

# Egyedül három test ellen

Beszélgetés Ludvig Fagyejev professzorral,  
a modern matematikai fizika egyik megalapítójával

*L. D. Fagyejev professzor akadémikus 1934-ben született Leningrádban. A szentpétervári Euler International Mathematical Institute igazgatója, a kvantummechanikai háromtest-probléma egzakt matematikai elméletének kidolgozója, a modern matematikai fizika egyik kiemelkedő képviselője. A kvantumszóráselmélet mellett munkássága kiterjed a kvantumerőterek kvantálásának elméleti kérdéseire valamint a kvantum integrálható rendszerek vizsgálatára. 1987–1990 között betöltötte a Nemzetközi Matematikai Unió elnöki tisztségét.*

– Professzor úr, ez az első látogatása Magyarországon?

– Már jártam itt 2010 decemberében. Egy barátom, Jurij Manyin professzor elnyerte a Bolyai János Nemzetközi Matematikai Díjat egy 1999-ben megjelent matematika tárgyú könyvéért. A díjátadási ünnepségre Oroszországból is meghívtak vendégeket, így kerültem ide az MTA vendégeként. Akkor láttam először a sok érdekességet Budapesten, köztük a Lánc hidat is. Matematikai fizikus vagyok, az akkori látogatásom a matematikával volt kapcsolatos, most azonban a fizika okán vagyok itt.

– Mi keltette fel az érdeklődését a kvantummechanikai háromtest-probléma iránt? Ön választotta a témát, vagy a témavezetője ajánlotta?

– Az egyetemen Ladizenszkaja professzor volt a tanárom, a parciális differenciálegyenletek, valamint azok hidrodinamikai és egyéb területeken való alkalmazásainak nagyhírű szakértője. Egy alkalommal úgy döntött, hogy a „Mathematical Aspects of Quantum Field Theory” című könyv alapján tart előadásokat, amelynek szerzője K. O. Friedrichs volt. A New York Egyetemen dolgozott, ahol Lax Péter is, akiről majd később szó lesz. Ez feltehetően azért történt, mert a professzorasszonynak jó kapcsolatai voltak a New York Egyetemen. Elolvastam a könyvet és így másfajta módon vezettek be a kvantumtérelméletbe, mint ahogy azt az Elméleti Fizika Tanszéken tették volna. Ezenkívül hallgattam még a kvantumelektrodinamika előadást is. A diplomamunkához aztán Ladizenszkaja



professzor javasolt elolvasásra pár cikket a szóráselmületről, ez azonban már nem az ő érdeklődési területe volt. Így már nagyon fiatalon szabadjára engedtek, és amikor megszereztem a diplomámat, úgy döntöttem, hogy jövőbeli munkámhoz nekem kell megfogalmaznom a problémákat a magam számára. Akkoriban a direkt szóráselméletben léteztek bizonyítások a folytonos spektrum teljességére a kéttest-probléma Schrödinger-egyenleténél, valamint az inverz problémára is, a potenciál rekonstruálására a fázistolásokból. Ezért úgy döntöttem, hogy folytatnom kell a témát és kidolgozni az inverz szórásprobléma megoldását a háromdimenziós esetre is, valamint megoldani a direkt szórásproblémát három részecske esetére, és így félretettem a kvantumtérelméletet. A második célotam a 60-as években értem el, az első cél elérése azonban váratott magára 1970-ig.

– Önnek és tanítványainak a sokrészecske-szóráselmélet terén végzett munkáját sokan a kvantummechanika reneszánszának tekintik. Max Planck, a kvantummechanika egyik megalkotója születésének 151. évfordulója alkalmából a Magyar Tudományos Akadémia 2008-ban ünnepi ülést tartott, amelyen az Ön munkásságát is részletesen ismertették. Tud erről?

– Ezt nem tudtam. Szóval Önök is foglalkoztak a háromtest-szóráselmélettel. Ha azonban előre akarunk lépni és egzakt számításokat szándékozunk végezni, egyre több és jobb számítógépre van szükség, és természetesen több pénzre, ahogy azt az amerikaiak hozzátették. Elmesélték nekem, hogy Los Alamosban volt egy csoport, amely ezen a problémán dolgozott, és „Fagyejev-csoportnak” hívták őket! Persze azt tudni kell, hogy akkoriban a magfizika valamiféle katonai alkalmazásnak számított, lefordították a cikkemet angolra és Harwellben titkos dokumentumként kezelték.

– A felesége, Anna Veszelova szintén nemzetközileg ismert szakértője a Coulomb-szóráselméletnek. Dolgoztak már együtt valamilyen problémán?

– Ami a feleségemet illeti, együtt kezdtük hallgatóként az egyetemet. Ő azonban kísérleti fizikusként végzett. Amikor megszereztem a kandidátusi fokozatot, összeházasodtunk. Azonban jöttek a gyerekek, emiatt már nehezen tudott kísérleti munkában részt venni, ezért inkább az elméleti munkát választotta. Akkoriban a Coulomb-szórás a háromrészecske-rendszerében csak kevésbé volt kidolgozva, ezért erről a témáról írt néhány cikket. Amit ő ténylegesen elért, az volt, hogy megtalálta a tiszta Coulomb-szórás járulékát a T-mátrixhoz. Munkája során német

kutatókkal, Werner Sandhas-szal és Erwin Alttal volt versenyben.

– *Egyszer azt mondta, hogy a kedvenc témája a kvantumtérelmélet, amihez visszatért az egyenleteivel elért első nagy nemzetközi sikere után. A sok kutatási eredménye közül mit tart a legfontosabbnak, ami Önnek a legtöbb örömet okozta?*

– Ahogy már említettem, kezdettől kvantumtérelmélettel szerettem volna foglalkozni. A tudomány doktora fokozatért írt disszertációm sikere lehetővé tette, hogy kedvenc témámhoz visszatérjek. Akkoriban Landau hatására a kvantumtérelmélettel nem nagyon foglalkoztak, sokan kijelentették: a kvantumtérelmélet halott. Ezért aztán más problémák után néztem és a gravitációhoz fordultam. Véletlenül azonban a kezembe került Feynman egy géppel írott jegyzete, amelyben a gravitációval kísérletezett és fizikai tulajdonságokkal nem rendelkező, „nemfizikai” Yang-Mills-tereket használt ehhez. Ezért úgy döntöttem, hogy a Yang-Mills-terek kvantálásával fogok foglalkozni. Sikertült megértenem ezeknek a dolgoknak a geometriai természetét és fiatal kollégámmal, Popovval alkalmas módon megfogalmaztuk az elméletet a funkcionál integrálok segítségével. Egy ideig nem publikáltuk az eredményt, de amikor értesültünk DeWitt munkájáról, leközlöttünk cikkünket, egy hónappal megelőzve ezzel őt. Ezért az amerikaiak időről időre úgy emlegetik ezt: Fagyejev–Popov–DeWitt–Feynman-eredmény. Nos, hogy melyik cikket szeretem a legjobban? Az nem egy jól ismert cikk; az inverz szórási probléma megoldása három dimenzióban a Schrö-

## Fagyejev és a magyarok

Fagyejev professzor munkássága több ponton is kapcsolódik a KFKI Részecske- és Magfizikai Intézetében (a Wigner Fizikai Kutatóközpont elődje) folyó kutatásokhoz. Az 1960-as évek második felétől egy kis csoport, Lovas István, Beregi Péter, Doleschall Pál, Révai János és Bence Gyula kezdett foglalkozni a háromtest-, majd ezt követően a néhánytest-probléma magfizikai alkalmazásainak kutatásával. Lovas István, Beregi Péter és Révai János a rezonancia reakciók egy, a Fagyejev-formalizmuson alapuló háromtest-modelljét dolgozta ki. Doleschall Pál a három nukleon szórási probléma numerikus tárgyalására írt egy óriási számítógépes programot, ami akkor egyedülálló volt a világon. Bence Gyula pedig egzakt integrálegyenleteket vezetett le a kvantummechanikai N-test szórási probléma tranzit operátoraira („Bence-egyenletek”). A csoport tagjai számos eredményt értek el a néhánytest-probléma matematikai elméletének a magreakciók leírására való alkalmazásában is, továbbá kidolgozásra került az N azonos részecske szórási problémájának általános algebrai elmélete is. Az eredmények felkeltették a szakmai közösség érdeklődését, és a csoportot „Budapest few-body group” néven kezdték emlegetni. A csoport tagjai aztán sorra kapták a meghívásokat neves külföldi kutatóhelyekre, többek között a francia Magkutató Központba, a jülichi Magkutató Intézetbe, a Helsinki Egyetem Elméleti Fizikai Kutatóintézetébe, a dubnai Atommagkutató Intézetbe, Los Alamosba, valamint számos amerikai és kanadai egyetemre. Érdekességként érdemes megemlíteni, hogy a háromtest-probléma egzakt numerikus megoldását szolgáló programot („Doleschall Code”) a szerzőjének alkalma volt a Los Alamos Nemzeti Laboratórium szuperszámítógépén is futtatni!

A magyar kutatók aktivitása nyomán nem volt véletlen, hogy a második konferencia a háromtest-probléma terén („a második Birmingham konferencia”) 1971-ben Budapesten került megrendezésre Lovas István szervezésében. („The Nuclear Three-Body Problem and Related Topics”, Budapest, 1971)

– *Ön 1971-ben V. E. Zaharovval közösen írt egy fontos cikket a Korteweg–de Vries-egyenlet megoldhatóságáról, amelyet Lax D. Péter, a magyar származású amerikai matematikus is vizsgált. Voltak szakmai kapcsolatai Lax Péterrel?*

– Részt vettem egy, az inverz problémákkal foglalkozó konferencián az említett cikkemmel, és ott hallottam Zaharov előadását Gardner, Green, Kruskal és Miura egy trükkjéről, akik az inverz problémát arra használták, hogy nemlineáris klaszikus egyenleteket oldjanak meg. Nagyon meglepődtem, mivel a használt alapvető eszköz egydimenziós inverz szóráselmélet volt, ami a kandidátusi értekezésem témája volt. Ezért Zaharovval folytattuk a munkát, hogy interpretáljuk ezt a trükköt, és arra a megállapításra jutottunk, hogy a KdV- (Korteweg–de Vries-) egyenlet egy tel-

jesen integrálható hamiltoni rendszer egy-  
kot végtelen számú szabadsági fokkal.  
Ami Lax Pétert illeti, ő is fontos eredményekkel járult hozzá a történehez. Ő vezette be, amit ma Lax-operátornak hívnak, és megmutatta, hogy a KdV-evolúció izospektrális deformációnak felel meg. Először 1962-ben találkoztam Laxszal. 1962-ben liberálisabb idők jártak a Szovjetunióban, úgyhogy a Nemzetközi Matematikai Unió stockholmi kongresszusán sok 30 év körüli fiatal matematikus is részt vehetett, és nagy szencáció volt, hogy a Szovjetunióban ennyi jó matematikus van. A következő évben Novoszibirszkben tartottak egy konferenciát, ahol Lax is ott volt. Ettől kezdve szorosabb lett a kapcsolatunk. Legújabbban Boris Pavlovval a Lax–Phillips-szóráselméleti módszert használtuk az automorf függvények elméletében. Nemrég pedig 2013-ban elnyertem a Lomonoszov-aranyérmét, amit évente két személynek páronként ítélnek oda, az egyik mindig külföldi. Az én külföldi partnerem Lax Péter volt. Lax Péter a barátom.

– *Zaharovval közös cikke után Ön és a csoportja intenzíven tanulmányozott sok egzaktul megoldható problémát, és hatékony módszereket fejlesztett ki a vizsgálathoz. Ezek az új eredmények a „tiszta” matematika terén is vezettek új fejleményekhez?*

– Ahogy már említettem, az integrálható rendszerek vizsgálata a 60-as évek végén kezdődött el, azóta azonban óriási fejlődés ment végbe. Sok kutatócsoport van Franciaországban, Amerikában, Japánban, Moszkvában és Szentpéterváron, ezért sok tanítványom és hallgatóm képzése is ebben az irányban folyt. A 80-



A háromtest-probléma híres Fagyejev-egyenletei

ding-egyenletnél lokális potenciálok esetére, amelyben meghatároztam a szórási amplitúdó minden összefüggését. Ahogy megtudtam, ezt a munkát sikeresen alkalmazzák a tomográfiában. Úgy érzem, ez valóban nagyon jó cikk.

jesen integrálható hamiltoni rendszer egy-  
kot végtelen számú szabadsági fokkal.  
Ami Lax Pétert illeti, ő is fontos eredményekkel járult hozzá a történehez. Ő vezette be, amit ma Lax-operátornak hívnak, és megmutatta, hogy a KdV-evolúció

Ami Lax Pétert illeti, ő is fontos eredményekkel járult hozzá a történehez. Ő vezette be, amit ma Lax-operátornak hívnak, és megmutatta, hogy a KdV-evolúció



A Budapest Few-Body Csoport tagjai Fagyejev professzorral, balról jobbra: Bencez Gyula, Ludvig Fagyejev, Doleschall Pál és Révai János

as évek végére egy nagyon erős csoportunk jött létre Leningrádban, azonban sokan már eltávoztak. Az integrálható modellek fejlődése sok különböző dolgot hozott létre a matematikai fizikában, mint pl. a spinláncok, faktorizálható rendszerek, a statisztikus mechanika rácsmodelljei. Ezek mind egy közös matematikai formalizmusban egyesültek, de új matematikai objektumok is létrejöttek, mint például a kvantumcsoportok. Nagyon tanulságos volt látni, hogyan befolyásolja a fizika a matematikát. Tegnap Szegeden tartottam egy előadást az integrálhatóság új életéről, és remélem, még sok érdekes dolgot tudok megbeszélni.

– *Fizikusnak vagy matematikusnak tartja magát? Mi a véleménye a tudomány e két ágának viszonyáról?*

– Matematikai fizikus vagyok. Van definícióm is arról, mi a matematikai fizika. De természetesen a matematikai fizika kifejezés szükségszerűen kifordítható, kétirányú lehet. Ezt úgy próbálom megfogalmazni, hogy a fizikában két különböző intuíció van, az egyik tisztán fizikai, de létezik a matematikai szépségen alapuló is. Ha azonban az emberek alkalmazásokat keresnek, akkor első a matematika!

– *Az a tény, hogy Ön 1987–1990 között a Nemzetközi Matematikai Unió elnöke volt, eredményei értékének méltó elismerése. Mint az Unió elnöke, mi-*



Fagyejev professzor előadása Szegeden (2015)

*lyen célokat tűzött ki maga elé és milyen eredményeket ért el ebben a pozícióban?*

– 1986-ban választottak meg elnöknek egy négyéves periódusra. Előtte alelnök voltam. Az Egyesült Államokban választottak meg elnöknek, elődöm Jürgen Moser volt. Amennyire emlékszem, az Unió Végrehajtó Bizottsága (Executive Committee) sok mindennel foglalkozott, de egy dolgot feltétlenül meg kell említeni. Felemelte a Fields-éremmel járó pénz-

## A Fagyejev-iskola hatása hazánkban

Minden udvariaskodástól mentesen állítható, hogy az interjúban említett „Leningrádi iskola” rendkívül nagy hatással volt a magyar elméleti fizikára. Az iskola kutatásainak legjellemzőbb kulcsszava a „Bethe-ansatz”, amelynek jelentőségét hazánkban először Woynarovich Ferenc (Wigner FK, SZFI) ismerte fel, aki nemzetközileg jelentős eredményeket ért el ezen technika szilárdtestfizikai alkalmazásaiban. Számos kutatónk először Woynarovich Ferenc különböző nyári és téli iskolákon tartott előadásain hallott erről a fontos módszerről. A Bethe-ansatz absztraktabb, algebrai változatával az ELTE-n Horváth Zalán által alapított, majd Palla László, Takács Gábor és Bajnok Zoltán körül kikristályosodott csoport foglalkozott. Az utóbbi említett két kutató első kézből tanulta a technikát, Fagyejev professzor egyik vezetéses előadássorozatán Les Houches-ban, 1995 nyarán. Ezen a szalon (vagy szuperhúron) továbbhaladva Bajnok Zoltán és munkatársai az utóbbi években világviszonylatban is kiemelkedő eredményeket értek olyan kvantumtérelméleti alkalmazások kapcsán, melyeket Fagyejev professzor szegedi előadásában („The new life of integrability”) említett.

A „Leningrádi iskola” munkásságából eredő kvantumcsoportok és Poisson–Lie-szimmetriák először V.G. Drinfeld által formalizált elmélete magyar matematikai fizikusokat is megihletett. A kvantumcsoportok egyik legabsztraktabb témájában Szlachányi Kornél, Böhm Gabriella és munkatársaik (Wigner FK, RMI) értek el jelentős eredményeket. Végül megemlíthető, hogy e blokk írója az utóbbi években született munkáiban használta a kvantumcsoportok árnyékaként jellemezhető Poisson–Lie-csoportokat klasszikus mechanikai integrálható sokrészecske-rendszerek vizsgálatában.

FEHÉR LÁSZLÓ (SZTE)

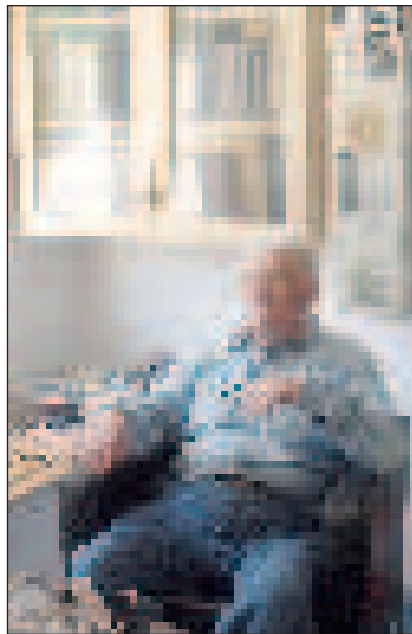
jutalom összegét 2000 kanadai dollárról 15 000 dollárra. Ez még mindig nem sok, de a presztízs fontosabb, tehát a Fields-érem fontosabb, mint a pénz. Sokat foglalkoztunk aztán azzal, hogyan lehetne Kínát és a Kínai Tudományos Akadémiát visszahozni az Unióba. Végül az a kompromisszum született meg, hogy Kínát a Kínai Népköztársaság képviselje. Az én időm előtt Kínát Tajvan képviselte. Most mindketten tagok. Mint elnök a Fields



Érem Bizottság elnöke is voltam, hivatalból. Az én hivatali időm alatt több figyelmet fordítottak a fizikával foglalkozókra. A kitüntetettek között volt Vlagyimir Drinfeld a kvantumcsoportokkal kapcsolatos munkájáért, Edward Witten a gravitációs energiával foglalkozó munkájáért, valamint Vaughan F. R. Jones, aki sok eredményt ért el a csomóelméletben a statisztikus mechanika nézőpontjából. Ezért aztán körbejárt az a vicces mondas, hogy nem a Fields-érmét, hanem a „Kvantum Fields-érmét” adták át a kiválasztottaknak.

– 1995-ben a *World Scientific* „Negyven év a matematikai fizikában” (*Forty years in mathematical physics*) címmel kiadta írásainak egy válogatását. Várható ennek a kötetnek új megjelenése?

– Akkoriban a *World Scientific* valóban felajánlotta, hogy leközli összefoglaló cikkeim – nem kutatási cikkeim – egy gyűjteményét, ez meg is jelent. Most azonban a tudományos cikkeim válogatását szándékoznak közzélni. Valami oknál fogva azonban a kiadás



Fagyejev professzor a Wigner Fizikai Kutatóközpontban (2015)

családjával, a másik Szentpéterváron él, ő az alkalmazott matematika kandidátusa. Egyik lányunkánk Brüsszelben dolgozik egy ügyvédi irodában, és nagyon sikeres. Fiúunkánk mérnök egy autógyárban. A másik lányunkánk egyetemi tanársegéd, de ő a gazdaságtudományok területén dolgozik.

– Egy interjújában említette, hogy a családi környezete nagy befolyással volt Önre, különösen abban, hogy szereti a zenét. Milyen zene a kedvence?

– A zene valóban nagyon fontos szerepet játszik az életemben. Anyám azt akarta, hogy karmester legyek, ezért is adta nekem a Ludvig keresztnévet, ami nem orosz név. Hogy nem lettem zenész, az a háborúnak köszönhető, amely akkor tört ránk, amikor éppen elkezdtem volna a zenei tanulmányokat. Elhát nem lettem karmester, de értek a zenéhez. Zongoráztam, kottából is tudok játszani, Apámmal sokat játszottunk négykezes is. Természetesen szigorúan csak



A Nemzetközi Matematikai Unió elnökei: Lovász László (2007–2010), Lennart Carleson (1979–1982), L. D. Fagyejev (1987–1990), Sir John Ball (2003–2006)

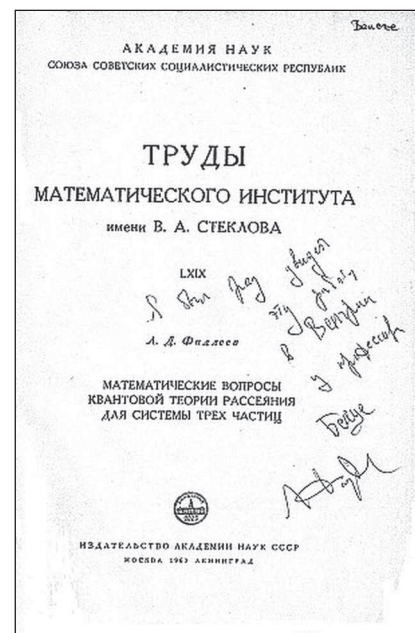
késik, feltehetően azért, mert a cikkeik közlési joga a folyóiratok tulajdona. Elvben azonban a kötet készül és hamarosan megjelenik.

– Ismeretes, hogy mindkét szülője híres matematikus volt. Édesapjának D. K. Fagyejevnek *algebrakönyvét magyarra is lefordították. Van matematikus vagy fizikus a lányai vagy unokái között?*

– Valóban, a szüleim matematikusok voltak, apám algebrista, aki az algebra absztrakt problémáin dolgozott, és ma már általánosan elismert, hogy ő volt a homológikus algebra egyik megalkotója. Fontos eredményei voltak e témában, de ez 1943-ban történt, és a háború miatt a módszere a háború végéig ismer-

etlen maradt. Anyám alkalmazott matematikával foglalkozott és gyakorlatiasabb kérdéseken dolgozott. „Numerikus módszerek a lineáris algebrában” címmel könyvet jelentetett meg egy évvel az előtt, hogy a számítógépek munkába álltak. A könyvben igen sok numerikus algoritmus szerepelt, és ezek széles körben ismertté váltak. A háború alatt azonban nem voltak számítógépek, ezért egy 40 lányból álló csoporttal dolgozott együtt, így valójában már akkor párhuzamos programozást szervezett meg.

Ami a családomat illeti, a környezetemben az egzakt tudományoknak lényegében vége szakadt. A lányaim egyetemet végeztek. Egyikük kivándorolt a



Fagyejev professzor Bencze Gyulának dedikált doktori disszertációpéldánya

klasszikus zenét játszhattam, apám nem engedett mást. Én azonban nem vagyok purista, ezért alkalmanként hallgatok dzsesszt is.

– Mik a tervei a jövőben, milyen probléma foglalkoztatja?

– Több projekten is dolgozom, az egyiket majd a Wigner Fizikai Kutatóközpontban fogom ismertetni, ez röviden megfogalmazva: „Forgatókönyv a Yang–Mills-elmélet renormalizációjára nagy dimenzióban”.

Az interjút készítette: BENCZE GYULA