

NAGY RÓBERT

# Az értágulatok mechanikája

A modern alkalmazott orvoslásban a biológia, majd a kémia korábbi uralma után a fizika, mint természettudományos alapvetés is helyet követelt magának. Az emberi szervezet makroszintű viselkedése több ponton jól követhető a *mechanika törvényeinek* segítségével. Talán a legkézenfekvőbb példa erre a csontváz *tartószerkezet analógiája* és az ennek felhasználásával létrehozott mozgásszervi vagy akár fogprotézisek tervezési és kialakítási eljárásai. Ugyanígy az érhálózat bizonyos tulajdonságai is megragadhatók egy pulzáló áramlást közvetítő, lágy anyagú, a környezetébe rugalmasan ágyazott *csőhálózat modelljén* keresztül, mely hasznos eszköznek bizonyult többek közt egy, az érfalat

csúcsaiban zsák alakot formázva jön létre helyi, véráramlás által keltett komplex mechanikai stimulussal hatására. Maximális átmérője akár 3 cm is lehet [1].

A második típus orsószzerű tágulatot képez a szívből induló, a gerinc mellett lefelé futó főverőéren, az *aortán*. A két típus több szempontból is eltér, és külön kezelendő, azonban a vizsgálatokra fordított mechanikai apparátus nagyon hasonló. A továbbiakban fókuszáljunk mégis az utóbbiakra, a hasi aneurizmákra [2].

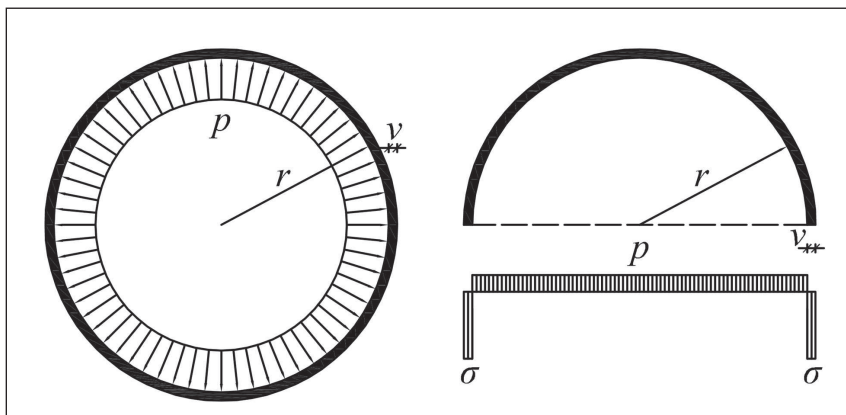
Az egészséges aorta átmérője 15–24 mm. Ezen az érszakaszon aneurizmának nevezünk a kialakult tágulatot, ha átmérője *1,5-szörösre* növekszik. A betegség – amely leginkább az idősebb férfiakat fenyegeti – egyike a leggya-

Ellenkező esetben ugyanis a műtét kockázata hasonló magához a felhasadáséhoz. Ha tehát valami módon a fennmaradó, úgynevezett kis aneurizmák közül ki tudnánk választani a felhasadás szempontjából veszélyesebbeket, akkor a már célzott műtétekkel emberek életét hosszabbíthatnánk meg.

## Mechanikai megközelítés

A mechanikai feladatok megoldása során általában ismert *terhek*, és a modell szempontjából elhagyható környezet lényeges visszahatásait magukba sűrítő *peremfeltételek* mellett egy megfelelő *anyagmodellen* keresztül képesek vagyunk meghatározni a szerkezetek mozgását, majd a bennük keletkező *megnyúlásokat* és *feszültségeket*, melyeket a *tönkremeneteli feltétellel* összehasonlítva, elvégezhető a *szilárdságtani megfeleléségi* ellenőrzés. Esetünkben, ha a törési feltételt meghaladják a falban a véráramlás keltette igénybevételek, az anyagi folytonosság megszűnik, a „szerkezet tönkremegy”.

Az elv legegyszerűbb következménye a klinikum ökölszabályának kvalitatív igazolása, mely szerint a tágulat átmérőjének növekedésével nő a felhasadás kockázata. Ezt egy nyomás alatt lévő rugalmas vékony falú henger modelljével szemléltethetjük. Gondolatban vágjuk ketté hosszirányban a hengert az **1. ábra** szerint. Ekkor a levegővel töltött hengerfélre az elhagyott részből átadódó függőleges nyomással a vele ellentétes irányú, a falban kialakuló érintő irányú normálfeszültségnek kell egyensúlyt tartania, melynek értéke *Laplace* után az 1. egyenlet alapján adódik, és az  $r$  sugarával egyenesen arányosan nő, ahol  $v$  a fal vastagsága és  $p$  az áramlásból a falra átadódó túlnyomás.



1. ábra. Belső nyomással terhelt rugalmas, vékony falú hengerben ébredő feszültségek

sújtó gyakori betegség, az aneurizma kialakulási folyamatának megértésében és a már kifejlődött elváltozások kezelési módjának kiválasztásában. Ennek szilárdtest-mechanikai vonatkozásait és jövőben lehetséges gyakorlati alkalmazási lehetőségeit mutatjuk be a továbbiakban.

## Az aneurizma

Az aneurysma szó a tágulatot jelentő ógörög *ἀνεύρωσμα* (aneurusma) kifejezésből ered és az orvosi szaknyelv főként a verőerek (artériák) falának helyi *kitüremkedését* érti alatta. Két fő típusra oszthatók.

Az első az *agy* fő vérellátásáért felelős, gyűrű alakban elrendezett hálózatának, az úgynevezett Willis-féle kör elágazásainak

koribb halálalokoknak. A tágulat felhasadása esetén az életben maradás esélye minimális és a történelem során többek közt olyan híres emberek életét is követelte, mint Albert Einstein vagy Charles de Gaulle.

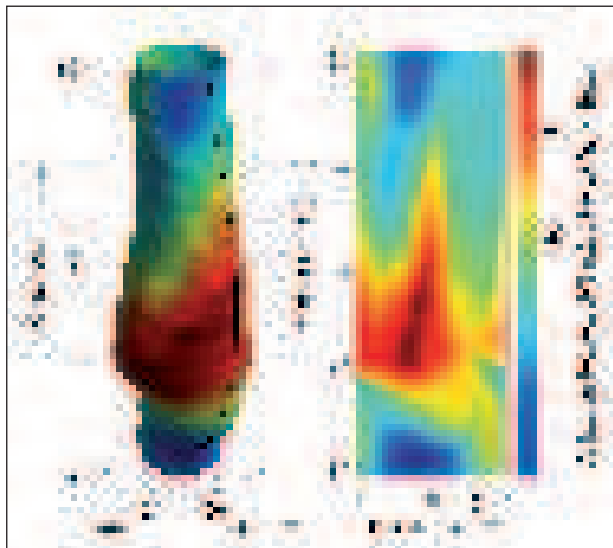
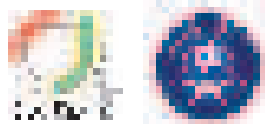
A tágulatok *műtéti* úton kezelhetők. Ilyenkor általában az eret felnyitva egy mesterséges csövet (stent) rögzítenek a meggyengült érfalon belülre. A beavatkozás azonban meglehetősen nagy kockázattal jár. Ezért elengedhetetlen, hogy a lehető legjobb döntési eljárás kerüljön a sebészek kezébe.

A *klinikai gyakorlatban* a tágulatok kezeléséről általában – egyéb, statisztikai felmérésekkel megállapított kockázati faktorok mérlegelése mellett – az átmérő, illetve az éves növekedési ütem alapján döntenek. Ha e két érték meghaladja az 5,5 cm-t, illetve a 0,5 cm/év-et, sebészi beavatkozás szükséges.

$$\sigma_t = \frac{p \cdot r}{v} \quad (1)$$

## Numerikus szimuláció

Valós esetekben az összefüggés közvetlenül nem alkalmazható a geometria komplexitása, a feladat időfüggő jellege, a fal vastagsága és inhomogenitása valamint a nyúlások nagysága okán. A legfejlettebb, betegre szabott *számítógépes szimuláció*



2. ábra. A tárgulat alakja a diasztole pillanatában. A jobb oldalon az érfall síkba terített kontúrbrája látható a lumen tengelyétől mért távolság szerint színezve.  $\varphi=0$  a tárgulat legnagyobb kiterjedésének iránya

ókat alkalmazó vizsgálati módszerek viszont képesek kiküszöbölni ezeket a hiányosságokat a mérnöki gyakorlat széles körben alkalmazott eszközöknek, a végeleemes módszernek az alkalmazásával [3].

Segítségével bonyolult geometriájú szilárd testek tetszőleges terhelése esetén rutinszerűen, akár nemlineáris és irreverzibilis anyagtulajdonság mellett is meghatározhatjuk a kialakuló igénybevételeket, ezt felhasználva pedig a tönkremenetelt okozó terheket. A geometriát véges számú elemre osztjuk, és ezeken a keresett elmozdulásmező végtelen dimenziós függvényterét szintén *diszkretizálva* – rögzített bázisfüggvények, általában polinomok, súlyozott összegeként – közelítjük a valós megoldást egy variációs elvből adódó funkcionál minimalizálásával. Tehát a komplex geometrián értelmezett elmozdulásfüggvény meghatározása helyett egyszerű geometriai alakzatokon egy véges hosszúságú számsor meghatározása a feladatunk, ami a bázisfüggvények speciális megválasztása miatt épp az elemek csomópontjainak elmozdulásait adja vissza. Megjegyezzük, hogy a lendületes fejlődésnek indult, úgynevezett *izogeometrikus eljárással* [4] már a valós geometrián is képesek vagyunk hatékonyan elvégezni ezeket a szimulációkat.

A biológiai anyagok tulajdonságai nagyon tág határok között mozognak. Éppen ebben rejlik az említett módszerek legnagyobb hiányossága, ugyanis nem vagyunk képesek meghatározni az élő

szervezetben (*in vivo*) az *anyagjellemzők* értékét, illetve *eloszlását*. Pusztán statisztikai adatok alapján ugyan a nagyságrend megbecsülhető, azonban a tárgulatok esetén ez helyről helyre is jelentősen változhat. Általánosan kimondható, hogy az anyag lokálisan merevebbé válása magára *koncentrálja az igénybevételeket*. A kitágult faszakaszon épp ez történik. Ráadásul a megnövekedett igénybevételekkel szemben a degradáció során *lecsökkent tönkremeneteli feltétel* áll.

### Inverz paraméterazonosítás

Ha nemcsak a terheket, hanem az elmozdulásokat is ismernék mérésekből, az egyedüli ismeretlenek a kettő között kapcsolatot teremtő, előre felállított, anyagi viselkedést leíró modell változói lennének. Ez pedig – a végeleemes módszer matematikai apparátusát egy optimalizáló algoritmmal kiegészítve – meghatározható a *munkafolyamat megfordításával*. Ekkor ugyanis a teherből számított és a mért elmozdulás-értékek eltérése minimálissá válik [5].

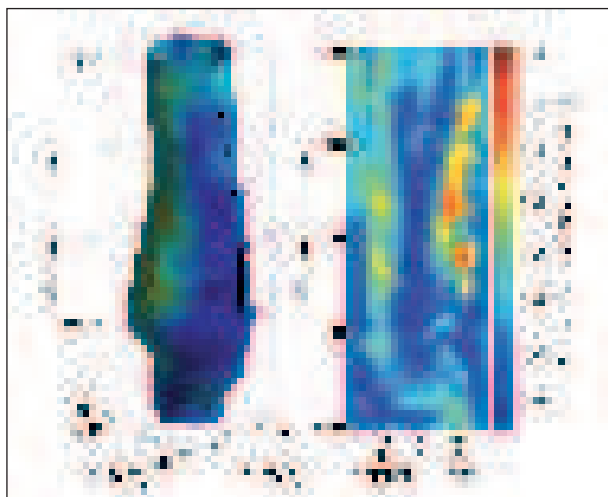
A kutatásaink mérnökök és orvosok szoros együttműködésével ennek a módszernek a gyakorlati alkalmazhatóságának megteremtésére irányulnak. A főbb lépéseket mutatjuk be nagy vonalakban a következőkben.

### Geometria

A rendszeres szűréseknek köszönhetően, az aorta aneurizmái már *korai fázisban felismerhetők*, szerencsés esetben akár egy mellkasröntgen alapján is. A fejlett képal-

kotó eljárásokkal pedig pontos képet alkothatunk az áramlási térről, a falvastagságról és az elég gyakran megfigyelhető lerakódásokról (plakkokról), tehát a teljes geometriáról.

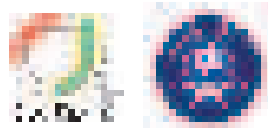
Az érrendszer feltérképezéséhez alkalmazott leggyakoribb módszer a *számítógépes rétegfelvétele* (computed tomography, CT). Az eljárást 1979-ben fejlesztette ki az orvosi Nobel-díjjal jutalmazott Godfrey Hounsfield és Allan Cormack, ezzel forradalmasítva a diagnosztikát. A módszer az 1901-ben szintén Nobel-díjat szerző Wilhelm Röntgen által felfedezett sugárzást használja fel. Lényegében egy katódsugárcső fűtött pozitív töltésű elektródjából kilépő elektronok egy fémlapnak ütköznek, annak elektronjait gerjesztik, és ezek újra stabil állapotba kerülésük során kvantált energiacsomagokat, azaz adott hullámhosszú elektromágneses sugárzást bocsátanak ki. Ez maga a röntgensugár, amely a test egyes szövetein áthaladva különböző mértékben nyelődik el. Az átjutó, szűrt sugárzást egy arra érzékeny detektor segítségével fogjuk fel kétdimenziós képet alkotva az aggregált elnyelési tulajdonságokról. A rétegfelvétele 1 mm-es szeleteket készít a testről, mindegyikről több irányban, így kirajzolva a szeletek belső szerkezetét. Ezeket összefűzve adódik a *háromdimen-*



3. ábra. A maximális elmozdulások az érfallban egy szív ciklus alatt

*ziós modell*. Mivel a vér, az érfa és a környező szövetek elnyelő képessége közel azonos, általában jódtartalmú kontrasztoldatot juttatnak a véráramba, ezt a módszert hívják angiográfiának.

Az elmozdulások méréséhez azonban ki kell lépünk a negyedik dimenzióba. Erre az *EKG-kapuzott CTA* ad lehetőséget. A szív elektromos impulzusait időzítésképp felhasználva, 10 egyenlő időközönként ké-



szítünk felvételeket a stabilizálódott szív-ciklus alatt, amivel az alakot időben is követni tudjuk.

A felvételek elemi egysége a voxel, ezekben az elemi téglalaprészekben csupán az elnyelőkéesség számértéke adott. Ez jól vizualizálható egy monokróm ábrával, ahol az árnyalat fejezi ki az elnyelődés mértékét. A szervek geometriájának kinyerése azonban további feldolgozást igényel. Erre alkalmas például az aktív kontúr módszer, melyben szintén egy szellemes mechanikai analógiáé a főszerep. A voxel értékek lokális változásából potenciális erőteret hozunk létre, amibe egy rugalmasan nyújtható és hajlítható szálat helyezve, annak deformált egyensúlyi alakjával detektálunk éleket. Tehát az eredeti képből domborzatot készítünk. Az eredeti kép hirtelen árnyalatváltozásainak helyén mély árok jön létre. Erre a domborzatra helyezünk egy súlyos, de könnyen de-

foltok érintkezési határait is – a görbület folytonos változása. A folt méretével befolyásolhatjuk a simítás mértékét.

Ha a pontok elmozdulására vagyunk kíváncsiak, a felületek helyzetének ismerete mellett még egy feltételre szükségünk van. A mozgás periodikus volta miatt a szív-ciklus végi helyzetnek egybe kell esnie a kiindulási állapottal. Ez nagyon jó közelítéssel teljesül, ha az időbeli felosztás megfelelő sűrítése után a pontok elmozdulásáról feltesszük, hogy merőleges a felületre. Ezt előzetes, rugalmas falú csöveken végzett numerikus szimulációk is igazolják.

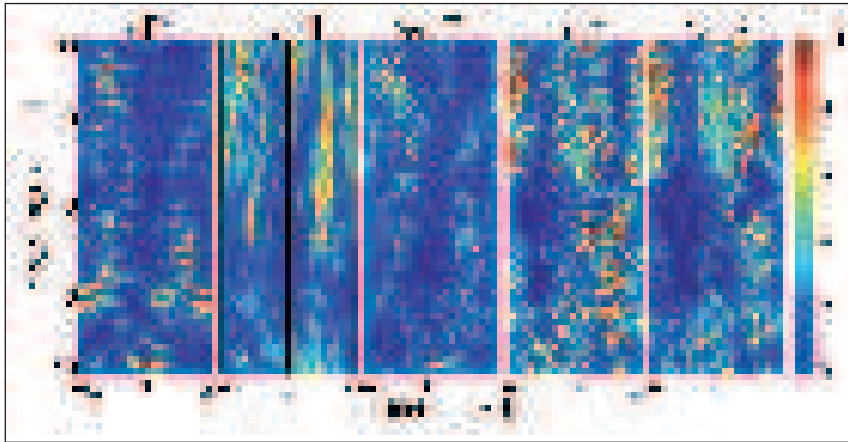
### Alakváltozások

A 4. ábrán láthatóak a számított alakváltozások. Ezek közül a fal érintősíkjára merőleges nyírási szögtorzulások ( $\gamma_{xz}$ ,  $\gamma_{yz}$ ) és a kerület irányú megnyúlások ( $\epsilon_x$ ) dominálnak, azonban a „beteg” részen ( $\varphi=0$ ) egy nagyság-

A jelenleg legfejlettebb algoritmusok figyelembe veszik az áramló folyadék és a szilárd fal kölcsönös egymásra hatását (fluid-structure interaction, FSI). Az 5. ábrán látható érintkező felületen a folyadék által kifejtett erő teher jellegű peremfeltéltelként kerül a falra, ahol a végeeselemes módszer eredményeképp adódó elmozdulások az áramlási tér korrigált peremfeltételeit adják. Ez a kör addig folytatandó, amíg minden egyes időpillanatban a frissítendő értékek egy hibahatár alá nem csökkennek. A módszer rendkívül számításgényes és szintén igényli a fal anyagmodelljét és a környező szövetek viselkedésének leírását.

Ezt küszöbölhetjük ki úgy, hogy a fal mért elmozdulásait direkt módon alkalmazzuk az áramlási szimuláció során.

Ezen a ponton jegyezzük meg, hogy bár az elmozdulásokra tett hipotézisünkkel a mérési feltételeket teljesíteni tudjuk, és jó egyezést találva független modellekkel, az



4. ábra. A maximális alakváltozások az érfal belső oldalán. Az első három a fal síkjába eső, sorrendben tengely irányú és az arra merőleges alakváltozás, valamint szögtorzulás. Az utolsó kettő a sikra merőleges szögtorzulás

formálható szalagot, amely jó kiinduló pozíció esetén, az eredeti képen kirajzolódó keresett geometriai alakzat élein fog egyensúlyt találni. A már 3D-s kép látható a 2. ábrán.

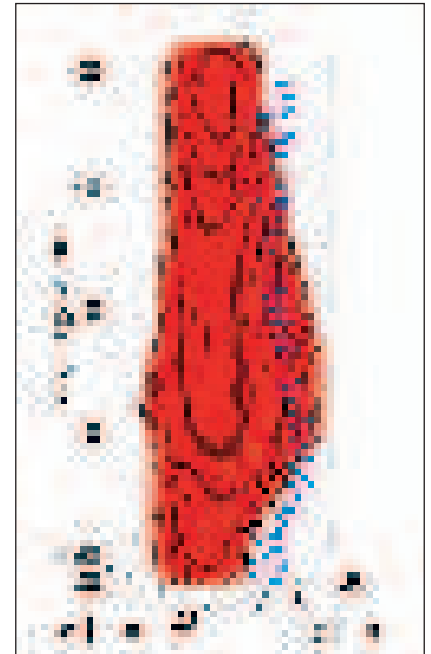
renddel kisebb értékek állnak elő összhangban az ottani merevségnövekedés miatt. Az érszak melletti részek viszont nagy tengely irányú megnyúlásokat ( $\epsilon_x$ ) és érintősíkba eső szögtorzulásokat ( $\gamma_{xy}$ ) szenvednek.

### Elmozdulások

A kapott pontok mérési hibával terheltek. A hiba becsült maximális értéke a szelet síkjában a voxel mérete (0,5 mm). Ez a 3. ábráról is leolvasható, 1,5 mm-es mozgásméretéhez viszonyítva nem elhanyagolható. Kiküszöbölésére az ér felületét négyzet alakú foltokra osztjuk, és ezekre mindkét változó-jában harmadfokú, úgynevezett spline simító függvényt illesztünk, így biztosítható a teljes felületen – beleértve a

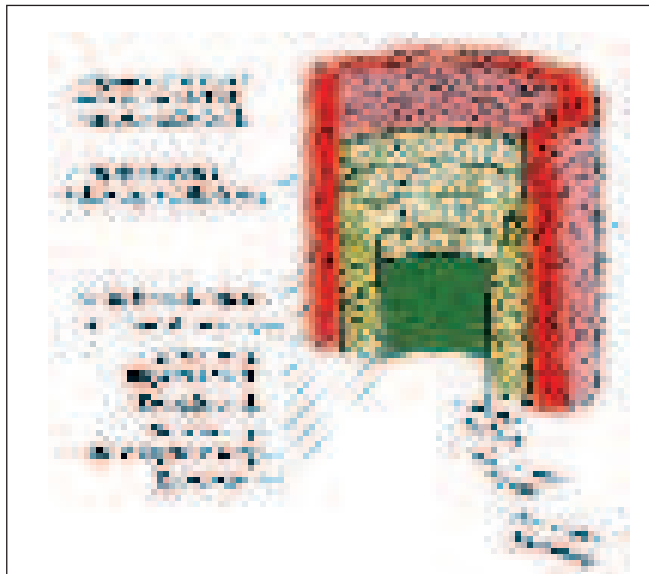
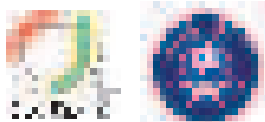
### Terhek

A geometria mérésével párhuzamosan, egy könnyen elérhető ponton, általában a végtagokon megmérjük az érben kialakuló túlnyomás-idő függvényt, amit egy áramkörhöz hasonló egydimenziós hálózat analógiájával átszámíthatunk az aortára [6]. Ez, és a becsült térfogatáram peremfeltéltelként megjelenik egy áramlási numerikus szimulációban, amelynek kimenő értékei a falra ható nyomás és csúsztatófeszültség értékek [7].



5. ábra. Az elemekre osztott geometria a numerikus számításokhoz

eljárás nem egzakt, ugyanis az esetleges felületen belüli deformációkról nincs információ. Ez kiküszöbölhető, ha a szimulált és mért elmozdulások helyett csak a két úton kinyert alakok eltérését minimalizáljuk, ekkor azonban a terhek meghatározását is minden iterációs lépésben el kellene végeznünk ráadásul egy kapcsolt szimuláció során, amivel még az FSI számításokhoz képest is ugrásszerűen növelelnék az erőforrásigényt ellehetetlenítve a közel valós idejű szimulációt a jelen számítási kapacitások mellett.



6. ábra. Az érfal általános felépítése szerkezeti szempontból

### Az anyagmodell és az érfal szerkezete

Az egyetlen feladatunk ezután a két mért érték közt kapcsolatot teremtő, az érfal szerkezetén alapuló anyagmodell paramétereinek visszaszámítása. Ehhez először meg kell értenünk az érfal felépítését.

Az artériák és a vénák fala, eltekintve a vastagságbeli különbségektől, ugyanazon három, funkciójában és felépítésében is egymástól jól elkülönülő gyűrűből épül fel, melyeket a vastag rugalmas szalagokból felépülő belső, illetve külső rugalmas membrán választ el egymástól. E három réteg összmenyisége és egymáshoz viszonyított aránya szabja meg a viszkoelasztikus fal legfontosabb mechanikai tulajdonságait. Belülről kifelé haladva ezek a következők.

A legvékonyabb réteg a *tunica intima*. Egy réteg lapos, hámszerű endothelsejtből áll, amely egy vékony alpmembránon (basal lamina) helyezkedik el. Egészséges esetben az érfal mechanikai tulajdonságaira nincs jelentős hatása, azonban az egyik leggyakoribb érrendszeri megbetegedés, az érlemezésedés (*arteriosclerosis*) során megvastagszik, merevvé válik, jelentősen csökkentve a teljes érfal rugalmasságát.

Szerkezeti szempontból a legfontosabb rész az aortafal 2/3-át kitevő *tunica media*, amelyre a mechanikai terhek legnagyobb része hárul. Simaizomsejtekből, kollagén rostokból és elasztinmolekulákból épül fel. Az alkotók aránya az ér funkciójától függően változik, így a szívhez közel a rugalmas rostok, míg attól távolodva a simaizomsejtek száma dominál.

A mediát diffúziót segítő hézagokkal ellátott elasztikus lemezek egymástól 28–30 jól elkülönülő koncentrikus, helikálisan futó rostokkal erősített gyűrűkre osztják fel. A lapos emelkedésű csavarvonalakat képező elasztin, kollagén és simaizomrostok szerkezetét terhelhetővé és rugalmassá teszik.

A külső réteg, a vastagság 1/3-át kitevő *tunica adventitia* kollagént és elasztint termelő sejtekből

(fibrocytákból), azok differenciálódás előtti állapotát jelentő sejtekből (fibroblaszt), szövettani alapállományból és vastag kollagén rostokból áll, és laza kötőszövet veszi körül. A nagyobb artériák és vénák fala olyan vastag, hogy saját vérellátó rendszerrel (*vasa vasorum*) rendelkezik. Ebben a rétegben is helikális elhelyezkedésű, de még hullámos kollagénrostok találhatók. A simaizomsejtek hiánya miatt tehermentes állapotban ez a rész a mediához képest sokkal kevésbé merev, és csak nagyobb nyomásszinten képes terhek felvételére, amikor is a rostok kiegyenesednek, ekkor viszont merev köpenyszerű csökként viselkedve meggátolja az artéria túlzott tágulását.

A tágulatok falában a media réteg elváltozása figyelhető meg. Ezen belül is az elasztin roncsolódása, a kollagén mennyiségének növekedése és a simaizomsejtek csökkenése, melynek következtében merevebbé válik az érfal, ráadásul az ellenállása csökken.

### Szerkezeti analógia

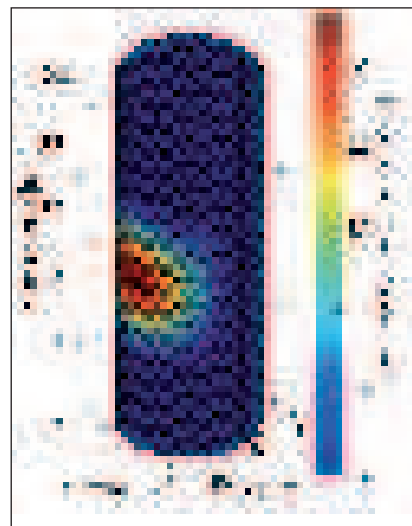
Mindez meglehetősen emlékeztet egy réteges locsolócsőre vagy akár egy spirális erősítő vasalással ellátott vasbeton csőre. Nem véletlen, hogy a mikroszkopikus tulajdonságokat integráló kontinuummechanikai anyagmodellét egy építőmérnök, *Gerhard Holzapfel* alkotta meg [8]. A 6. ábra szerint a szerkezeti szempontból fontos rétegekben egy közel lineárisan rugalmas irányfüggetlen (izotrop) ágyazó környezetben két irányban helikálisan lefutású, az igénybevételek növekedésével egyre merevebbé váló kollagén erősítés fut. A

megfelelő modellváltozók rétegenként az ágyazóanyag és a szálerősítés merevségi paramétereit és a szálak irányát.

### Optimalizáció

Akkor tekintjük az anyagi paramétereket meghatározottnak, ha az elmozdulásokból visszazámított és a mért tehervektor eltérése minimális. Ez egy több tízezer változóval rendelkező nemlineáris optimalizációs feladat. Megfelelő algoritmus kiválasztásával azonban viszonylag gyorsan megoldható.

Ez a modul még csak teszt fázisban van, így szemléltető példának itt csupán egy lineárisan rugalmas anyagú, henger alakú cső lokális merevségnövekedése látható a 7. ábrán, melyen ismert terhelés és anyagmodell mellett a hagyományos munkafolyamattal számítottuk a deformált alakot. Ezután a kiinduló feltételt és a végeredményt egyenletes eloszlású véletlen hibával terhelve, azokat a bemutatott új eljárás



7. ábra. Lokális merevségnövekedés azonosítása egyszerű geometrián

bemenő adatainak (szimulált mérésnek) tekintve, elemenként meghatároztuk az egyetlen anyagi paramétert, a rugalmassági modult azt ismeretlennek színelve.

### Eredmények

A közeljövőben már képesek leszünk az értágulatok anyagi paramétereit valós élettani körülmények közt meghatározni. Ezeket felhasználva a meglévő, feszültség alapú felhasadás veszélyesség becslések jelentősen pontosíthatók, sőt új kritérium is szabható, ugyanis a roncsolódás állapota, mint az érfal anyagához rendelt

változó is, hasznos döntési szempont lehet. Ráadásul kiküszöbölhető a biológiai anyagok tulajdonságainak kimagaslóan nagy szórása következtében fellépő bizonytalanság, ugyanis itt minden páciens esetén a beteg és egészséges szövetéről is kapunk információt az ér különböző szakaszain végzett mérésekből. A roncsolódási folyamat mérése tehát egyénre szabható és kalibrálható.

A bemutatott módszer alkalmazhatósága ezen is túlmutat. Nagy alakváltozásokat mutató szerkezeten, például a ponyvákön, jól azonosítható ponthálózat – egy felfestett rács csomópontjai – elmozdulásainak ismeretében az anyagtulajdonságok időbeli változása meghatározható, vagy azok ismeretében a terhek (szélteher) visszazámolhatók. ✨

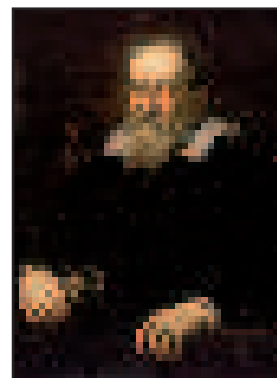
## Irodalom

- R. Nagy; Numerical assessment of mechanical parameters leading to aneurysm formation; In: Józsa János, Lovas Tamás, Németh Róbert (szerk.); Proceedings of the Conference of Junior Researchers in Civil Engineering 2012; Budapest, Magyarország 2012.06.19-2012.06.20, pp. 140-149, ISBN: 978-963-313-061-2.
- N. Sakalihasan, R. Limet, O.D. Defawe; Abdominal aortic aneurysm; The Lancet, Vol. 365, pp. 1577-89; 2005.
- M. L. Raghavan, D. A. Vorp, M. P. Federle, M. S. Makaroun, M. W. Webster; Wall stress distribution on three-dimensionally reconstructed models of human abdominal aortic aneurysm; Journal of Vascular Surgery, Vol. 31, pp. 760-769; 2000.
- J.A. Cottrell, T.J.R. Hughes, Y. Bazilevs; Isogeometric Analysis: Toward Integration of CAD and FEA; John Wiley & Sons; ISBN 978-0-470-74873-2; 2009.
- R. Nagy, Cs. Csobay-Novák, A. Lovas, P. Sótonyi, I. Bojtár; Towards Indirect In Vivo Measurement of Material Properties of Aortic Aneurysms: Determining the Displacement Field; in: E. Onate, X. Oliver, H. Antonio (szerk.); Proceedings of WCCM XI - ECCM V - ECFD VI, CIMNE, Barcelona, 2014.
- G. Bárdossy, G. Halász; Modeling blood flow in the arterial system; Periodica Polytechnica Vol. 55, 49-55; 2011.
- G. Závodszy, G. Paál; Numerical simulation of blood flow in large vessels during thrombus formation; In: Csernátó Zoltán (szerk.); V. Biomechanikai konferencia; Budapest, Magyarország, 2013.05.24-2013.05.25; pp. 1-10 Paper A-0061.
- G.A. Holzapfel, T.A. Gasser, R.W. Ogden; A new constitutive framework for arterial wall mechanics and a comparative study of material models; J. Elasticity; Vol. 61, 1-48; 2000.

# Egy mondat Platón és Planck között

## 450 éve született Galilei

SCHILLER RÓBERT



Nem arról a mondatról akarok írni. Amelyikről azt se tudjuk, elhangzott-e vagy sem. Amely legendával az utókor azt akarta helyreigazítani, amiről azt hitte, a lángész jellemének fogytékossága. Mégis mozog? Ne ezzel a kétes hitelű, keveset mondó anekdotával idézzük meg ma Galilei szellemét!

A mondat, amelyet idézek, Galilei utolsó, nagy művében, a *Discorsibus* olvasható. Ennek a könyvnek is párbeszéd a formája, hasonlóan a ptolemaioszi és a kopernikuszi rendszert ismertető, vitató és végül Kopernikusz igazát bizonyítani vélt *Dialogo*hoz. Tudjuk, a *Dialogo* vezetett a pörhöz, elítéltetéshez és a kopernikuszi kép kényszerű megtagadásához. Mindkét műben ugyanaz a három szereplő vitatkozik: Salviati, aki Galilei gondolatait és érveit fejti ki, Sagredo, aki rendre kételkedni látszik ugyan, de gondolkodásmódja közel esik Salviatiéhoz, végül Simplicio, az arisztotelészi filozófia és a köznapi józan ész képviselője. A *Discorsibus* négy fejezetre, a „vita négy napjára” osztozott a szerző. Az első két nap általános anyagelméleti fejtegetések mellett főként a testek töréséről, szilárdságáról szól. A harmadik és a negyedik nap a mozgás elméletét tárgyalja. Ez a felosztás azonban csak nagyon közelítőleg igaz. Elkerülhetetlen, a dialógus-forma miatt is, hogy már az első napon ne legyen szó olyan alapvető kérdésekről, mint az ingamozgás vagy a szabadesés; az öreg Galilei ebben a könyvben foglalja össze teljes fizikai világmépét (kivéve természetesen a Naprendszerre vonatkozót).

Simplicio a szabadesésről Arisztotelész kétezer éve kétely nélkül elfogadott véleményén van. „[...] a különböző súlyú testek különböző sebességgel mozognak, és sebességük aránya megegyezik súlyuk arányával, úgy, hogy ha például az egyik test tízszer nehezebb a másikonál, tízszeres lesz a sebessége is.” Salviati kétségbe vonja, hogy „Arisztotelész valaha is elvégezte volna a kísérletet annak igazolására, hogy ha két követ, amely közül az egyik

tízszer súlyosabb a másikonál, mondjuk, száz rőf magasságban egyszerre elengedünk, oly mértékben különbözne a sebességük, hogy mikor a nagyobbik földet ér, a kisebbik alig tett meg tízrőfnyi utat.” Sagredo, úgy mondja, ki is próbálta a dolgot, és az eredmény bizony cáfolta Arisztotelészt. Salviati viszont „a tapasztalati tények ismerete nélkül is” be tudja bizonyítani, hogy tévedés azt hinni, a súlyosabb test gyorsabban esik, mint a könnyebb: ha egy nagyobb követ összekötünk egy kisebbel, úgy az együttes tömegük nagyobb lesz, mint a nagyobbiké volt, tehát együtt gyorsabban kellene esniük, mint akár a gyorsabb nagy, akár a lassabb kicsi tenné külön-külön. Eszerint a lassú, kis kő hatására lenne a gyors kő még gyorsabb? A lassú gyorsítja a gyorsat? Salviati-Galilei tehát egy racionális megfontolás segítségével cáfolja Arisztotelészt, és ezt az eljárását láthatóan határozottabbnak tartja, mint a közvetlen kísérletet.

Simplicio azonban nem hagyja magát. Érvei csöppet sem üresek, mindennapos tapasztalatokat idéz fel. „Nehezem esik elhinni, hogy egy ólomcsepp ugyanolyan gyorsan zuhan, mint egy ágyúgolyó.” Ő, úgy látszik, el is végzett egy ilyenfajta kísérletet, és Salviati szerint bizonyára úgy találta, hogy százfőnyi magasságból leejtve egy száz font súlyú meg egy egy font súlyú vasgolyót, „a nagyobbik kétujjnyival megelőzi a kisebbiket”. De Arisztotelész szerint kilencvenkilenc rőffel kellene megelőznie!

Salviati elismeri, hogy a közegek: a levegő, a víz vagy a higany befolyásolják, és eltérő módon befolyásolják a testek esését. Aztán a testek alakja is számít, a nehéz aranyból készült nagyon vékony lemez szinte lebeg a levegőben. A kétujjnyi eltérés is ilyenfajta hatásokból származik. De kemény ellenfél a vitában: „Nem szeretném Simplicio úr, ha [...] a beszélgetést mellék-ösvényekre terelve belekapaszkodna valamelyik állításomba, amely csak hajszálnyi-