad (2)$$

ahol

$$\frac{1}{4\pi f} = 11{,}94, \quad \frac{F}{4\pi f} = 3{,}685.$$

Tehát:

$$\sigma_0 = 3{,}685 - 11{,}94 \frac{\Delta g_N}{\Delta H}.$$

Δg_N meghatározása céljából a 3. ábrán feltüntetett grafikont szerkesztettük. Itt a tárószintre vonatkoztatott topografikusan korrigált gravitációs különbségeket abszcisszának, az egyes szinteknek a tárószintre vonatkoztatott mélységét ordinátának véve, megszerkesztettük az egyes pontokat legjobban megközelítő és a kezdőponton átmenő egyenest (3. ábra). A rajzon feltüntetett bármely ΔH magasságkülönbséghez tartozó Δg_N átlagos gravitációs különbség az egyenes mentén kiolvasható.

Esetünkben a tárószinttől a VIII. szintig $\Delta H = 325{,}70$ m, a hozzátartozó $\Delta g_N = 29{,}77$ mgal, így

$$\frac{\Delta g_N}{\Delta H} = 0{,}0914,$$

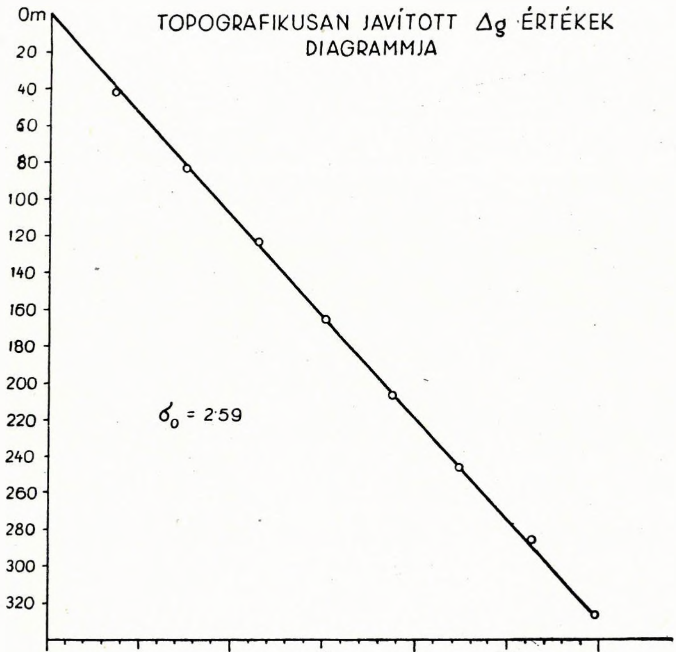
tehát

$$\sigma_0 = 2{,}59.$$

Az egyes rétegek sűrűségének eltérése az átlagos sűrűségtől (1) és (2) szerint

$$\Delta\sigma = \sigma - \sigma_0 = -\frac{1}{4\pi f} \cdot \frac{\Delta g_{észl} + \Delta T - \Delta g_N}{\Delta H},$$

Az észlelt és topografikusan javított, valamint a kiszámított átlagos gravi-



3. ábra

tációs változások különbségét jelöljük ΔB-vel, mely az ú. n. Bouguer-anomáliának a megváltozása:

$$\Delta g_{észl} + \Delta T - \Delta g_N = \Delta B.$$

Tehát $\Delta\sigma$ a következő egyszerű képlettel számítható ki:

$$\Delta\sigma = -\frac{1}{4\pi f} \cdot \frac{\Delta B}{\Delta H} = -11{,}94 \frac{\Delta B}{\Delta H}.$$

2. táblázat

Sűrűségszámítás a nagymányoki bányában graviméterrel végzett mérések eredményeiből

Állomás	Tárószintre vonatkoztatott mélység	g-különbség a tárószinthez képest	Térszíni javítás	Javított g-különbség	Átlagos g-változás	Bouguer-anomália	Bouguer-anomália változása	A mélység változása	Sűrűség-változás	Kiszámított sűrűség
	H méter	Δg mgal	ΔT mgal	Δg_T mgal	Δg_N mgal	B $\Delta g_T - \Delta g_N$	ΔB mgal	ΔH méter	$\Delta\sigma$ $-11{,}94 \frac{\Delta B}{\Delta H}$	σ $2{,}59 + \Delta\sigma$
Tárószint	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
I. szint	42,00	+ 4,70	—1,23	+ 3,47	+ 3,80	—0,33	—0,33	42	+0,09	2,68
II. szint	83,00	+ 9,58	—2,13	+ 7,45	+ 7,60	—0,15	+0,18	41	—0,05	2,54
III. szint	123,00	+14,35	—2,95	+11,40	+11,25	+0,15	0	40	0	2,59
IV. szint	164,50	+18,94	—3,88	+15,06	+15,06	0	—0,15	41,50	+0,04	2,63
V. szint	206,22	+23,37	—4,64	+18,73	+18,80	—0,07	—0,07	41,72	+0,02	2,61
VI. szint	245,76	+27,68	—5,32	+22,36	+22,36	0	+0,07	39,54	—0,02	2,57
VII. szint	285,62	+32,28	—5,96	+26,32	+26,10	+0,22	+0,22	39,86	—0,07	2,52
VIII. szint	325,70	+36,33	—6,56	+29,77	+29,77	0	—0,22	40,08	+0,06	2,65

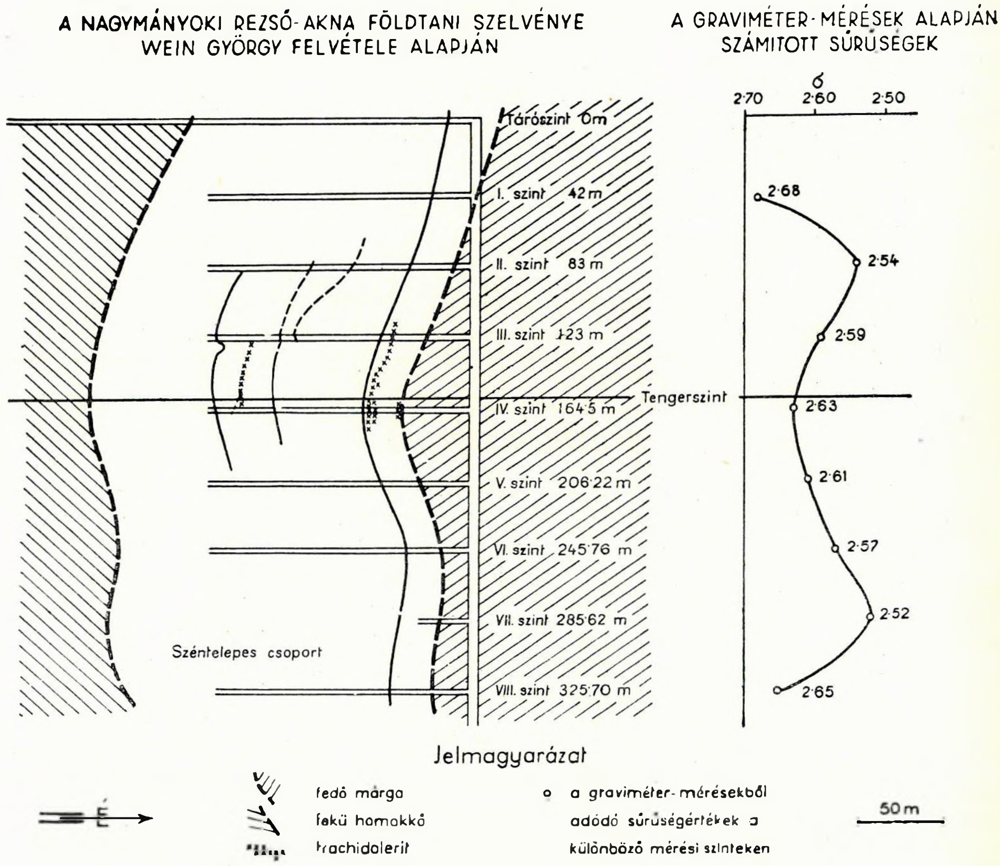
Természetesen az egyes rétegek sűrűsége az átlagos sűrűségnek és az így kiszámított eltérésnek az összege:

$$\sigma = \sigma_0 + \Delta\sigma.$$

A számolás menetét és eredményeit a 2. táblázatban közöljük.

IV. A mérések eredményei

Említettük, hogy a Rezső-bányában a kőzetek rétegeződése a sűrűség meghatározására nem a legkedvezőbb, mert az akna, amelyben mértünk, majdnem végig a közel azonos sűrűségű fedőmárgán halad át.



4. ábra

Ennek ellenére a mérések alapján kiszámított sűrűségértékek görbéje (4. ábra) a földtani szelvénnyel összehasonlítva, érdekes adatokat szolgáltat számunkra és a módszer használhatóságát, sőt érzékenységét is igazolja.

A földtani szelvény szerint a IV. szinten a nagyobb sűrűségű fedőmárga kivastagodik. A mérésből kiszámított sűrűség a IV. szinten ennek a kivastagodó fedőmárgának megfelelően nagyobb értéket mutat. Ezen a részen még trachidoleritek is növelhetik a sűrűséget, ugyanis a IV. táró az aknától nem messze trachidoleritet is harántol. A mélyebb szintek felé haladva, a kisebb sűrűségű széntelepes csoportok közelebb jutnak az aknához és ennek megfelelően itt a kiszámított sűrűségekben is csökkenés mutatkozik. A sűrűség változását a mérés jól kimutatja, de az abszolút sűrűségértékek nagyobbak, mint a laboratóriumban mért sűrűségértékek. Erre a körülményre már S. Hammer is rámutatott. Ő is azt találja, hogy a bányában végzett graviméter-mérés adataiból számított sűrűségértékek sokszor tizedekkel nagyobbak, mint a kőzetminták laboratóriumban meghatározott sűrűségei.

Ha tehát a gravitációs mérések eredményeinek értelmezésére tömeghatásszámításokat végzünk, akkor a sűrűségeket a rétegek közé mélyített aknában vagy fúrásban graviméter-mérésekkel kell meghatároznunk. A kőzetminták laboratóriumban mért sűrűségértékei sok esetben félrevezethetnek, mert a kőzetminták nem természetes állapotban kerülnek sűrűségvizsgálatokra.

Első kísérletünk azt mutatja, hogy egy 0,1 mgal körüli pontossággal működő lyukgraviméter érzékenysége megfelelő lenne ahhoz, hogy kb. 40 méteres közökkel a sűrűségkülönbségeket 0,1 CGS pontossággal kimutathassuk. További vizsgálatokat tervezünk azzal a céllal, hogy a módszer nyersanyagkutatásra nagyobb kiterjedésben is felhasználható legyen.

IRODALOM

1. SIGMUND HAMMER: «Density Determinations by Underground Gravity Measurements», Geophysics, XV, 4 (1950), 637—652.

2. NEAL J. SMITH: «The Case of Gravity Data from Boreholes», Geophysics, XV, 4 (1950), 605—636.

3. SIGMUND HAMMER: «Terrain Corrections for Gravimeter Stations», Geophysics, IV, 3 (1939) 184—194.

4. JUNG, HEINRICH: «Dichtebestimmung im anstehenden Gestein durch Messung der Schwerebeschleunigung in verschiedenen Tiefen unter Tage», Ztschr. für Geophysik, 15 (1939) 56—65.

Felelős kiadó: Solt Sándor — Műszaki felelős: Rózsa István

Megrendelve: 1953. III. 20. — Imprimálva: 1953. V. 20. — Papiros alakja: 70×100
Ívek száma: $^{1}/_{2}{}^{1}/_{8}$ ($^{3}/_{4}$ $^{1}/_{8}$) — Példányszám : 500.

Ez a könyv a MNOSZ 5601—50 A és MNOSZ 5602—50 A szabványok szerint készült.

5199. Franklin-nyomda Budapest, VIII., Szentkirályi-utca 28.
Felelős: Ketskés János

Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet
GEOFIZIKAI KÖZLEMÉNYEK
II. kötet, 5 szám

Л. ШТЕГЕНА:

О СЕЙСМОГРАФЕ НИЗКОЙ ЧАСТОТЫ С КРУТИЛЬНЫМ ЛИСТОМ

В Венгерском Геофизическом Институте им. Роланда Этвеша сконструирован электродинамический сейсмограф низкой частоты с подвесной системой крутильного листа.

L. STEGENA:

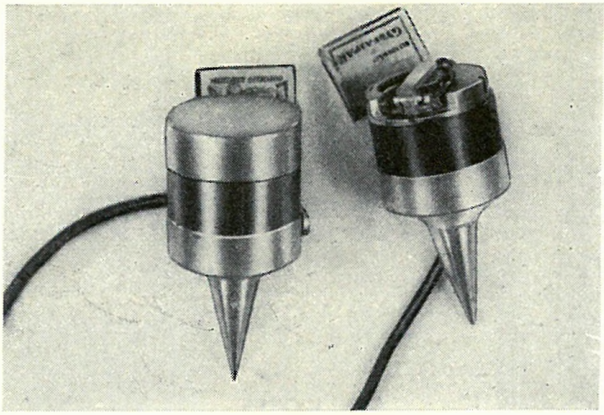
TORSIONBLADE-SUSPENDED LOW FREQUENCY ELECTRODINAMIC SEISMOMETER

The description of a torsionblade-suspended low frequency electrodinamic seismometer constructed in the Roland Eötvös Hungarian State Geophysical Institute.

ALACSONYFREKVENCIÁS TORZIÓLAPOS SZEIZMOMÉTER

STEGENA LAJOS

Egy előző közleményemben [1] leírtam torziószálas felfüggesztésű szeizmométerünket. E szeizmométernél a direkciós erőt torzióra igénybevett acélszál szolgáltatta. A tordáláson kívül húrszerű rezgések is felléptek, úgy mint ANDERSON—WOOD [2] horizontális szeizmométerénél. A húrszerű rezgések kiküszöbölésére gumibakokat tettünk a torziószál alá. Ez az elrendezés a húrszerű rezgéseket megszüntette, de a jusztirozást kényelmetlenebbé tette és a belső súrlódás (felfüggesztési súrlódás) értékét feljebb vitte. A belső súrlódást a csillapítatlan szeizmométer kicsengési folyamatából számítottuk BERLAGE [3] képletével. A súrlódás $r = 0,1$ — — 0,4 Å értékről $r = 0,8$ — — 1,0Å-ra ment fel.



1. ábra

E hátrányok kiküszöbölésére torziólapos szeizmométert szerkesztettünk, melynél a torziólap függőlegesen van elhelyezve merőlegesen az erővonalakra. Így az áramindukáló irányban húrszerű rezgés nem lép fel.

Szeizmométerünkön még több lényeges újítást vezettünk be, s igen egyszerű, jó és olcsó szeizmométert sikerült előállítani. A szeizmométer belső súrlódására vonatkozó méréseinket alább közöljük:

Torziószálas szeizmométer .... $r = 0{,}8—1{,}0$ Å
Torziólapos szeizmométer .... $r = 0{,}2—0{,}6$ Å
Dupla rúgólapos szeizmométer .... $r = 0{,}8—1{,}9$ Å

Jelen dolgozat az Eötvös Loránd Geofizikai Intézet Szeizmikus Laboratóriumában készült, Járányi István és Péreli Gyulával munkaközösségben.

IDÉZETT SZAKIRODALOM

1. STEGENA LAJOS: A szeizmométerépítés problémáiról. M. Tud. Akad. Műszaki Tud. Oszt. Közleményei. 1951. V. 1—2.
2. J. A. ANDERSON and H. O. WOOD: A Torsion Seismometer. Journ. Optik. Soc. Amer. 8, 817, 1924.
3. H. P. BERLAGE: Seismometer. Handbuch d. Geophysik. IV. p. 393—396.

Felelős kiadó: Solt Sándor — Műszaki felelős: Rózsa István

Megrendelve: 1953. III. 20. — Imprimálva: 1953. V. 20. — Papiros alakja: 70×100
Ívek száma: 1/8 (1/8) — Példányszám: 500

Ez a könyv a MNOSZ 5601—50 A és MNOSZ 5602—50 A szabványok szerint készült.

5199. Franklin-nyomda Budapest, VIII., Szentkirályi-utca 28.
Felelős: Ketskés János

Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet
GEOFIZIKAI KÖZLEMÉNYEK
II. kötet, 6. szám

И. Б. ХААЗ:

О СОВМЕСТНОМ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ПОЛОЖЕНИЯ ОТРАЖАЮЩЕЙ ПЛОСКОСТИ И СКОРОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛН ИСКУССТВЕННЫХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

Автор в первом томе „Известий Венгерского Геофизического Института" занимался определением пространственного положения отражающей плоскости в том случае, когда скорость распространения волн искусственных землетрясений известна. В настоящей статье проблема решается автором и в том случае, когда скорость распространения не известна. В этом случае и скорость распространения определяется из данных с'емки. Автор показывает не только то, как возможно вычислить скорость распространения из данных наблюдений отраженных волн, но и то, как возможно определить пространственное положение отражающей плоскости независимо от скорости распространения. Таким образом определение пространственного положения отражающей плоскости из данных наблюдений отраженных волн возможно и без знания скорости распространения.

I. B. HAÁZ:

DETERMINATION OF THE REFLECTING PLANE AND THE WAVE VELOCITY IN THE REFLEXION SEISMIC PROSPECTING

In the first volume of these Publications the author treated the determination of the reflecting plane in the case of a *known* velocity. The present paper treats the determinations both of the reflecting plane and the velocity based on the reflexion records. Remarkably this determination of the reflecting plane does not depend on the velocity, i. e. *the reflecting, plane may be computed even without knowing the velocity.*

MESTERSÉGES RENGÉSHULLÁMOKAT VISSZAVERŐ SÍKFELÜLET TÉRBELI HELYZETÉNEK ÉS A RENGÉSEK TERJEDÉSSEBESSÉGÉNEK EGYÜTTES MEGHATÁROZÁSA

HAÁZ ISTVÁN BÉLA

A Közlemények I. kötetében a mesterséges rengéseket visszaverő síkfelület térbeli helyzetének meghatározásával foglalkoztam, abban az esetben, ha a rengések (átlagos) terjedéssebessége ismeretes. (Geofizikai Közlemények, I. kötet, 6. szám, 50—55. old.)

KILCZER Gyula kartársam felhívta a figyelmemet arra, hogy a rengések terjedéssebessége általában nem ismeretes, hanem azt is a felvétel adataiból kell meghatározni. A jelen közleményben ennek az általánosabb esetnek a tárgyalásával foglalkozom. Rövidség kedvéért, külön magyarázat nélkül, előző közleményem jelöléseit alkalmazom.

*

Ha a visszaverő síkfelület csapásvonalának iránya ismeretes, akkor e csapásra merőleges irányban végzett felvétel adatai, a rengések terjedésének sebessége és a visszaverő sík meghatározó adatai a következő egyenletrendszert elégítik ki:

$$\frac{t_i^2}{4}\frac{V^2}{n^2}-\frac{s_i^2}{4}\frac{1}{n^2}+s_i\frac{1}{d}=1 \quad (i=1,2,\ldots,k)$$

Ez $V^2 : n^2$, $1 : n^2$ és $1 : d$ meghatározására annyi egyenletből álló elsőfokú egyenletrendszer, ahány felvevőeszközzel a rengések visszaverődését észlelték. Ennek az egyenletrendszernek a legkisebb négyzetek elve szerint képezett normális egyenletrendszere a következő:

$$\left[\frac{t^2}{4}\frac{t^2}{4}\right]\frac{V^2}{n^2}-\left[\frac{t^2}{4}\frac{s^2}{4}\right]\frac{1}{n^2}+\left[\frac{t^2}{4}s\right]\frac{1}{d}=\left[\frac{t^2}{4}\right]$$

$$\left[\frac{s^2}{4}\frac{t^2}{4}\right]\frac{V^2}{n^2}-\left[\frac{s^2}{4}\frac{s^2}{4}\right]\frac{1}{n^2}+\left[\frac{s^2}{4}s\right]\frac{1}{d}=\left[\frac{s^2}{4}\right]$$

$$\left[s\frac{t^2}{4}\right]\frac{V^2}{n^2}-\left[s\frac{s^2}{4}\right]\frac{1}{n^2}+\left[s\,s\right]\frac{1}{d}=\left[s\right]$$

Ebből az egyenletrendszerből $V^2 : n^2$, $1 : n^2$ és $1 : d$ legkisebb középhibájú értéke meghatározható.

Eljárhatunk azonban úgy is, hogy valamennyi felvevőeszköz adatának felhasználása és a kiegyenlítő számítás alkalmazása helyett csak három felvevőeszköz adatát használjuk fel. Nevezzük ezeket elsőnek, másodiknak és harmadiknak; akkor k egyenletből álló rendszerünk az $i = 1, 2, 3$-ra vonatkozó első három egyenletre redukálódik:

$$\frac{t_1^2}{4}\frac{V^2}{n^2}-\frac{s_1^2}{4}\frac{1}{n^2}+s_1\frac{1}{d}=1$$

$$\frac{t_2^2}{4}\frac{V^2}{n^2}-\frac{s_2^2}{4}\frac{1}{n^2}+s_2\frac{1}{d}=1$$

$$\frac{t_3^2}{4}\frac{V^2}{n^2}-\frac{s_3^2}{4}\frac{1}{n^2}+s_3\frac{1}{d}=1$$

Ennek az egyenletrendszernek a megoldása, $V^2 : n^2$ és $1 : n^2$ hányadosából mindjárt V^2-et fejezve ki:

$$V^2=\frac{s_2 s_3 (s_3-s_2)-s_3 s_1 (s_3-s_1)+s_1 s_2 (s_2-s_1)}{t_1^2 (s_3-s_2)-t_2^2 (s_3-s_1)+t_3^2 (s_2-s_1)}$$

$$\frac{1}{n^2}=4\,\frac{t_1^2 (s_3-s_2)-t_2^2 (s_3-s_1)+t_3^2 (s_2-s_1)}{t_1^2 s_2 s_3 (s_3-s_2)-t_2^2 s_3 s_1 (s_3-s_1)+t_3^2 s_1 s_2 (s_2-s_1)}$$

$$\frac{1}{d}=\frac{t_1^2 (s_2+s_3)(s_3-s_2)-t_2^2 (s_3+s_1)(s_3-s_1)+t_3^2 (s_1+s_2)(s_2-s_1)}{t_1^2 s_2 s_3 (s_3-s_2)-t_2^2 s_3 s_1 (s_3-s_1)+t_3^2 s_1 s_2 (s_2-s_1)}$$

Tehát a rengések terjedésének (átlagos) sebessége és a visszaverő sík térbeli helyzete a felvétel s_1, s_3, s_3 és t_1, t_2, t_3 adataiból együttesen is eléggé egyszerűen meghatározható.

*

Ha sem a visszaverő síkfelület csapásának iránya, sem a terjedés sebessége nem ismeretes, akkor a visszaverő síkfelület térbeli helyzetét jellemző n, a, b számadatokat és a sebesség V értékét is teljesen a felvétel eredményeiből kell meghatározni.

Ez esetben az x tengely mentén elhelyezett felvevőeszközökre vonatkozó

$$\frac{T_i^2}{4}\frac{V^2}{n^2} - \frac{x_i^2}{4}\frac{1}{n^2} + x_i\frac{1}{a} = 1 \qquad (i = 1, 2, \ldots, k)$$

és az y tengely mentén elhelyezettekre vonatkozó

$$\frac{U_j^2}{4}\frac{V^2}{n^2} - \frac{y_j^2}{4}\frac{1}{n^2} + y_j\frac{1}{b} = 1 \qquad (j = 1, 2, \ldots, h)$$

egyenletrendszerből négy ismeretlenes normális egyenletrendszer képezhető, amelyből $V^2 : n^2$, $1 : n^2$, $1 : a$ és $1 : b$ legkisebb középhibájú értéke meghatározható.

Ismét eljárhatunk azonban úgy is, hogy valamennyi felvevőeszköz adatának felhasználása és a kiegyenlítő számítás alkalmazása helyett az x tengelyen is és az y tengelyen is csak 3 felvevőeszköz adatát használjuk fel. Ha ezeket ismét első, második és harmadiknak nevezzük, akkor mindkét egyenletrendszerünk az első három egyenletre redukálódik. Ez különben kettővel több egyenletet jelent, mint amennyi szükséges a négy ismeretlen meghatározására. Így V^2 és n^2 mindkét egyenletrendszerből kiadódik; a az első, b pedig a második egyenletrendszerből számítható ki:

$$V^2 = \frac{x_2x_3(x_3 - x_2) - x_3x_1(x_3 - x_1) + x_1x_2(x_2 - x_1)}{T_1^2(x_3 - x_2) - T_2^2(x_3 - x_1) + T_3^2(x_2 - x_1)}$$

$$= \frac{y_2y_3(y_3 - y_2) - y_3y_1(y_3 - y_1) + y_1y_2(y_2 - y_1)}{U_1^2(y_3 - y_2) - U_2^2(y_3 - y_1) + U_3^2(y_2 - y_1)}$$

$$\frac{1}{n^2} = 4\,\frac{T_1^2(x_3 - x_2) - T_2^2(x_3 - x_1) + T_3^2(x_2 - x_1)}{T_1^2x_2x_3(x_3 - x_2) - T_2^2x_3x_1(x_3 - x_1) + T_3^2x_1x_2(x_2 - x_1)}$$

$$= 4\,\frac{U_1^2(y_3 - y_2) - U_2^2(y_3 - y_1) + U_3^2(y_2 - y_1)}{U_1^2y_2y_3(y_3 - y_2) - U_2^2y_3y_1(y_3 - y_1) + U_3^2y_1y_2(y_2 - y_1)}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{T_1^2(x_2 + x_3)(x_3 - x_2) - T_2^2(x_3 + x_1)(x_3 - x_1) + T_3^2(x_1 + x_2)(x_2 - x_1)}{T_1^2x_2x_3(x_3 - x_2) - T_2^2x_3x_1(x_3 - x_1) + T_3^2x_1x_2(x_2 - x_1)}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{U_1^2(y_2 + y_3)(y_3 - y_2) - U_2^2(y_3 + y_1)(y_3 - y_1) + U_3^2(y_1 + y_2)(y_2 - y_1)}{U_1^2y_2y_3(y_3 - y_2) - U_2^2y_3y_1(y_3 - y_1) + U_3^2y_1y_2(y_2 - y_1)}$$

Tehát a visszaverő sík teljes térbeli helyzetének és a rengések terjedéssebességének együttes meghatározása az x irányban végzett felvétel x_1, x_2, x_3; T_1, T_2, T_3 és az y irányban végzett felvétel y_1, y_2, y_3; U_1, U_2, U_3 adataiból ebben az általánosabb esetben is eléggé egyszerű.

*

Figyelemreméltó, hogy eredményeink szerint a rengések terjedéssebessége és a visszaverő síkfelület helyzetét jellemző számadatok a felvétel adataiból *egymástól függetlenül* számíthatók ki. Tehát nemcsak azt mutattuk meg, hogy miképpen lehet a rengések visszaverődésének megfigyeléséből *a rengések terjedési sebességét* meghatározni, hanem *a visszaverő síkfelület térbeli helyzetének a sebességtől független meghatározásához* is eljutottunk. Tehát a visszaverő síkfelület térbeli helyzete a visszaverődések megfigyeléséből a terjedési sebesség ismerete (illetve kiszámítása) nélkül is meghatározható.

Felelős kiadó: Solt Sándor — Műszaki felelős: Rózsa István

Megrendelve: 1953. III. 20. — Imprimálva: 1953. V. 20. — Papiros alakja: 70×100
Ívek száma: 1/4 (3/8)— Példányszám: 500

Ez a könyv a MNOSZ 5601—50 A és MNOSZ 5602—50 A szabványok szerint készült.

5199. Franklin-nyomda Budapest, VIII., Szentkirályi-utca 28.
Felelős: Ketskés János

Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet
GEOFIZIKAI KÖZLEMÉNYEK
II. kötet, 7. szám

И. Б. ХААЗ:

СВЯЗЬ МЕЖДУ ПОТЕНЦИАЛОМ ТЯГОТЕНИЯ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПРИЗМЫ И ПРОИЗВОДНЫМИ ЭТОГО ПОТЕНЦИАЛА

Автор на основе теоремы Эйлера, относящейся к однородным функциям, указывает на то, что потенциал тяготения прямоугольной призмы и первые, а также вторые производные этого потенциала находятся в простой связи. Этим же способом, применяемым для третьих производных, получается, что третьие производные не являются независимыми друг от друга.

I. B. HAÁZ:

RELATIONS BETWEEN THE POTENTIAL OF THE ATTRACTION OF THE MASS CONTAINED IN A FINITE RECTANGULAR PRISM AND ITS FIRST AND SECOND DERIVATIVES

The second derivatives of the potential of the attraction of the mass contained in a finite rectangular prism may be expressed by sufficiently simple formulae, already known long ago. Also formulae for the first derivatives are published, but they are more complicated and contain hyperbolic functions too. As for the potential itself, the author does not know any publication upon such a formula.

Starting from the Euler's theoreme of the homogeneous functions, the author proves, that the first derivatives of the potential and the potential itself may be easily computed from the second derivatives, without integrating them. Applying the followed method to the third derivatives, it follows equations, different from the derived LAPLACE equations, expressing the dependence of one of the third derivatives on two others.

The explained results may be extended upon the case of the finite inclined prism and that of infinite prisms too.

KAPCSOLAT A DERÉKSZÖGŰ HASÁB TÖMEGVONZÁSÁNAK POTENCIÁLJA ÉS E POTENCIÁL DERIVÁLTJAI KÖZÖTT

DR. HAÁZ ISTVÁN BÉLA

Ismeretes, hogy ha a V térrész ξ, η, ζ pontjának távolságát a V térrészen kívül levő x, y, z ponttól r-rel jelöljük:

$$r = \sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2},$$

akkor a V térrészben levő σ sűrűségű homogén test tömegvonzásának potenciálja az x, y, z helyen:

$$U = f\sigma \iiint\limits_{(V)} \frac{1}{r}\, d\xi\, d\eta\, d\zeta.$$

A tömegvonzás potenciálja itt az x, y, z változóknak azt a függvényét jelenti, amelynek e változók szerint képezett *első deriváltjai* rendre megegyeznek a tömegvonzás intenzitásának, vagyis a gyorsulásnak az x, y, z irányú összetevőivel. (Más elnevezés szerint ezt a függvényt erőfüggvénynek nevezik és a — U függvényt nevezik potenciálnak.) A deriváltakat indexszel jelölve:

$$U_x = f\sigma \iiint\limits_{(V)} \left(\frac{1}{r}\right)_x d\xi\, d\eta\, d\zeta;$$

$$U_y = f\sigma \iiint\limits_{(V)} \left(\frac{1}{r}\right)_y d\xi\, d\eta\, d\zeta;$$

$$U_z = f\sigma \iiint\limits_{(V)} \left(\frac{1}{r}\right)_z d\xi\, d\eta\, d\zeta.$$

Az intenzitás térbeli változására az intenzitásösszetevők deriváltjai, tehát *a potenciál második deriváltjai* jellemzők:

$$U_{xy} = f\sigma \iiint\limits_{(V)} \left(\frac{1}{r}\right)_{xy} d\xi\, d\eta\, d\zeta;$$

$$U_{xz} = f\sigma \iiint\limits_{(V)} \left(\frac{1}{r}\right)_{xz} d\xi\, d\eta\, d\zeta;$$

$$U_{yz} = f\sigma \iiint\limits_{(V)} \left(\frac{1}{r}\right)_{yz} d\xi\, d\eta\, d\zeta;$$

$$U_{xx} = f\sigma \iiint\limits_{(V)} \left(\frac{1}{r}\right)_{xx} d\xi\, d\eta\, d\zeta;$$

$$U_{yy} = f\sigma \iiint\limits_{(V)} \left(\frac{1}{r}\right)_{yy} d\xi\, d\eta\, d\zeta;$$

$$U_{zz} = f\sigma \iiint\limits_{(V)} \left(\frac{1}{r}\right)_{zz} d\xi\, d\eta\, d\zeta.$$

Az $f\sigma$ tényező elkerülésére a továbbiakban a $\sigma = 1 : f$ sűrűségű homogén test tömegvonzásával foglalkozunk és ennek potenciálját U helyett u-val jelöljük:

$$u = \iiint\limits_{(V)} \frac{1}{r}\, d\xi\, d\eta\, d\zeta.$$

Nyilván U és deriváltjai u-nak, illetve deriváltjainak $f\sigma$-szorosai.

További egyszerűsítésül helyezzük a kezdőpontot az x, y, z pontba és jelöljük a ξ, η, ζ pont koordinátáit erre a kezdőpontra vonatkozóan a, b, c-vel:

$$\xi - x = a;$$
$$\eta - y = b;$$
$$\zeta - z = c.$$

Ezzel a jelöléssel r így alakul:

$$r = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Nyilvánvaló, hogy az x, y, z szerint képezett első deriváltak rendre az a, b, c szerint képezett első deriváltak -1-szeresével, az x, y, z szerint képezett második deriváltak a megfelelő a, b, c szerint képezett második deriváltakkal, a ξ, η, ζ szerint képezett háromszoros integrál pedig az a, b, c szerint képezett háromszoros integrállal egyenlő. Tehát:

$$u = \iiint\limits_{(V)} \frac{1}{r}\, da\, db\, dc;$$

$$u_x = -\iiint\limits_{(V)} \left(\frac{1}{r}\right)_a da\, db\, dc;$$

$$u_y = -\iiint\limits_{(V)} \left(\frac{1}{r}\right)_b da\, db\, dc;$$

$$u_z = -\iiint\limits_{(V)} \left(\frac{1}{r}\right)_c da\, db\, dc;$$

$$u_{xy} = \iiint\limits_{(V)} \left(\frac{1}{r}\right)_{ab} da\, db\, dc;$$

$$u_{xz} = \iiint\limits_{(V)} \left(\frac{1}{r}\right)_{ae} da\, db\, dc;$$

$$u_{yz} = \iiint\limits_{(V)} \left(\frac{1}{r}\right)_{bc} da\, db\, dc;$$

$$u_{xx} = \iiint\limits_{(V)} \left(\frac{1}{r}\right)_{aa} da\, db\, dc;$$

$$u_{yy} = \iiint\limits_{(V)} \left(\frac{1}{r}\right)_{bb} da\, db\, dc;$$

$$u_{zz} = \iiint\limits_{(V)} \left(\frac{1}{r}\right)_{cc} da\, db\, dc.$$

Ezeknek az integráloknak a meghatározása akkor a legegyszerűbb, ha a V térrész határfelületei a koordináta-síkokkal párhuzamos síkok, tehát, ha az integráció tartománya *a tengelyekkel párhuzamos élű derékszögű hasáb* (derékszögű parallelepipedon). Ebben az esetben az egyes változók szerint végrehajtott integrálások határai egymástól függetlenek, továbbá akkor itt is van értelme a határozatlan integrál vagy *primitív függvény* fogalmának és a határozott integrál ennek a primitív függvénynek az integráció határain vett helyettesítési értékeiből határozható meg.

Primitív függvénynek most azt a függvényt nevezzük, amelynek az integrálás a, b, c változói szerint képezett harmadik deriváltja az integrálandó függvénnyel egyenlő. A $F(a, b, c)$ függvény a $f(a, b, c)$ függvény primitív függvénye, ha

$$F_{abc} = \frac{\partial^3 F(a, b, c)}{\partial a\, \partial b\, \partial c} = f(a, b, c).$$

Ebből az F függvényből az f függvény háromszoros integrálja az a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2 határok meghatározta derékszögű hasábra vonatkozóan a következőképpen adódik:[1]

$$\int_{a_1}^{a_2}\int_{b_1}^{b_2}\int_{c_1}^{c_2} f(a, b, c)\, da\, db\, dc = [F(a, b, c)]_{a_1\, b_1\, c_1}^{a_2\, b_2\, c_2} =$$

$$= F(a_2, b_2, c_2) + F(a_2, b_1, c_1) + F(a_1, b_2, c_1) + F(a_1, b_1, c_2) -$$
$$- F(a_1, b_1, c_1) - F(a_1, b_2, c_2) - F(a_2, b_1, c_2) - F(a_2, b_2, c_1).$$

Rövidebb jelöléssel:

$$[F]_{111}^{222} = F_{222} + F_{211} + F_{121} + F_{112} - F_{111} - F_{122} - F_{212} - F_{221}.$$

Itt az 1, 2, 3 számok, mint indexek az ugyanolyan indexű a, b, c határok behelyettesítését jelentik.

Ezek szerint a koordinátatengelyekkel párhuzamos élű derékszögű hasábban foglalt $1 : f$ sűrűségű homogén test tömegvonzása potenciáljának és e potenciál deriváltjainak meghatározására elegendő $1 : r$-nek és deriváltjainak primitív függvényét meghatározni.

Jelöljük $1 : r$ primitív függvényét φ-vel, azaz legyen

$$\varphi_{abc} = \frac{1}{r}.$$

Nyilvánvaló, hogy $1 : r$ deriváltjainak primitív függvényei $1 : r$ primitív függvényének megfelelő deriváltjaival, a φ_x, φ_y, φ_z; φ_{xy}, φ_{xz}, φ_{yz}; φ_{xx}, φ_{yy}, φ_{zz} függvényekkel egyenlők. Ezek szerint a deriváltak primitív függvényeinek meghatározásával nem is kellene külön foglalkozni: teljesen elegendő lenne $1 : r$ primitív függvényét az x, y, z változók függvényeként meghatározni.

Azonban $1 : r$ primitív függvényének meghatározása nehezebb feladat, mint a deriváltak primitív függvényének meghatározása és nincs is

[1] L. pl. SUTÁK: A differenciál és integrálszámítás elmélete. 2. kiadás. Budapest, 1922. 313. old.

tudomásom arról, hogy a derékszögű hasábra vonatkozóan $1 : r$ primitív függvénye, illetve maga az *u potenciál* ismeretes lenne.

Az első deriváltak primitív függvényeinek, illetve maguknak az u_x u_y, u_z integráloknak a meghatározását derékszögű hasábra vonatkozóan, ANSEL közölte.[2] Eredményei azonban igen bonyolultak, mert az e tárgykörbe tartozó integrálok megszokott *log* és *arc tg* függvényein kívül hiperbolikus függvényeket is tartalmaznak.

A második deriváltak primitív függvényeinek és ezzel együtt maguknak az u_{xy}, u_{xz}, u_{yz}; u_{xx}, u_{yy}, u_{zz} integráloknak a meghatározása sokkal egyszerűbb és ezek az Eötvös-ingával történő mérések alkalmazásának irodalmában régen ismeretesek is.[3]

A primitív függvények ez esetben igen egyszerűek:

$$\varphi_{xy} = \log(c + r);$$
$$\varphi_{xz} = \log(b + r);$$
$$\varphi_{yz} = \log(a + r);$$

$$\varphi_{xx} = -\operatorname{arctg}\frac{b}{a}\frac{c}{r};$$

$$\varphi_{yy} = -\operatorname{arctg}\frac{c}{b}\frac{a}{r};$$

$$\varphi_{zz} = -\operatorname{arctg}\frac{a}{c}\frac{b}{r}.$$

Az u_{xy}, u_{xz}, u_{yz}; u_{xx}, u_{yy}, u_{zz} integrálok ezekből a primitív függvényekből az a_1, a_2; b_1, b_2; c_1, c_2 határok behelyettesítésével a közölt módon számíthatók ki.

A következőkben megmutatom, hogyan lehet ezekből a második deriváltakat előállító primitív függvényekből újabb integrálás nélkül az első deriváltak és a potenciál primitív függvényeit (tehát az első deriváltakat és a potenciált kifejező határozott integrálokat is) igen egyszerűen meghatározni.

Kiindulunk abból, hogy $1 : r$-nek φ-vel jelölt primitív függvénye azt a függvényt jelenti, amelynek az a, b, c változók szerint képezett harmadik deriváltja $1 : r$, azaz:

$$\varphi_{abc} = \frac{1}{r}.$$

Ebből következik, hogy $1 : r$ x szerint képezett deriváltjának primitív függvénye az a φ_x függvény, amelynek a, b, c szerint képezett harmadik deriváltja $\left(\frac{1}{r}\right)_x$:

$$\varphi_{xabc} = \left(\frac{1}{r}\right)_x = -\left(\frac{1}{r}\right)_a = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}^3}.$$

---

[2] E. A. ANSEL: Massenanziehung begrenzter homogener Körper von rechteckigem Querschnitt und des Kreiszylinders. Beitr. d. angew. Geophysik. Bd. 5., 1936.

[3] E. LANCASTER—JONES: Computation of Eötvös Gravity Effects. Geophysical Prospecting, 1929. Amer. Inst. of. Min. and Metallurg. Engrs. New-York.

Ez azt mutatja, hogy $\varphi_{x\,abc}$ az a, b, c változók —2-edfokú homogén függvénye. Tehát a homogén függvényekre vonatkozó Euler-féle tétel szerint e $\varphi_{x\,abc}$ függvény a, b és c szerint képezett deriváltjainak és az a, b, c változóknak a kompozíciója (szorzatösszege) a $\varphi_{x\,abc}$ függvény —2-szeresével egyenlő:

$$-2\varphi_{x\,abc} = a\varphi_{x\,abc\,a} + b\varphi_{x\,abc\,b} + c\varphi_{x\,abc\,c}.$$

A deriválások sorrendjét másképpen rendezve:

$$-2\varphi_{x\,abc} = a\varphi_{x\,aa\,bc} + b\varphi_{x\,bb\,ac} + c\varphi_{x\,cc\,ab}.$$

Adjuk hozzá ehhez az egyenlőséghez a következő egyenlőséget:

$$3\varphi_{x\,abc} = \varphi_{xa\,bc} + \varphi_{xb\,ac} + \varphi_{xc\,ab}.$$

Az összeadás a baloldalon függvényünk egyszereséhez, a jobboldalon pedig könnyen felismerhető szorzatok deriváltjaihoz vezet:

$$\varphi_{x\,abc} = (a\varphi_{xa})_{a\,bc} + (b\varphi_{xb})_{b\,ac} + (c\varphi_{xc})_{c\,ab}.$$

A zárójelbe tett függvények mindegyikét, a sorrendtől eltekintve, a, b és c szerint kell deriválni: e deriváltak összege nyilván függvényeink összegének a, b és c szerint képezett deriváltja. A zárójelen belül vegyük figyelembe, hogy az a, b, c változók szerint képezett első deriváltak az x, y, z szerint képezett deriváltak —1-szeresei:

$$\varphi_{x\,abc} = -(a\varphi_{xx} + b\varphi_{xy} + c\varphi_{xz})_{abc}.$$

Ez az eredményünk azt jelenti, hogy a φ_x-szel jelölt primitív függvények egyike az itt zárójelben levő függvények —1-szeres összege:

$$\varphi_x = -(a\varphi_{xx} + b\varphi_{xy} + c\varphi_{xz}) \text{ és ugyanígy:}$$
$$\varphi_y = -(a\varphi_{yx} + b\varphi_{yy} + c\varphi_{yz});$$
$$\varphi_z = -(a\varphi_{zx} + b\varphi_{zy} + c\varphi_{zz}).$$

Tehát: *a potenciál x, y, z szerint képezett első deriváltjainak primitív függvényei az ugyanolyan első indexű második deriváltak primitív függvényeinek és az a, b, c változóknak —1-szeres kompozíciói* (szorzatösszegei).

A második deriváltak primitív függvényeinek előbb közölt kifejezéseit figyelembe véve:

$$\varphi_x = a\,\text{arctg}\,\frac{b}{a}\frac{c}{r} - b\log(c+r) - c\log(b+r);$$

$$\varphi_y = -a\log(c+r) + b\,\text{arctg}\,\frac{c}{b}\frac{a}{r} - c\log(a+r);$$

$$\varphi_z = -a\log(b+r) - b\log(a+r) + c\,\text{arctg}\,\frac{a}{c}\frac{b}{r}.$$

Természetesen az u_x, u_y, u_z határozott integrálok a φ_x, φ_y, φ_z primitív függvények e kifejezéseiből az integrálás határainak behelyettesítésével az ismertetett módon adódnak.

Látjuk tehát, hogy a potenciál első deriváltjait kifejező határozott integrálok a második deriváltak primitív függvényeiből csakugyan igen egyszerűen meghatározhatók.

* * *

Lássuk most magának a potenciálnak a meghatározását. Térjünk vissza ismét a φ függvényt értelmező egyenlőségünkhöz:

$$\varphi_{abc} = \frac{1}{r} = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

Ez azt mutatja, hogy φ_{abc} az a, b, c változók -1-edfokú homogén függvénye. Tehát ismét a homogén függvényekre vonatkozó Euler-féle tétel szerint e φ_{abc} függvény a, b és c szerint képezett deriváltjainak és az a, b, c változóknak a kompozíciója a φ_{abc} függvény -1-szeresével egyenlő:

$$-\varphi_{abc} = a\varphi_{abc\,a} + b\varphi_{abc\,b} + c\varphi_{abc\,c}.$$

A deriváltak sorrendjét másképp rendezve:

$$-\varphi_{abc} = a\varphi_{aa\,bc} + b\varphi_{bb\,ac} + c\varphi_{cc\,ab}.$$

Adjuk hozzá ehhez az egyenlőséghez a következő egyenlőséget:

$$3\varphi_{abc} = \varphi_{a\,bc} + \varphi_{b\,ac} + \varphi_{c\,ab}.$$

Az összeadás a baloldalon most függvényünk kétszereséhez, a jobboldalon pedig ismét könnyen felismerhető szorzatok deriváltjaihoz vezet:

$$2\varphi_{abc} = (a\varphi_a)_{a\,bc} + (b\varphi_b)_{b\,ac} + (c\varphi_c)_{c\,ab}.$$

Ebből ugyanúgy, mint előbb:

$$2\varphi_{abc} = -(a\varphi_x + b\varphi_y + c\varphi_z)_{abc}.$$

Ez az eredmény ismét azt jelenti, hogy a 2φ-vel jelölt primitív függvények egyike az itt zárójelben levő függvények -1-szeres összege:

$$2\varphi = -(a\varphi_x + b\varphi_y + c\varphi_z).$$

Tehát *a potenciál primitív függvényének kétszerese az első deriváltak primitív függvényeinek és az a, b, c változóknak a -1-szeres kompozíciója.*

Ezt a magábanvéve is érdekes eredményt az első deriváltakra vonatkozó eredményünkkel egybevetve a következő újabb eredményhez jutunk:

$$2\varphi = a^2\varphi_{xx} + b^2\varphi_{yy} + c^2\varphi_{zz} + 2ab\varphi_{xy} + 2bc\varphi_{yz} + 2ca\varphi_{zx}.$$

Tehát *a potenciál primitív függvényének kétszerese a második deriváltak primitív függvényeinek és az a, b, c változókból képezett négyzetek és kétszeres szorzatoknak a kompozíciója.*

A második deriváltak primitív függvényeinek közölt kifejezéseit figyelembe véve:

$$2\varphi =$$

$$-a^2 \operatorname{arctg} \frac{b}{a}\frac{c}{r} + 2ab \log(c + r);$$

$$-b^2 \operatorname{arctg} \frac{c}{b}\frac{a}{r} + 2bc \log(a + r);$$

$$-c^2 \operatorname{arctg} \frac{a}{c}\frac{b}{r} + 2ca \log(b + r).$$

Természetesen az u potenciált kifejező határozott integrál φ-nek ebből a kifejezéséből az integrálás határainak behelyettesítésével az ismertetett módon adódik.

Teljesség kedvéért ezt az eredményünket kifejezzük az a, b, c változók helyett az x, y, z; ξ, η, ζ változókkal is és a φ primitív függvényről a határok behelyettesítésének jelölésével áttérünk magának az u potenciálnak a kifejezésére:

$$u =$$

$$= \Big[(x-\xi)(y-\eta)\log(\zeta - z + r) - \frac{1}{2}(x-\xi)^2 \operatorname{arctg} \frac{\eta - y}{\xi - x}\frac{\zeta - z}{r} +$$

$$+ (y-\eta)(z-\zeta)\log(\xi - x + r) - \frac{1}{2}(y-\eta)^2 \operatorname{arctg} \frac{\zeta - z}{\eta - y}\frac{\xi - x}{r} +$$

$$+ (z-\zeta)(x-\xi)\log(\eta - y + r) - \frac{1}{2}(z-\zeta)^2 \operatorname{arctg} \frac{\xi - x}{\zeta - z}\frac{\eta - y}{r}\Big]_{\xi_1\,\eta_1\,\zeta_1}^{\xi_2\,\eta_2\,\zeta_2}$$

Ez az eredményünk azt is világosan kifejezi, hogy ezen az úton a potenciált az x, y, z változók függvényeként (és természetesen a derékszögű hasábot jellemző ξ_1, η_1, ζ_1; ξ_2, η_2, ζ_2 adatok függvényeként) határoztuk meg.

* * *

Vizsgáljuk még meg, hogy a második és harmadik deriváltak primitív függvényei között is megállapítható-e az előbbiekhez hasonló kapcsolat. Induljunk ki pl. abból, hogy a φ_{xy} primitív függvény azt a függvényt jelenti, amelynek az a, b, c változók szerint képezett harmadik deriváltja $\left(\frac{1}{r}\right)_{xy}$:

$$\varphi_{xy\,abc} = \left(\frac{1}{r}\right)_{xy} = \left(\frac{1}{r}\right)_{ab} = \frac{3ab}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}^{\,5}}.$$

Ez azt mutatja, hogy $\varphi_{xy\,abc}$ az a, b, c változók -3-adfokú homogén függvénye. Tehát a homogén függvényekre vonatkozó Euler-féle tétel szerint e $\varphi_{xy\,abc}$ függvény a, b és c szerint képezett deriváltjainak és az a, b, c változóknak a kompozíciója most a $\varphi_{xy\,abc}$ függvény -3-szorosával egyenlő:

$$-3\,\varphi_{xy\,abc} = a\,\varphi_{xy\,abc\,a} + b\,\varphi_{xy\,abc\,b} + c\,\varphi_{xy\,abc\,c}.$$

A deriváltak sorrendjét másképp rendezve:

$$-3\,\varphi_{xy\,abc} = a\,\varphi_{xy\,aa\,bc} + b\,\varphi_{xy\,bb\,ac} + c\,\varphi_{xy\,cc\,ab}.$$

Adjuk hozzá ehhez az egyenlőséghez a következő egyenlőséget:

$$3\,\varphi_{xy\,abc} = \varphi_{xy\,a\,bc} + \varphi_{xy\,b\,ac} + \varphi_{xy\,c\,ab}.$$

Az összeadás a baloldalon most nullához, a jobboldalon pedig ismét könnyen felismerhető szorzatok deriváltjaihoz vezet:

$$0 = (a\varphi_{xy\,a})_{a\,bc} + (b\varphi_{xy\,b})_{b\,ac} + (c\varphi_{xy\,c})_{c\,ab}.$$

Ebből ugyanúgy, mint az előbbiekben:

$$(a\varphi_{xy\,x} + b\varphi_{xy\,y} + c\varphi_{xy\,z})_{a\,bc} = 0.$$

[4] L. pl. SUTÁK, id. mű, 230. old.

Tehát az itt zárójelben levő függvénynek az a, b, c változók szerint képezett harmadik deriváltja 0. Ez azt jelenti, hogy maga a zárójelben levő függvény a 0-tól csak oly tagok összegével különbözik, amely tagok az a, b, c változók közül legalább az egyiktől függetlenek. Az ilyen primitív függvényt 0-val egyenlőnek tekinthetjük, mert egyrészt a 0 egyike az ilyen primitív függvényeknek. másrészt az említett tagoknak az integrálás határain felvett helyettesítési értékeinek különbségei úgyis nullával egyenlők.

Ilyen értelemben tehát a következő eredményre jutottunk:

$$\begin{aligned}
a\varphi_{xyx} + b\varphi_{xyy} + c\varphi_{xyz} &= 0 \text{ és ugyanígy:}\\
a\varphi_{yzx} + b\varphi_{yzy} + c\varphi_{yzz} &= 0;\\
a\varphi_{zxx} + b\varphi_{zxy} + c\varphi_{zxz} &= 0;\\
a\varphi_{xxx} + b\varphi_{xxy} + c\varphi_{xxz} &= 0;\\
a\varphi_{yyx} + b\varphi_{yyy} + c\varphi_{yyz} &= 0;\\
a\varphi_{zzx} + b\varphi_{zzy} + c\varphi_{zzz} &= 0.
\end{aligned}$$

Tehát nem kaptunk kapcsolatot a második és harmadik deriváltak primitív függvényei között, hanem eljárásunk arra az eredményre vezetett, hogy *a harmadik deriváltak primitív függvényei nem függetlenek egymástól,* hanem a következő kapcsolatban állanak egymással:

Két indexben megegyező és csak a harmadik indexben különböző harmadik derivált primitív függvényének és az a, b, c változóknak a meg nem egyező indexnek megfelelően történő kompozíciója a 0-tól csak oly tagok összegével különbözik, amely tagok az a, b, c változók közül legalább az egyiktől függetlenek.

Ez az eredmény közvetlenül is igazolható. Pl. az első összefüggésben szereplő primitív függvények a következők:

$$\varphi_{xyx} = -\iiint\left(\frac{1}{r}\right)_{aba} da\,db\,dc = -\int\left(\frac{1}{r}\right)_{a} dc = a\int\frac{1}{r^3}\,dc = \frac{a}{a^2+b^2}\,\frac{c}{r};$$

$$\varphi_{xyy} = -\iiint\left(\frac{1}{r}\right)_{abb} da\,db\,dc = -\int\left(\frac{1}{r}\right)_{b} dc = b\int\frac{1}{r^3}\,dc = \frac{b}{a^2+b^2}\,\frac{c}{r};$$

$$\varphi_{xyz} = -\iiint\left(\frac{1}{r}\right)_{abc} da\,db\,dc = -\frac{1}{r}.$$

Ezek a, b, c-szereseinek összege csakugyan 0:

$$a\varphi_{xyx} + b\varphi_{xyy} + c\varphi_{xyz} = \frac{a^2+b^2}{a^2+b^2}\,\frac{c}{r} - \frac{c}{r} = \frac{c}{r} - \frac{c}{r} = 0.$$

Ugyanilyen egyszerű a második és harmadik összefüggés közvetlen igazolása is. A tiszta harmadrendű deriváltak primitív függvényeit tartalmazó összefüggések közvetlen igazolása valamivel hosszadalmasabb, de minden elvi nehézség nélkül szintén végrehajtható.

* * *

Végül röviden megemlékezünk arról az esetről, ha a ható tömeget nem derékszögű, hanem *ferdeszögű hasáb* foglalja magában. Ez esetben ferdeszögű koordináták bevezetésével, azaz homogén lineáris transzformációval elérhető, hogy az integrálás tartományát ismét a koordinátasíkokkal párhuzamos síkok határolják, tehát hogy az egyes változók szerint végrehajtott integrálások határai egymástól függetlenek legyenek és akkor a kiszámítandó integrálok ismét az integrálandó függvények primitív függvényeinek az integrálás határain felvett helyettesítési értékeiből határozhatók meg.

Ferde hasáb esetén is legegyszerűbb a potenciál második deriváltjait kifejező integrálok meghatározása. Erre vonatkozó eredmények az Eötvösingával történő mérések alkalmazásának irodalmában ismeretesek is.[5] — Arról nincs tudomásom, hogy (véges) ferde hasáb esetén a potenciál első deriváltjait és magát a potenciált kifejező integrálok is ismeretesek lennének.

A potenciálnak és deriváltjainak kapcsolatára vezető eljárásunk ferde hasáb esetén is alkalmazható. A ferdeszögű koordinátákat bevezető homogén lineáris transzformáció homogén függvényeinket az új változók ugyanannyiadfokú homogén függvényeibe viszi át, tehát a homogén függvényekre vonatkozó Euler-féle tételből következtetett összefüggéseink az új változókban is érvényesek. Tehát a ferde hasáb tömegvonzásának potenciálja és e potenciál deriváltjai között az új változókban ugyanolyan összefüggések érvényesek, mint amilyeneket a derékszögű hasábra és a derékszögű koordinátákra vonatkozóan kimutattunk. Ezeknek az összefüggéseknek, valamint a «két dimenziós» alakulatok hatására vonatkozó megfelelő összefüggéseknek a részletes tárgyalására esetleg más alkalommal még visszatérünk.

[5] K. MADER: Ein Beispiel der gravimetrischen Tiefenforschung im Wiener Becken mit der Drehwage. Österr. Monatsschr. für den öffent. Baudienst und das Berg- und Hüttenwesen. 1924. Heft. 9.

Felelős kiadó: Solt Sándor Műszaki felelős: Rózsa István

Megrendelve: 1953. VI. 17. — Imprimálva 1953. VIII. 3. — Papír alakja: 70×100
A könyv azonossági száma: 1105. Ívek száma: 1/2 1/8 (3/4 1/8) — Példányszám: 500.

Ez a könyv az MNOSZ 5601—50 Á és MNOSZ 5602—50 Á szabványok szerint készült.

5329. Franklin-nyomda Budapest, VIII., Szentkirályi-utca 28.
Felelős: Ketskés János.

Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet
GEOFIZIKAI KÖZLEMÉNYEK
II. kötet, 8. szám

Д. ВАРТА И М. ДЕР:

МАГНИТНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НОВОГО ВХОДА В ПЕЩЕРУ МИРА

В статье дается описание метода измерений, определяющих новый вход в пещеру мира, открытой близ пещеры Аггтелек. На соответствующем месте главной линии пещеры помещался электромагнит с вертикальной магнитной осью. Перемагничиванием електромагнита изменилось магнитное поле близи электромагнита и это изменение магнитного поля измерилось магнетометром Шмидта. Из результатов измерений, выполненных на многих точках, определилось место электромагнита и вычислилась глубина подземелья под поверхностью земли. Этот метод более чуствителен, чем определение обычным магнитным методом места электромагнита и не зависит от локальных магнитных аномалий измеряемой территории и от временных изменений силы земного магнетизма.

G. BARTA — M. DÉR

MAGNETIC MEASUREMENTS FOR SURVEYING THE NEW ENTRANCE OF THE CAVERN NAMED PEACE

Contents: Authors describe the measuring process used for surveying the new entrance of the cavern «Peace» discovered near the cavern in Aggtelek. An electromagnet with a vertical magnetic axis was placed at a suitable place on the chief branch of the cavern. With the magnetic reversal of the electromagnet the magnetic field near the electromagnet got changed and this change was observed by means of a Schmidt-type magnetometer. The measurements performed on several stations resulted in determining the place of the electromagnet and calculating the subsurface depth. This process is more sensible than that of prospecting the location of the electromagnet by means of the usual magnetic measurements, and does not depend on the local magnetic anomalies of the area to be measured, nor on the changes in time of the earth's magnetic force.

MÁGNESES MÉRÉSEK A BÉKE-BARLANG ÚJ BEJÁRATÁNAK KITŰZÉSÉRE

BARTA GYÖRGY — DÉR MIKLÓS

Jakucs László geológus 1952. augusztus 4-én a bükki karsztvidéken Jósvafő közelében a Baradla-barlanghoz hasonló méretű cseppkőbarlangot fedezett fel. A barlang főágába csak egy nehezen járható tekervényes mellékágon — a felfedező ágon — lehetett bejutni. A barlang a közönség számára csak akkor lesz hozzáférhető, ha a főágba közvetlen lejáratot létesítenek. A felfedező ág nehéz terepviszonyai miatt azonban a létesítendő lejárat helyét nem tudták pontosan kitűzni. A probléma megoldására *Jakucs László* a m. áll. Eötvös Loránd Geofizikai Intézetet kérte fel.

Az elgondolás az volt, hogy a barlang főágának megfelelő helyén elhelyezünk egy függőleges mágneses tengelyű elektromágnest, és a felszínen mágneses méréssel kimutatjuk a helyét. Ezt a megoldást, amikor a velejáró nehézségeket felismertük, más célravezetőbb módszerrel helyettesítettük. Ezt az eljárást ismertetjük közleményünkben.

A feladatot Intézetünk elektromos és földmágneses osztálya közösen oldotta meg. Az elektromos osztály készítette az elektromágnest, a földmágneses osztály végezte a mágneses méréseket.

Első próbaképpen az elektromágnest a jánoshegyi kilátó alatt helyeztük el, és a mintegy húsz méter magas torony tetején felállított magnetométerrel mértük a hatását. Ez a hatás húsz méter távolságból Gauss I főhelyzetben 40 γ volt. Az elektromágnest oldalirányban 30 méterrel elmozdítva a hatás a függőleges összetevőben $\sim 1\gamma$-ra, a kimutathatóság határára csökkent. *Jakucs* szerint az elektromágnest a barlangban a földfelszíntől körülbelül 30 méterre helyezhetjük el, ebből a távolságból az elektromágnes hatása — a jánoshegyi tapasztalatok szerint — alig lett volna kimutatható. Fokozta a nehézséget, hogy — mint az első terepbejáráskor kiderült — a felmérendő terület a vártnál jóval nagyobb, mintegy 300 $\times$ 400 m^2 kiterjedésű téglalap. Ezen a területen 10 méteres közzel kétszer kellett volna mérési hálózatot létesíteni, egyszer mágnes nélkül, egyszer mágnessel. Erre feltétlenül szükség volt, mert az első, mágnes nélkül végzett tájékozódó mérések a területen 70γ-s helyi anomáliát jeleztek. A területen ezért kb. 2400 ponton kellett volna a vertikális intenzitást meghatározni. Ilyen terjedelmű és bizonytalan eredményű munkát természetesen nem vállalhattunk.

Hogy a feladatot mégis megoldhassuk, más rendszerű mérést vezettünk be. A magnetométerrel felálltunk a terület bizonyos pontján, észleltünk és az elektromágnest ellenkező irányú árammal átmágnesezve figyeltük a magnetométer lengőjének az elmozdulását. A magnetométer lengője az átmágnesezést annál jobban jelzi, minél közelebb van a műszer az elektromágneshez. Az eljárás előnyei a következők:

1. Átmágnesezéssel a pozitív és negatív hatás szembeállítása révén a mérendő hatás megkétszereződik.

2. Ugyanazon a helyen maradva a műszer szabadon lengő mágnesének csekély meglendülése sokkal pontosabban észlelhető, mint áttelepített műszerrel a térerősség különbsége. Ezért a mérés érzékenysége egy nagyságrenddel nő.

3. A mérés független a mágneses helyi anomáliáktól, nem kell elvégezni a terület előzetes felmérését.

4. A mérés független a mágneses erő időbeli változásától is, ezért a regisztrálásra szánt műszert is felhasználhattuk az elektronágnes helyének kutatására.

Az érzékenység nagymértékű növekedése miatt elegendő volt a mérési pontokat egymástól 50 méterre telepíteni (48 mérési pont). Az ilyen módon végzett mérések igen gyorsan vezettek eredményre. A mérések megkezdése után alig egy órával az egyik műszer jelezte az átmágnesezést. Ezzel a mérendő terület nagyon leszűkült és mindkét műszert a legnagyobb hatás helyének a kutatására használhattuk.

Az elektromágnes felszín alatti mélységét a mérési adatokból a következők alapján számítottuk ki. Helyezzünk egy $\triangle$ momentumú dipólust egy koordináta rendszer középpontjába úgy, hogy momentuma a függőlegesen lefelé irányított z tengely irányába mutasson. Az x tengely iránya a vízszintes síkban tetszőleges lehet, mert a függőleges momentumú dipólus tere bármely vízszintes síkban körszimmetrikus (1. ábra).

Ismeretes, hogy koordináta rendszerünkben a dipólus potenciálja

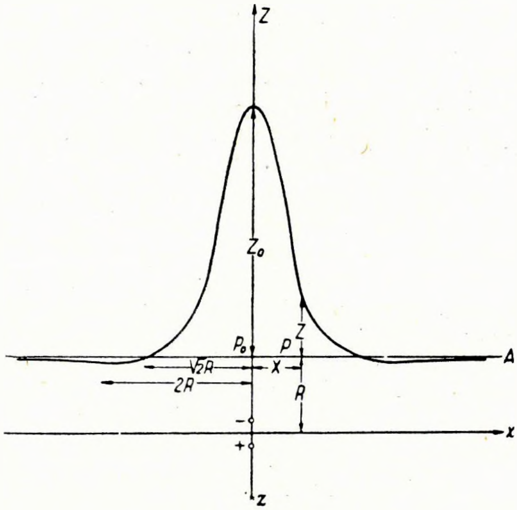
$$V = \frac{Mz}{(z^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}. \tag{1}$$

A dipólus terének függőleges összetevője a potenciál z szerinti negatív differenciálhányadosa, vagyis

$$Z = -\frac{\partial V}{\partial z} = \frac{M(2z^2 - x^2)}{(z^2 + x^2)^{\frac{5}{2}}} \tag{2}$$

Vizsgáljuk ezt az összetevőt egy az x tengellyel párhuzamos A egyenesen; ezen az egyenesen $z = R$. Mérjük x-et R-rel mint egységgel, vagyis legyen $x = kR$, akkor (2)-ből kapjuk

$$Z = \frac{2M}{R^3}\,\frac{2 - k^2}{2(1 + k^2)^{\frac{5}{2}}}. \tag{3}$$



1. ábra

Az összefüggés a mi esetünkkel kézenfekvő. A dipólus az elektromágnes, a koordinátarendszer kezdőpontja a barlang keresett helye, A a Föld felszíne, R a kiszámítandó mélység. A P_0 pontban lesz a hatás a legnagyobb, itt $x = 0$, vagyis $k = 0$ és $Z_0 = \frac{2M}{R^3}$. Z_0-nak ezt az értékét (3)-ba helyettesítve a P pontban a függőleges erőösszetevő Z_0-val kifejezve a következő:

$$Z = Z_0\frac{2 - k^2}{2(1 + k^2)^{\frac{5}{2}}}. \tag{4}$$

A mérési adatokból a maximális Z_0 és a Z ismert, a k kiszámítható. A maximális hatás P_0 helyétől az adott P pont x távolsága lemérhető. Ismerve a k-t és az x-et, R kiszámítható.

Közvetlenül látható, hogy ha $k = \sqrt{2}$, akkor $Z = 0$, vagyis az A síkon a P_0 középpontú, $x = \sqrt{2}\,R$ sugarú körön a függőleges tengelyű dipólus terének nincs függőleges összetevője. A függőleges erőösszetevő szélső értékeit és inflexiós pontjait (4)-ből differenciálással határozhatjuk meg.

$$\frac{1}{Z_0}\frac{\partial Z}{\partial k} = \frac{3k(k^2 - 4)}{2(1 + k^2)^{\frac{7}{2}}} \tag{5}$$

és

$$\frac{1}{Z_0}\cdot\frac{\partial^2 Z}{\partial k^2} = -\frac{12k^4 - 81k^2 + 12}{2(1 + k^2)^{\frac{9}{2}}}. \tag{6}$$

Az első differenciálhányados nulla, ha $k = 0$, vagy $k = \pm 2$. Az első esetben a második differenciálhányados negatív, tehát a görbének maximuma, a második és harmadik esetben a második differenciálhányados pozitív, tehát a görbének minimuma van. A megfelelő szélső értékek $Z_{max} = Z_0$ és $Z_{min} = -0{,}018\ Z_0$.

A második differenciálhányados akkor nulla, ha $k_1 = \pm 0{,}39$ és $k_2 = \pm 2{,}57$. A Z görbének tehát az $x_1 = \pm\ 0{,}39\ R$ és $x^2 = \pm\ 2{,}57\ R$ abszcisszájú helyeken van inflexiós pontja. A megfelelő ordináta pontok $Z_1 = 0{,}65 Z_0$ és $Z_2 = -\ 0{,}014\ Z_0$.

Az 1. ábrán arányosan ábrázoltuk a dipólus Z hatásgörbéjének fent részletesen leírt változását (a Z hatástengely fölfelé pozitív).

A számításokban az átmágnesezésre nem voltunk tekintettel. Ez az eredményt nem befolyásolja, mert átmágnesezés következtében úgy a Z, mint a Z_0 megkétszereződik, arányuk azonban nem változik.

A végzett mérések eredményeiről *Dér Miklós* közleményünk második részében számol be.

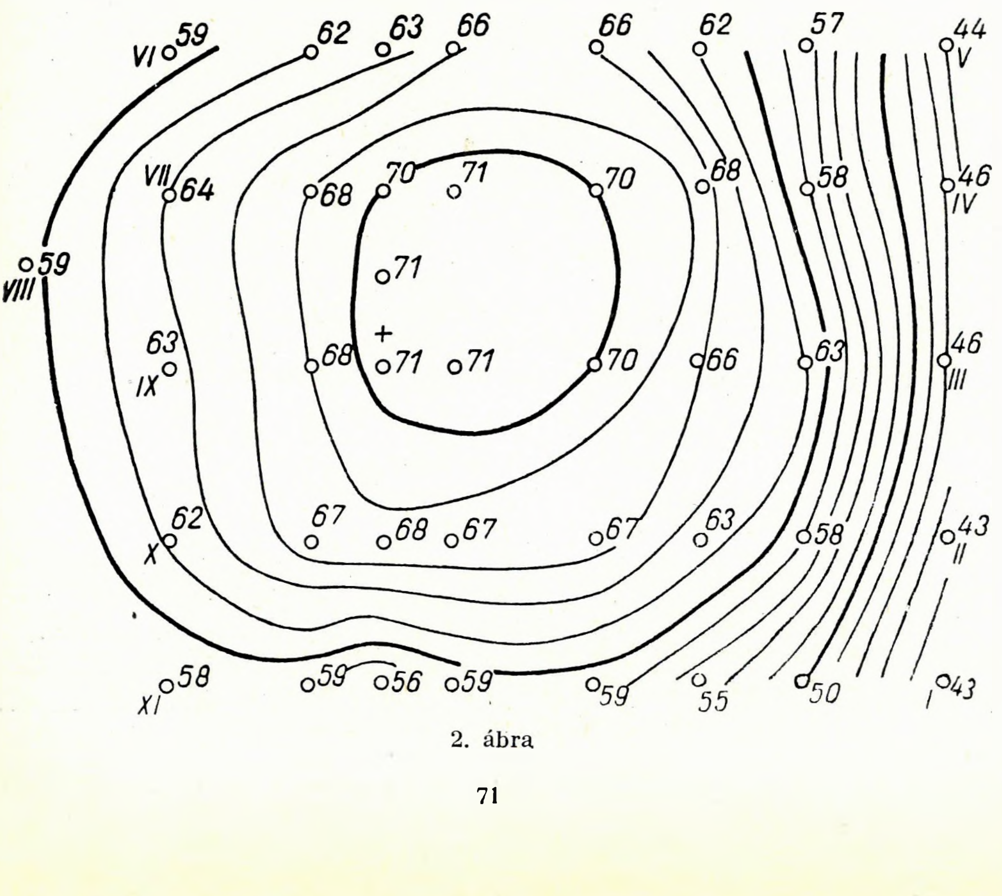
II. RÉSZ

Február 12-én elektromos osztályunk a barlang kijelölt helyére, 12—13 méterre a boltozat alatt, elektromágnest szerelt be, melyet kb. 1100 m hosszú vezeték kötött össze a barlang bejáratánál álló egyenáramú aggregátorral. Innen telefonvezeték húzódott a kb. 5—600 m távolságra levő mérési területig.

A mérések február 13-án kezdődtek két Schmidt-féle vertikális magnetométerrel a kb. 300 m × 400 m kiterjedésű számbajöhető terület két különböző részén.

Minden egyes helyen egy-egy észlelés után helyben maradva az áram irányának megfordítását kértük. Az áram irányával az elektromágneses tér iránya is megváltozott, s ha az észlelés helye az elektromágnes hatóterének a műszerrel még kimutatható részén volt, ez a térirányváltozás az észlelt érték megváltozását vonta maga után.

A műszerekkel É—D irányú szelvények mentén haladtunk. Az álláspontok egymástól 40—50 m-re voltak. 5—6 meddő mérés után az áram



2. ábra

irányának megfordulása alkalmával az egyik műszerrel az észlelt érték gyenge megváltozását tapasztaltuk. A másik műszert is ide vontuk és innen több irányban tovább haladva megállapítottuk, hogy az indikációk NY felé növekedni, majd csökkenni kezdenek. Ezen a részen négy É—D-i irányú 15 m hosszú szelvényt tűztünk ki egymástól 5 m távolságra, egyenként 4 mérési ponttal. A mérések eredménye szerint mindkét műszer ugyanazon a helyen azonos alakú és kiterjedésű maximumot mutatott ki. Másnap a kapott helyen és környezetében sűrítőméréseket végeztünk egymástól 1—2 m-re levő műszerállásokban. Ez utóbbi mérések eredményeit a 2. ábrán közöljük. Azokat a helyeket, ahol egyenlő hatás volt, görbékkel kötöttük össze. Ezek a görbék közelítőleg köralakúak. A mutatkozó kisebb eltérések bizonyára a felszínnek csekély *K*-re való lejtése és az elektromágnes nem pontosan függőleges helyzete okozta.

Az elektromágnes, felszini vetületének valószínű helyét ezek figyelembevételével tűztük ki. Ezt a helyet a 2. ábrán kereszttel jelöltük meg és ezen a helyen a szomszédos eredmények alapján a Z_0 hatást 71 gammának fogadtuk el.

Az elektromágnes közepének mélységét a közlemény első részében ismertetett eljárással számítottuk ki.

A nyert eredmények a következők:

A pont száma	Távolság a kezdő ponttól x	A pontban észlelt hatás Z	$\frac{Z}{Z_0}$	k	Az elektromágnes közepének számított mélysége R
I.	9,1 m	40	0,56	0,46	19,8 m
II.	8,2	43	0,61	0,42	19,6
III.	7,8	46	0,65	0,39	20,0
IV.	8,0	46	0,65	0,39	20,5
V.	8,7	44	0,62	0,41	21,2
VI.	4,9	59	0,83	0,25	19,6
VII.	3,5	64	0,90	0,19	18,4
VIII.	5,0	59	0,83	0,25	20,0
IX.	3,0	63	0,89	0,20	(15,0)
X.	4,2	62	0,87	0,22	19,1
XI.	5,7	58	0,82	0,26	21,8

Az átlag tehát 20 m. Ebből levonva a műszermagasságot, valamint az elektromágnes 12—13 méterre becsült távolságát a barlang boltozatától, az átfúrandó fedő sziklaréteg vastagsága kb. 6—7 méterre tehető.

Felelős kiadó: Solt Sándor Műszaki felelős: Rózsa István

Megrendelve: 1953. VI. 17. — Imprimálva 1953. VIII. 3. — Papiros alakja: 70×1000.
A könyv azonossági száma: 1196. Ívek száma: $^1/_2$ ($^3/_4$) — Ábrák száma: 2 — Példányszám: 500

Ez a könyv az MNOSZ 5601—50 Á és MNOSZ 5602—50 Á szabványok szerint készült.

5329. Franklin-nyomda Budapest, VIII., Szentkirályi-utca 28.
Felelős: Ketskés János.

A Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztálya
karsztvízjelző készülék szerkesztésére

PÁLYÁZATOT HIRDET

A pályázat tárgya

Olyan karsztvízjelző készülék szerkesztése, amellyel a vetődések, illetőleg karsztvízjáratok helyzetét mind a külszínről, mind a bányavágatokból 1—2 m-es pontossággal előre meg lehet állapítani. A készüléknek a víz nagyságrendjére nézve is tájékoztatást kell nyujtania, vagyis a hely megjelölésén kívül kétséget kizáróan tájékoztasson arról is, hogy a készülék kismennyiségű vizet, vagy komoly vízveszélyt jelentő nagymennyiségű vizet jelez. A külszínről eszközölt méréseknél a készülék hatótávolsága legalább 600 méterig, a bányavágatokból eszközölt méréseknél legalább 60 m-ig terjedjen. Ha a hatótávolság ilymérvű változttása egy készülékkel nem olható meg, úgy kis és nagy távhatású készülék szerkesztése is számításba jöhet.

A pályázat célja

A karsztvízjáratok preventív cementálásának lehetővé tétele, a vízjáratok helyzetének a pályázat tárgyát képező készülékkel való megállapítása alapján, amellyel a fővetők mentén lévő vízjáratokat a külszínről, a kisvetőkkel kapcsolatos vízjáratokat pedig a bányavágatokból előre meg lehet állapítani.

A pályázat általános feltételei

Ki pályázhat:

1. Pályázhat bárki, akár egyénileg, akár munkacsoport keretében. Pályázhatnak továbbá kutatóintézetek, vagy más tudományos intézetek, illetve az azokban működő kutatók és kutatócsoportok. A pályázatot a Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Osztályához kell beküldeni, a pályázó nevének, lakcímének, munkahelyének és beosztásának megjelölésével. Munkacsoportnál a munkában résztvevő tagokat is fel kell tüntetni.

2. A pályázó, amennyiben már kísérleteihez anyagi támogatást kíván, nyujtson be az Akadémia Műszaki Tudományok Osztályához egy előzetes tervet, műszaki leírással együtt, amelyben elgondolásának lényegét, előzetes számításait és várható eredményeit ismerteti. Az Akadémia az így benyujtott tervezetet felülvizsgálja és annak elbírálása után dönt az anyagi támogatást illetőleg. A pályázaton való részvétel nem érinti a pályázónak esetleges újítási díjra való jogát.

A pályázat műszaki feltételei

A benyujtott pályázatnak az alábbi feltételeknek kell eleget tenni:

a) A készülék méretezett rajza.

b) Részletes műszaki leírás: a készülékről, a mérés és térképezés módjáról, a számítás menetéről, a várható eredményről úgy a vízvezető-vető helyének kívánt pontosságú meghatározásáról, mint a víz nagyságrendjének megállapításáról.

c) A műszaki leírásban foglalt adatok helyességéről és a készülék gyakorlati alkalmazhatóságáról szóló sorozatos kísérleti eredmények jegyzőkönyve és kiértékelése.

A pályázati feltételek adatainak ellenőrzése

A beküldött pályázatokat a pályázati feltételek adatai szerint a Tudományos Akadémia Műszaki Osztálya szakértők bevonásával fogja teljes részletességgel elbírálni, a szükségesnek mutatkozó vizsgálatokat lefolytatni, vagy kutató intézetek útján ellenőriztetni és kivizsgáltatni.

A pályázat határideje

Az előzetes tervezet beküldésének határideje 1953. december 31.

A pályázat beküldésének határideje: 1954. december 31.

A pályázat összege

A feltételek teljes kielégítése esetén 100 000 Ft.

Amennyiben a külszínről és a bányavágatokból eszközölt mérések egy készülékkel nem oldhatók meg, úgy csak a külszínről jelző mérőberendezés pályadíja 50 000 Ft. és csak a vágatokból jelző mérőberendezés pályadíja 50 000 Ft.

Értékes részleteredményeket tartalmazó javaslatok 30 000 Ft-ig terjedő prémiumban részesíthetők.

A pályázati összeg (prémium) 25%-a a pályázat eredményének kihirdetésekor kerül kifizetésre, a további 75%-a 1 éven belül fizetendő abban az esetben, ha a pályázat tárgyát képező eljárás, illetőleg készülék a fenti idő alatt a gyakorlatban is megfelel a pályázati követelményeknek.

Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet
GEOFIZIKAI KÖZLEMÉNYEK
II. kötet, 9. szám

Д. Сенаш и О. Адам:

СЕЙСМОГЕОЛОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ В ЮГОЗАПАДНОЙ ЧАСТИ ВЕНГРИИ.

Линзообразные третичные отложения, покрывающие карстовый фундамент, представляют для измерений отраженных волн весьма значительные затруднения. Цель геологических и физических исследований этих проблем — нахождение пределов употребления метода отваженных волн и уточнение соответствующего используемого способа. Для этого одним из соответствующих приемов оказался способ воздушных взрывов вследствие его благоприятного спектра частоты. Дальнейшие исследования с постоянным геологическим и физическим истолкованием явлений считаются необходимыми.

G. Szénás — O. Ádám:

SEISMOGEOLOGICAL CONDITIONS IN SW HUNGARY

In reflection-seismic surveys extraordinary difficulties arise from the lenticular tertiary sediments covering the karsteous basement. The investigation of this problem by geological and geophysical explorations aims to find the limit of applicability of the reflection-seismic method, and to point out the way for an improved technique to be followed. Airshooting seems to be one of the right solutions because of its favourable frequency spectrum, though it is still necessary to carry out further experiments, with permanent geological and geophysical interpretation of phenomena.

SZEIZMOGEOLÓGIAI VISZONYOK DÉLNYUGAT-MAGYARORSZÁGON

SZÉNÁS GYÖRGY és ÁDÁM OSZKÁR

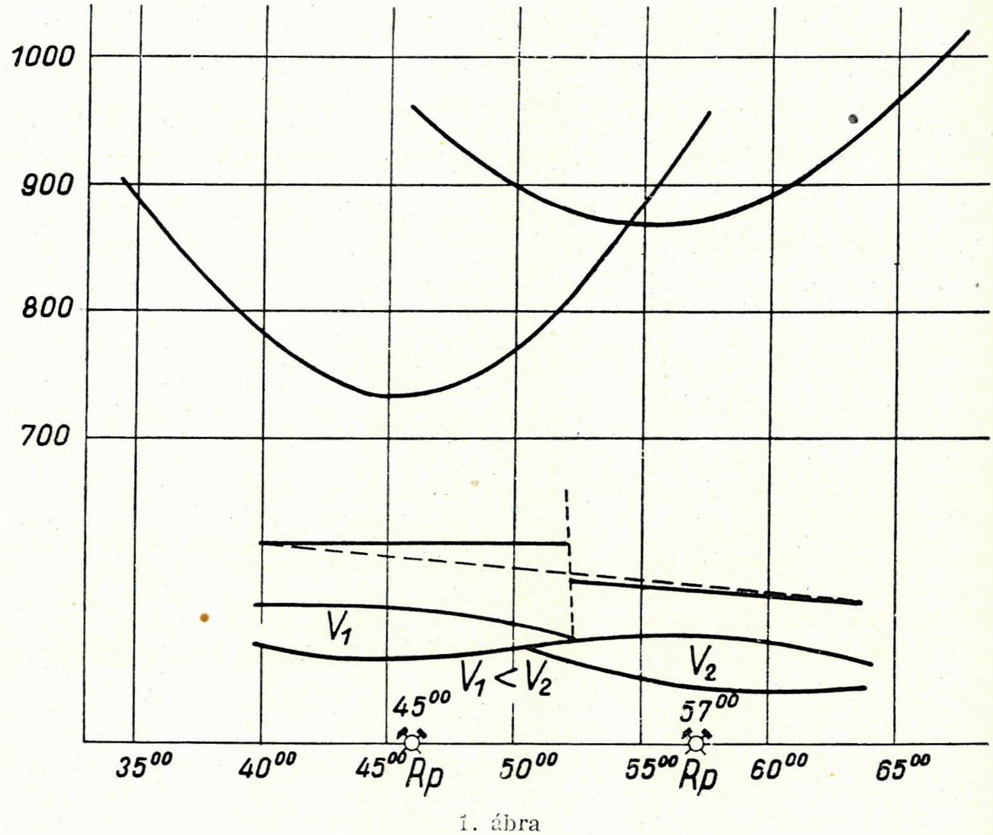
Délnyugat-Magyarország harmadkori üledékekkel fedett területén évek óta próbálkozások történnek reflexiós szeizmikus mérőmódszerrel.

A mérések eddig általában nem váltották be a hozzájuk fűzött reményeket, bár azt is meg kell állapitani, hogy a geológusok nem ismerve kellőképpen a szeizmika teljesítőképességének korlátait és határait, túlnagy követelményeket támasztottak és csalódottnak érezték magukat, ha várakozásuk nem talált teljes kielégítésre.

Nem szorul külön bizonyításra az a tény, hogy különböző földtani viszonyok különböző szeizmikus problémákat vetnek fel, sőt vannak olyan földtani körülmények is, amelyekről a szeizmikus módszer mai fejlettségében nem képes információt adni.

A geofizikai módszerek alkalmazását a kőzetek fizikai tulajdonságaiban (sűrűség, mágnesezettség, rugalmasság stb.) jelentkező különbségek teszik lehetővé. A kutató geofizikusok helyesen hangsúlyozzák azt, hogy az alkalmazott geofizika feladata *fizikai* különbségek, fizikai tényezők mérése. Nem szabad azonban elfelejteni, hogy e fizikai különbségeket, fizikai tényezőket földtani tényezők hozták létre. Joggal tartanak tehát számot a geofizikus érdeklődésére a «mérhető» földtani tényezők, illetve azon tényezők, melyek a méréseket kedvezően vagy kedvezőtlenül befolyásolják.

A földtan és az alkalmazott geofizika nagy mértékben egymásra vannak utalva. Kőolajkutató szeizmikus méréseket nem a földkéreg tetszés szerinti helyein szoktak végezni, hanem ott, ahol kőolajelőfordulás földtanilag lehetséges. A mérések várható kilátásait és gazdaságosságát, mint a továbbiakban látni fogjuk, földtani körülmények erősen befolyásolják.



1. ábra

A kutató szeizmikával szemben támasztható igény lényegében két tényezőtől függ: 1. a módszer fejlettsége (beleértve a műszerek technikai fejlettségét), 2. a mérendő terület földtani viszonyai.

Melyek azok a földtani tényezők, amelyek a szeizmikus méréseket befolyásolják?

A szeizmikusok ilyen fogalmakkal dolgoznak: sűrűség, rugalmasság, terjedési sebesség, frekvencia, hullámhossz, diszperzió, akusztikus ellenállás, diffúz visszaverődés stb. Üledékes kőzeteknél ezek a fogalmak, s főleg a bennük fellelhető különbségek (tehát a mérhető tényezők), valamennyien az üledékképződés valamely sajátságával, illetve változásával kapcsolatosak. (Magmatikus és metamorf kőzeteknél ásványtani tulajdonságok, illetve ezek különbségei adhatnak mérhető fizikai tulajdonságokat.)

Az elmondottakat az alábbi egyszerű összefüggés szemlélteti. A mészkő refrakciós módszerrel mért terjedési sebessége nagyobb, mint a márgáé és jóval nagyobb, mint a homokkőé (kivéve néhány ősi kvarcitot). A mészkő mélyebb tengeri, a márga sekélyebb, de még nyílt tengeri, a homokkő partszegélyi üledék facies általában. Ezen facieseknek kedvező vertikális eloszlása a terjedési sebességek megfelelő kedvező eloszlását eredményezheti. Ezen faciesek nagymérvű laterális változásai (pl. kiékelődött lencsék) azonban zavart sebességeloszlást eredményeznek és rendkívül megnehezítik, vagy éppen lehetetlenné teszik az értelmezést. Az 1. ábrán bemutatott — a tényleges mérések során nyert — két terjedési időgörbe igazolja ezt az állítást. A két — szomszédos terítésekből származó — hiperbola, mint az időkorreláció kétségtelen lehetősége mutatja, szoros kapcsolatban van egymással, a különböző terjedési sebesség azonban az ábrázolt három különféle földtani körülmény bármelyikét jelentheti, kis vetőt, közbetelepült nagyobb (V_2) terjedési sebességű lencsét, vagy nagyobb átlagdőlést.

Vannak természetesen bonyolultabb összefüggések is. Ezen összefüggéseknek vizsgálata hazánkban nem tekinthet hosszú multra vissza, mint maga a szeizmika sem. A vizsgálatokat a mérések nehézségei tették szükségessé. E célra a Geofizikai Intézet külön kísérleti csoportot szervezett, azonban a rutinmunkát folytató csoportok ipari mérései is — mintegy «melléktermékként» — sok olyan adatot szolgáltattak, amelyek a szeizmikus mérések problémáit közelebb segítik a megoldáshoz.

Szükségesnek látszik néhány, a tárggyal kapcsolatos alapfogalom tisztázása.

A kőolajtároló szerkezetek

Területünkön a szénhidrogének — az eddigi mélyfúrások tanúsága szerint — enyhén boltozódott (3—5°) alsópannon szerkezetekben, homokos, lencsés faciesben, vagy az alaphegység felszinét borító litotamniumos mészkő repedéseiben helyezkednek el. Az alsópannon szerkezetek általában az alaphegység emelt helyzetű rögei felett települnek, a litotamniumos mészkő pedig mint «lepelképződmény» borítja az alaphegységet, elsősorban lejtőit. Felette szarmata és pannon üledékek települnek.

Az előforduló kőzetek

Az alaphegység felső triász dachsteini mészkő vagy fődolomit. Mindkét kőzetfajta tömött, cukros szövetű. Sűrűségük 2,5—2,8 között változik. A rengéshullám terjedési sebessége ezekben a kőzetekben, a magyar medencében szerzett refrakciós tapasztalatok szerint 4—6000 m/sec körül van.

Az alaphegységre nagy üledékhézaggal települ a miocén (tortonai) litotamniumos mészkő. Sűrű és tömött. Sűrűsége és terjedési sebessége igen közel van a triász karbonátokéhoz. Vastagsága 10 és 200 m között változik, legtöbbször alatta marad a mesterségesen keltett hasznos rengés hullámhosszának (kb. 50 m). Részben ezért, részben a csaknem egyező terjedési sebesség miatt, az alaphegységtől különálló problémát általában nem jelent. Az üledékhézag miatt nem tekintjük alaphegységnek.

Felette üledékfolytonossággal települnek az egyre sekélyedő, majd beltavakra szakadozó és a partvonalat gyakran változtató szarmata és pannon «tenger» üledékei, homokok, homokkövek, márgák, agyagok. A helyenként feldúsuló mésztartalom szabálytalanul elhelyezkedő mészmárga közbetelepüléseket alkot, főleg a felső pannonban. A település kiékelődő, lencsés, mind vertikálisan, mind laterálisan rendkívül változatos.

A sűrűség, mint az elmondottakból következik, szintén erősen változó, mindenesetre általában 2,5 alatt van. A szarmata és pannon összlet átlagos terjedési sebessége, a mélyfúrási szeizmikus szelvényezések, valamint a reflexiós terjedési időgörbéből számított átlagsebesség ($t_0 V$) diagrammok adatai szerint 3000 m/sec alatt van.

Meg kell még említenünk, hogy a terület egyes helyein az alaphegységet andezit faciesü eruptívum borítja. Ennek vastagsága nem nagy, terjedési sebessége megközelíti az alaphegységét, ezért ezt szeizmikus szempontból alaphegységnek szoktuk tekinteni. A litotamniumos mészkőnél idősebb.

A harmadkori kőzeteket az alaphegységgel szemben fedőhegységnek nevezzük.

Tektonika

Bár a tárgyalás szempontjából csaknem közömbös, mégis az alapfogalmak teljességének kedvéért röviden megemlékezünk a tároló szerkezetek keletkezésének kérdéséről.

Háromféle felfogást különböztetünk meg. Az 1. sz. felfogás szerint a szerkezetek úgy jöttek létre, hogy a neogén összletet az alaphegység egyes rögeinek vertikális, izosztatikus emelkedése helyenként felboltozta. A 2. sz. felfogás szerint az adott triász mészkő-reliefen ülepedés közben keletkeztek a szerkezetek, mint úgynevezett települt formák. A 3. sz. felfogás szerint a szerkezetek fiatal harmadkori hegységképződések, gyűrődéses mozgások révén keletkeztek, az alaphegységtől többé-kevésbbé független mozgással.

* * *

Az elmondottakból számunkra a sűrűségek és rugalmasságok különbsége, tehát a terjedési sebességek különbözősége jelenti a lényeget.

Tekintettel arra, hogy ezen különbségek az alaphegység és fedőhegység (illetve litotamniumos mészkő és szarmata) határfelületén kétségkívül fennállnak, valamint a harmadkori összletben is vannak sűrűség- és rugalmasságkülönbségek, — a terület kőolajtároló szerkezetei reflexiós szeizmikus módszerrel elvben kutathatók. Akadályt a mélység sem jelenthet, mert az alaphegység felszíne kevés helyen van 3000 m alatt.

A valóságban azonban sem az alaphegység felszínéről (egy esetet kivéve), sem a harmadkori összletből nem kaptunk összefüggő, jól követhető és korrelálható felületelemeket, úgynevezett vezérhorizontot.

A problémákat az alábbiak szerint rendszereztük és tárgyalásuk alkalmával közöljük a megoldásra vonatkozó bizonyítékokat vagy feltevéseket. A megoldatlan problémák, vagy kellő bizonyítékkal alá nem támasztott megoldások megjelölik a további vizsgálatok útját. Ezekre minden esetben rámutatunk.

Ez a tanulmány szeretne adatokat szolgáltatni annak megítéléséhez is, hogy ilyen és ehhez hasonló területeken a reflexiós szeizmikus módszer folyamatos szelvényezéssel alkalmazható-e?

* * *

A problémakör négyes tagozódást mutat.

1. Az alaphegységről *is*, a fiatalabb rétegekről *is* kapunk reflexiókat. Ez az eset elég ritka.

2. Az alaphegységről *kapunk*, a fiatalabb rétegekből *nem kapunk* reflexiót. Ez az eset folyamatosan csak a levegőben való robbantás (*LL*) módszerének alkalmazása esetén fordult elő.

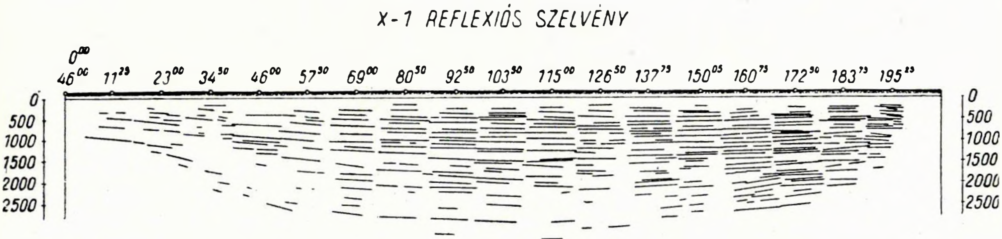
3. Az alaphegységről *nem kapunk*, a fiatalabb rétegekből *kapunk* reflexiót. Ez az eset sűrűn előfordul, de meg kell állapítani, hogy a harmadkori rétegekből kapott reflexiók, illetve felületelemek korrelálhatatlanok.

4. *Sem* az alaphegységről, *sem* a fiatalabb rétegekből nem kapunk reflexiót. Ez az eset olyan sűrűn fordul elő, mint a 3. tipusú.

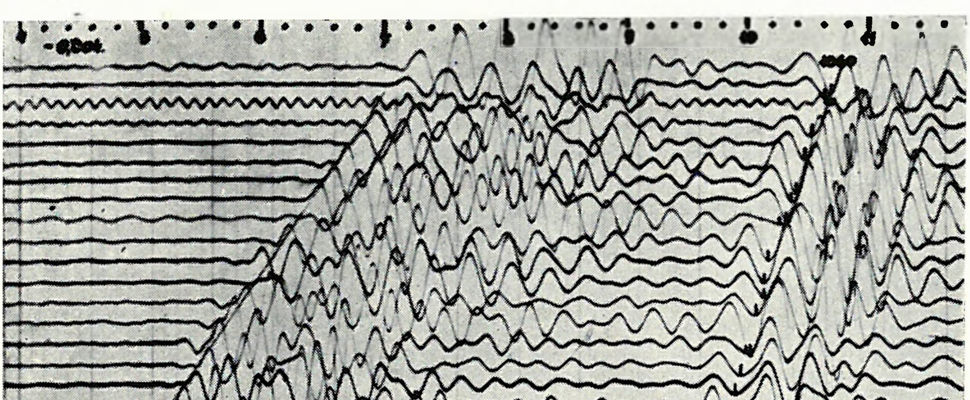
1. (Az alaphegységről is, a fiatalabb rétegekből is kapunk reflexiót). Amennyiben az itt leírt kedvező esettel állunk szemben, annak magyarázata az, hogy a továbbiakban jellemzendő kedvezőtlen körülmények nem állanak fenn. Természetesen ilyen esetekben soha sincs egyértelmű bizonyítékunk arra, hogy az alaphegységről feltételezett reflexió valóban onnan jön. Ez a kedvező eset területünkön csak elszigetelten fordul elő egyes terítésekre vonatkozóan. Az elképzelhetőség kedvéért mégis közlünk egy ilyen reflexiós szelvényt más területről, ahol az alaphegységet kristályos pala képezi és felette a harmadkori üledékek nyugodtabb településűek (lásd 2. ábra).

2. (Az alaphegységről kapunk, a fiatalabb rétegekből nem kapunk reflexiót.) Az *LL* alkalmazásánál igen éles alacsonyfrekvenciás reflexiókat kaptunk, feltehetően az alaphegységről. A szeizmogrammokban csak egyetlen reflexió volt (lásd 3. ábra).

Ennek magyarázatául a következőket tételezzük fel. Az üledékes kőzetek, így a területünkön levő harmadkori rétegek is, a mesterséges rengés-



2. ábra.

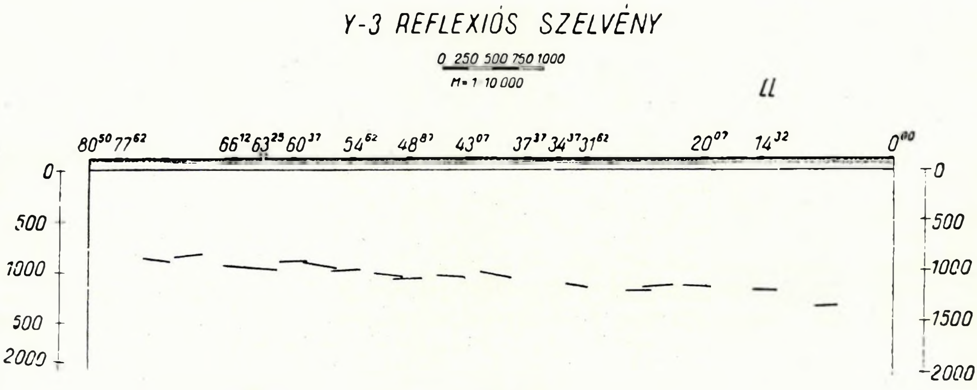


3. ábra

hullámmal szemben szelektív abszorpciót mutatnak, vagyis a hullám magasfrekvenciás komponenseit elnyelik. Talajlövésnél (*TL*) a hullám frekvenciatartománya igen széles és a nagy energiával rendelkező magasabb frekvenciás komponenseket a talaj mint sávszűrő, erősen vágja [1].

A levegőben robbantás módszerének ellenben az a lényeges vonása, hogy a keletkező sík rengéshullámok frekvenciatartománya aránylag keskeny, kb. 50 cps széles, olyan energia csúcsértékkel, mely a talaj által átengedett frekvenciák között van [2]. Ilyen körülmények között érthető, hogy a nagy energiával behatoló, alacsony frekvenciás hullám segítségével onnan kapunk reflexiót, ahonnan mélysége szerint egyébként is alacsony frekvenciás reflexiónak kell jönnie, amely azonban *TL* esetében kis energiával jön (lásd 4. ábra).

Az 5. ábra diagrammja mutatja, hogy a *TL* felvételekben, amelyek alacsony frekvenciás (38—44 Hz) szűréssel készültek, hogyan csökken a reflexiók frekvenciája a mélységgel. A felvevő berendezés szűrője *LC* rendszerű kiemelő rezgőkör volt, $Q = 2$ jósági fokkal.

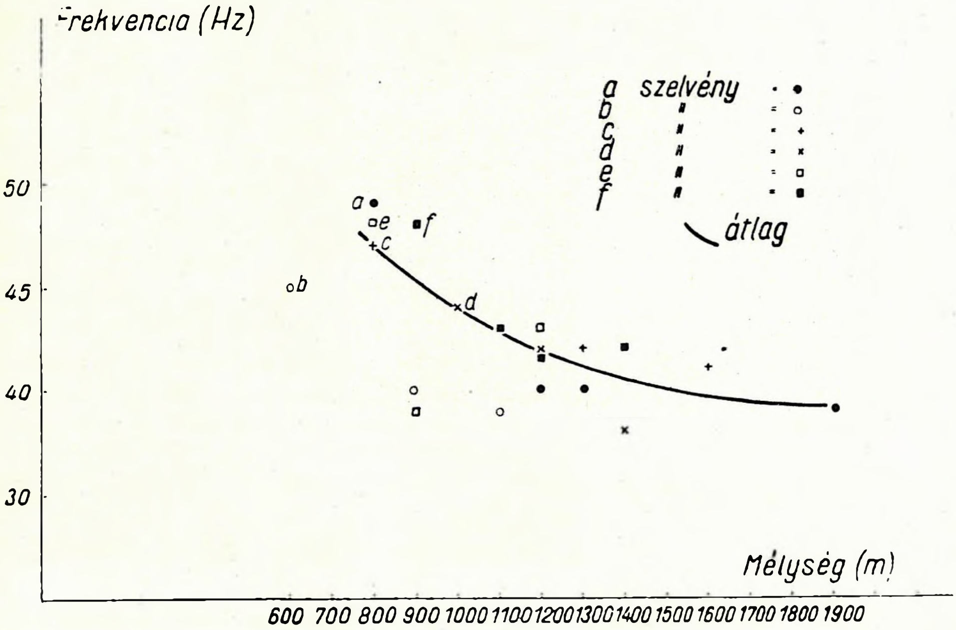


4. ábra

3. (Az alaphegységről nem kapunk, a fiatalabb rétegekből kapunk reflexiókat.)

Az alaphegység némaságát okozó jelenségek részben magában az alaphegységben gyökereznek, a következő elméleti meggondolások alapján. A triász korszakban képződött alaphegység a középső miocén tortonai emeletig szárazföld volt. Mikor a tortonai emeletben a tenger elöntötte, felszínén nyilvánvalóan magán viselte a hosszú lepusztulási időszak nyomait, karrok, karsztjelenségek, eróziós morfológiai formák alakjában. Hegységképző mozgásokban valószínűleg már régen nem vett részt, mert hiszen a triász végén kiemelkedett, ellenben a tőle D-re és É-ra történő alpi hegységképződést szinorogén, nagyjából függőleges, undációs mozgásokkal követte. Ezek a mozgások sok vetőt hoztak létre, sok régi vetőt megfiatalitottak, tektonikailag preformálták az eróziót is és végeredményben erőteljesen hozzájárultak a felszín egyenetlenné tételéhez.

Ezért, amennyiben az alapkonglomerátum, vagy a helyenként alapkonglomerátum nélkül települő tortonai mészkő nem egyenlíti ki az ősi térszín egyenetlenségeit, fellép rajta a diffúz visszaverődés jelensége. Ez a



5. ábra

jelenség különösen a *TL*-nél észlelhető, ahol a hasznos hullám kis energiával éri el az alaphegység felszínét és viszonylagosan is nagyobb szóródási vesztesége lehet az egyenetlen felületen.

Mindezekre mélyfúrásokkal is igazolt bizonyíték kevés van, mert az alaphegységet kevés fúrás érte el. Az alaphegységig lemélyített fúrások mégis azt mutatták, hogy az alapkonglomerátum — ha van egyáltalán — nem túl vastag és az alaphegységet képező mészkő meglehetősen repedezett és egyenetlen felszínű (lásd 6. ábra). Erre utal az is, hogy az alaphegység megütése alkalmával a fúrások iszapja rendszerint «megszökik» a mészkő karsztüregeibe. Az állítást alátámasztja a magyar medence regionális tektonikájának, valamint az alaphegység felszíni részeinek ismerete is.

Ezen kívül természetesen a fiatalabb rétegek is gyakorolnak olyan hatást, amely a 3. sz. jelenséget előidézi, elsősorban a robbantási energia nagymérvű elnyelése, illetve visszaverése által. A visszaverődés a különböző terjedési sebességű rétegek határfelületén áll elő és annál nagyobb mértékű, minél nagyobb a két közeg akusztikus ellenállásának a különbsége. Minthogy pedig ez

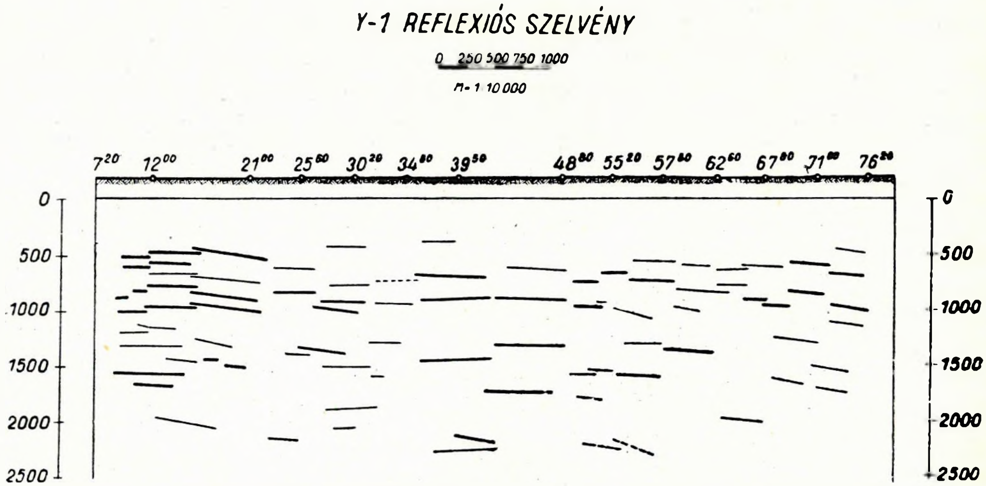
$$R = \varrho V, \tag{1}$$

a jelenség különösen akkor érvényesül, ha a két anyag sűrűsége és terjedési sebessége *erősen* különbözik. A határfelületen áthaladó hullám amplitudóját az akusztikus ellenállással kifejezve a következő összefüggés adja:

$$A_2 = A_1 \frac{2R_1}{R_2 + R_1}, \tag{2}$$

6. ábra

ahol A_1 jelenti a belépő hullám amplitudóját, R_1 és R_2 az első és második közeg akusztikus ellenállását. Nyilvánvaló, hogyha az R_1 és R_2 különbsége nagy, a lefelé, vagy felfelé áthaladó energia csekély lesz [3].



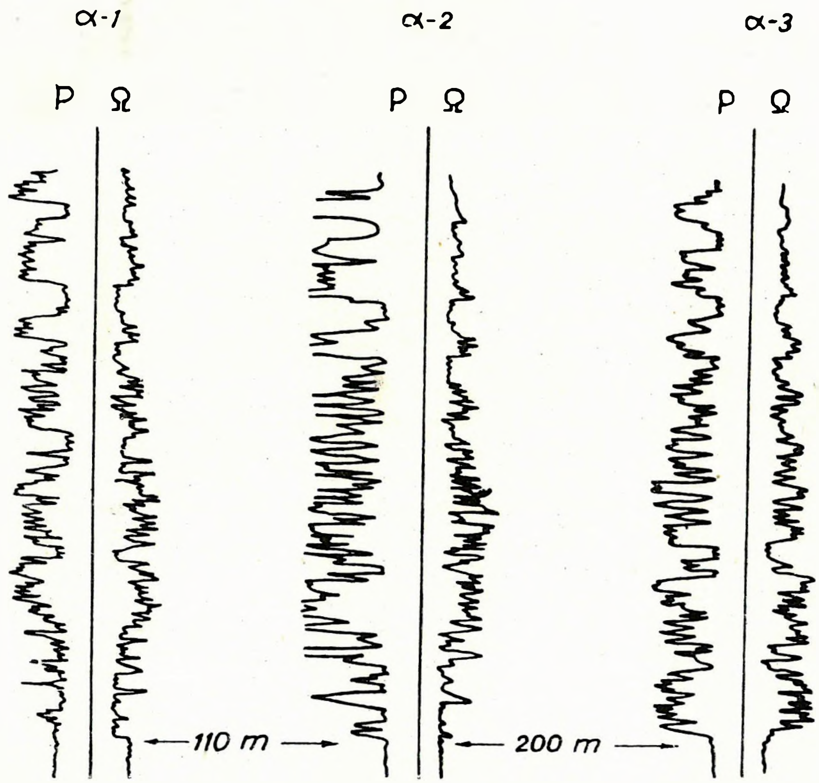
7. ábra

Itt kell megemlíteni azt, hogy a méréseknek igen nagy hátránya a fiatalabb rétegekből nyert felületelemek korrelálhatatlansága (lásd 7. ábra). A jelenség magyarázatát az alábbiakban látjuk. A mélyfúrások földtani szelvénye, de főleg elektromos szelvénye tanúsítja, hogy a fedőhegység csaknem teljes összlete, kivéve a tortonai mészkövet, rendkívül lencsés faciesben települ, homokok, márgák, mészmárgacsíkok, sűrűn kiékelődve váltogatják egymást. Gyakran két közeli mélyfúrás szelvénye is nehezen korrelálható egymással (lásd 8. ábra).

A lencsés település valószínű oka az alaphegységnek az előzőkben említett undációs szinorogén mozgása. A szarmata és az alsó pannon emelet «tengere» időnként még meglehetősen összefüggő, egységes tenger lehetett, amely vastag egységes üledékösszletet rakott le. Ilyen pl. az alsó pannon úgynevezett Lenti-márga, amely nagy vastagságú és nagy kiterjedésű, elektromos lyukszelvényezésekkel is jól azonosított réteg. Az undációs mozgás valószínűleg a Lenti-márga képződése után öltött nagyobb mérete-

HÁROM KÖZELI FÚRÁS ELEKTROMOS SZELVÉNYE. TERÜLETÜKÖN SZEIZMIKUS MÉRÉS VOLT

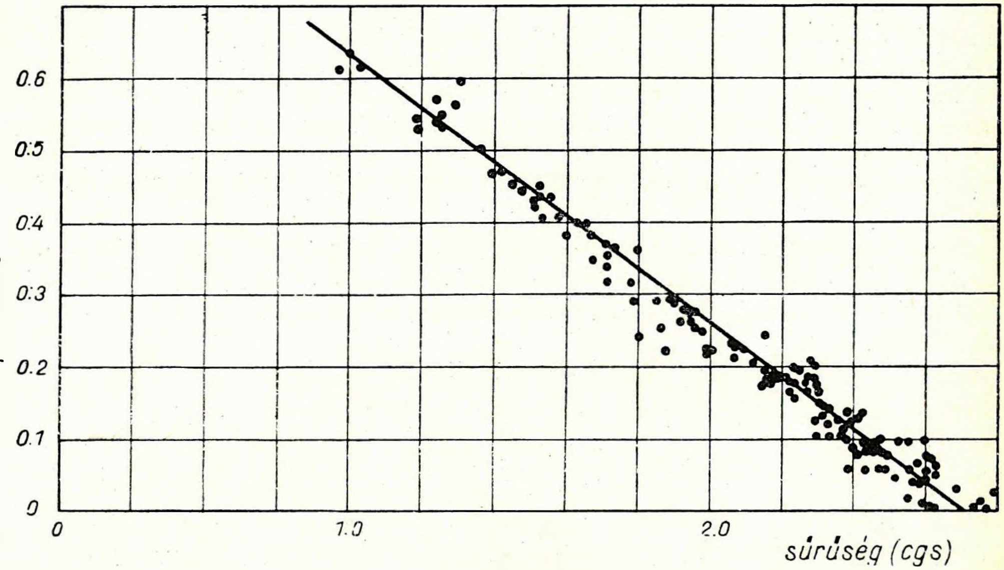
(Pannon rétegek)



8. ábra

ket, valamint a tenger is ezután szakadozott szét sok kis beltengerre, amelyek ide-oda mozogva mind külön raktak le különböző, váltakozva egymásra települt üledékeket. Ezekben a rétegekben a geológusok sem találnak vezérhorizontot, mindössze néhány «szinttájat» különböztetnek meg (alsó Rátka, felső Rátka, Páka, Budafa stb.) A korrelációt leginkább őslénytani alapon, a Limnocardium, Congeria és Valenciennesia puhatestű fajták segítségével végzik.

A szeizmikus mérések számára a lencsés település, az erősen változó



9. ábra

sűrűségviszonyok, az ezzel kapcsolatos terjedési sebesség és akusztikus ellenállás változások miatt, rendkívüli nehézségeket jelent. A nehézségek zömét az okozza, hogy a mérések követhető egységes szintet nélkülözni kénytelenek, de rendkívül hátrányos a magas zavarnívó is, amelyet a sok kis lencséről jövő gyenge reflexiók interferenciája okoz.

Miután az előzőkben tisztáztuk a földtani alapfogalmakat, szükségesnek mutatkozik néhány idevonatkozó fizikai alapfogalom tisztázása is.

A szeizmikus hullám terjedési sebességét több tényező befolyásolja, főleg a rétegek rugalmassági tényezői és a sűrűség. A szeizmika által észlelésre felhasznált (előbb beérkező) longitudinális hullámra vonatkozóan ez az összefüggés az ismert képlet szerint így írható fel

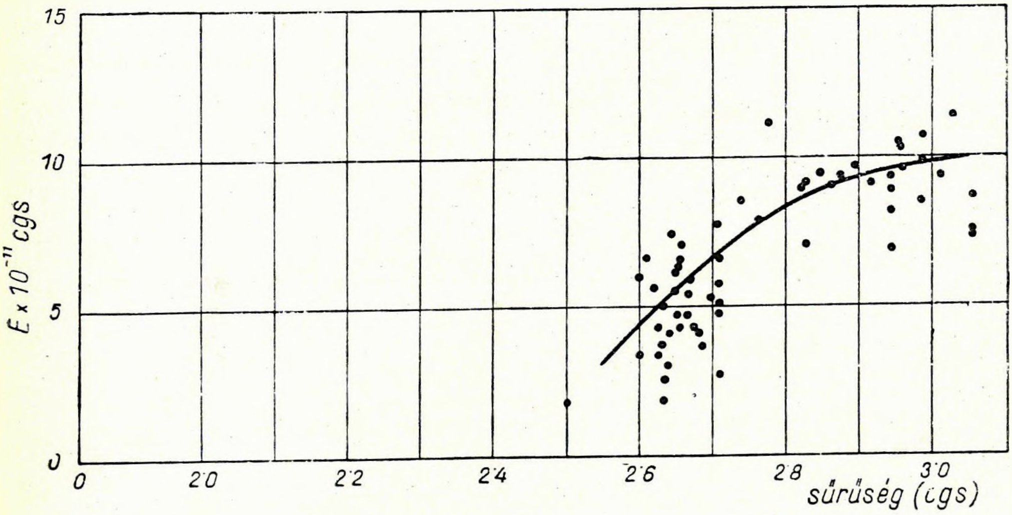
$$V = \sqrt{\frac{E}{\varrho} \frac{1-\sigma}{(1+\sigma)(1-2\sigma)}} \tag{3}$$

ahol E a Young modulus, ϱ a sűrűség és σ az úgynevezett Poisson-szám. E szerint a terjedési sebesség a Young modulus négyzetgyökével egyenesen, a sűrűség négyzetgyökével fordítottan arányos.

A sűrűség a likacsosság növekedésével közel lineárisan csökken [4, 5] (lásd 9. ábra). És bár a sűrűség négyzetgyöke a (3) szerint fordítottan arányos a terjedési sebességgel, — mégis a sűrűség növekedése a rugalmassági tényezők nagyobb mértékű növekedését vonja maga után, úgyhogy a tömöttebb, sűrűbb kőzetek terjedési sebessége általában nagyobb.

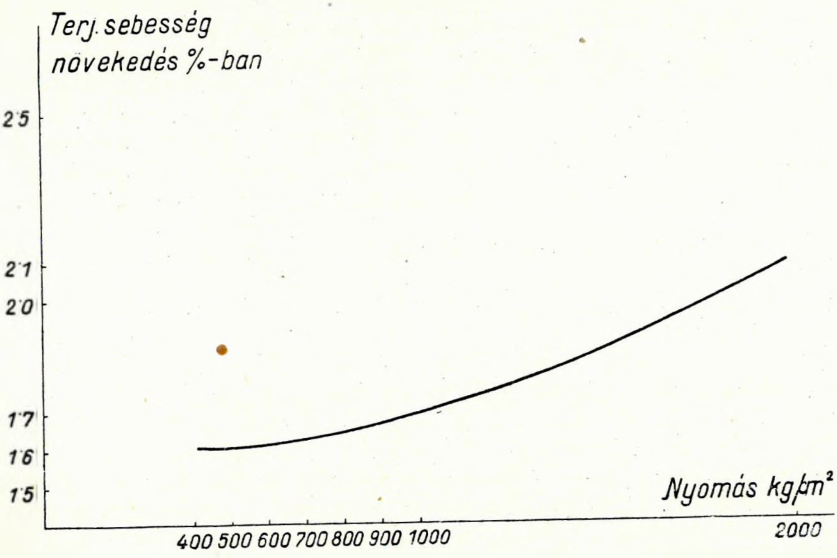
A rugalmassági tényezőknek a sűrűség növekedésénél nagyobb mérvű növekedése csak bizonyos sűrűség értéktartományon belül áll fenn, 1,3—3,0 értékek között, vagyis gyakorlatilag az ismert kőzetek sűrűség értéktartományán belül [4, 5] (lásd 10. ábra).

A likacsosság és sűrűség, a sűrűség és rugalmas állandók, valamint a rugalmas állandók és terjedési sebesség viszonyának megállapításával



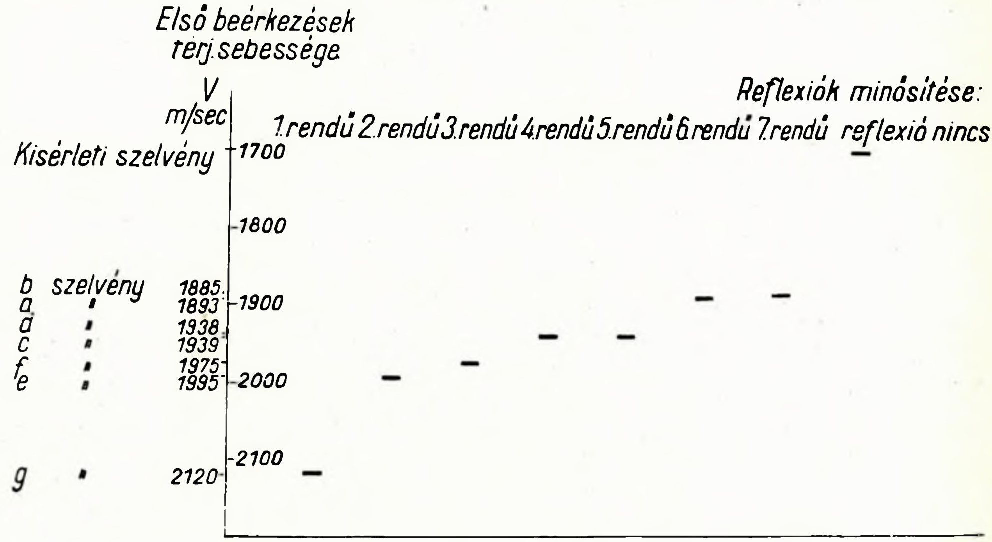
10. ábra

összefüggést találunk a likacsosság (porozitás) és terjedési sebesség között. Valóban laza homokokban a felszínközel úgynevezett mállott rétegében (weathered layer) igen kicsi, 300—800 m/sec a terjedési sebesség, a neogén összlet több márga tagot tartalmazó sorozatában már 1500—2500 m/sec,



11. ábra

és a tömött triász mészkőben vagy dolomitban 4—6 000 m/sec-ot is elérhet. A terjedési sebességet utóbbi esetekben a mélység is — mégpedig a kőzetek térfogatsűrűségének és a mélységnek függvényét képező hidrosztatikus nyomás is — befolyásolja [6] (lásd 11. ábra diagrammját). Az irodalomból



12. ábra

ismeretesek olyan adatok, amelyek szerint lassú üledékképződésű területen kedvezőbb a jó reflexiók nyerésének lehetősége [7]. A lassú üledékképződés általában finomszemű, tömött, tehát sűrűüledékes kőzeteket szolgáltat. A sűrűbb kőzeteknek a fentiek alapján nagyobb rugalmasságuk folytán általában nagyobb a terjedési sebességük. Így egy terület átlagos kőzettani, litológiai, szemcsenagysági viszonyairól a terület átlagos sebességértékei némi tájékoztatást nyujtanak. Ezeket az átlagos sebességértékeket elsősorban a reflexiós szelvények terjedési idő diagrammjaiból nyerhetjük, ezenkívül a reflexiós szeizmogrammok refrakciós első beérkezéseinek kiértékeléséből. Ezek a reflexiós észleléseknél nyert első beérkezések az adott terítéshossz, illetőleg terítés és robbantólyuk távolság által meghatározott mélységű első olyan felületekről jönnek, melyeknek sebességértékei a felettük települt rétegétől erősen eltérnek. Ezen szint alatt a sebesség általában nő. A 12. ábra táblázata arról tájékoztat, hogy mimódon változik az első beérkezés terjedési sebessége egy reflexiós mérési területen szelvényről-szelvényre és evvel arányosan hogyan javul a felvételek minősége.

A terjedési idő diagrammokból, valamint az első beérkezések sebességének rendszeres kiértékelésével nyert adatokból, tehát egy terület sűrűségviszonyairól igen nagyvonalú áttekintést nyerhetünk.

Mint ismeretes, a talaj energiaelnyelőképessége igen erősen frekvenciafüggő. Ez az úgynevezett szelektív abszorpció. A jelenség elsősorban a magas frekvenciákkal szemben nyilvánul meg, ezért van az, hogy minél mélyebbről jön egy reflexió, frekvenciája annál alacsonyabb, mint az 5. ábrán láttuk. Ott, ahol az energia maximum a szeizmikus szempontból kedvező, alacsony frekvenciatartományra esik (*LL*), és a fiatalabb képződményekben a rétegzettség sűrű, vékony, kicsi az akusztikus impedancia-különbség, ott a kevésszámú magasabb frekvencia teljesen elnyelődik és a sekélyebb szintekből reflexiót nem kapunk, mint a 4. ábra *LL* szelvénye mutatja. Erről a 2. sz. probléma tárgyalásánál már szóltunk.

Az amplitudócsökkenés, ami lényegileg az energiacsökkenést, tehát az elnyelést mutatja, a következő ismeretes törvény szerint történik.

$$A_x = A_0 e^{-\alpha x}, \tag{4}$$

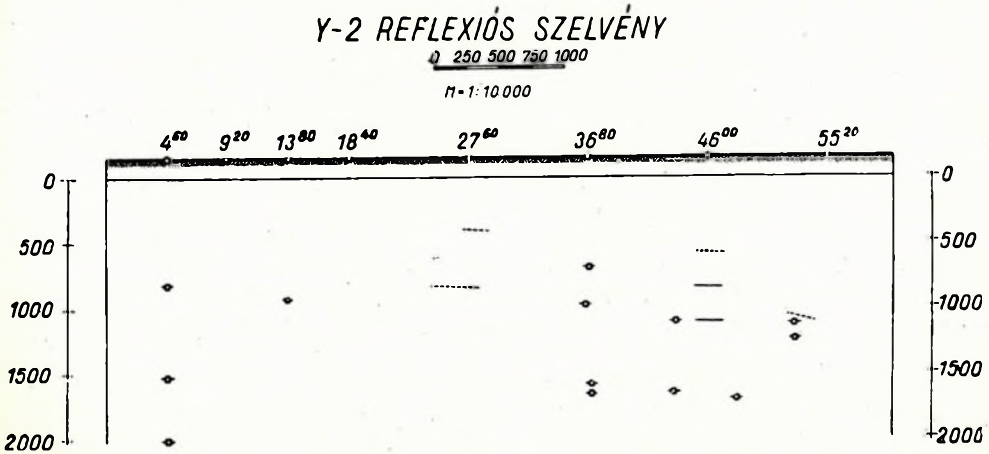
ahol α a csillapodási tényező. α-t kifejezhetjük a $V = n\lambda$ egyenlet és a logaritmikus dekrementum segítségével a következőképpen

$$\alpha = k \frac{n}{V}. \tag{5}$$

Látható, hogy az elnyelőképesség a frekvenciával egyenesen arányos. Meg kellene vizsgálni, hogy milyen szerepet játszik a terjedési sebesség, hogy a mérési területeknek a fentiek szerint nyert átlagos terjedési sebesség értékei az elnyelőképességről is tájékoztatást nyujthassanak.

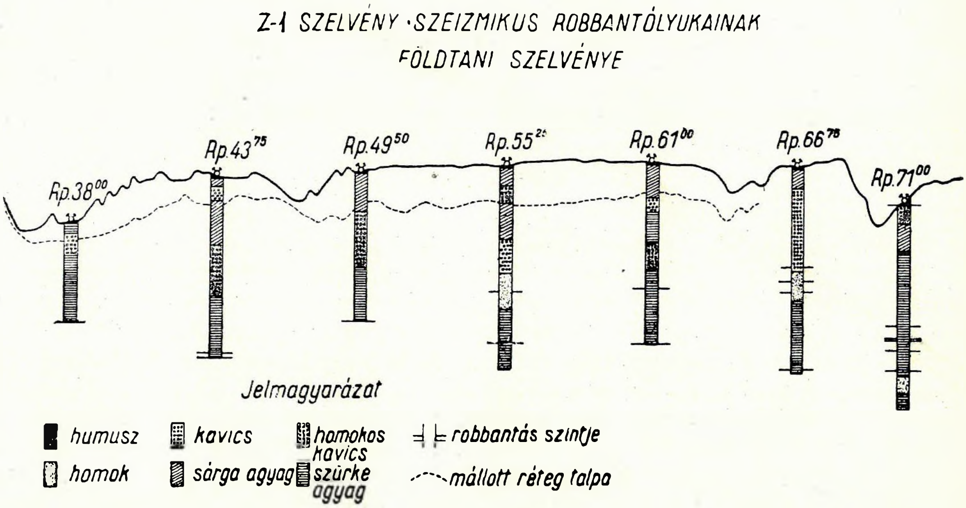
4. (Sem az alaphegységről, sem a fiatalabb rétegekből nem kapunk reflexiókat.) Némely esetben a robbantási energia frekvenciára való tekintet nélkül olyan nagy mértékben elnyelődik, hogy sem az alaphegységről, sem a fiatalabb rétegekből reflexiót nem kapunk, legfeljebb bizonytalan nyomokat, (lásd 13. ábra). Ezen jelenség magyarázatául az alábbiakat tételezzük fel.

A felszín alatt néhány méter, esetleg néhány tíz méter mély, laza litológiai összetételű, úgynevezett mállott réteg települ. Alsó szintje jelenlegi ismereteink szerint földtanilag nem definiálható egyértelműen. Vastagságát úgynevezett kis refrakciós robbantások segítségével szokták megállapítani a reflexiós beérkezési idő korrekciója céljából. Ennek a rétegnek a terjedési sebessége 300—800 m/sec között változik. Laza összetételű, mint a robbantólyukak fúrási szelvénye mutatja (lásd 14. ábra), ezenkívül maga a kis terjedési sebesség is erre utal. Az $\alpha = k \frac{n}{V}$ összefüggés jelzi, hogy a kis V nagy elnyelőképességet jelent. A robbantólyukakat legtöbbnyire ezen



13. ábra

réteg alá szokták fúrni, természetesen néha találomra. Így a robbantás általában nem ebben a rétegben történik, de elkerülhetetlen, hogy a visszaverődés után a hullám keresztül ne menjen rajta, s ilyenkor a maradék energia gyakran teljesen elnyelődik, illetőleg a nagy akusztikus ellenálláskülönbség miatt már be sem lép ebbe a közegbe.



14. ábra

A mállott réteg nem feltétlenül azonos fogalom laza összetételű réteggel, azonban a laza összetételű felső rétegek és az alattuk lévő nagyobb terjedésű sebességű rétegek határfelületén ugyanez a jelenség játszódik le.

Területünkön a dombok általában laza összetételűek. Azt tapasztaltuk, hogy dombokon egyáltalában nem kaptunk reflexiókat, csak völgyekben. Ennek magyarázata a következő lehet.

A pannon utáni erózió a pannon térszínbe bevágott és a bevágódás helyein a felső homokosabb, lazább összetételű rétegeket lepusztította, a tömöttebb, nagyobb terjedési sebességű rétegekig, amelyek ma a völgyek talpán vannak vékony pleisztocén és alluviális takaró alatt.

A dombokon való teljes elnyelődés jelensége egy terítésen belül is mutatkozott, mint a 15. ábra *a* szeizmogrammja mutatja. A 15*b* és *c* szeizmogrammok völgyben, illetőleg dombon készültek. Mellékeljük a megfelelő földtani szelvényt is. A különbség szembeszökő.

A dombokon végzett mérések első beérkezései kis sebességet mutatnak, 1500—1700 m/sec-ot. Úgy tűnik fel, hogy az első beérkezések terjedési sebességének «küszöbértéke» van, 1700—1800 m/sec körül. Ez alatti értéknél tapasztalataink szerint a területen reflexió nem várható.

A szelvények telepítésénél célszerű a térszín erodáltabb részeit keresni.

* * *

Összefoglalva: A területen reflexiós szeizmikus mérés nem mindenhol végezhető eredményesen.

Az átlagos terjedési sebességek nagy vonásokban tájékoztatnak a várható eredményről.

A felületelemek korrelálhatatlansága olyan tény, amellyel a geológusoknak számolniok kell.

Az alaphegység mélységének meghatározását és szerkezeteinek körülhatárolását úgylátszik leginkább az *LL* módszer teszi lehetővé, így azonban a neogén felületek meghatározásáról többé-kevésbbé le kell mondani. Az *LL* módszer mélységi alkalmazhatósága korlátozott.

A felvetett problémákkal kapcsolatban további vizsgálatokat kell végezni a geofizika és földtan közös értelmezésében. Ezeket a vizsgálatokat célszerű más, szeizmikus szempontból kedvezőbb területeken is elvégezni.

A geofizikai mérések értelmezésében a földtan nagy segítséget nyujt, ezért a geofizikusok és geológusok együttműködése nélkülözhetetlen.

Ez a tanulmány a Geofizikai Intézet szeizmikus laboratóriumában készült. Munkatársak: Pethő Márton, Szádeczky-Kardoss Márta.

SZAKIRODALOM

1. D. H. CLEWELL — R. F. SIMON: Seismic Wave Propagation. Geophysics, 1950. Vol. XV. p. 50.

2. GÁLFI JÁNOS: A levegőben robbantás módszerének alkalmazása a hazai gyakorlatban. Geofizikai Közlemények, 1952. I. köt. 11. füzet.

3. C. A. HEILAND: Geophysical Exploration. New York, 1950. p. 478.

4. S. S. WEST: The Effect of Density on Seismic Reflections. Geophysics, 1941. Vol. VI. pp. 45—51.

5. W. C. KRUMBEIN: Some Relations among Sedimentation, Stratigraphy and Seismic Exploration. Bull. of the American Association of Petroleum Geologists, 1951. Vol. 35. No. 7. p. 1505.

6. CH. W. OLIPHANT: Comparison of Field and Laboratory Measurements of Seismic Velocities in Sedimentary Rock. Bull. of the Geological Society of America, 1950. Vol. 61. pp. 759—788.

7. P. L. LYONS: A Seismic Reflection Quality Map of the United States. Geohypsics, 1951. Vol. XVI. p. 506.

Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet
GEOFIZIKAI KÖZLEMÉNYEK
II. kötet, 10. szám

К. Шебештен:

КОМПЕНСАТОР ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ЕСТЕСТВЕННЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ

Автор знакомит нас с компенсатором, построенным для измерения естественных потенциалов. Преимуществом прибора является то, что его потенциометр одножильный и во всех пределах измерений потенциометр охватывает одну и ту же величину в милливольтах.

K. Sebestyén:

KOMPENSATOR ZUR MESSUNG VON EIGENPOTENTIALEN

Verfasser gibt einen Kompensator bekannt, der zur Messung von Eigenpotentialen konstruiert wurde. Der Vorteil dieses Apparates ist, dass sein Potentiometer eindrahtig ist und dass der Potentiometer bei jeder Messgrenze denselben mV-Wert überbrückt.

TERMÉSZETES POTENCIÁL MÉRÉSÉRE SZOLGÁLÓ KOMPENZÁTOR

DR. SEBESTYÉN KÁROLY

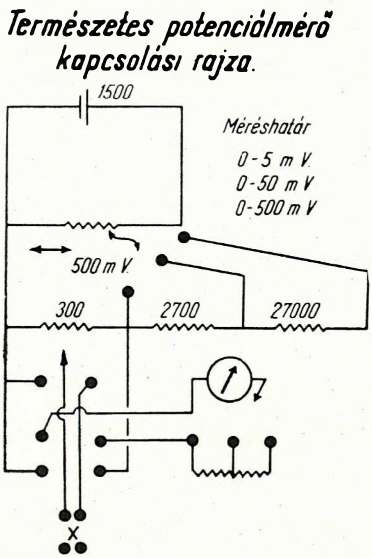
Hazánkban nagyobbszabású rendszeres természetes potenciálméréseket először az Állami E. L. Geofizikai Intézet végzett. A rendszeres terepmunkákban kialakultak azok a követelmények, amelyeket a jól használható terepeszköznek teljesítenie kell. Ezek a követelmények: a minél nagyobb mérési gyorsaság s a gyakorlati szempontból kielégítő pontosság.

Ez a két követelmény bizonyos fokig ellentmond egymásnak és teljesítésük csak közelítőleg lehetséges.

Az alábbiakban ismertetem azokat a megfontolásokat, amelyek az előző követelmények teljesítését célozták és egy, a használatban jól bevált eszköz megépítéséhez vezettek.

Először megvizsgáltam azt a legnagyobb érzékenységet, amelyet a berendezésnek el kell érnie. A gyakorlat azt mutatja, hogy geológiai értelmezés szempontjából nincs jelentősége azoknak a természetes potenciálingadozásoknak, amelyek 2—3 mV alatt vannak. Még ennél nagyobb ingadozások is igen gyakran felszíni inhomogenitások következményei. Elegendő tehát, ha eszközünkkel 1 mV-ot megbízhatóan tudunk mérni. Ennek elérésére a null indikátorként alkalmazott műszernek 0,1 mV-ot még jól érzékelhető kitéréssel kell jeleznie.

A mérés gyorsaságának és nagyobb méréshatárokon is kellő pontosságának követelménye már eleve kizárta az ellenállásmérésekben alkalmazott két ellenállás dekádos (9×10Ω és 9×1Ω) kompenzátor alkalmazását. Ez ugyanis alacsonyabb méréshatárokon igen pontos, de beállítása két gomb kezelését igényli, ami nehézkessé teszi. Magasabb méréshatárokon ehhez járul még az, hogy a kellő pontosság eléréséhez a galvanométer két állása között interpolálni kell. Sokkal gyorsabban lehet észlelni azokkal a kompenzátorokkal, melyekben egyetlen potenciométer forgatásával egy bizonyos méréshatár átmérhető. Ez alacsony méréshatárokon megadja a kívánt pontosságot, ha a potenciométer elég finom tekercselésű. Magasabb méréshatárokon azonban a potenciál- (illetve ellenállás-) változás nem elég egyenletes. Ezt a hibát két fogás alkalmazásával küszöbölhetjük ki: olyan kapcsolást választunk, amelynél a potenciométer mindig ugyanazt a méréshatárt hidalja át és egyetlen huzalból van.



1. ábra

A méréshatárok megválasztásánál a tapasztalat szerint hazai viszonylatban elsősorban a 100 mV-nál kisebb potenciálok mérésére kell számítani, de természetesen szükség van magasabb méréshatárokra is.

Első mérőberendezésünk kapcsolási vázlatát az 1. ábra mutatja. Méréshatárai 0—5, 0—50 és 0—500 mV, melyeket az 1-es kapcsolóval állítunk be.

E berendezés hibája az, hogy a potenciométer különböző méréshatárokat hidal át, ezért bár az alsó két méréshatáron pontossága kielégítő, a legfelső méréshatáron az értékek a csúszkának az egyik potenciométer menetről a másikra történő átcsúszásának megfelelően lépcsősen változnak. A méréshatárok sem a legkedvezőbbek, mert már nem túlnagy értékeknél is a legfelső méréshatárt kell használni.

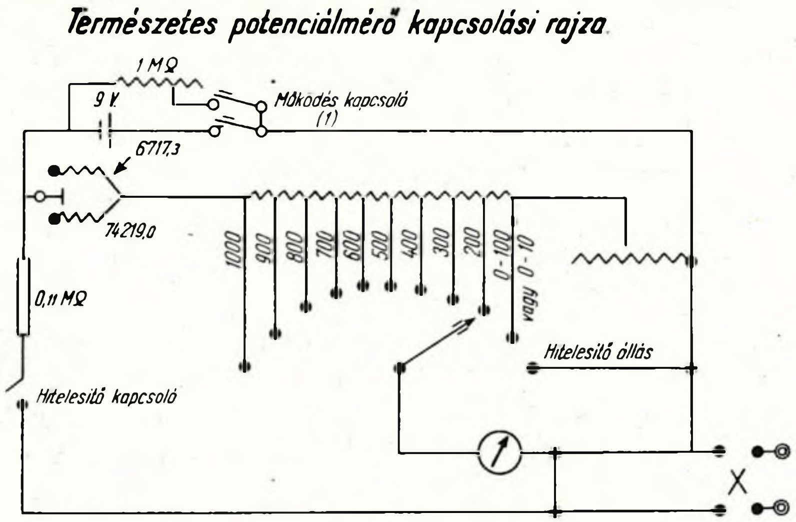
Azokat a tapasztalatokat, amelyeket ezzel és egy Csehszlovákiából származó berendezéssel a terepmunkák folyamán szereztünk, használtam föl egy minden kívánalmat kielégítő kompenzátor megszerkesztésére. Kapcsolási vázlatát a 2. ábra mutatja. A méréshez használt potenciométer egyetlen huzalból áll, így a méréshatáron belül a folyamatos beállíthatóság biztosítva van.

A potenciométeren kívül az eszköz legfontosabb része a méréshatárok fokozatait adó ellenálláslánc, amelynek minden tagja ezred ohm pontosságra egyezik a potenciométer ellenállásával.

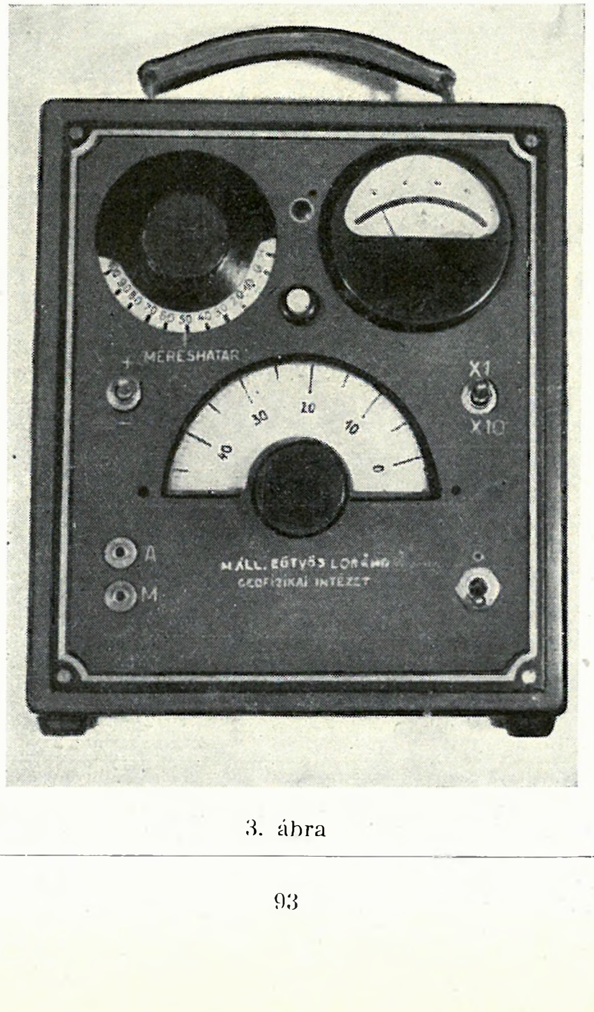
A sokféle igény kielégítésére az eszköz 20 méréshatárt tartalmaz. A 2-es kapcsoló ×10-es állásában 0—1000 mV-ig lehet mérni 100 mV-os határokkal, a ×1-es állásában 0—100 mV-ig 10 mV-os méréshatárokkal.

A feszültség értéke két részből adódik: a méréshatár kapcsoló (3-as) állásához hozzáadódik a potenciométer skáláján történt leolvasás. A nagyszámú méréshatár közös pontjainak kellő pontosságú egyeztetése igen gondos munkát kíván.

Az eszköz működési elvének fogyatékossága az, hogy a potenciométer változtatásával változik az ellenállásláncon átfolyó áram, tehát a potenciométer állása befolyásolja a méréshatár beállítására szolgáló ellen-


Természetes potenciálmérő kapcsolási rajza
1 MΩ
9 V
Működés kapcsoló (1)
6717,3
74219,0
0,11 MΩ
1000
900
800
700
600
500
400
300
200
0-100
vagy 0-10
Hitelesítő állás
Hitelesítő kapcsoló
X

2. ábra


MÉRÉSHATÁR
X1
X10
A
M
M. ÁLL. EÖTVÖS LORÁND
GEOFIZIKAI INTÉZET

3. ábra

állásokon létrejövő feszültségesést. Ezt a hibát azzal igyekeztem csökkenteni, hogy 9V-ot használtam fel kompenzációs feszültségként. Ekkor a kompenzációs áramkörben lévő állandó ellenállásokhoz viszonyítva a potenciométer ellenállása még kedvezőtlen esetben is ($\times 10$ állásban) 1 % körül marad.

Indikáló műszerül egy Hartmann- és Braun-gyártmányú 0,5 osztályú 100 μ A-es Deprez-műszert használtam (belső ellenállása 100Ω). A 3-as kapcsolót hitelesítő állásba állítva és a hitelesítő kapcsolót bekapcsolva a műszer és telep áramkörébe egy ellenállás kapcsolódik úgy, hogy helyes telepfeszültség esetén a műszer teljes kitérést ad.

A szükséges telepfeszültség szabályozását az 1 $M\Omega$-os szénpotenciométerrel végezzük.

Az ismertetett műszerrel rendszeres terepméréseket végeztünk. Ezek igazolták, hogy eszközünk megfelel a mérés gyorsaságára és pontosságára vonatkozó elképzeléseinknek.

A műszert — amelynek fényképét a 3. ábra mutatja — a Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet geoelektromos laboratóriumában Péter Ferenc készítette.

Felelős kiadó: Solt Sándor — Műszaki felelős: Rózsa István

Megrendelve: 1953. IX. 5. — Imprimálva 1953. XI. 12. — Papír alakja: 70×100
A könyv azonossági száma: 1319 — Ívek száma: 1/4 — Ábrák száma: 3. — Példányszám: 500.

Ez a könyv az MNOSZ 5601—50 Á és MNOSZ 5602—50 Á szabványok szerint készült

5543. Franklin-nyomda Budapest, VIII., Szentkirályi-utca 28.
Felelős: Vértes Ferenc.

Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet
GEOFIZIKAI KÖZLEMÉNYEK
II. kötet, 11. szám

Л. Фачинаи:

МЕТОДЫ СОВРЕМЕННОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ГРАВИМЕТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Магнитные измерения уже в тридцатых годах настоящего века были интерпретированы новым методом, с помощью частной производной третьего порядка потенциальной функции. На основе сходства магнитных и гравитационных полей, этот метод был использован и для интерпретации результатов гравиметрических и гравитационно-вариометрических измерений. С научной, также как практической точки зрения автор знакомит нас с некоторыми видами этого нового метода интерпретации, например с теорией метода производных — в первую очередь относительно результатов гравиметрических измерений. Он знакомит нас с практическими результатами карт, построенных на основе частных производных второго порядка «g». Автор применяет этот метод относительно территорий, разведанных с помощью и других методов и геологически известных из результатов глубоких скважин.

L. Facsinay:

METHODS FOR MODERN INTERPRETATION OF GRAVIMETER-MEASUREMENTS

Magnetic measurements were already in the 'thirties interpreted with a new method by means of the third partial differential coefficient of the potentialfunction. The magnetic and gravitational fields being similar, this method was made use of when interpretating the results of gravitational measurements as well as those made with the Eötvös-torsion balance. Author introduces some branches of this new method for interpretation from the scientific and practical point of view, the theory of derived method, primarily concerning the result of gravitational measurements. He further discusses the practical results of the maps constructed on the basis of the second partial derivates of «g».

The method is applied to home territories geologically known by deep-boring and already worked up with other methods.

A GRAVIMÉTER MÉRÉSEK KORSZERŰ ÉRTELMEZÉSÉNEK MÓDSZEREI

FACSINAY LÁSZLÓ

Az olajszerkezetek kutatására ma már majdnem valamennyi geofizikai módszert felhasználják a korszerű szénhidrogénkutatásnál. A módszerek közül ma is a gravitációs és szeizmikus módszer van előtérben. A tapasztalatok szerint a mélyszerkezetekre e két módszer eredményeinek egybevetése adja meg a legjobb felvilágosítást.

Miután mind a két eljárásnak megvan a maga előnye és hátránya, a mérések kivitelében és értelmezésében új utakat kellett keresni. A legújabb külföldi irodalom tanulmányozásából látjuk, hogy a magyarországi viszonylatban fennálló kérdések általában másutt is megoldásra várnak. Nemcsak nálunk vannak pl. kedvezőtlen szeizmogeológiai, illetve szeizmopetrográfiai viszonyok, hanem másutt is. Ennek a kérdésnek megoldásával több külföldi dolgozat foglalkozik, s nálunk is beható kísérletek folynak az ú. n. néma zónák megszólaltatására. Természetes az is, hogy a gravitációs mérések értelmezésében — hiszen annyi olajmező feltárásában volt döntő tényező a gravitációs módszer — szintén új értelmezési lehetőségeket keresnek. Az elméleti alapokon nyugvó kutatások célja a gravitációs mérések jobb feloldóképességének megtalálása. A már ismert regionális hatás korrekciójának kérdése mellett újabban sikeresen oldották meg a nehézségi erő vertikális gradiensének a mélységgel való változásának számítását a mért, illetve számított nehézségi anomáliák szerint. A vertikális gradiens mérésére még nincs megfelelő műszer, de a vertikális gradiens mélységgel való változásának számítására, a $\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}$ derivált meghatározására, jó megközelítő módszerek ismeretesek.

A legutóbbi külföldi irodalom cikkei, a geofizikus kongresszusokon elhangzott előadások hűen tükrözik a geofizikai módszerek legfontosabb, legégetőbb kérdéseinek állását. A szeizmikus méréseknél a robbantástechnikai problémák állnak előtérben, a gravitációs méréseknél a $\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}$ értékének minél szabatosabb meghatározása a vita tárgya. Általában a pontosabb graviméter mérések adatai lehetővé teszik ennek a kérdésnek jó megközelítéssel való megoldását. A probléma megoldásával sok olyan helyi szerkezeti elem válik szemlélhetővé, amely az eddig szokásos Bouguer anomáliákban egyáltalán nem, vagy csak gyengén jelentkezik.

Dolgozatom első részében a regionális korrekció általában ismert módszereivel foglalkozom, amelyek már alkalmasak helyi szerkezeti elemek elkülönítésére. Ehhez csatlakozva ismertetem a gyakorlati módszereket a $\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}$ meghatározására. Bemutatom néhány példán ennek az eljárásnak gyakorlati eredményeit, ezek a példák bizonyítják a módszer jó feloldóképességét.

Az utolsó fejezetben röviden ismertetem az eddigi, olyan területeken elért hazai eredményeket, ahol már ismert földtani viszonyokkal és a szeizmikus mérések eredményeivel összehasonlítva a módszer helyességére következtethetünk olyan területeken, ahol szénhidrogénkutatás céljából az újra feldolgozott mérések hasznos felvilágosítást adhatnak.

Megjegyzem, hogy a felhasznált mérések nem egészen korszerűek ahhoz, hogy a módszert teljes biztonsággal használhassuk. Ennek ellenére arra igen jól megfelelnek, hogy az eljárás alkalmazhatóságát bizonyítsuk, szemléltessük, s egyben rámutassunk arra, hogy egyes már felmért területen a részletes mérést a most már rendelkezésünkre álló korszerűbb műszerekkel érdemes újólag is elvégezni és a $\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}$ parciális differenciálhányados alapján újraértékelni.

A gravitációs mérések regionális korrekciójának kérdése

A gravitációs mérőmódszer a geofizikai kutatásoknak fontos és értékes módszere. Hosszú időkön keresztül kizáróan ez a módszer szolgáltatta a szükséges geofizikai adatokat a szénhidrogénkutatás céljaira. Tudvalevő az is, hogy a gravitációs mérések eredményei alapján a föld különböző területein hatalmas olajmezőket fedeztek fel és Magyarország olajmezői is a földtani megfigyelésen kívül elsősorban a gravitációs mérések eredményeinek köszönhetik feltárásukat.

A gravitációs mérések gyakorlati alkalmazásában éppen a szénhidrogénkutatás szempontjából a helyi, lokális anomáliák az értékesek. A gravitációs mérések eredményeinek értelmezésében a geofizikusok mindig arra törekedtek, hogy redukciós eljárásaik a lehető legpontosabbak legyenek és így a kapott anomáliák a kéreg felső részében jelentkező sűrűségváltozásokat, illetve a velük összefüggő felszínalatti szerkezeteket mutassák ki.

A gravitációs mérések gyakorlatban szokásos javításai:

1. Topografikus javítás.
2. Magassági (Faye-féle) javítás.
3. Bouguer javítás.

A korszerű graviméteres méréseknél az 1. alatti korrekció számítására több ismert módszer közül leginkább az ú. n. Hammer-féle táblázatokat használják.

Az ismert Faye-féle és Bouguer korrekcióval általában a tenger szintjére redukálunk és a Bouguer korrekcióban szereplő sűrűségi értéket, tagolt terepen a Nettleton által ismertetett módszerrel ellenőrizhetjük, vagy fúrások adataiból (magok sűrűségvizsgálataiból, lyukgraviméteres mérésből) állapíthatjuk meg.

A tenger szintjére redukált nehézségi erő értékéből kivonjuk a mérés helyére vonatkozó elméleti gravitációs értéket. Az így kapott pozitív vagy negatív eltéréseket nevezzük gravitációs anomáliáknak. Az egyenlő anomália értékű pontokat összekötő görbék, vagy izogammák körvonalazzák a gravitációsan magas, vagy mély helyeket, az ú. n. gravitációs maximumokat, amelyek összefüggésbe hozhatók a felszínalatti földtani rétegek kiemelkedéseivel, bemélyedéseivel. Szénhidrogénkutatás szempontjából a gravitációs maximumok érdekelnek bennünket, mert ezek többnyire mélybeli szerkezetek magaslataival függnek össze, antiklinálisokkal, dómokkal, s ezek elsőrendű olajcsapdák lehetnek, ha az olaj keletkezéséhez, migrációjához és tárolásához a megfelelő előfeltételek megvannak. A gravitációs minimumok pedig a szerkezetek mélyebben fekvő helyeivel függhetnek össze, tehát pl. szinklinálisokat jellemezhetnek, de sódómok is gravitációs minimumként jelentkeznek.

Az anomáliák részben a nagyobb horizontális kiterjedésben észlelhető ú. n. regionális hatásból, részben a kisebb kiterjedésű lokális hatásokból adódnak. Az olajkutatókat a lokális anomáliák érdeklik, amelyeknek okozói nincsenek a felszíntől nagy mélységre.

Ha a minket érdeklő helyi anomáliákról akarunk tiszta képet kapni, akkor a regionális hatást le kell vonnunk az összhatásként jelentkező gravitációs anomáliákból. A regionális hatás számítására, illetőleg annak kiküszöbölésére különböző módszereket dolgoztak ki. Az ismertebb és gyakorlatban alkalmazott módszereket dolgozatomban ismertetni fogom, különös tekintettel a korszerű graviméteres és mágneses méréseknél legutóbb jó eredménnyel használt második parciális differenciálhányados, vagy röviden kifejezve «derivált» módszerre. E módszer jó feloldó képessége alkalmas arra, hogy a felszínalatti szerkezetekről részletesebb képet kapjunk, mint a Bouguer izoanomálokból.

Néhány gyakorlati példán látni fogjuk, hogy kellő előfeltételek mellett az így nyert, ú. n. maradékanomáliák, vagy második derivátumok anomália görbéi a helyi szerkezetekkel szépen összefüggnek, tehát a hazai olajföldtani viszonyok mellett e módszer alkalmazása igen hasznos lehet.

Természetes, hogy a szeizmikus méréseket továbbra sem nélkülözhetjük, hiszen a két: a gravitációs és szeizmikus módszer együttes alkalmazása adja meg számunkra a szénhidrogéneket tároló földtani szerkezetek sikeres és leggazdaságosabb kutatásának lehetőségét. De a maradék, illetve a derivált anomáliatérkép alkalmas arra, hogy az egyébként költséges szeizmikus mérések helyét még pontosabban és szűkebb körre korlátozva kijelölhessük a gravitációs mérések alapján.

A regionális gradiens és a regionálisan korrigált izogammák egyszerű szerkesztési módja

Előfordul, hogy a gradiensek, vagy nagy részük nagyobb területen közel azonos irányúak. Tehát a gradienseknek bizonyos irányban jelentékeny összetevőjük van. Ebből a vizsgált területre kiterjedő egységes gravitációs hatásra következtethetünk, s mivel ez nagy területre vonatkozik, regionális hatásnak nevezzük. A regionális hatásnak megfelelő gradiens a regionális gradiens.

A regionális gradiens számszerű meghatározására a *középgradiens* módszerét használják fel. Legyen U_A a minket érdeklő földtani alakzatok gravitációs potenciálja és

$$\left(\frac{\partial^2 U_A}{\partial x\, \partial z}\right)_i \quad \left(\frac{\partial^2 U_A}{\partial y\, \partial z}\right)_i$$

a megfelelő gradiens összetevői az $\times$ jelű állomáson, az n pedig az összes állomások száma. Legyen U_R a nagyobb kiterjedésű, regionális hatást okozó rétegek potenciálja, U_S az összes rétegek potenciálja. Ha a regionális gradienst úgy definiáljuk, mint a teljes gradiens átlagos értékét, akkor ezt úgy nyerjük, hogy az egyes állomások gradienseinek vektoriális összegét osztjuk az állomások számával. Ennek összetevői:

$$\frac{\partial^2 U_R}{\partial x\, \partial z} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial^2 U_S}{\partial x\, \partial z}\right)_i}{n} \qquad \frac{\partial^2 U_R}{\partial y\, \partial z} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial^2 U_S}{y\, \partial z}\right)_i}{n}.$$

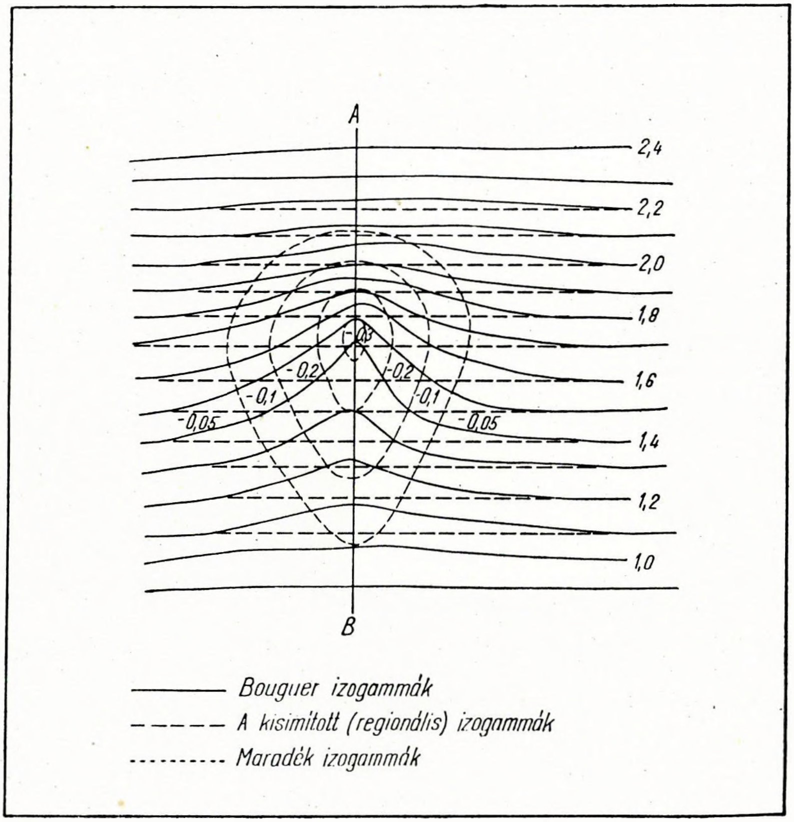
E módszer elsősorban az Eötvös-inga mérések feldolgozásánál alkalmazható (1).

A továbbiakban a graviméter mérések eredményeinek regionális korrigálásáról lesz szó.

A «kisimított» körvonalak módszere

Igen egyszerű és gyors módszer a maradék és regionális anomáliák különválasztására a «kisimított» körvonalak módszere. A Bouguer-anomáliák szerint készített izogamma-térképen megrajzoljuk a regionális izoanomál görbéket úgy, hogy az eredeti izogammák hullámait kisimítjuk, azaz grafikusan kiegyenlítjük. A módszer alkalmazása nagy körültekintést és jó geofizikai, földtani szemléletet igényel. Néhány jellemző szelvény segítségével a regionális hatás izoanomál görbéit nagyobb biztonsággal és kevesebb önkénnyel rajzolhatjuk meg.

A feltételezett regionális hatást kifejező kisimított izoanomál görbe értékeit levonjuk az észlelt értékekből és megkapjuk a maradék anomália értékeit (1. ábra).



1. ábra. Egy maradék minimum megszerkesztése a kisímított körvonalak módszere szerint. Izogammák értékköze 0,1 mgal

Általában az tapasztalható, hogy a maradékmaximumnak csúcsa a gravitációs lejtő irányába eltolódva jelentkezik az eredeti, korrigálatlan maximumhoz képest, míg a minimumok ellentétesen tolódnak el.

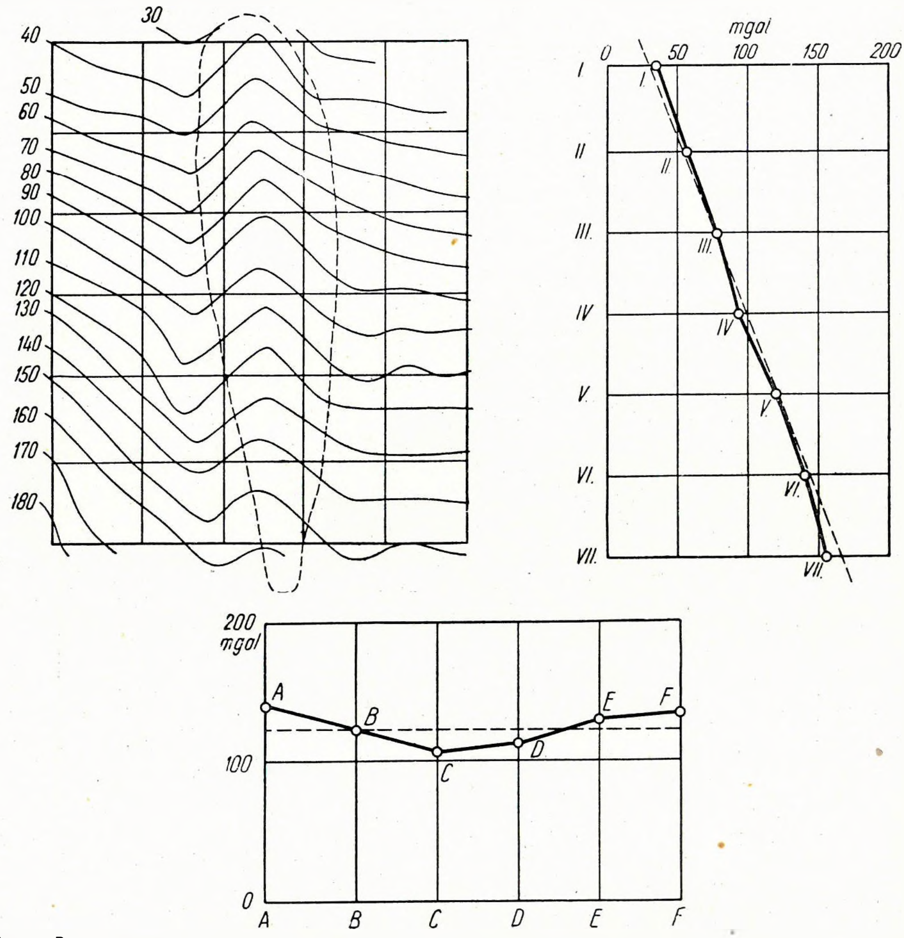
A szelvény módszer

A vizsgálandó területet egyenesekkel, pl. egy négyzetes hálózattal osztjuk fel. A hálózat vonalai mentén kiszámítjuk az egységnyi távolságra eső milligal változást, azaz középgradienst. Ha az egységnyi távolság 10 km, akkor a középgradienst Eötvös-egységekben kapjuk. Ugyanis a

$$\frac{\textit{mgal változás}}{\textit{10 km}}$$

$$\textit{cgs egysége} \quad \frac{10^{-3}\ cm\ sec^{-2}}{10^{6}\ cm} = 10^{-9}\ cm\ sec^{-2} = 1\ \textit{Eötvös}$$

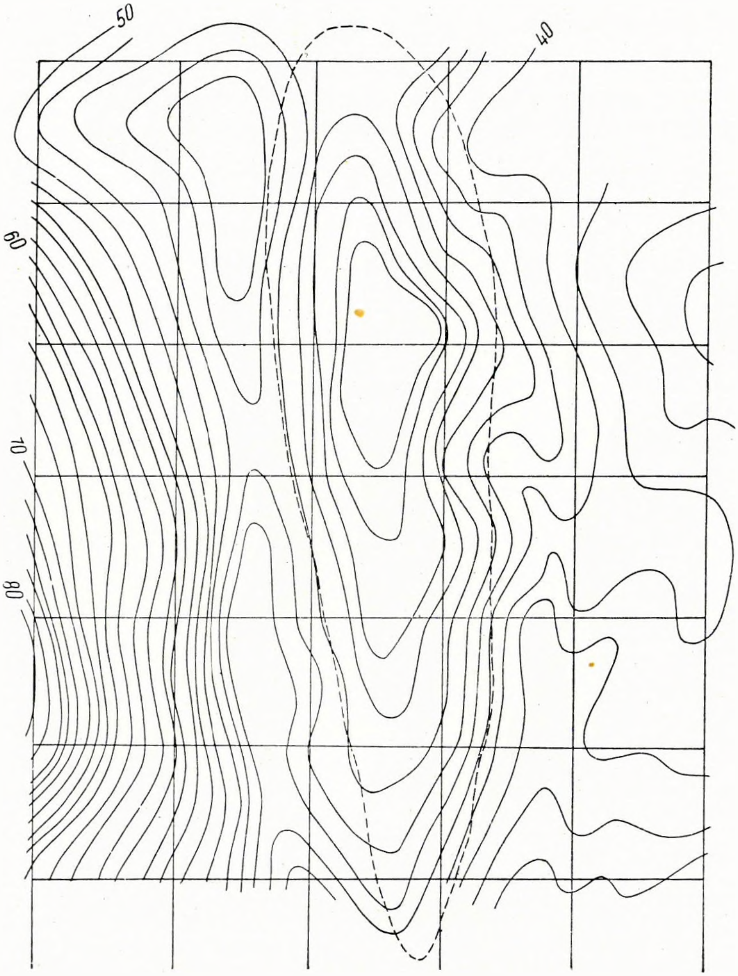
A módszer alkalmazását a 2*a*-*b*-*c* ábrán mutatjuk be.



2. ábra. Izogamma térkép a Wellington-i (Colorado) olajmező területén. Izogammák értékköze 10 × 10^{-4} cgs. Szaggatott vonal: az olajmezőt tároló antiklinális körvonala

A 2*a* ábra a coloradoi Wellington olajmező területén végzett gravitációs mérések eredményeit mutatja be, az izoanomália görbék értékköze 1 milligal. A szaggatott vonal jelzi az antiklinális körvonalát. Látható, hogy az antiklinális nem jelentkezik záródó maximumként egy kiterjedt regionális hatás következtében, de az izoanomál görbék az antiklinális fölött kitüremlenek. A regionális hatás kiküszöbölése céljából É-D-i és K-NY-i irányú szelvényeken számították ki a nehézségi anomáliák középértékét. A szelvények egymástól való távolsága 1 mérföld. A középértéket ábrázoló szelvények (2*b*, 2*c* ábra) azt mutatják, hogy a regionális hatás déli irányban 2,2 mgal-t növekszik mérföldenként, míg kelet-nyugati irányban regionális hatás nincs.

A regionális hatás levonása után kapott maradék anomália térképet a 3. ábra mutatja. Az izoanomál görbék értékköze 0,2 mgal. A most már zárt gravitációs maximum megfelel a mélyfúrási adatok által is feltárt antiklinálisnak.



3. ábra. Maradék izogamma térkép a Wellington-i olajmező területén. Az izogammák értékköze 0,2 mgal

A Wellington-mező gravitációs méréseinek értelmezésénél megemlítik (2), hogy az antiklinálistól déli irányba eső nagy regionális hatást az alaphegység kőzeteinek sűrűségváltozása okozza. Regionális hatást tehát nemcsak az alaphegység állandó emelkedése okoz, hanem egyirányú sűrűségnövekedés is létrehozhatja azt.

A középérték módszer

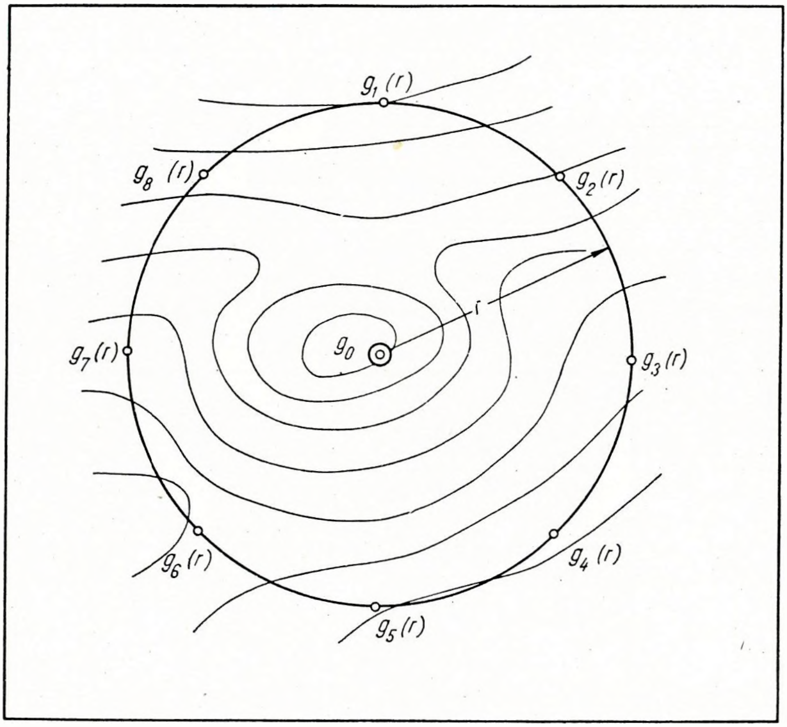
Általában a gravitációs maradék anomália következőképpen definiálható:

$$\Delta g = g(o) - \bar{g}(r),$$

ahol $g(o)$ valamely állomás Bouguer anomália értéke,
$\bar{g}(r)$ az állomástól r sugarú körön vett gravitációs anomáliaértékek közepe (4. ábra).

$$\text{Az anomáliák középértéke } \bar{g}(r) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} g(r,\Theta)\, d\Theta, \tag{1}$$

ahol Θ egy tetszőleges egyenes és az r sugár által bezárt szög. A $g(r, \Theta)$ integráljának kiszámítására a következő megközelítő módszert alkalmaz-

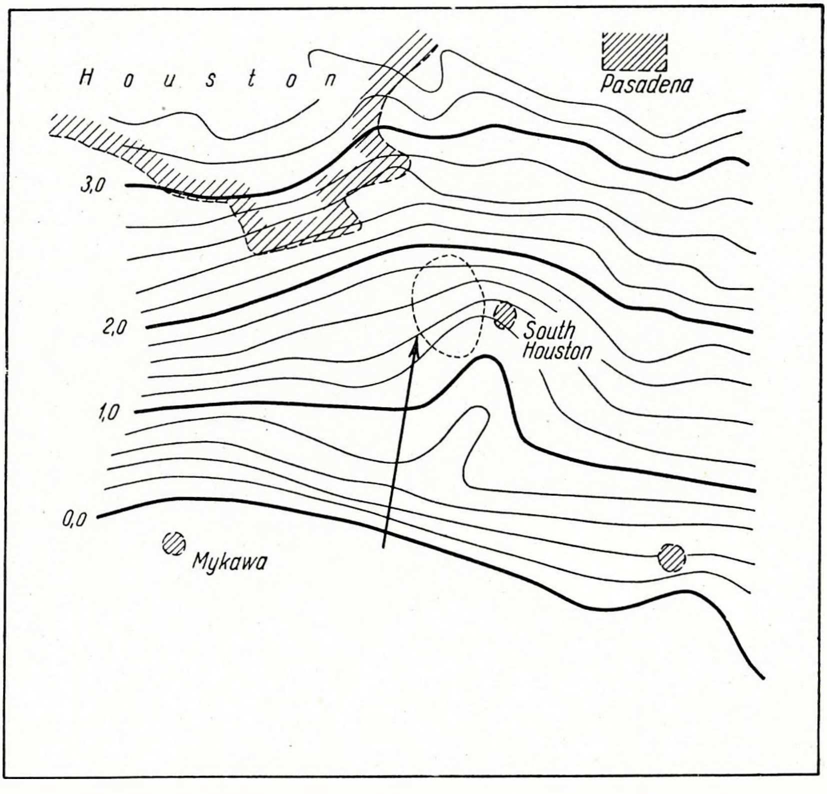


4. ábra. Maradék anomália számítása a g_0 pontra

zuk: Az r sugarú körön legyen n számú állomáson a Bouguer anomália értéke $g_1(r)) \ldots g_n(r)$, akkor $\bar{g}(r)$ megközelítő értéke: $\bar{g}(r) = [g_1(r) + g_2(r) + + \ldots + g_n(r)]/_n$. A maradékanomália Δg értéke lehet pozitív, zérus, vagy negatív, a relatív Bouguer anomáliáknak értékétől és a $\bar{g}(r)$ értékétől függően.

Az 5. ábrán láthatunk egy Bouguer izoanomália térképet. Az értékek É-felé regionálisan növekednek, de South Houstonnál lokális minimum jelentkezik. A szaggatott vonallal körülvett terület, ahová a nyíl mutat, sódómot jelez, amely olajtermelő mélyfúrásokból ismeretes.

A $\bar{g}(r)$ értékét a gyakorlatban úgy kapjuk meg, hogy átlátszó papirosra például a 6. ábrán látható módon r_1, $r_2 = 2r_1$, $r_3 = 3r_1$, ... $r_6 = 6r_1$ sugarú körökbe nyolcszögeket rajzolunk. A nyolcszögek közepét ráhelyezzük a Bouguer anomália térkép alapjául szolgáló egyik állomásra és kiolvassuk az egyik sokszög csúcspontjaira eső anomália értékeket. Ezeknek középértéke adja $\bar{g}(r)$ értékét. Ugyanezt az eljárást alkalmazzuk a vizsgálandó terület többi állomására is. A kapott $\bar{g}(r)$ értékek tulajdonképpen az állomás környezetének gravitációs átlagértékeit adják s ezeket, mint regionális hatást vonjuk le. A mérési pontokban nyert Δg értékekből azután megszerkeszthetjük a maradék izoanomál görbéket. Griffin (3) megmutatta, hogyha négyszögű hálózatot használunk a nyolcszögű helyett, akkor a maradék anomáliák közti eltérés csak 0,05 milligal. Egy másik esetben,



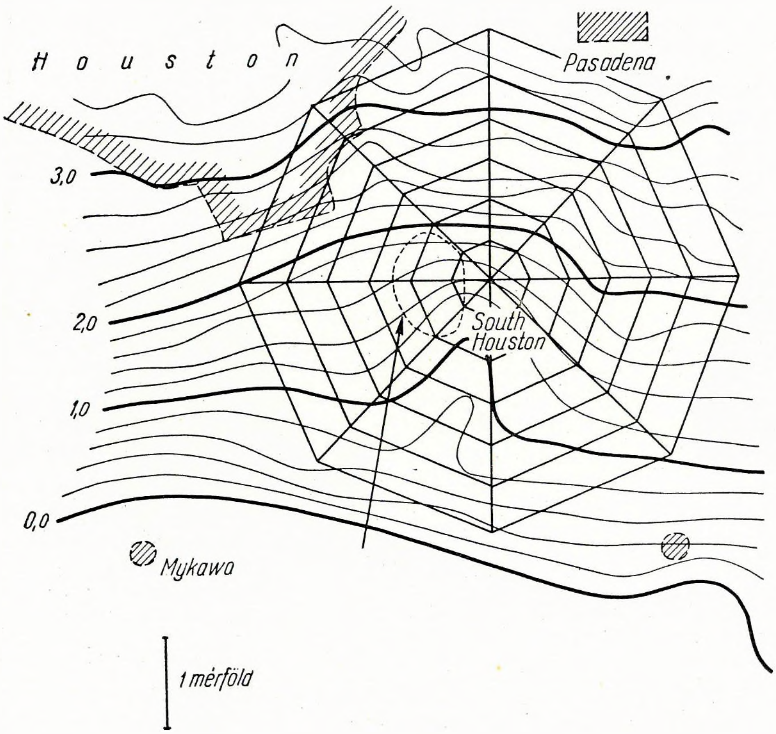
5. ábra. Bouguer anomáliák eloszlása a South Houston melletti sódóm környékén. Izogammák értékköze: 0,2 mgal

ha négyszögű hálózatban vett középértékekkel számítunk, a tízszögűvel szemben az eltérés 0,1 mgal. A maradék anomáliák értéke tehát lényegében nem függ attól, hogy a körbeirható sokszögek hány oldalúak. Annál inkább függ a kör sugarának méretétől.

A 7, 8, 9. ábrák különböző méretű sokszöghálók segítségével számított izoanomál térképeket mutatnak be, a 4. ábrán látható területen. Mind-három esetben hatszöget alkalmaztak, de az első esetben a legnagyobb hatszög oldala 2 mérföld, a másodiknál 3 mérföld, a harmadiknál 4 mérföld volt.

A kapott izoanomália térképek mutatják, hogy a sódómnak megfelelő gravitációs minimum minden esetben azonos helyen alakul ki, de a gravitációs kép részleteiben már vannak eltérések. A 9. ábra szerinti megoldás felel meg legjobban a földtani viszonyoknak.

A sokszöghálók nagyságának megválasztásánál figyelemmel kell lenni az állomások távolságára, eloszlására. Legcélszerűbb egységnyi sugárnak venni az általános állomástávolság mértékét. A módszer ott alkalmazható legjobban, ahol hálózatos a mérés és a sarokpontok közelébe állomások esnek. De figyelemmel kell lenni a regionalitás kiterjedésére is, hogy a szomszédos anomáliák ne befolyásolják a közepelt értékekkel kifejezett regionális hatást.

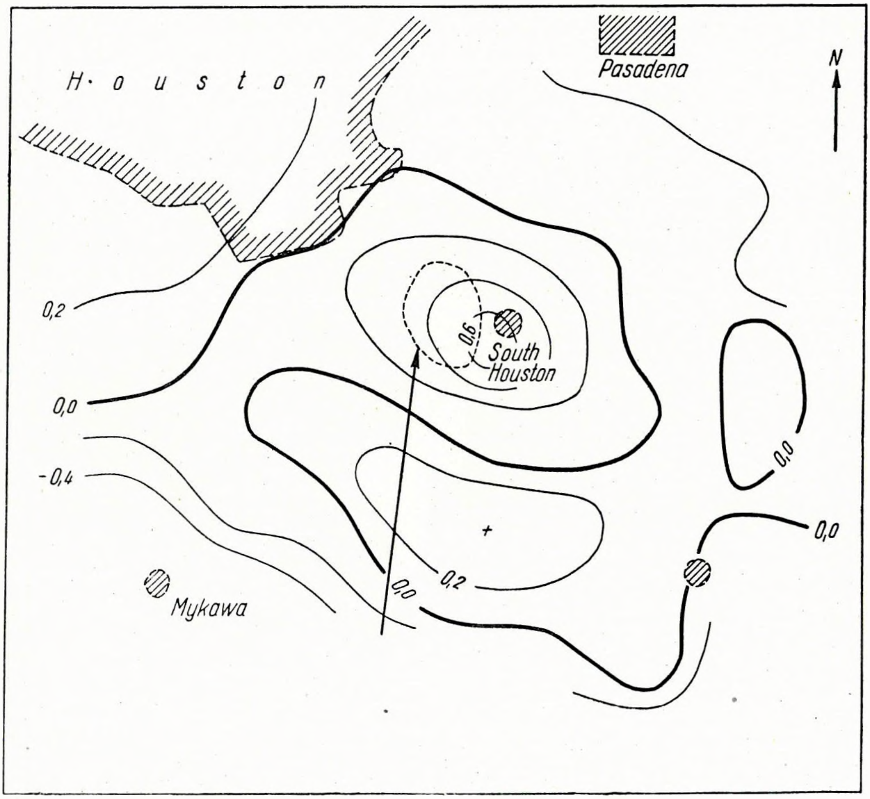


6. ábra. A regionális hatás számításához alkalmazott nyolcszögű diagramm

A nehézségi erő második parciális differenciálhányadosának módszere a gravitációs mérések értelmezésében

Légi mágneses felvételek az ú. n. «airborne» magnetométerrel, körülbelül 1944-ben kezdődtek meg. Ezek a mérések lehetővé tették, hogy bizonyos nagyobb kiterjedésű terület fölött állandó magasságon repülve, rövid idő alatt regisztrálhassák a mágneses térintenzitás adatait. Ha a méréseket különböző magasságban végzik ugyanazon terület fölött, akkor a felszíntől távolodva, kevesebb és kevesebb részletet kapnak. A helyzet éppen olyan, mint amikor a felszínen észlelünk bizonyos távolságra a mélységben lévő anomáliát okozó hatóktól. Mennél mélyebben van a ható, annál kevesebb részletet észlelünk és annál inkább jelentkezik a regionális hatás.

Peters (4) gyakorlati módszert dolgozott ki a második és negyedik derivátum egyszerű, grafikus és numerikus meghatározására. Módszerét a vertikális mágneses intenzitásra adja meg, de éppen úgy alkalmazható a gravitációs mérések esetében is. Peters abból indul ki, hogy a mágneses és gravitációs potenciál eleget tesz a Laplace-féle parciális differenciálegyenletnek. Ebből következik, hogy a potenciálnak az a része, amely az



7. ábra. Maradék izogamma térkép hatszögű diagramm esetén. A legnagyobb hatszög oldala 2 mérföld. Izogammák értékköze: 0,2 mgal

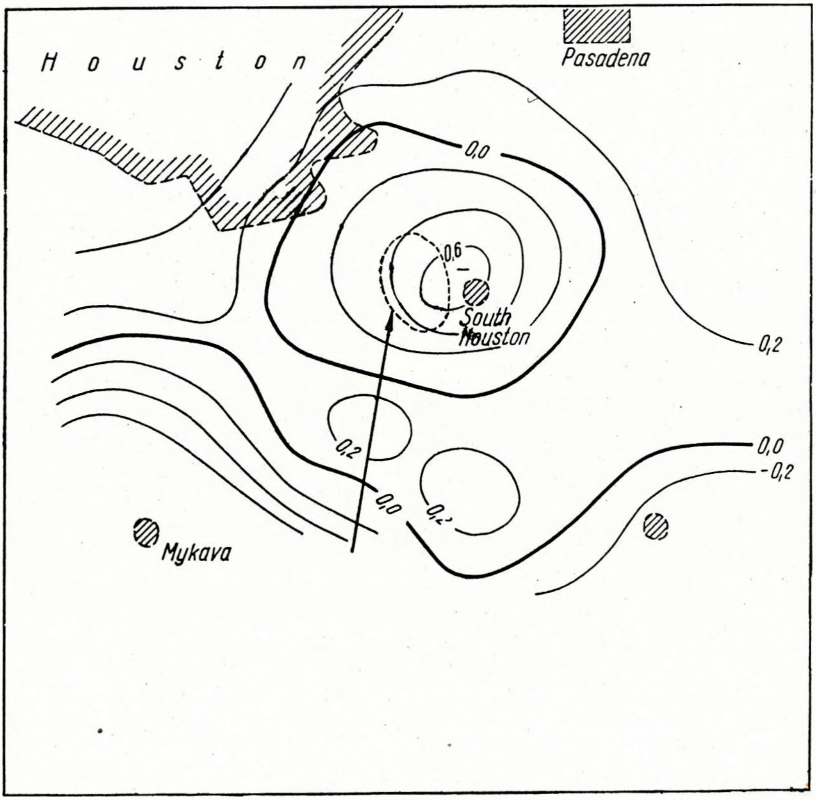
anomáliát okozó földtani képződményre vonatkozik, szintén eleget tesz a Laplace-féle egyenletnek. A megoldást közvetlenül a Laplace-féle egyenletből is megkaphatjuk az alább leírt módon. Legyen általánosságban a $H(x, y, z)$ harmonikus függvény. Ez a függvény kielégíti a Laplace-féle egyenletet, azaz

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0 \qquad (2)$$

a (0, 0, 0.) pont környezetében. E pontban kívánjuk meghatározni a $\left[\frac{\partial^2 H}{\partial z^2}\right]_{x=y=z=0}$ második parciális differenciálhányadost, a $z = 0$ síkban rendelkezésünkre álló értékekből.

A feladat megoldására szükségünk van a következő függvényre:

$$\overline{H}(r,z) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} H(r\cos\Theta, r\sin\Theta, z)\, d\Theta. \qquad (3)$$



8. ábra. Maradék izogamma térkép hatszögű diagramm esetén. A legnagyobb hatszög oldala 3 mérföld. Izogammák értékköze: 0,2 mgal

A $z = 0$ esetén a $\overline{H}(r, z)$ függvény

$$\overline{H}(r) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} H(r\cos\Theta, r\sin\Theta, 0)\, d\Theta. \qquad (4)$$

Ez a függvény analóg az (1) alatti függvénnyel. $\overline{H}(r)$ a $H(x, y, z)$ függvény értékeinek közepe a $z = 0$ síkon lévő olyan sugarú körön, amelynek középpontja a koordináta rendszer kezdőpontja.

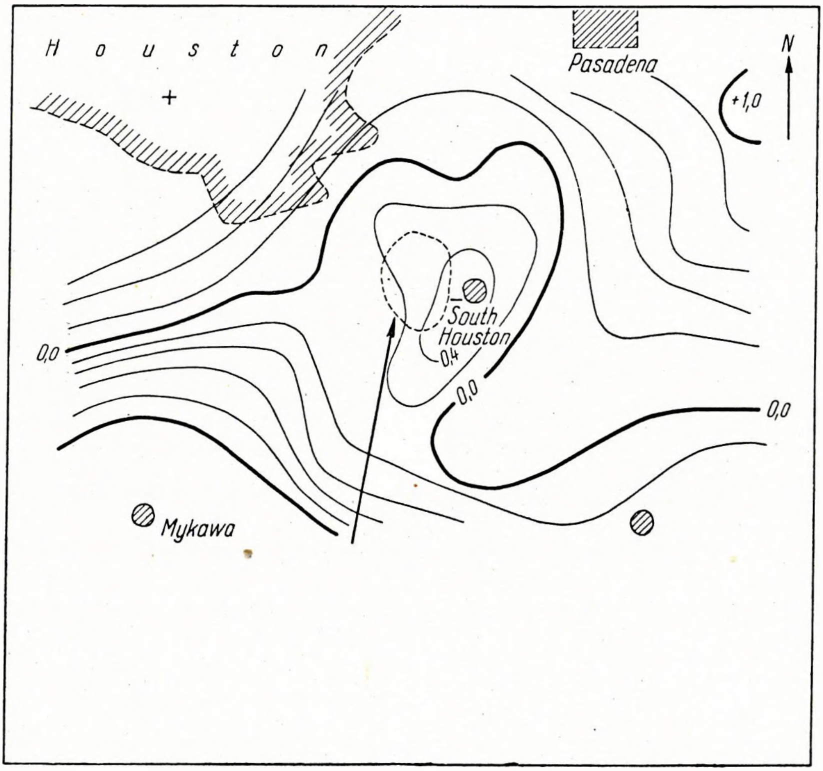
A (4) alatti $\bar{H}(r)$ az r páros függvénye, igy $\bar{H}(r)$ sorbafejtve:

$$\bar{H}(r) = a_0 + a_2 r^2 + a_4 r^4 + \dots \tag{5}$$

A $\bar{H}(r)$ függvény segítségével megoldhatjuk a $H(x, y, z)$ függvény szerint vett második parciális differenciálhányadosának kiszámítását. Kimutatható, hogy:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = -4\left(\frac{\partial \bar{H}(r)}{\partial r^2}\right) = -4\,a_2\,. \tag{6}$$

A (6) alatti második parciális differenciálhányados grafikus kiértékelése a következő: A $z = 0$ síkon a P pontból, mint kezdőpontból rakjuk fel a H különböző r^2 mellett kapott középértékeit az r^2 abszcisszaértékekhez



9. ábra. Maradék izogamma térkép hatszögű diagramm esetén. A legnagyobb hatszög oldala 4 mérföld. Izogammák értékköze: 0,2 mgal

képest, mint ordinátákat, s akkor egy parabola-ívet kapunk (l. a 10. ábrát). Az origóból húzott érintő iránytangensét lemérhetjük és megkapjuk a $\frac{\partial H}{\partial r^2} = a_2$ értékét. Mivel a (6)-ból tudjuk, hogy $\frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = -4\,a_2$ a második derivátum értéke grafikus úton tehát megállapítható a P pontban.

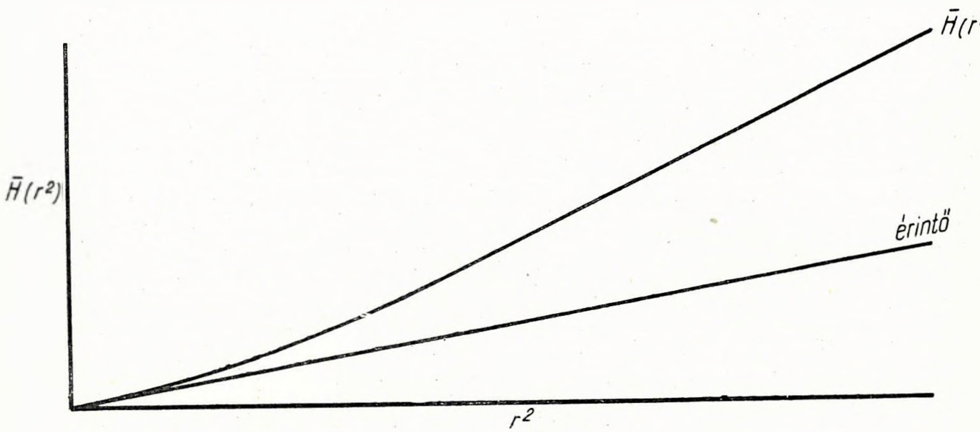
A második derivátum kiszámításának egy másik módja az (5) alatti függvények közelítő meghatározásán alapszik különböző sugarú körök segítségével.

A gyakorlatban a körök sugarait úgy választják meg, hogy az első kör sugara mint egység szerepel többnyire az általános állomástávolsággal s-sel m-ekben kifejezve, azaz $r_1 = s$, a következő körök sugarai: $r_2 = s\sqrt{2}$, $r_3 = s\sqrt{5}$, $r_4 = s\sqrt{9{,}23}$.

Peters formulájában az egységnyi sugár 1 mérföld, azaz 1609,3 m, ugyanis a kiértékelést olyan területre végezte el, ahol az állomások mérföldhálózat szögpontjain helyezkednek el, s így a körökön való kiolvasás közvetlenül a mért anomáliákra, nempedig interpolált értékekre támaszkodhatik. Az r_1, r_2, r_3 sugarú körökbe szabályos négyszögek vannak rajzolva, az r_4-be nyolcszög.

A $\bar{H}(r_1)$, $\bar{H}(r_2)$, $\bar{H}(r_3)$ középértékeket tehát a négyszögek szögpontjaira, a $\bar{H}(r_4)$ középértéket a nyolcszög szögpontjára számítjuk ki.

Az 5-ös egyenletből a $\bar{H}(0)$, $\bar{H}(r_1)$ $\bar{H}(r_2)$, $\bar{H}(r_3)$, $\bar{H}(r_4)$ eseteire egyenletrendszert állíthatunk fel, amelyet a legkisebb négyzetek elve alapján



10. ábra. A második parciális differenciálhányados grafikus kiértékelése

megoldunk, hogy a_2-t megkapjuk. A megoldást behelyettesítjük a (6) képletbe és megkapjuk, hogy

$$\frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 1{,}156\,\bar{H}(0) + 0{,}256\,\bar{H}(r_1) - 0{,}445\,\bar{H}(r_2) - 1{,}359\,\bar{H}(r_3) + 0{,}392\,\bar{H}(r_4). \qquad (7)$$

($\bar{H}(0)$ tulajdonképpen az állomáson mért anomália értéke.)

A vertikális mágneses, vagy gravitációs intenzitás második parciális derivált értékét megkapjuk, ha a $\bar{H}(0)$, $\bar{H}(r_1)$ $\bar{H}(r_2)$ stb. középértékeket megszorozzuk a (7) képlet együtthatóival és előjel szerint összeadjuk a szorzatokat.

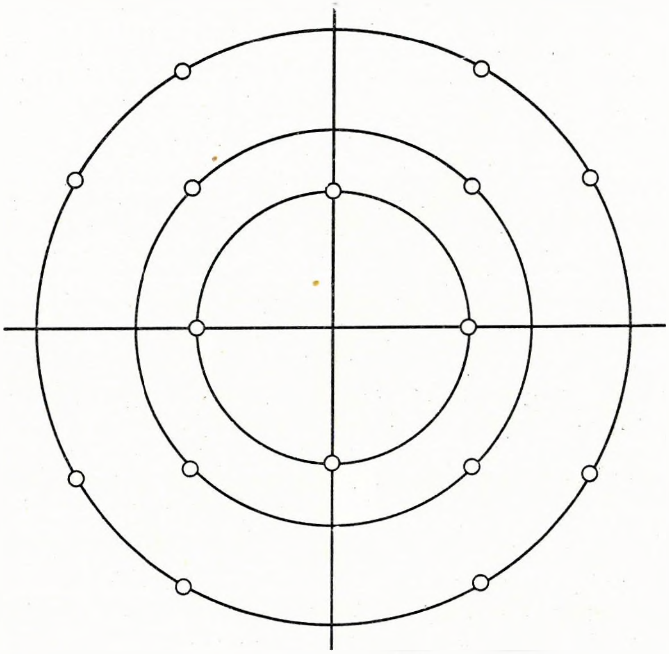
Elkins (5) dolgozatában módszerét a gravitációs térre alkalmazza. A gravitáció vertikális komponensét mérjük ingákkal és graviméterekkel. Ha a gravitáció vertikális komponensét g-vel jelöljük, akkor a vertikális gradiens: $\frac{\partial g}{\partial z}$. A második derivált pedig a vertikális gradiens változása a mélységgel.

A kapott $\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}$ értékek 10^{-15} cgs-ben vannak megadva.

Elkins a grafikus megoldás néhány hiányosságára mutat rá és különböző alapokon végezve a kiegyenlítést, legjobbnak találja azt az összefüggést, amelyet az alábbi képlet fejez ki:

$$\left(\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}\right)_P \approx \frac{1}{62 s^2}\left[44 g_P + 4\sum g(s) - 3\sum g(s\sqrt{2}) - 6\sum g[(s)\sqrt{5})\right]$$

ahol $s = K \cdot r$ ha az $1 : K$ méretarányú térképen az átlagos állomástávolsággal vett egységnyi sugár cm-ekben van megadva. g_P annak az anomáliának értéke, amelyekre a számítást végezzük. $\sum g(s)$ az első körön, $\sum g(s\sqrt{2})$ a második körön, $\sum g(s\sqrt{5})$ a harmadik körön kiolvasott anomáliák



11. ábra. Kiolvasó diagramm az $r_1 = 1$, $r_2 = \sqrt{2}$, $r_3 = \sqrt{5}$ sugarú körökre 4, illetve 8 szögpontra

összege. A negyedik kört, Peterssel szemben már elhanyagolják. A kiolvasó diagrammot a 11-es ábrán mutatjuk be.

Az 1952 évi londoni kongresszuson (6) Rosenbach a következő képletet adta meg:

$$\left(\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}\right)_P \approx \frac{1}{24 s^2}\left[96 g_P - 18\sum g(s) - 8\sum g(s\sqrt{2}) + \sum g(s\sqrt{5})\right].$$

Szerinte ez a formula pontosabb.

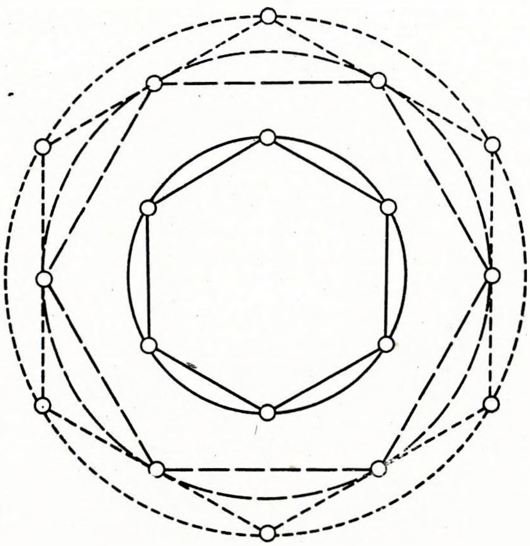
Újabban (7) a körbe írt hatszögeken végzik el a kiolvasást. A körbe a 12. ábrán látható módon vannak elhelyezve a hatszögek, a körök sugarai:

$$r_1 = 1,\ r_2 = \sqrt{3},\ r_3 = 2.$$

Az alkalmazandó formula:

$$\frac{\partial^2 g}{\partial z^2} = 3{,}4667\, g_P - \sum_1^6 0{,}37778\, g_i\,(1) - \sum_1^6 0{,}51111\, g_i\,(\sqrt{3}) + \sum_1^6 0{,}31111\, g_i(2).$$

Számításainknál egyelőre csak a Peters által közölt 7-es formulát használtuk fel.



12. ábra. Kiolvasó diagramm az $r_1 = 1$, $r_2 = \sqrt{3}$, $r_3 = 2$ sugarú körökre a hatszöges módszer szerint

A regionálisan korrigált gravitációs izoanomál görbék és a földtani szerkezetek összefüggése

Az egyes módszerek tárgyalásainál már néhány gyakorlati példán bemutattuk a maradék anomáliák és a földtani szerkezetek összefüggését. Láttuk, hogy a regionális hatás kiküszöbölésével a mélyfúrásokból ismert olajszerkezetek körvonalai szemléletesebben mutatkoznak meg, mint a szokásos Bouguer izoanomál görbék szolgáltatta gravitációs képben. Bár a gyakorlott geofizikus az ilyen izoanomália térképen is meglátja, mi az, amit a regionális hatás elfátyoloz s mi az a részlet, ami helyi szerkezetre mutat, mégis a jobb szemlélet kedvéért legtöbbször érdemes az aránylag kis munkával elérhető maradék anomália görbéket megszerkeszteni.

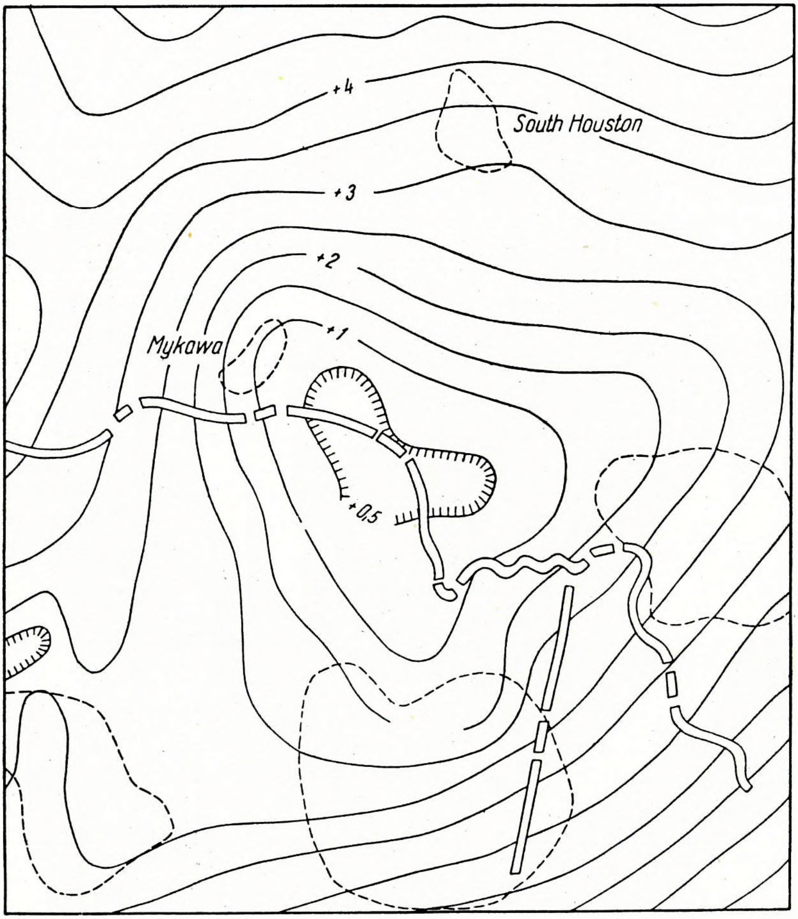
A jobb feloldóképességű derivált módszernek alkalmazása azonban még a szakember számára is előnyös a gravitációs mérések értelmezésénél.

A módszer néhány gyakorlati alkalmazását mutatjuk be ismert olajszerkezetekkel kapcsolatban.

A 13. ábrán az ú. n. Mykawa gravitációs minimum Bouguer izoanomália térképet láthatjuk. A területen uralkodó nagy minimum négy sódóm összegeződő hatásának felel meg. A minimum közepén több meddő fúrást telepítettek.

A 14. ábrán látható maradék anomália térkép még mindig csak a kép balsarkában lévő sódómot mutatja ki lokális minimumként, de a derivatív módszer alkalmazása után világosan szétválik a négy sódómnak megfelelő négy gravitációs minimum, míg a nagy központi minimum eltűnik (l. a 15. ábrát).

A következő példa egy kaliforniai olajmező feletti gravitációs mérésre vonatkozik. A 16. ábrán a vonalkázott területrész az olajszerkezeteket jelzi, a pontok a graviméter állomások helyét adják meg. A Bouguer izo-



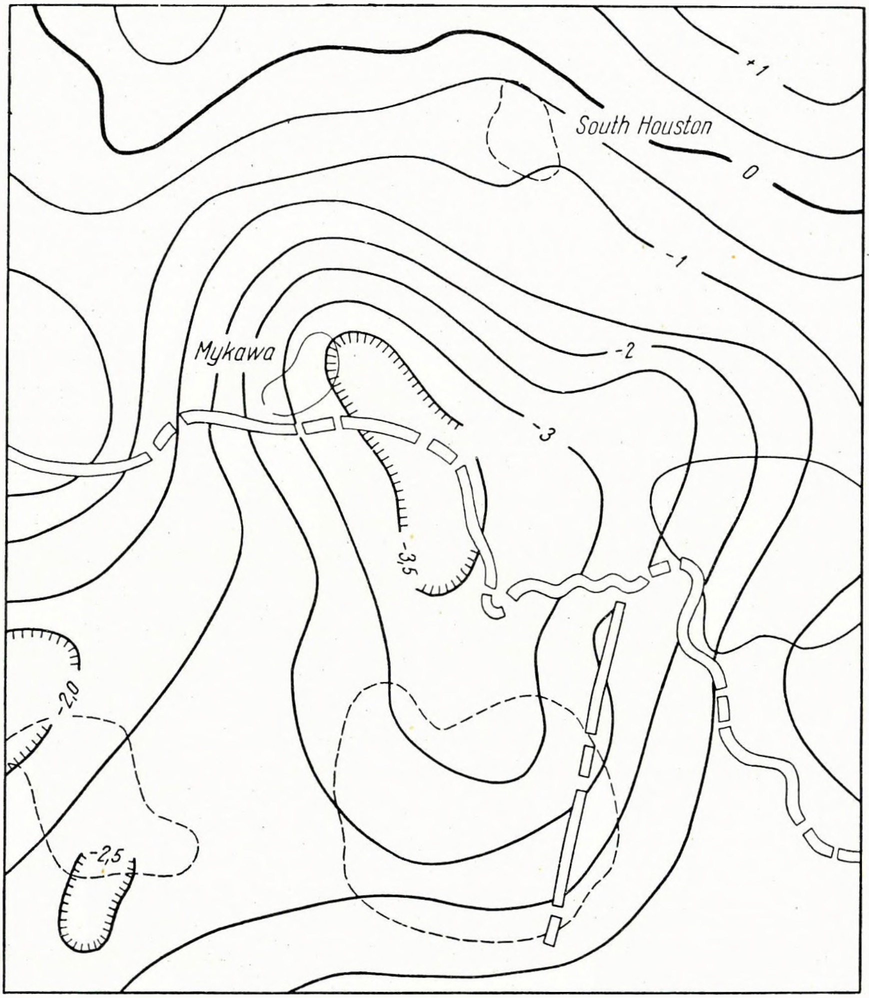
13. ábra. Bouguer izogamma térkép a Mykawa-i gravitációs minimumról. Izogammák értékköze: 0,5 mgal

anomália-térkép egyáltalán nem mutat az olajmezőknek megfelelő indikációt, míg a második parciális differenciálhányados izoanomália görbéi világosan kifejezik a gravitációs magaslatokat, amelyek az antiklinálisoknak felelnek meg (l. a 17. ábrát).

Hasonló még az oklahomai Cement Field nevű olajmező példája (18—19. ábra). A derivatív módszerrel számolt izoanomál görbék 0 értéke jól követi a mező körvonalát.

Az ismertetett esetek kitűnően mutatják a derivatív módszer magas felbontóképességét. Az állomások sűrűn voltak elhelyezve és a mérések pontossága is a lehető legjobb volt.

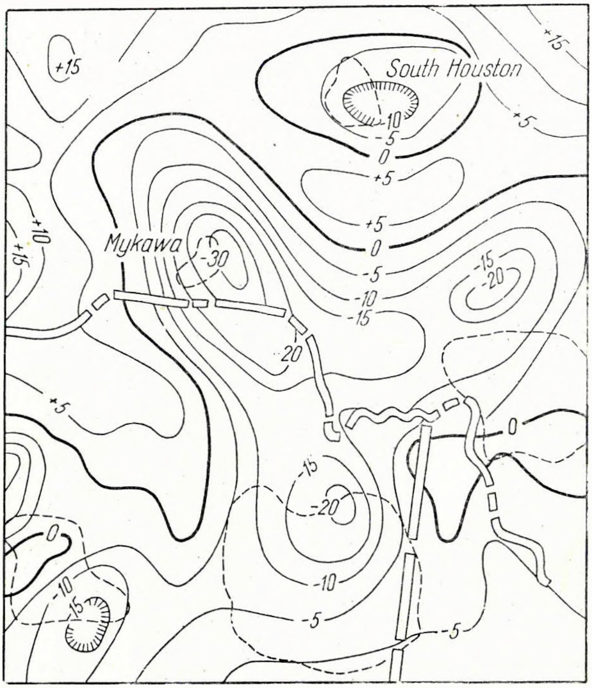
Még egy példasorozaton bemutatjuk, hogy az első, pontatlanabb graviméter mérés után végzett pontosabb graviméter felvétel, az izoanomálokból szerkesztett maradék anomália térképek fokról-fokra milyen új eredményeket nyujthatnak. A 20. ábrán (8) a Bouguer anomáliák a



14. ábra. Maradék anomália térkép a Mykawa-i gravitációs minimumról. Izogammák értékköze 0,5 mgal

nagy regionális hatás mellett mutatnak némi részletet, s a + jellel feltüntetett területrészen közel Kelet-Nyugat-i csapásirányú vonulatokat lehet kijelölni: a — jelzés relatív minimumokat mutat. Az ábrán a pontok az állomások helyét jelzik, az izoanomál görbék értékköze 1,0 milligal, a körrel körülvett pont egy kutatófúrás helyét jelöli ki.

A kutatófúrás eredménye szerint szükségessé vált részletesebb graviméteres felvétel. A felvétel alapján készült el 0,1 milligal értékközű izoanomália térkép már egészen más képet mutat (21. ábra). A pontosabb mérés jobb feloldóképességűnek bizonyult, mert az eddig Kelet-Nyugat-i csapásirányú maximumok Észak-Dél-i irányúvá lettek. A maradék anomália térképen a maximum még világosabban indikálódik (22. ábra), és ha összehasonlítjuk ezt a térképet a földalatti szerkezet rétegtérképével (23. ábra), akkor láthatjuk, hogy a maradék anomáliák a kb. 1900 m mélységben lévő, fúrásokkal feltárt korall-szirt felszínének képét tükrözik vissza. Az ábrán a pontok olajtermelő fúrások, az üres karikák meddő kutak, a rétegvonalak 100 lábanként vannak megrajzolva.



15. ábra. $\partial^2 g/\partial z^2$ izogammák a Mykawa-i gravitációs minimumon. Értékköz: 5×10^{-15} cgs

A derivált módszer alkalmazása egy magyarországi szerkezeten

Az anyagot, amelyre támaszkodva a $\partial^2 g/\partial z^2$ értékeket meghatároztuk, az utóbbi években végzett graviméteres mérések szolgáltatták. A mérések pontossága $\pm$ 0,2 milligal volt. A módszer kísérleti vizsgálatára az anyag ezen a területen megfelelő. A graviméter mérések alapján számított $\partial^2 g/\partial z^2$ értékeket össze tudjuk hasonlítani az 1951. évben végzett szeizmikus felvételekkel is.

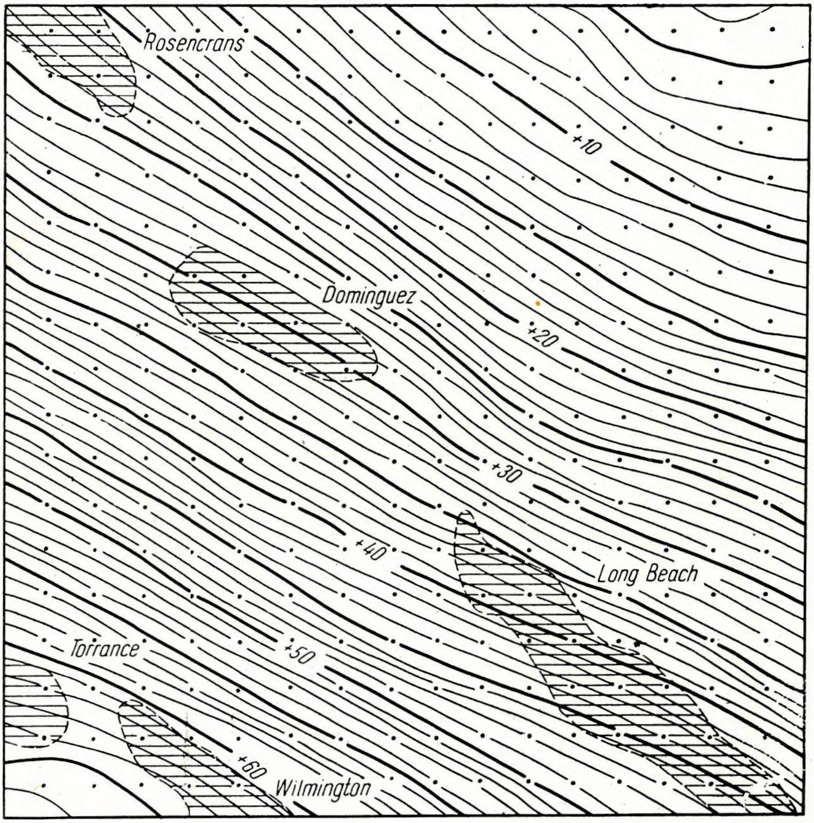
A $\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}$ értékeit Peters (7) alatti formulájával számítottuk ki. Az egységnyi kör sugarát 1 mérföldnek vettük, mivel Peters képletét szintén erre az egységnyi sugárra alkalmazta. A legkülső kör sugara tehát $\sqrt{9{,}23}$ mérföld $\approx$ 5,1 km.

2* — 6/5

Az eredményeket a 24. ábrán mutatjuk be. A vékony, folytonos vonalak az eredeti Bouguer izogammák menetét, a vastag, folytonos vonalak a $\partial^2 g/\partial z^2$ izogamma, a pontozott görbék a szeizmikus mérésekből adódó izohipsza görbéket jelzik.

Értékközök sorban: 1×10^{-3} cgs, 2×10^{-15} cgs, 50 m.

Látható, hogy a Bouguer izogammákban jelentkező gravitációs terrasz, a derivált módszer alkalmazása után, az azonos $\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}$ görbékben önálló, zárt maximumként jelentkezik. A legmagasabb gravitációs értékek-



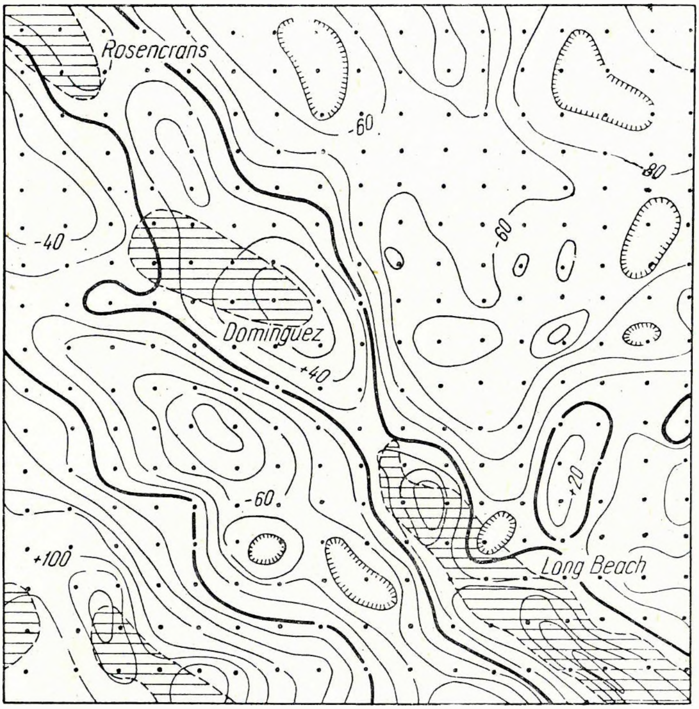
16. ábra. Bouguer izogamma térkép a Los Angeles medence területén. Izogammák értékköze: 1 mgal

ből szerkesztett maradék izogamma jól összeesik a szeizmikus tetővel, bár a maximumtól É-ra eső gravitációs minimum eltolódik a szeizmikus minimumtól, de az ettől kissé ÉK-re eső újabb maradék maximum már ismét jól egyezik a szeizmikus magaslattal. Az értelmezésnél azonban tekintetbe kell venni azt, hogy a terepnehézségek mindkét mérés pontosságát befolyásolták, emiatt bizonyos részletekben eltérések mutatkozhatnak.

A maradék maximum azonban élesen jelentkezik, míg az É-ra eső nagyobb tömegű hatók miatt a Bouguer izogamma menetben csak enyhe terraszt láthatunk.

A maradék maximum jelenlétére, a szeizmikus mérések adatainak helyességére a telepített kutatófúrások döntő bizonyítékkal szolgáltak. Egy szelvényen (25. ábra), amelynek mentén reflexiós szeizmikus mérések folytak, bemutatjuk az anomáliák menetét és a szeizmikus mérés eredményeit. A mélyből jövő reflexiók valószínűleg az alaphegység felszínéről erednek, a dőlésekből meghatározott magaslat jól egyezik a $\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}$ értékek maximumával.

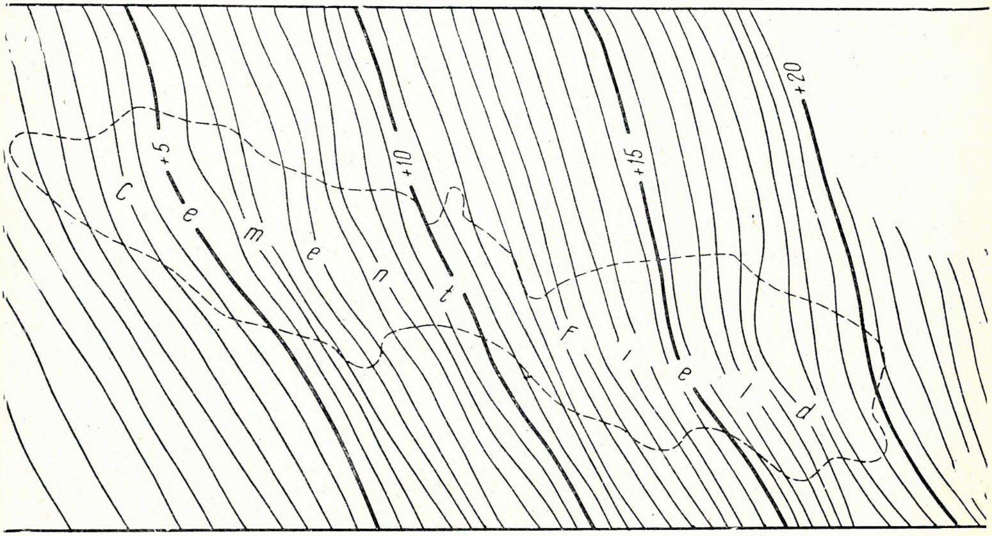
Ez a hazai példa is azt mutatja, hogy a módszer alkalmazása után több részletet látunk, s ezek a részletek a felszínalatti szerkezetek helyi



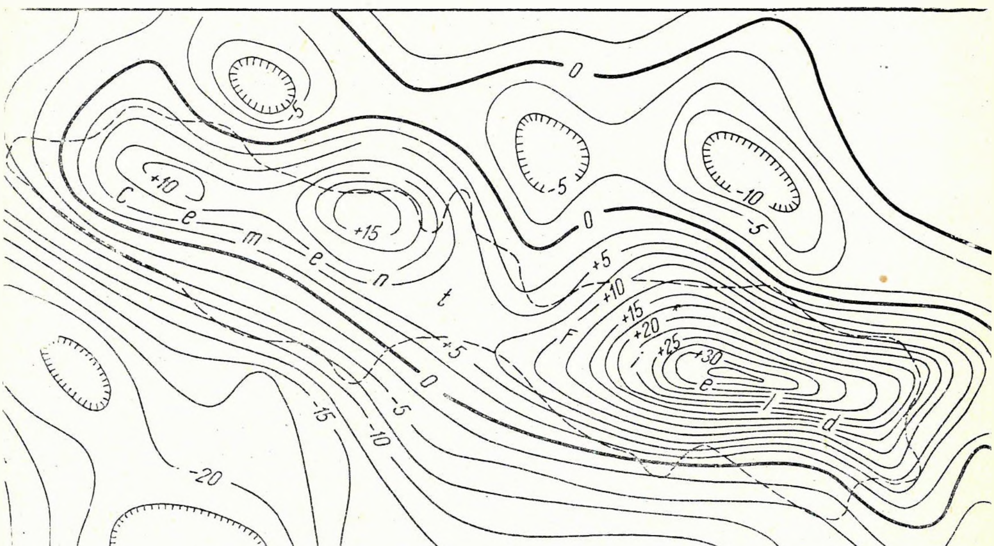
17. ábra. $\partial^2 g/ z^2$ izogammák a Los Angeles medence területén. Értékköz: 20×10^{-15} cgs

viszonyait kiemelik, érthetővé, világosabbá teszik és több biztonsággal következtethetünk a minket érdeklő szerkezetek részleteinek jelenlétére. Ezenkívül jobban körvonalazható a szeizmikus mérések munkaterülete is.

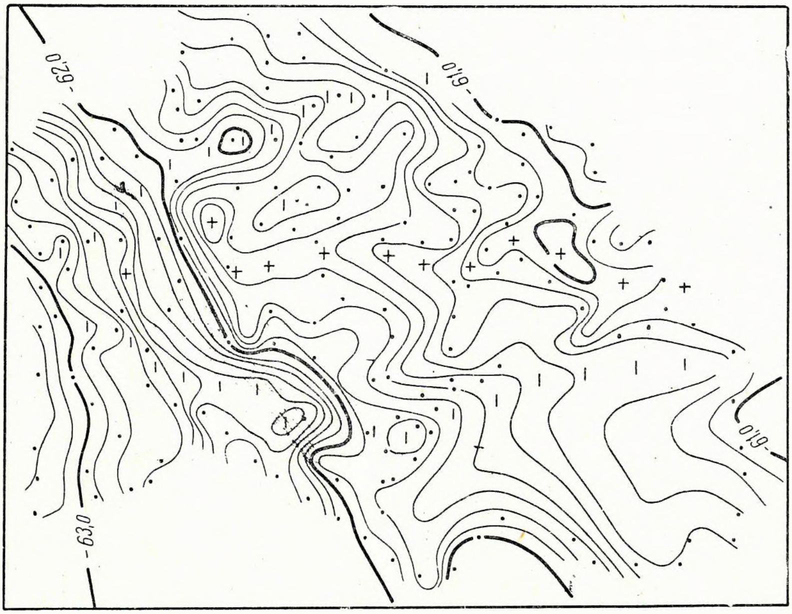
További feladatunknak tartjuk a különböző formulák kritikai vizsgálatát a földtanilag, vagy szeizmikus mérésekből ismert területekből kiindulva. Ezeknek az összetevéseknek a tanulságaiból bizonyára értékes adatokat kapunk a módszer alkalmazásának lehetőségeire hazai viszonylatban. A bemutatott példa szerint Peters eljárása eredményesnek mutatkozott már eddig is.



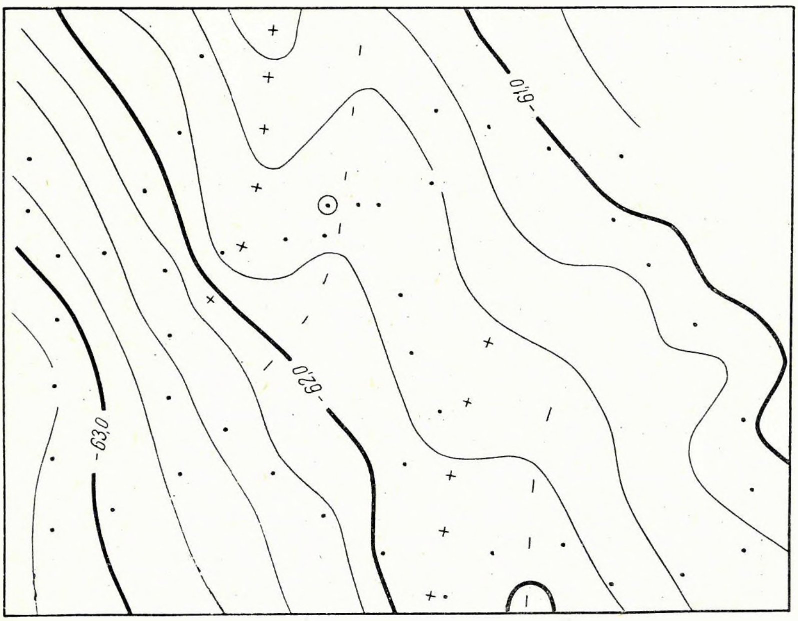
18. ábra. Bouguer izogamma térkép egy oklahomai olajmező felett. Izogammák értékköze: 0,5 mgal



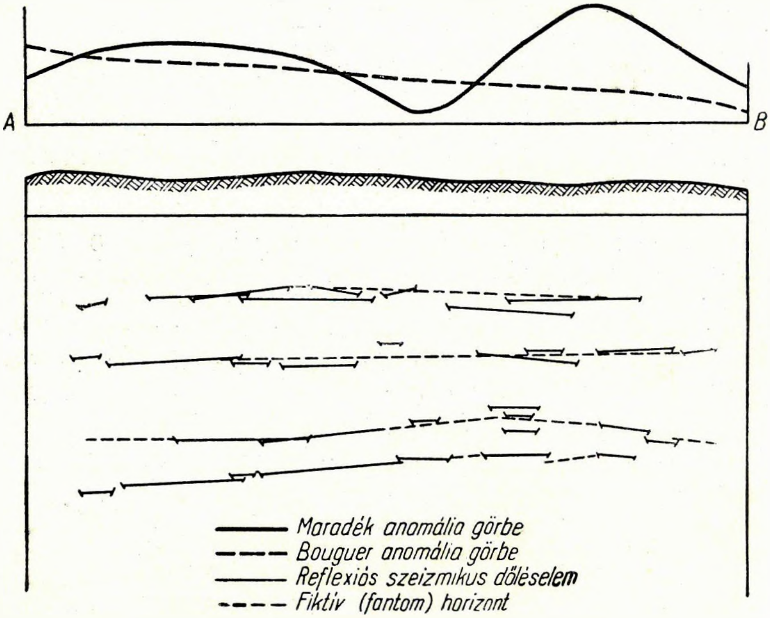
19. ábra. $\delta^2 g/\delta z^2$ izogammák a Cement Field olajmező területén. Értékköz: $2{,}5 \times 10^{-15}$ cgs



21. ábra



20. ábra



25. ábra. Szeizmikus és gravitációs szelvény a 24. ábra $A-B$ szelvénye mentén

IRODALOM

1. VAJK RAUL: Regionális gradiens meghatározása és torziós-inga mérések interpretálása regionális gradiens esetén. Mathematikai és Természettudományi Értesítő, Budapest, 1933. 465–489. oldal.

2. J. H. WILSON: Gravity Meter Survey of the Wellington Field, Larimer County, Colorado. Geophysics, Vol. VI. No. 3. July 1941. 264–269. oldal.

3. W. R. GRIFFIN: Residual Gravity in Theory and Practice. Geophysics, Vol. XIV. No. 1. January 1949.

4. L. J. PETERS: The direct approach to magnetic interpretation and its practical application. Geophysics, Vol. XIV. No. 3. 1949. 290–320. oldal.

5. THOMAS A. ELKINS: The second derivative method of gravity interpretation. Geophysics, Vol. XIV. No. 1. January 1951. 29–50. oldal.

6. D. ROSENBACH: Ein Beitrag zur Berechnung der zweiten Ableitung aus Schwerkräften. Erdől und Kohle, 8 Heft. Aug. 1952. 504. oldal.
Kivonat az European Ass. of Expl. Geophysicists második londoni taggyűlésének anyagából.

7. JOSEPH A SHARPE AND PAUL W. FULLERTON: An application of card methods in geophysical interpretation. Geophysics, Vol. XVII. No. 4. Oct. 1952. 707–720. oldal.

8. HART BROWN: A precision detail gravity survey Jameson area, Coke County, Texas. Geophysics, Vol. XIV. No. 4. October 1949. 535–542. oldal.

Felelős kiadó: Solt Sándor — Műszaki felelős: Rózsa István

Megrendelve: 1953. IX. 5. — Imprimálva 1953. XI. 12. — Papír alakja: 70X100
A könyv azonossági száma: 1321—Ívek száma: 1¹/₂ ¹/₈ (2¹/₄)—Ábrák száma: 25. — Példányszám: 500

Ez a könyv az MNOSZ 5601—50 Á és MNOSZ 5602—50 Á szabványok szerint készült.

5544. Franklin-nyomda Budapest, VIII., Szentkirályi-utca 28.
Felelős: Vértes Ferenc.