Gráflimesz, könyvek és a család

Beszélgetés Lovász László matematikussal

Amikor a hetvenes évek végén az első, nyilvánosságnak szánt beszélgetésünket rögzítettem, a szegedi József Attila Tudományegyetem tanszékvezető egyetemi tanára volt, és a legfiatalabb akadémikusunk. Az interjú elé akkor egy Kós Károly-idézetet választottam, a Varjú nemzetségből: „A gyermekek pedig megnőnek, és az Úristen örök életet nevelő keze arcukra írja és szívükbe rója a szülők megfrissült arcát és vérének melegét.” Lovász László azóta örök nyomot hagyott munkásságával a matematika tudományában. Szemerédi Endre mondta róla nemrég: „Laci végtelenül kulturált matematikus, óriási tudással, nagy képzelőerővel. Technikailag is iszonyúan erős, és rendkívüli rálátása van a matematika sok területére”. A legnagyobb szakmai elismerései közül most csak kettőt említek: Wolf-díj 1999-ben, Kiotó-díj 2010-ben. 2007-ben a Nemzetközi Matematikai Unió elnökévé választották. A Természet Világa szerkesztőbizottságának 1983 óta tagja. Beszélgetésünk idején a Magyar Tudományos Akadémia egyik elnökjelöltje.

– *Három dologról szeretnék Veled beszélgetni: a legújabb munkádról, a könyveidről és a családodról. Az Akadémiáról, az elnökké jelölésedről most nem.*

– Rendben van.

– *Két éve, a Szegedy Balázzsal közösen írt cikketekért Fulkerson-díjat kaptatok. Ezzel a díjjal a kiemelkedő diszkrét matematikai publikációkat ismerik el. A „Limits of dense graph sequences” című cikketeket a matematikusok a gráflimesz elmélet alapcikkének tartják. Mi ez a gráflimesz elmélet?*

– A gráflimesz elméletet úgy tíz éve kezdtük kidolgozni. A komplex hálózatok első ismertebb modelljét 1999-ben Barabási Albert-László és Albert Réka adta meg, az internetre. Az egy növekvő modell, mivel feltételezzük, hogy időről időre bizonyos szabályok szerint új szereplők kapcsolódnak a már meglévőkhöz. Így bővül a hálózat, s ha már jó nagyra megnőtt, akkor sokféle érdekes tulajdonságára mutathatunk rá.

– *Barabási Albert-Lászlóék például rájöttek, hogy a hálózat nagyon sok kapcsolattal rendelkező csomópontjainak kapcsolatszáma hatványfüggvénnyel írható le.*

– Igen, s akkor felvetődik a kérdés: mi történik, ha ez a hálózat, ez a gráf minden határon túl nő. A matematikában alapvető felismerés, hogy ha valami nagyon nagy, annak tulajdonságait gyakran egyszerűbb megérteni, ha feltételezzük róla, hogy végtelen. Például, ha az egymástól független pénzfeldobásoknál a fejek és az írások eloszlására vagyunk kíváncsiak, akkor ennek leírása egyszerűbbé válik, ha feltételezzük, hogy a pénzfeldobások száma a végtelenhez tart. Akkor az eloszlás Gauss-görbével írható le, egy folytonos függvénnyel, amivel sokkal könnyebb számolni.

A gráflimesz elmélet kidolgozásakor is az volt a kérdés, vajon mi a megfelelője itt a Gauss-görbének. Mi az a folytonos objektum, amelyet formulákkal leírhatunk, hagyományos matematikai módszerekkel számolhatunk velük, ahelyett, hogy a nagyon nagy adathalmazban kellene bányászkodnunk. Végül, bizonyos mellékfeltételekkel sikerült erre a kérdésre választ adnunk. Abban a cikkben, amelyet Szegedy Balázzsal közösen írtunk, konstruáltunk egy kétváltozós függvényt, amivel megadhattunk egy limeszt.

– *Hogyan kell ezt elképzelnünk?*

– Tegyük fel, hogy az egyre nagyobb és nagyobb hálózatoknak, gráfoknak van egy sorozata. Először is azt kell definiálni, hogy mit jelent az, hogy ez a sorozat „konvergens”, vagyis ahogyan egyre nagyobbak lesznek a sorozat tagjai, úgy egyre jobban hasonlítanak egymásra. A pontos fogalmat öten alkottuk meg egy cikksorozatban: Christian Borgs német és Jennifer Chayes amerikai fizikusok, T. Sós Vera, Vesztergombi Katalin és én. A gondolatunk: nagyon nagy gráfokról bármiféle információt úgy kaphatunk, hogy mintát veszünk belőlük. Kiválasztunk, mondjuk, 50 csúcsot, és megnézzük, hogyan vannak összekötve. Persze, ha másik ötvenet választunk, akkor esetleg valami mást láthatunk. Mondhatjuk azonban, hogy a gráfok növekvő sorozata konvergens, ha ezzel a véletlenszerű mintavétellel egyre kevésbé tudjuk megkülönböztetni, hogy azok melyik nagyon nagy hálózatból valók. Szegedy Balázzsal azt mutattuk meg, hogy ha a növekvő gráfok egy sorozata olyan, hogy az elsűrűségük egy határértékhez tart, és ez bennük minden adott alakzat sűrűségére is igaz, akkor van olyan kétváltozós valós függvény, az értékei 0 és 1 közöttiek, amelynek segítségével megmondhatjuk, hogy például három pontot kiválasztva e gráfsorozatból, az összes csúcshármasok hányadrésze alkot háromszöget (amikor mindhárom csúcs össze van kötve éllel). Ezzel a hagyományos függvénnyel dolgozva lehetővé válik az analízis már meglévő eszköztárának alkalmazása a nagyon nagy gráfsorozatok esetében is.

Így indult el a gráflimesz elmélet, amelyről hamarosan kiderült, hogy hasznos az úgynevezett extremális gráfelméletben is. Elmondok egy példát, majd eldöntöd, belefér-e az írásba. Mondjuk, legyen az a feladat, hogy határozzuk meg az $x^3 - 6x$ függvény minimumát nem negatív x-ekre. Gyors differenciálás után könnyű belátni, hogy ennek a $\sqrt{2}$-nél van minimuma, mivel a $3x^2 - 6$ függvény értéke $\sqrt{2}$-nél lesz 0. Elsőéves elemi analízis. Bonyolultabb lenne a minimumhely megfogalmazása, ha azt csak a racionális számok, vagyis a természetes számok hányadosaként leírható számok körében keresnénk. Ez a függvény ugyanis nem veszi fel a minimumát a racionális számok körében. Ebben az esetben körül kellene írnunk a megoldást: ennek a függvénynek a $\sqrt{2}$ minimumhelye akármennyire megközelíthető racionális számok sorozatával. Sokat segített, amikor a racionális számok halmazát kibővítették ezekkel az irracionális számokkal, bevezetve a valós számok fogalmát. Így azután például a $\sqrt{2}$-re is úgy gondolhatunk mint egyetlen számra. A görögök nem igazán tekintették ezeket érvényes számoknak; ha az ő filozófiájukból indulunk ki, akkor nincsenek valós számok, és az előbbi feladatnak sincs megoldása.

Most az előző feladat helyett egy gráfokra vonatkozó kérdést fogalmazok meg. Van egy gráfunk, amelynek a pontjai között a lehetséges összeköttetéseknek a fele van meg. Mit mondhatunk arra a kérdésre, hogy ekkor hány négyszög van benne? Ha megadok a gráfban négy pontot, mi annak a valószínűsége, hogy ezek egymás után öszszekötve négyszöggé záródjanak? Egy elemi tétel kimondja, hogy ennek a valószínűsége mindig nagyobb, mint 1/16. Az 1/16-ot soha nem éri el, de akármilyen közel kerülhet hozzá.

Tehát, ha azt kérdezem, hogy melyik gráfnak van legkisebb négyszögsűrűsége, ha tudom, hogy az élek sűrűsége 1/2, akkor erre nincs válasz, ugyanúgy, ahogy az előző feladat minimuma, a $\sqrt{2}$ sincs a racionális számok között. Nincs legkisebb négyszögsűrűségű gráf. Azonban, ha bevezetjük a gráflimeszeket, akkor már van minimum! Nagyon egyszerű minimum, csak az nem egy gráf, hanem „csak" a limesze. Tehát, matematikai nyelven szólva, valahogyan így tehetjük teljessé a gráfok terét.

– Hasonlóképpen, ahogyan egykor a számfogalmat kibővítették?

– Igen, a gráflimesszel a gráf fogalmának a kibővítését vezettük be. Ezt nagyon jól lehet a bizonyításokban és egyéb algoritmusokban használni. Például elemi analízisbeli tétel, hogy minden korlátos sorozatból kiválasztható egy konvergens részsorozat. Ennek megfelelője a gráfoknál is megvan. Vagy: minden folytonos függvény egy intervallumon fölveszi a maximumát. Ennek megfelelően egy gráfokon értelmezett függvény, mint mondjuk a négyszögek sűrűsége, hasonló meggondolásokból fölveszi a maximumát.

– A gráflimesz elmélettel új kutatási irányt nyitottatok, mely igen nagy érdeklődést váltott ki. Úgy hallottam, hogy a most nyáron rendezett konferenciákra ötszörös volt a túljelentkezés.

– Jó látni ezt a nagy érdeklődést, a gráflimesz elméletnek sokan találtak különféle alkalmazásait a valószínűség-számításban és másutt is.

– A gráflimesz elméletetekkel kinyitottatok egy ajtót. Amit eddig itt nem gyűjtöttetek be, azt esetleg sok jó matematikus most megteheti.

– Így megy ez, ilyen a tudomány. 2012-ben jelent meg erről egy könyvem, a Large networks and graph limits, az Amerikai Matematikai Társaság kiadásában.

– Milyen volt a visszhangja?

– Sokan írogattak, hogy olvassák, azt is megírták, hogy hol tudnának javítani rajta.

– Amilyen gyorsan fejlődik ez a tudományterület, rövidesen lesz majd munkád a könyv kibővítésével.

– Meg a javítgatásával. Mert egy ilyen könyv megírásakor kompromisszumokat kell kötni. Úgy gondoltam, jó, ha minél hamarabb megjelenik, hiszen annyian érdeklődtek a téma iránt, kérdezgettek, korábbi cikkeket kértek, azokban pedig nem egészen úgy vannak leírva a dolgok, ahogyan azt már mai szemmel látom. Egyszerűbb volt nekiülni és újra leírni az eredményeket úgy, ahogyan utólag a legjobbnak látszanak. Kisebb hibák, sajtóhibák persze maradtak a könyvben, így elég hamar időszerű lenne a második kiadáson dolgoznom. De hát most egyelőre ez van.

– A „szép új világ" lehetővé teszi a gyors korrekciót. Látom az egyetemi honlapodon, hogy „Jegyzetek és javítások" címen elérhetők a könyved fejezeteihez fűzött új észrevételek. Ezek mind segítségedre lesznek a második kiadásnál.

– Ez igaz, de amikor az ember megír egy ilyen könyvet, akkor kicsit…

– …belehal a szellemi erőfeszítésbe.

– Ahogyan mondod.

– Tudom, mert szegény Vekerdi Laci bácsi, amikor lehetősége nyílt arra, hogy kiegészítse az Így él Galilei című könyvét, a határidős munkába, a nagy szellemi erőfeszítésbe kicsit fizikailag is beleroppant.

– Egy könyvet tényleg csak nagy koncentrációval lehet írni. Nekem szerencsém volt, mert feleségemmel, Katival együtt 2011-ben egy évre meghívtak minket Princetonba, az Institute for Advanced Study-ba. Ezalatt megírtam a könyvet, amelynek a kéziratát Kati folyamatosan elolvasta és kritizálta. Nagyon jól dolgoztunk így együtt.

– A gráflimesz elméletnek lett olyan meglepő hatása, amire esetleg még Te sem gondoltál?

– Igen, és erre büszke is vagyok, az Abel-díjas Varadhan professzor nevéhez kapcsolható. Ő az, aki kidolgozta az úgynevezett nagy eltérések elméletét. A kutatásokba több kiemelkedő, valószínűségszámítást művelő matematikus is bekapcsolódott. Számos vizsgálat tárgya, hogy valamely véletlentől függő mennyiség, valószínűségi változó a várható értéke körül milyen viselkedést mutat. Erre útmutatást adhatnak a nagy számok törvényei, a normális eloszlás sűrűségfüggvénye, az úgynevezett Gauss-görbe… De mit mondhatunk az ettől távol levő értékek, a kivételes esetek viselkedéséről? Varadhan kidolgozott erre egy elméletet, amelyet azonban nem sikerült alkalmaznia például az Erdős–Rényi-féle véletlen gráfokra. Pedig ott is feltehetünk nagy eltérésekre vonatkozó kérdéseket. Mondjuk, ha véletlenszerűen döntöm el, hogy a gráf csúcspárjai össze vannak-e kötve vagy sem, akkor egy véletlen gráfot kapok, nagy pontszámmal. Megmondható, hogy ennél a véletlen gráfnál hány háromszöget várunk. Minden háromszög 1/8 valószínűséggel van ott, mert 1/2 a valószínűsége annak, hogy két csúcs éllel össze van kötve, és három csúcs összekötésének akkor $1/2 \cdot 1/2 \cdot 1/2 = 1/8$ a valószínűsége. Nézzük akkor azokat az eseteket, amikor a gráfunkban ennél jóval kisebb a háromszögek sűrűsége, mondjuk 1/100. Hogyan néznek ki ezek? Mit lehet róluk mondani? Ahhoz, hogy Varadhan elmélete ilyenkor is alkalmazható legyen, a gráflimesz elmélet kellett. Az, hogy a gráflimesszel értelmezve legyen a gráfok konvergens sorozatának határértéke. Ezzel most megnyílt ott egy jelentős kutatási terület.

– Ugye, minél sűrűbb a hálózat, annál könnyebben kezelhető, minél ritkább, annál kevésbé? Mi ennek az oka?

– Ha egy nagy hálózat sűrű, mondjuk, ha a lehetséges csúcspároknak legalább a 10 százaléka össze van kötve, akkor egy 100 pontos mintavétellel az egész nagy gráf szerkezetéről, tulajdonságairól elég jó képet kaphatunk. Ez egyike elméletünk fő tételeinek. A statisztika ugyanezen az elven alapul. Az ott szokásos mintavétellel kiszámíthatjuk az átlagot, vagyis egy számot kapunk. Viszont a gráflimesz elméletben a mintavételnél gráfot látunk.

Szegedi otthonukban, 1979-ben

Amikor a nagy gráfból kiveszünk egy kicsit, az is egy gráf. Ha a hálózat sűrű, akkor a mintában kb. ugyanolyan arányban látunk éleket, tehát ott is elég sokat. Baj akkor van, ha a hálózat ritka, mondjuk, csak milliomod részben vannak benne élek. Ilyenkor, ha kiveszünk belőle 100 csúcspontot, ott jó eséllyel egyetlen élet sem látunk, semmilyen információt nem kapunk. Megtehetjük, hogy úgy veszünk mintát, hogy először kiválasztunk egy pontot, és annak környezetét nézzük meg. Ez érdekes mintavétel, elméletünk erre is kiterjed, azonban ilyen esetben fontos információk nem tükröződnek vissza a mintában.

– Mit tud, mire terjed ki ma a gráflimesz elméletetek?

– Lehet limeszeket definiálni, vizsgálhatjuk, hogy milyen tulajdonságok miként terjednek ki a limeszekre. A sűrű eset nagyon szép és kerek, a másik, az extrém eset, amikor nagyon kevés pont van összekötve, jóval nehezebb. Talán meglepő, hogy jóval nehezebb, mert hinné az ember, a kevesebb az egyszerűbb. De éppen az a probléma, hogy ott több skálán jelentkeznek a tulajdonságok. Több kérdést is felvethetünk: például a választott pont három vagy öt lépésben elérhető közvetlen környezetében mit látunk? Mi a távolsága a távoli pontoknak? A pontok hányadrésze van legmesszebb? Ezek globális tulajdonságok, és e kérdések megválaszolása a ritka esetben szétválik. Érdekes módon, a sűrű esetben nem. Ott ezek valahogy összefüggőbbek. Jó, persze, ezeket a tételeket be kell bizonyítani, hogy a különböző globális tulajdonságok kifejezhetők lokálisokkal, egyenértékűek azokkal stb.

– Akkor van itt még teendő elég. De ez a jó, nem?

– Igen, persze!

– Emlékszem a korábbi beszélgetésünkben egy bölcs mondásodra. Megjegyezted, hogy a matematikusnak olyan problémával kell foglalkoznia, ami nem triviális, ugyanakkor emberléptékű is, tehát egy emberélet alatt megoldható. A gráflimesz elméletetekben milyennek tűnnek a még megoldatlan kérdések?

– Új elméletnél nehéz erre válaszolni. Van egy-két nyitott probléma, melyekre nagyon fontos lenne választ találnunk. Megjósolni sem egyszerű, hogy ezeket öt év múlva tisztázza valaki, vagy nagyon hosszan elhúzódik a megoldásuk.

– A gráflimesz elmélet összefüggésben van Szemerédi Endre híres regularitási lemmájával. Olvasom, hogy a gráflimesz elmélet egyféle továbblépést jelent. Mit lehet erről mondani?

– A regularitási lemmának többféle megfogalmazása ismert a gráflimesz elméleten belül. A Szemerédi-féle regularitási lemma azt mondja ki, hogy ha van egy nagyon nagy pozitív sűrűségű gráfom, akkor azt beoszthatom valahány, lényegében egyforma nagy osztályba úgy, hogy ha veszek két ilyen osztályt, akkor a köztük levő gráf úgy néz ki, mintha véletlen volna. Ha ezt a gráfot véletlennel helyettesíteném, vagyis ugyanolyan sűrűen, de véletlenszerűen húznám be az éleket, akkor a gráf tulajdonságai nem változnának meg. Mintavétellel ugyanazokat a mintákat látnánk, ugyanolyan valószínűséggel látnánk a gráfokat, bármilyen nagyobb gráfot stb. Ez azt jelenti, hogy ami igazán lényeges információ erről a nagyon nagy gráfról elmondható, az belezsúfolható abba a pár számba, hogy itt a különböző osztályok között milyen sűrűségűek az élek. Ez a regularitási lemma lényege, hogy azután ez mennyire jól közelíti az eredeti gráf tulajdonságait, ennek a problémának különböző változatai vannak: könnyebbek és nehezebbek. Mint mondtam, az elég nagy minta is tartalmazza a nagyon nagy gráf összes lényeges tulajdonságát. A kettő összefügg, egymásból bizonyíthatóak. A lényeg itt az, hogy a megfoghatatlanul nagy gráfot szeretnénk valahogyan végesen megragadni, valami véges adathalmazzal, hogy korlátos mennyiségű adattal leírhassuk. A regularitási lemma ilyen eszközt jelent, ilyen globális adatokkal írja le, hogy mik a sűrűségek. A mintavétel meg lokális adatokkal írja le, de mindkettő ugyanazt a célt szolgálja.

– Amikor az eredményeidet sorolják, mindenképpen említeni kell a perfekt gráf sejtés igazolását, a Kneser-gráfokra vonatkozó sejtés bizonyítását, a Shannon-probléma megoldását, a Lovász-féle lokális lemmát, a bázisredukciós algoritmust…, most pedig a gráflimesz elméletet megalapozó munkátokat. Tudom, nem könnyű erre válaszolnod, de mit gondolsz, melyiknek volt legnagyobb hatása?

– Talán a Shannon-probléma megoldásának. Az egy tudományterület első cikkének tekinthető, amit ma szemidefinit optimalizálásnak neveznek. A kombinatorikai alkalmazásainak területén nyitott utat. Most divatos lett a kvantumfizikusok körében, mert kvantuminformatikai problémára is alkalmazható, de ezt még nem volt időm megérteni. Sok irányban továbbfejlesztették, ami abban a cikkemben volt.

– A legtöbb hivatkozást melyik eredményed hozta?

– A bázisredukciós algoritmus. Annak fő alkalmazási területe a kriptográfia. Bizonyos titkosítási rendszerek feltörhetők vele. Arra használják, hogy tesztelik vele a kódolási, biztonsági rendszereket. Emiatt sokan alkalmazzák, sokan hivatkoznak rá.

– Közbevetőleg hadd kérdezzem meg, mennyi a Hirsch-indexed, amit a cikkek és hivatkozások súlyozására találtak ki?

– Valahol láttam. Talán 38, vagy ilyesmi.

– Az nagyon jó!

– Talán.

– Azt mondják, Amerikában a 18-20 körüli Hirsch-index már egyetemi tanári szint. A Nobel-díjas Richard Feynmannak 23 volt a Hirsch-indexe. Igaz, az efféle számmisztika nem sokra vezet. Te melyik három cikkedet tartod eddigi munkáid legértékesebbjének?

– Mondjuk, a Shannon-probléma megoldását, azután az Erdős Pállal közös cikket, amiben a lokális lemma volt, és a Szegedy Balázzsal közös publikációt, a gráflimesz megkonstruálását.

– Szegedy Balázzsal hogyan jöttetek össze?

– Akkoriban a Microsoftnál dolgoztam, ő pedig, miután idehaza ledoktorált, oda jelentkezett posztdoktori képzésre. Amikor Amerikába érkezett, éppen egy problémán dolgoztam állandó munkatársammal, régi jó barátommal, a holland Schrijverrel. Vele még Szegeden ismerkedtem meg, amikor 1978–1979-ben ott töltött egy évet. Közös volt a szobánk, elkezdtünk együtt dolgozni, azóta egy könyvet, több könyvrészletet és cikket írtunk közösen. A Microsoftnál azonban elakadtunk a probléma általánosításán. Harmadik társszerzőnk a Fields-érmes amerikai Michael Freedman volt. Együtt sem tudtunk továbblépni. Megérkezett Balázs, mi meg úgy gondoltuk, mondjuk el az új fiúnak a problémát, s hogy eddig mire jutottunk.

A Lovász család, amikor már Lacika is megérkezett

– Csak nem azt akarod mondani, hogy ő pedig megoldotta?

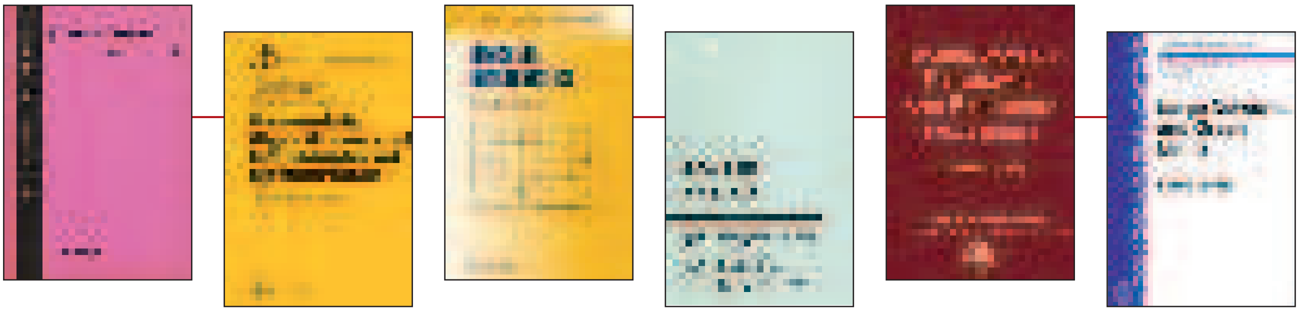
– De, igen. Nagyon szép bizonyítást adott rá.

– A Fazekasban végzett ő is?

– Igen. Akkor elkezdtünk együtt dolgozni, ezzel kapcsolódott be Balázs a gráflimesz-témába is, és ma is sokat dolgozunk együtt. Balázs Torontóban volt professzor, szerencsére Akadémiánk Lendület programja keretében hazaköltözött Magyarországra, itt alakíthatott kutatócsoportot az MTA Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézetében. Kutatásaikat segíti az European Research Counciltól kapott grant is.

– Jöjjenek akkor a könyvek! Lovász László nemcsak alkotó és oktató matematikus, hanem tankönyvíró is. Már huszonéves korodban megjelent az első könyved, melyet feleségeddel, Katival és gimnáziumi osztálytársaddal, Pelikán Józseffel együtt írtatok. Azóta több alapvető kötet megjelentetése fűződik a nevedhez. Miért tartod fontosnak ezt a sok időt, szellemi és fizikai megterhelést igénylő feladatot? Mi vonz a könyvíráshoz?

– Tény, hogy élvezem azt a folyamatot, amikor leülhetek és megpróbálom mélyen megérteni, saját szám íze szerint felépíteni az anyagot. Nyilván van ebben egyféle esztétikai igény is, hogy a szétszórt cikkekben, más-más stílusban, más jelöléssel, más felfogásban, gyakran nem is olyan jól megírt anyagokat szerves egész-



Válogatás Lovász László könyveinek kiadásaiból

szé formáljam. Magamon is látom, amikor új eredményt publikálunk, akkor az ember gyorsan ír, tömören és lényegre törően. A könyvírásban azt szeretem, hogy ott a saját ízlésem szerint formálhatom az anyagot, kihagyom, ami fölösleges, jobban kidomboríthatom a lényeget, ezzel is segítve a mélyebb megértést. Most is dolgozom egy könyvön.

– Miről írsz?

– Ennek a könyvemnek a témája a gráfok geometriai ábrázolása. Tehát, ha egy gráfot lerajzolunk a síkban, vagy a térben, akkor annak jó összhangban kell lennie a gráf absztrakt szerkezetével. Különféleképpen definiálhatjuk, hogy ez mit jelent, hogy mit várok el a szerkezettől. Ha megtaláljuk a bizonyos szerkezettel összhangban lévő lerajzolást, azt sok mindenre használhatjuk: bizonyításokban, algoritmusokban. Erre nagyon sok példa van, ezeket igyekszem összegyűjteni és valahogyan rendszerezni. Most két és fél hónapig Zürichben, az ETH-n vendégprofesszorként erről tartok előadásokat „Geometric Representations of Graphs” címmel.

– Az előadások segíthetik könyved megírását, hallgatóid visszajelzéseiből sok mindenre következtethetsz.

– Így van, ha látom, hogy valamit nehezebben értenek, ott módosíthatok a gondolatmeneten. Utána, nyilván, még sok munka lesz a könyv megírása, de ezt most nagy kedvvel végzem.

– Kedvenc olvasmányom volt Halmos Pálnak a „Hogyan írjunk matematikát?” című esszéje. Annak idején, 1977-ben a Természet Világában is leközöltük. Abban ezeket mondja: „A feladat mindig ugyanaz: gondolatok közlése. Ehhez először is az szükséges, hogy legyen mondanivalónk, és legyen kinek elmondani. Rendszerezzük mondanivalónkat, és döntsük el, milyen sorrendben mondjuk el, írjuk le, majd többször fontoljuk meg jól az olyan mechanikus részleteket is, mint az előadásmód, a jelölésmód, a szöveg tagolása. Ennyi az egész.” *Kérdezem, tényleg csak ennyi? Te hogyan kezdesz neki a könyvírásnak?*

– A könyveink különbözőféleképpen jöhetnek létre. Ugyanazt a témát az ember többször, különböző kurzusokon is előadja. Erről a témakörről, amiről most könyvet írok, már Budapesten is tartottam előadásokat. Ilyenkor jegyzeteket készítek, leírom a definíciókat… Ily módon növekszik az anyag, s elérkezik az idő, amikor azt mondjuk magunknak, jó lenne ezt már rendesen leírni. Átgondolni, hogy mik legyenek a fő témák, meg a jó jelölések, ez mindig nehéz kérdés. Ha túlbonyolítjuk, az a baj, mert nem lesz jól olvasható a könyv, ha meg leegyszerűsítjük, akkor esetleg azért nem lesz érthető. Ezek nem könnyű kérdések. A Halmos-cikket egyébként én is nagyon szeretem. Sok bölcs tanács van benne, amelyek egyébként nem is annyira nyilvánvalóak.

– Akkor tovább idézem Halmost. Az ideális szerkesztőről írja: „Ismeri a mű tárgyának minden részletét, és hozzásegíti a szerzőt, hogy művét olyan szemszögből lássa, amilyenből a maga erejéből sohasem lenne képes. Az ideális szerkesztő egyesíti magában a barátot, a feleséget, a tanítványt és a témához értő egyetemi hallgatót. A könyvsorozatok és folyóiratok matematikus szerkesztői meg sem közelítik ezt az ideált. Szerkesztői tevékenységük csak kis része az életüknek, holott ez a munka egész embert kíván. Ideális szerkesztő nem létezik. Majdnem ideális helyettese a barát-feleség kombináció…” *Neked ebben szerencséd van, mert ideális szerkesztőd lehet feleséged, Kati személyében.*

– Sajnos, mindannyian magunkban hordozzuk a hibázás lehetőségét. A baj az, hogy van egy Katival közös hibánk: ha matematikai szöveget olvasunk és tudjuk, hogy ott minek kell lennie, akkor gyakran odaképzeljük, még ha nem is az van ott. Amikor úgy kell olvasnunk, hogy akkor értjük meg a bizonyítást, akkor a hibát észrevesszük. Az igazán jó szerkesztői támogatás nagy kincs a könyvíró ember számára. Nekünk szerencsénk volt, amikor a Pelikán Jocóval és Katival közösen írt könyvecskénk kibővített formában először megjelent a Springernél, mert a kiadó nagyon jó szerkesztőt adott mellénk. Egy matematikatanárt, akinek különösen jó szeme volt, és remek észrevételei. Munkájával jelentősen növelte könyvünk értékét.

– Amely azután Diszkrét matematika címmel magyarul is megjelent a Typotex Kiadónál, de angol, német, spanyol nyelvű kiadásokat is megélt.

– És portugálul is megjelent.

– Úgy tudom, az amerikai egyetemi előadásaid alapján bővítettétek Kombinatorika könyvecskéteket a Diszkrét matematika című kötetté.

– Igen, így van.

– Azután itt van a híres, nagy könyved, a Kombinatorikai problémák és feladatok, amivel összefogtad az addig szétesőnek tűnő kombinatorikát. Sokan Pólya-Szegő örökérvényű hatalmas feladatgyűjteményéhez hasonlítják, ahol a szerzők problémákon keresztül vezetik be olvasójukat az analízis birodalmába.

– Jól látod, az volt számomra a minta.

– A kombinatorikai problémák és feladatok könyved a hetvenes évek végén jelent meg. Előszavában kedvesen köszönetet mondasz az akkoriban született Márti lányodnak, aki keveset sírt, hozzájárulva ezzel a könyv befejezéséhez. Kati lányod pedig 2–3 éves lehetett akkor, és Szegeden a tanszékvezetői feladatokat is el kellett látnod. Hogyan jutott minderre időd, energiád?

– Nyilván kompromisszumok árán, és feleségem, Kati hatalmas segítségével. Amikor az említett könyvemet írtam, az íróasztalnál gyakran az ölemben ült a hároméves Kati lányom. Egy ideig nézte, hogyan írok, aztán kérte, rajzoljak neki macit. Akkor rajzoltam a margóra valami maciszerűt. Ezzel egy ideig megelégedett, én meg folytathattam a munkám. Akkoriban ezt valahogy meg tudtam tenni, nem hinném, hogy ma képes lennék rá. Ma már megszoktam, hogy becsukom az ajtót, amikor dolgozom, úgy tudok igazán koncentrálni, ha nem vonja el más a figyelmemet.

– A természettudomány, a matematika embere, ha a tudományáról megír egy könyvet, azzal nincs vége a feladatainak. Simonyi Károly, a legendás tudóstanár így beszélt erről: „A szépirodalmi mű esetében, ha a könyvet megírták, akkor az lényegében írójától függetlenül él tovább. A tudományos könyv sorsa szorosan összefügg a szerzőjével. Az írónak együtt kell fejlődnie a tudománnyal, a könyvnek az íróval… Könyvem újabb kiadásaikor nekem úgy kellett gondoskodnom róla, mint egy gyermekről. Most már gimnazista, más ruha kell neki. Egyetemista lett, tehát már kissé jobban szabadjára engedhetem. Annyiszor átdolgoztam ezt a könyvet, hogy a legújabb változatban szinte egyetlen mondat sem található az első kiadásból.” *A tudományos és a szépirodalmi könyv sorskülönbségét a tudomány emberének folytonos továbbgondolás kényszere teremti meg. Te is így látod?*

– A kombinatorikai problémák és feladatok könyvem első kiadása 1979-ben angolul jelent meg, második kiadása 1993-ban. Magyarul a Typotex Kiadó jelentette meg, 1999-ben. A második kiadást valamennyire átírtam, de már akkor nagyon nehéz volt eldöntenem, mit veszek még bele, s mit nem. Azután, 2007-ben az Amerikai Matematikai Társulat jelentkezett, hogy kiadnák a könyvet a Chelsea Publishing sorozatukban. Ott egyszerűen fototechnikailag lemásolják a könyvet, ehhez csak az elejére és a végére tettem hozzá utalást, kiegészítéseket, rövid hibajegyzéket. Ugyanebben a sorozatban, ugyanezzel az eljárással adták ki újra a Michael D. Plummerrel közösen írt Matching Theory könyvünket. Ott a végén hozzátettünk 15 oldalnyi függeléket, rámutatva azokra a fejezetekre, ahol jelentős fejlődés történt. Ezt szerencsésebb megoldásnak tartottam, mintha elkezdtük volna újraírni, kibővíteni az eredeti szöveget. Nem biztos, hogy egy könyvbe minden beleférne, nem biztos, hogy úgy kezelhető lenne, annyival pedig biztosan nem válna értékesebbé, mint amenynyi munkát belefektetünk.

– Szabad megkérdeznem, hogy egy-egy könyvedért mekkora szerzői honoráriumot kaptál?

– Te is tudod, hogy azon nem lehet meggazdagodni. Egy ilyen kötetért példányonként általában az áruk 6-10 százalékát kapja az ember, megegyezéstől függően. Mivel a mi könyveink speciális szakkönyvek, jó, ha ezer példányt eladnak belőle. Nem nagy öszszeg, ami a szerzőnek marad.

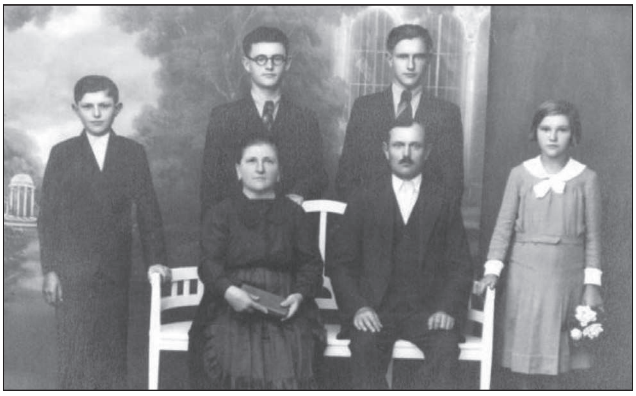
– A harmadik fejezethez, a családhoz érkeztünk. Márai Sándor írja egyik naplójában, hogy a jellem már fél tehetség. A jellem kialakulásában pedig nagy szerepe van a családnak. Te milyen családba születtél?

– Édesapám parasztgyerek volt, Komáromban érettségizett, a bencések gimnáziumában, onnan került az egyetemre, végül sebészorvos lett.

– Akkor engedd meg, hogy ehhez hozzátegyem: a gimnáziuma 1937–38-as évkönyvében olvastam, hogy édesapád, Lovász László és testvére, János ebben a tanévben kitűnően érettségiztek. Végig jó tanulók voltak, tanulmányi ösztöndíjat is kaptak. A komáromi öregdiákok lapjában pedig ezt olvastam évekkel ezelőtt: „A Lovász fiúk. Így emlegették és emlegetik mindazok, akik ismerték őket. Hárman voltak fiútestvérek: János, László és Béla – s volt egy kishúguk is, Anna. Igen, még most is emlegetik őket, s nemcsak szülőfalujukban, hanem azok a bencés diákok is, akik még találkozhattak velük, vagy ismerték sorsuk további alakulását. A Lovász fiúk neve Bátorkeszin a tehetséggel, szorgalommal megszerzett tudás és az eredményesség fogalmává vált. Példát mutattak!"

Ezután édesapád emlékezett vissza továbbtanulásuk történetére, bizonyságként arra, hogy a két világháború között is voltak fiatal tehetségeket figyelő szemek, segítő kezek. Legszívesebben édesapád egész életírását idézném, most azonban csak néhány jellemző részt ragadok ki belőle: »Az elemi iskola ötödik osztályának befejezése után, 1932 augusztusának közepe táján Üttő Károly „rektor úr" (református kántortanító) meghívta anyánkat János bátyámmal és velem együtt lakásukra egy kis beszélgetésre. Részletesen elemezte addigi tanulmányi eredményeinket, és közölte: ő mindenképpen javasolná, hogy tanulmányainkat középiskolában folytassuk. A komáromi bencés gimnázium igazgatójával már egyet, s mást meg is beszélt. Ő vállalja oktatásunkat, és mi a következő júniusban két év anyagából vizsgázva a III. osztályra teszünk felvételit… Eleinte kemény ellenállást tanúsított apánk, akit nem is kicsi csalódás ért, hiszen – mint a parasztemberek általában – nagyon várta, hogy befejezzük a 8. osztályt, mert számított a nagyobb segítségre. Végül anyánk józan, reális érveivel meggyőzte apánkat, és ő is – nehezen bár, de – beleegyezését adta…Tanítónk már korábban felvette a kapcsolatot a komáromi bencésekkel – mindenekelőtt Gödör Kapisztrán Jánossal, akinek Üttő Károly bácsi után a legtöbbet köszönhetünk –, beszerezte az első és második osztály tankönyveit a szükséges kellékekkel, és mindent, amire szükségünk volt. (Persze zömmel használt könyveket a Segítő Egylettől.) Továbbra is otthon a gazdaságban segítettünk szüleinknek, csak egymás közt hánytuk-vetettük meg elképzelt, de teljesen kiszámíthatatlan jövőbeli sorsunkat…«

A pályaválasztásra pedig így emlékezett édesapád: »Bátyámmal egy osztályba jártunk, mindig segítettünk egymásnak. Úgy negyedikes vagy ötödikes korunkban kezdtünk először (szigorúan egymás között) beszélgetni a jövőnket illető lehetőségekről. Magam a gimnáziumban is szerettem a matematikát és a fizikát. Matematikatanárunk, Zavadszky Antal felajánlotta, hogy ha valamilyen, a matematika mélyebb tudását megkövetelő szakra jelentkeznék, ő vállalná előkészítésemet. Megköszönve előre is szívességét, hetente egy vagy két alkalommal felkerestem őt az ún. „fizikumban", ahol is nagy ambícióval oktatta a komolyabb matézist. Az érettségi után azonban másként döntöttem, illetve döntöttek mások… Zavadszky tanár úr pártfogásának, buzdításának, áldozatkész oktatásának is köszönhetően úgy festett, hogy a kitűnő érettségi bizonyítvány birtokában a szakma sorsa eldőlt. Tanár leszek! De a komáromi kórház belgyógyász főorvosa, a falumbeli Rigó Dezső bácsi gimnáziumi éveim alatt végig figyelemmel kísérte életem folyását. Mint volt bencés diák ismerte tanáraimat, és megszerzett rólam minden információt. Feltette a kérdést: „No, és most merre, hová?" Tudott Zavadszky tanár úr munkájáról is! És mintha apa mondta volna fiának, megfellebbezhetetlen határozottsággal kijelentette: „Te orvos leszel, és sebész!"



A Lovász nagyszülők körül gyermekeik (balról): Béla, János, László és Anna

Tudtam, hogy szüleim rám bízzák a döntést, másnak pedig alig van beleszólása, de valakinek mégis volt, az pedig a kis ötödikes gimnazista kislány, az első igazi szerelmem, későbbi feleségem, Lívia volt. Így aztán – közösen eldöntött tényként – közöltem Dezső bátyámmal, hogy végül is ő győzött. Egyébként a kettőnk közötti kapcsolat Líviával akkor már városszerte ismert volt! Dezső bácsinak pedig ezért a döntéséért és határozott kiállásáért mindig hálás voltam, és emlékét hálás szeretettel őrzöm szívemben…«

Tehát édesapád ugyanúgy a gimnáziumban ismerkedett meg édesanyáddal, mint te, a későbbi feleségeddel, Katival. Ez olyan, mint a mesében…

– Igen, úgy látszik ez nálunk családi hagyomány lett. Egyébként édesanyám is kitűnően érettségizett. Sajnos, fiatalon elveszítettük. Első éves egyetemista voltam, amikor infarktusban elhunyt.

Édesapám, miután elvégezte Budapesten az orvostudományi egyetemet, a klinikán kapott kezdő állást. Édesanyám is ideköltözött, összeházasodtak. A háborúban apámat elvitték katonának, hadifogságba esett. Ő még szerencsés volt, mert csak fél évet töltött hadifogságban. János bátyja és Béla öccse négy évig volt Szibériában. Amikor apám hazajött, Pesten kapott állást, sebészorvos lett.

1947-ben az összes nagyszülőmet kitelepítették Felvidékről.

– Szüleidnek azután Budapesten 1948-ban megszületett az első fiúk.

– 1950-ben pedig a másik fiúk. Öcsém apám hivatását követte, orvos lett.

– Az elsőszülött fiúk meg matematikus. Édesapád látta meg benned a matematikai tehetséget?

– Igen, bár azt szerette volna, ha orvos leszek. A Sziget utcai Általános Iskolába jártam, nyolcadikos voltam, amikor egyik este eljött hozzánk Bellay László iskolaigazgató, a matematikatanárom. Akkor már beadtuk a jelentkezésemet az Eötvös Gimnáziumba. Ő azt visszahozta, és kérte, módosítsuk, mert szerinte nekem a Fazekasban lenne a helyem. A felesége ugyanis ott tanított, és megtudta, hogy a Fazekasban alakul egy matematika tagozatos osztály.

– Édesapád pedig hallgatott az igazgatódra.

– Meggyőzte őt az igazgató, így kerültem a Fazekasba. Az pedig fantasztikus négy év volt!

– Egy osztályba kerültetek Katival, későbbi feleségeddel, akivel az egyetemen is egy évfolyamra jártatok, később szép nagycsaládot építettetek: három lányotok és a fiatok életútját egyengetitek, s ma már unokák is körülvesznek benneteket. A matematika számos nagy, magányos farkasával ellentétben, ebben is kivételt jelentesz. Milyen apának tartod magad?

– Úgy érzem, szeretnek a gyermekeim. Jó velük beszélgetni, meghallgatni, mi történik velük… Ahogyan már mondtam, Kati nagyon sokat segít a felnőtt gyermekeinkkel való kapcsolattartásban. Ő az, aki összefogja a családot.

– Az édesanya, persze, külön kategória, de ugye, hozzád is gyakran fordulnak tanácsért?

– Igen, van ilyen. Ezek különböző kérdések, és…, hogyan is fogalmazzam meg, gyermekeink közül valamilyen értelemben, legkényesebb helyzetben a fiam van. Ő ugye matematikus doktorandusz. Hogy, hogy nem, belesodródott egy olyan témába, ami elég közel áll hozzám. Szemerédi Endre regularitási lemmája környékén dolgozik, de más témakörökben is. Nyilván, neki nehéz így a helyzete, de úgy látom, elég jól bírja. Figyelmen kívül tudja hagyni, hogy az apja…

– A Lovász László. Kis Lacira még visszatérek, de vegyük most sorra a családodat. Kati lányod milyen pályát választott?

– Ő nem matematikus. Irodalomból szerzett doktorit Princetonban. Megszerette az amerikai életet, férjhez ment. Egy irodalom PhD-vel azonban nehéz Amerikában elhelyezkedni. Egy időben nem is próbálkozott, mert két kis gyermeke született. Ő univerzális művészlélek, most például ruhákat tervez, magyar hímzési motívumokkal. Időnként hazajön Magyarországra, itt utazgat, falvakban gyűjt hímzésmintákat, ezekkel ruhaterveket készít, reméli, hogy ebből előbb-utóbb fönntartható üzlet lesz.

–Márti lányotok következik a sorban.

– Ő aktuárius lett.

– Micsoda?

– Biztosítási matematikus. Itt Pesten egy biztosítónál dolgozik. Három kisfia van, és neveli a férje első házasságából származó fiút is.

– Le a kalappal! Rajtatok igazán nem látszik, hogy többszörös nagyszülők vagytok. Anna lányotok milyen szakmát választott?

– Amerikában szerzett doktorit közgazdaságtanból, ott ment férjhez, azután ideköltöztek Budapestre. A Közgazdaságtudományi Intézet tudományos munkatársa, az ELTE közgazdasági programjában tanít. Egyelőre élvezik a pesti életet, bár a férjének, aki keményen dolgozik egy magyar szoftvercégnek, nem mindig könnyű megszoknia az új világunkat. Sajnos, időről időre fölvetődik, nem kellene-e inkább visszaköltözniük. Alapból sokkal jobban szeretik a magyarországi életet, csak hát…

– Legkisebb gyermeketek Laci örökölte tőletek a matematikai tehetséget. 2008-ban a Nemzetközi Matematikai Diákolimpián aranyérmet nyert. Amikor gratulálva az eredményéhez említettem neki, hogy már nem tudja utolérni az édesapját, akinek három aranyérme van, mosolyogva válaszolta: „Talán, más területen, ez majd sikerülni fog.”

– Ne feledd, amikor én aranyérmeket szereztem, akkor 8-10 ország vett részt az olimpián, amikor ő, akkor már csaknem 100.

– Laci is az ELTE matematikus szakán kezdte az egyetemet.

– Itt elvégezte a hároméves alapképzést, közben nyert egy Schweitzer-versenyt.

– Hűha! Ez nagyon jó! Bocsánat, ismét az összevetés: te hány Schweitzer-versenyt nyertél?

– Négyet. De nekem több időm is volt rá. Laci az alapképzés után egy évig az angliai Cambridge-ben mesterprogram keretében tanult. Most az MIT-n, Bostonban doktorandusz.

– Jelent már meg cikke?

– Egy cikke már megjelent, és további kettőt megírt.

– A szakmában szoktatok konzultálni? Nyilván hozzá tudsz szólni a munkáihoz.

– Persze, valamennyire követni tudom, amin dolgozik, de ő nem igényli, hogy szakmailag beleszóljak a munkájába. Nincs rá szüksége.

Amire büszke vagyok, nem is kicsit, hogy érződik munkásságán a magyar hagyomány. A múlt évben elvállalta, hogy két középiskolás diáknak a mentora lesz. Ezután a diákok a Siemens cég egy tehetségkutató pályázatára beadták a munkájukat. A legkülönbözőbb tudományágakból 1500 pályamunka érkezett ide, és Laci diákjai másodikak lettek. Biológiai pályamunkának ítélték az első díjat, tehát matematikából ők lettek az elsők. Laci egyeteme ezután az ő mentori munkáját is megjutalmazta.

Szóval, a hagyomány, hogy a középiskolás diákokat, a tehetséges fiatalokat segítsük, bevezessük a kutatómunkába, ez valahogyan…

– …öröklődött.

– Öröklődött, vagy ráragadt.

– Fiadnak mik a távlati tervei?

– Nem tudom megmondani. Nagyrészt Amerikában nőtt fel, tehát ott otthon érzi magát. De, szerencsére, Magyarországon is itthon van. Szóval, még minden oly bizonytalan.

– Beszéljünk végül nagy családotok központi alakjáról, feleségedről is. Igaz, ő eddig is jelen volt a válaszaidban.

– Kati ugyanitt, az ELTE Számítógép-tudományi Tanszékén volt docens. Nyugdíjba küldték, de ő ezt annyira nem bánta. Hála Istennek jól van, és nagyon aktív egy betegek és volt betegek egyesületében. Különféle programokat szerveznek, részben rehabilitációs céllal, részben a megelőzést propagálják. S ahogyan már mondtam, ő az, aki összefogja a családot.

De látod, éppen meg is érkezett. – Gyere, Gyuszi pont rólad kérdez.

Kati: Nem zavarlak benneteket, azért kellett bejönnöm, mert nekem nincs kulcsom, és Lacival együtt megyünk haza.

– Akkor most be is fejezem a kérdezősködést.

– Annyira azért nem sietünk. Ma este nálunk alszik a négy fiú, s ez, tudod, a nagyszülőknek nagy öröm.

– És munka is, ezért már csak egy utolsó kérdésem van. Közös életeteknek melyek voltak azok az időszakai, amikor nyugodtan csak a szakmára és egymásra tudtatok figyelni?

Kati: Nagyon jó évünk volt Princetonban, 2011–2012-ben. Addig mindig volt, akiről gondoskodnunk kellett.

– Kellemes időszak volt az is, amikor a Microsoftnál dolgoztunk, Seattle mellett. Akkor még a fiunk is velünk volt.

– Azután hazajöttetek, mert úgy gondoltátok, fiatok gimnáziumi éveinek legjobb helye Budapesten, a Fazekasban lesz. Erről jut eszembe, még a Fazekasban eltöltött négy éveteket is a legszebb időszakotok közé sorolhatjuk, ugye?

– Igen, minden azzal kezdődött.

Budapest, 2014. március 14.

Az interjút készítette: STAAR GYULA

Függelék: A Magyar Tudományos Akadémia 185. közgyűlése 2014. május 6-án Lovász Lászlót az MTA elnökévé választotta.