

TÉL TAMÁS

# Örvénypöfföktől a turbulenciáig

## Új kép a turbulencia kialakulásáról csőbeli áramlásokban

A folyadékok nagy távolságra történő eljuttatása csövekben történik. Gondoljunk csak a víz-, gáz-, vagy olajvezetésekre, vagy az élőlények érhálózatára. A folyadéktranszport sokkal hatékonyabb, ha az áramlás sima, lamináris, vagyis a póréhagyma héjaihoz hasonló hengeres rétegeken belül közel azonos sebességű (de az egyes rétegekben más és más: a sebesség közepén a legnagyobb, a falnál pedig eltűnik). A belső súrlódásból, a viszkozitásból adódó veszteségek ugyanis ilyenkor a legkisebbek. Az áramlás azonban lehet rendezetlen, örvényekkel teli, ún. turbulens áramlás is. Ebben a vízhozam azonos nyomás mellett jelentősen csökken, hiszen a befektetett energia egy része örvények keltésére fordítódik. Már lassúnak tekinthető áramlá-

si sebességek esetén is megfigyelhető, hogy egészen gyenge külső zavarok az eredetileg lamináris áramlást turbulenssé tehetik. Nagy sebességeknél minden csőbeli áramlást spontán módon turbulensnek várunk.

### A hagyományos szemlélet

A csőbeli áramlást először Osborne Reynolds vizsgálta alaposan a XIX. század nyolcvanas éveiben. Állandó nyomáskülönbség hatására vízszintes csőben áramló vízbe óvatosan keskeny festékfonalat fecskendezett a cső közepén (1. ábra). Lamináris

áramlásban a festékfonal jó közelítéssel vízszintesen nyúlik el a cső tengelye mentén. Az áramlás rendezetlenné, turbulenssé válását az jelzi, hogy a festék egy bizonyos távolság megtétele után egyenletesen oszlik el a cső teljes keresztmetszetében.

A Manchesteri Egyetemen végzett alapvető kísérleti megfigyelései összefoglalásaként

### 1. A Reynolds-szám általános jelentése

A Reynolds-szám általában úgy adható meg, mint egy arány:

$$Re = \frac{\text{a nyugalom eléréshez szükséges idő}}{\text{az áramlás jellegzetes ideje}}$$

Bármely áramlásra alkalmas általános képlete

$$Re = UL/v,$$

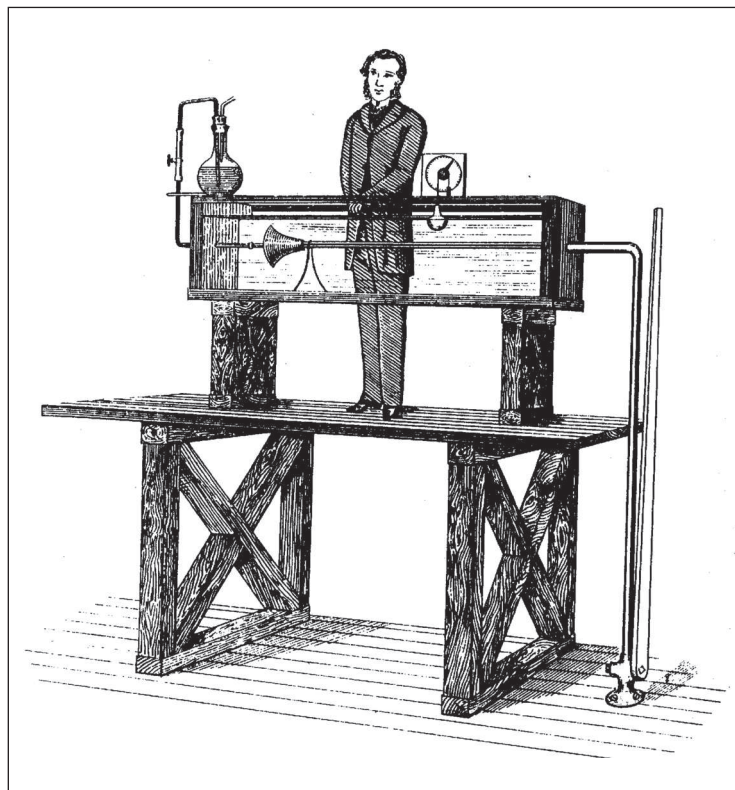
ahol  $U$  és  $L$  az áramlás jellegzetes sebessége és lineáris mérete,  $v$  pedig a folyadék kinematikai viszkozitása, mely táblázatokból kiolvasható. Az áramlásban az  $L$  távolság megtételéhez szükséges idő  $L/U$ . A belső súrlódás miatt a folyadék megállásához szükséges idő  $L$  méretű zavarokban  $L^2/v$ . (Ez könnyen megérthető abból, hogy a kinematikai viszkozitás mértékegysége  $m^2/s$ , s a távolság ismeretében csakis ez az idő dimenziójú mennyiség képezhető.) Az  $L^2/v$  és az  $L/U$  mennyiségek hányadosa valóban  $UL/v$ . A Reynolds-szám rögzített elrendezésben és adott közegben a sebességgel arányos, úgy is tekinthető, mint az  $U$ -nak  $v/L$  sebesség-egységben mért értéke. A Reynolds-szám jelentősége abban áll, hogy sok esetben kiderül, ez az egyetlen lényeges paraméter az áramlásban. Ilyenkor minden olyan áramlás, melyben az  $Re$  érték azonos, dinamikailag hasonló. Ez azt jelenti, hogy ha egyetlen elrendezésben több Reynolds-szám mellett is mérünk, más, pl. fele akkora, de geometriailag hasonló elrendezésben már felesleges ismét méréseket végeznünk, hiszen ott ugyanazt a viselkedést tapasztalnánk  $2U$  sebességgel. Ez a megfontolás jelenti pl. a műszaki repülőgép-modellezés fizikai alapját.

Az az állítás, miszerint a Reynolds-szám az egyetlen lényeges mennyiség, azt is jelenti, hogy vízzel elvégzett kísérletsorozat után nem érdemes más folyadékkal is elvégezni a kísérletet ugyanabban a berendezésben. Ha tejjre gondolnánk alternatívaként, mivel a tej viszkozitása 4,3-szor nagyobb a vízénél, ugyanazt a viselkedést látnánk a tej 4,3-szor nagyobb átlagsebessége esetén, mint a vízzel.

#### 1. ábra. Reynolds kísérleti elrendezése eredeti cikkéből [1]

([http://misclab.umeoce.maine.edu/boss/classes/SMS\\_491\\_2003/Week\\_5.htm](http://misclab.umeoce.maine.edu/boss/classes/SMS_491_2003/Week_5.htm)).

A berendezés ma is látható a Manchesteri Egyetemen [2].



Forrás	$Re_c$
Németh [3]	2000–2100
Budó [4]	2320
Landau-Lifsic [5]	1600–1700
Kundu [6]	3000
Lajos [7]	2300
angol nyelvű wikipedia [8]	2300–4000
magyar nyelvű wikipedia [9]	2320

**1. táblázat. A kritikus Reynolds-szám értéke különböző források szerint**

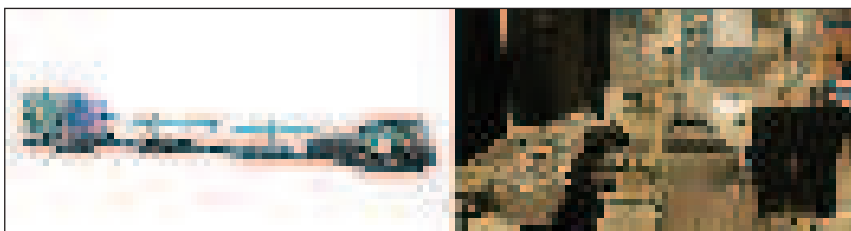
írt 1883-as cikkében Reynolds megfogalmazta, hogy elegendően hosszú csövek esetén az egész probléma szempontjából egyetlen lényeges paraméter létezik, az azóta róla elnevezett Reynolds-szám (**1. blokk**). Ez az

$$Re = U D / \nu \quad (1)$$

összefüggéssel adható meg, ahol  $U$  a csőbeli átlagsebesség,  $D$  a cső átmérője, és  $\nu$  a folyadék ún. kinematikai (vagyis egy-egységnyi sűrűsége vonatkoztatott) viszkozitása.

Az a felismerés, hogy az (1) Reynolds-szám az egyetlen lényeges paraméter, azt is jelenti, hogy bármilyen mennyiség, mely a csőbeli áramlással kapcsolatos, *csak* a Reynolds-szám függvénye lehet. Elegendően hosszú cső esetén a cső  $L_0$  hossza nem játszik szerepet.

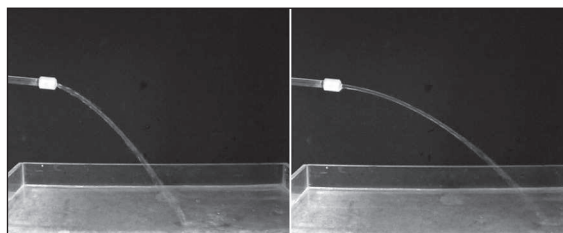
Reynolds kísérletei azt is sugallták, hogy a turbulencia hirtelen jelenik meg, meghozza akkor, ha a Reynolds-szám túllép egy kritikus  $Re_c$  értéket. A kísérleteket az azóta eltelt százharminc évben sok



**2. ábra. A göttingeni kísérleti összeállítás sematikus ábrája (balra) és a cső (középen) hosszszelvényi fényképe. A bal oldali kamerák segítségével a csőbeli sebességeloszlás pontosan mérhető (Alberto de Lozar felvétele). A cső átmérője  $D=4\text{mm}$ , hossza  $L_0=15\text{m}$**

helyen megismételték, s a Reynolds által legvalószínűbbnek talált (1900 és 2000 közötti) értéktől és egymástól is jelentősen eltérő kritikus értékeket találtak! Az **1. táblázat** összefoglalja néhány megbízható tankönyv adatait és érdekességként a nagyon divatos wikipédiában jelenleg található számértékeket is idézi.

A táblázatban megfigyelhető nagy eltérések arra utalnak, hogy Reynolds eredeti elképzelése nem lehetett teljes. Ha ugyanis a csőbeli turbulencia kialakulása hirtelen történne, ak-



**3. ábra. A víz kifolyási távolsága  $Re=2500$  esetén egy nagyobb és egy kisebb érték között ingadozik (az ELTE Kármán Laboratórium felvétele)**

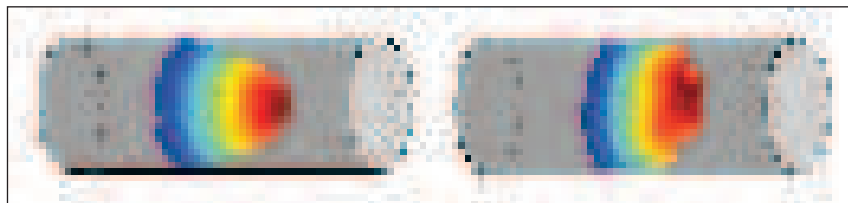
kor minden kísérletben ugyanazt az  $Re_c$  értéket kellene kapni. A jelenség fizikája tehát jóval bonyolultabb, mint ahogy első ránézésre tűnik.

Már Reynolds észrevette, hogy „a cső bemeneténél fellépő zavarok gondos elkerülésével” [6] sokkal nagyobb Reynolds-számokig marad lamináris az áramlás. Később világossá vált az is, hogy a cső falának érdessége is számít, s durvább falú csőben előbb alakul ki a turbulencia.

A lamináris és a turbulens állapot közötti különbség (és összefüggés) bemutatható egyszerű, otthon is elvégezhető kísérlettel. Egy kb. 80 cm magasságban elhelyezett tartályból,  $D=2,8\text{mm}$  átmérőjű hosszú gumicsövön vizet folytunk ki úgy, hogy a cső vége vízszintes. A kifolyó víz átlagsebessége az egy-egységnyi idő alatt mért víz-

hozam alapján:  $U=0,9\text{m/s}$ . Mivel a 20 fokos víz kinematikai viszkozitása  $\nu=10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ , a Reynolds-számra  $Re=2500$ -et kapunk. Meglepve tapasztaljuk, hogy anélkül, hogy a tartályt vagy a csövet mozgatnánk, a víz hol távolabbra, hol közelebbre spriccel (**3. ábra**).

A kifolyási sebességek különbözősége arra utal, hogy a csőben egyszerre vannak jelen lamináris és turbulens tar-



**4. ábra. A lamináris áramlásra az ún. parabolaprofil jellemző (bal oldali ábra). A sebesség a csővel párhuzamos, közepén a legnagyobb. Eloszlása henger-szimmetrikus (póréhagymaszerűen réteges), a sebesség négyzetesen csökken a tengelytől mért távolsággal a cső faláig, ahol eléri a nulla értéket. Turbulens esetben (jobb oldali ábra) a sebességnek lehet a cső tengelyére merőleges összetevője is. A mért adatok a csővel párhuzamos komponens pillanatnyi értékeit mutatják. Az eloszlás szabálytalan, nem hengerszimmetrikus (Alberto de Lozar ábrái)**

tományok, s amikor lamináris tartomány ér a cső végére, akkor nagyobb a kifolyási sebesség.

A lamináris és a turbulens viselkedésre jellemző sebességeloszlás pontosan ki is mérhető a cső keresztmetszete mentén a **2. ábrán** látható berendezésekkel (**4. ábra**).

Az ábra jobb oldalán látott turbulens sebességeloszlások átlagolásával a hengeres szimmetria helyreáll, de kiderül, hogy az átlagolt eloszlás közepén sokkal laposabb, mint a parabolaprofil, és a maximális sebesség, ill. az átlagos sebesség is jóval kisebb. Ez a különbség mutatkozik meg a **3. ábra** spriccelési távolságaiban, összhangban az azzal a már említett állítással, miszerint a turbulens áramlás vízhozama kisebb.

Kísérleti szempontból jelentős előrelépést jelentett az az egyszerű felismerés, hogy a  $Re=2000$  körüli Reynolds-számok tartományában jól reprodukálható viselkedés kapható, ha (rögzített, sima falú csőben) az áramlás megzavarása úgy történik, hogy rövid idő alatt adott mennyiségű folyadékot juttatunk kívülről a csőbe egy injekciós tű szerű beren-



5. ábra. Numerikus szimulálásban meghatározott pöffök és cső menti helyzetük egymást követő két időpontban. A színezett tartomány azt jelzi, ahol jelentős a sebességnek a parabola profiltól való eltérése (mértük itt ezért csak kb. 5D-nek tűnik, [10] alapján). A pöffök egyenletesen mozognak a cső mentén

dezással (szemben a régebben használt módszerrel, mely akadályt alkalmazott a cső belsőjében).

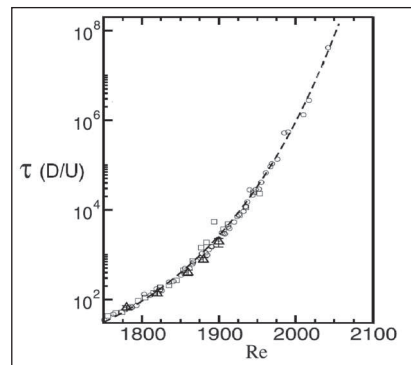
A kísérletek azt mutatják, hogy az 1700 és 2100 közötti Reynolds-szám tartományban az injektálás hatására turbulens viselkedés alakul ki, a turbulencia azonban egyáltalán nem tölti be a csövet. A turbulens viselkedés *örvénycsomagokba*, ún. *pöffökbe* (angolul puff) koncentrálódik (5. ábra). A megfigyelések szerint ebben a tartományban minden injektálás egyetlen pöfföt kelt, vagyis a pöfföket csakis az injektálások hozzák létre. A pöffök sebessége körülbelül megegyezik a csőbeli átlagos  $U$  áramlási sebességgel. A mérések szerint egy pöff hossza kb. az átmérő húszszorosa,  $20D$ .

A jelenség megértéséhez fontos elméleti hozzájárulás volt az a megfigyelés, hogy a lamináris parabola profil (4. ábra bal oldali kép) minden Reynolds-száma stabil [11], vagyis bármilyen kis zavar előbb-utóbb elhal és a parabolaprofil előbb-utóbb helyreáll. A kritikus Reynolds-szám (ha létezik) elérésekor a parabola profilnak megfelelő áramlás tehát nem veszítheti el stabilitását, ahogy pedig azt korábban hitték. Erre a hitre az adott okot, hogy több ismert átváltási folyamat, mint pl. az áramlás beindulása alulról fűtött folyadék rétegben (az ún. termikus konvekció kialakulása), azzal jár, hogy az eredeti áramlás instabillá válik. A turbulencia csőbeli kialakulása tehát más jellegű, mint amit az áramlástan egyéb jelenségeiben megszokhattunk.

Úgy is fogalmazhatunk, hogy az elmélet szerint a parabolaprofil az *egyetlen* olyan áramlási forma, mely hosszú idő után beállhat, vagyis ez a probléma egyetlen állandósult mozgásformája, attraktora. Ez arra utal, hogy a turbulens pöffök, melyek az áramlás viszonylag jelentős megzavarásával jönnek létre és ezért nem követik a parabolaprofil, véges élettartamúak, hiszen nagyon hosszú idő után a lamináris áramlásnak (a parabolaprofilnak) kell visszaállnia. A pöffbeli turbulencia így elvileg sohasem permanens, s ezért a Reynolds által keresett kritikus  $Re_c$  nem létezhet.

### Csőbeli turbulencia és tranzien káosz

A turbulencia összetettebb, mint a káosz, hiszen térbeli rendezetlenséget is tartalmaz (a káosz pedig alapértelmezésében időbeli



6. ábra. A pöffök  $D/U$  egységekben mért élettartamának függése a Reynolds-számtól. Számos mérés (különböző szimbólumok) eredményeit összesítő grafikon. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy a függőleges tengely logaritmikus. ([14,15] alapján)

## 2. A szuperexponenciális függvény

Vezessünk be egy függvényt, mely a témakörben több összefüggésben is előkerül majd. Legyen  $f(x;a;b)$  az  $x$  változó szuperexponenciális függvénye, azaz olyan exponenciális függvény, melynek kitevőjében is az exponenciális függvény szerepel

$$f(x;a;b) = e^{ax+b} \tag{I}$$

ahol  $a$  és  $b$  paraméterek. Az ilyen függvénynek tehát még a logaritmusa is exponenciális ütemben nő, s ezért rajza log-lineáris ábrázolásban is gyorsan emelkedő.

A mérések azt a meglepő eredményt adták (6. ábra, szaggatott vonal), hogy a pöffök élettartama jó közelítéssel szuperexponenciális ütemben nő a Reynolds-számmal:

$$\tau_f(Re) = f(Re; 0,005556; -8,499) = e^{0,005556Re - 8,499}$$

A  $\tau$  élettartam tehát elvileg egyetlen Reynolds-számnál sem végtelen.

A később tárgyalandó 8. ábra pöff-felhasadási adataira is szuperexponenciális függvény illik legjobban. A pontos eredmény (8. ábra, folytonos görbe)

$$\tau_f(Re) = f(Re; -0,003115; 9,161).$$

Végül a 9. ábrán bemutatott  $L_t$  mért turbulens hosszak is szuperexponenciális függvény szerint nőnek:

$$L_t(Re) = f(Re; 0,0035; -7,49).$$

Ezek magyarázatára megjelent az első elmélet is [\*]. Az alap gondolat az, hogy akkor hal ki egy pöff, ha a legnagyobb sebességfluktuáció kisebb egy küszöbértéknél. Ez egyfajta extrém esemény, s az *extrém fluktuációk* elmélete alapján már következik a (I) szuperexponenciális függés.

[\*] N. Goldenfeld, N. Guttenberg, G. Gioia, Phys. Rev. E 81, 035304(R), 2010

változás (I. Gruiz Márton keretezett írását a *Káosz, környezet, komplexitás* c. különszámunkban), tehát térbeli kiterjedéssel nem rendelkező jelenségekre vonatkozik). A turbulencia véges élettartama miatt azonban érdemes mégis felvetni azt a gondolatot, hogy a turbulencia lecsengése nem hasonló jellegű-e mint a káoszé. A káoszelmé-

let szóhasználatával, a pöffökben megjelenő turbulencia nem olyan jellegű-e, mint a tranzien káosz [12].

Egy pöff meglétét a cső végén, a 3. ábra egyszerű kísérletének szellemében, a spricelési távolságban mutatkozó visszaesés mutatja. Ha ilyen nincs, akkor a pöff elhalt, mielőtt elérte volna a cső végét. A

mérésekből kiderült, hogy a pöffök valóban általában elhalnak.

A gerjesztéseket különböző helyeken végezve, vagy különböző hosszúságú csöveket használva, meghatározható az egyes pöffök  $t$  élettartama adott Reynolds-szám mellett. Sok-sok mérésből az is kiolvasható, hogy mi a  $P(t)$  valószínűsége annak, hogy egy pöff legalább  $t$  ideig él.

Az eredmények kivétel nélkül azt mutatták, hogy a valószínűségeloszlás eleendően nagy időkre exponenciálisan cseng le

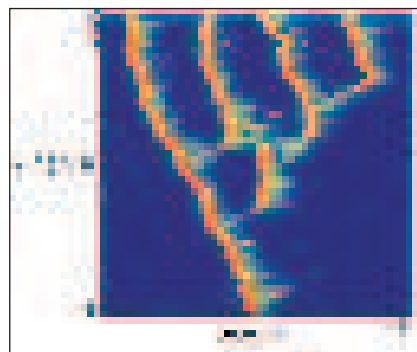
$$P(t) \sim e^{-kt} = e^{-t/\tau} \quad (2)$$

Az élettartamok (jelen esetben a turbulens élettartamok) *ugyanazon* eloszlását kapjuk tehát, mint transziens káoszban [13] (l. Gruiz Márton írását és benne a Szökési ráta blokkot). A  $\kappa$  mennyiség neve szökési ráta, annak  $\tau$  reciprokát pedig a káosz átlagos időbeli hosszának tekinthetjük, a turbulencia összefüggésében a pöffök *átlagos élettartamának*.

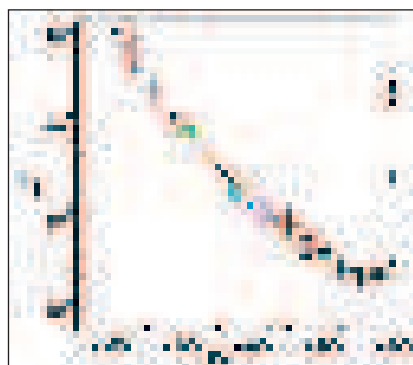
A turbulenciával kapcsolatos mérésekben az időt  $D/U$  egységekben szokás mérni. A Reynolds-szám kapcsán említettük, hogy sima falú csövekben minden lényeges mennyiség, így ez a dimenziótlan  $\tau$  élettartam is csak a Reynolds-számtól függhet. A kérdés tehát az, milyen jellegű ez a függés, hogyan néz ki a mért  $\tau$  ( $Re$ ) függvény. Természetesen azt várjuk,  $\tau$  nőni fog az áramlás sebességével és így a Reynolds-számmal. Ez a növekedés azonban a vártnál is jóval gyorsabbnak bizonyult (6. ábra), ahogy Björn Hof és göttingeni munkatársai kimutatták [14, 15]. A viselkedés úgynevezett *szuperexponenciális* függvénnyel írható le (2. blokk).

**7. ábra.** A pöff-felhasadás folyamata  $Re=2300$  esetén. Ez a szimulálás a csőnek egy  $150D$  hosszúságú szakaszát mutatja (a folyadékkal együtt mozogva)  $3000$  időegységig (függőleges tengely).

A cső fala itt nincs jelölve, s ezért az egymást követő időpillanatokban a csőbéli folyadék-tartományok az ábrán összeérnek. A piros szín erős tengely irányú átlagos örvényességet jelöl, s azonosítja a pöfföket ([14] alapján)



Az, hogy a 6. ábrán látható dimenziótlan  $\tau$  pontosan hány szekundumnak felel meg, függ a kísérleti elrendezéstől. A göttingeni csőben pl.  $D=4$  mm, s  $2000$ -es Reynolds-számot (a víz  $\nu=10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s értékével) akkor kapunk, ha az áramlás sebessége  $U=0,5$  m/s. Az időegység ekkor  $D/U=8 \cdot 10^{-3}$  s. A 6. ábrán feltüntetett leghosszabb mért idő  $2,5 \cdot 10^7$  időegység, azaz  $200\,000$  s, ami  $2,3$  nap. Ha a  $\tau$  értékét megadó képletet  $Re=2100$ -nál értékeljük ki, akkor már  $190$  napnyi élettartamot kapunk. Felmerül a kérdés, nem érdemes-e azt mondani, hogy ez már praktikusán végtelen? Senki sem fog több mint fél évig tartó kísérletekből sorozatokat végezni, hogy meghatározhassa a még nagyobb Reynolds-számokhoz tartozó élettartamokat. Mondhatjuk, hogy  $2100$  fölött a turbulencia permanens? Mondhatjuk. Az állítás azonban egyetlen pöffre érvényes csak, mely mintegy  $20D$  hosszúságú, azaz elhanyagolható kiterjedésű a cső teljes hosszához képest.



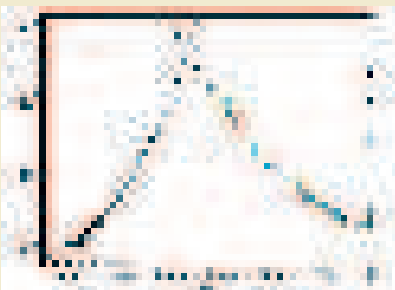
**8. ábra.** A pöffök felhasadási idejének függése a Reynolds-számtól. Számos mérés (különböző szimbólumok) eredményeit összesítő grafikon ([15] alapján).

### Pöff-felhasadás

A turbulencia kialakulásának megértéshez alapvető az a felismerés, hogy a  $2000$ -nél nagyobb Reynolds-számok tartományában a pöffök már nem maradnak izoláltak. Spontán módon felszakadnak és újabb pöfföket hoznak létre. Ez úgy történik, hogy a pöff időnként a folyás irányában hirtelen megnyúlik eredeti mérete ( $20D$ ) néhányszorosára. A nyúlvány örvényessége kicsi, de az eredeti pöfftől távol az örvényesség felerősödhet (miközben középen kihál), s új pöff jön létre az eredetihez hasonló adatokkal. Ezt a folyamatot a 7. ábra szemlélteti. A pöfföket itt a tengely irányú örvényesség alapján azonosíthatjuk. Az örvényesség adott irányú összetevője arányos a folyadékrezecskéknek az iránynak megfelelő tengely körüli

### 3. A „új” kritikus Reynolds-szám

Érdekes összehasonlítani a turbulencia elhalásának jellegzetes  $\tau$  idejét a turbulencia terjedésének jellegzetes idejével. Az utóbbi a  $\tau_f$  felhasadási időnek tekintet. A kétfajta idő mért értékeit együtt mutatja az ábra.



**A pöffök élettartamának és felhasadási idejének függése a Reynolds-számtól. A 6. és a 8. ábra együttes ábrázolásával kapott két görbe metszéspontjához tartozó Reynolds-szám egyfajta kritikus Reynolds-számnak tekinthető ([15] alapján).**

A két görbe metszéspontja az az érték, ahol a várható élettartam megegyezik az átlagos felhasadási idővel. Ennél nagyobb értékeknél a felhasadás gyakoribb, mint az elhalás. Azt mondhatjuk ezért, hogy a metszéspont fölött a turbulencia már kezd szétterjedni a csőben. A metszésponthoz tartozó

$$Re_c = 2040$$

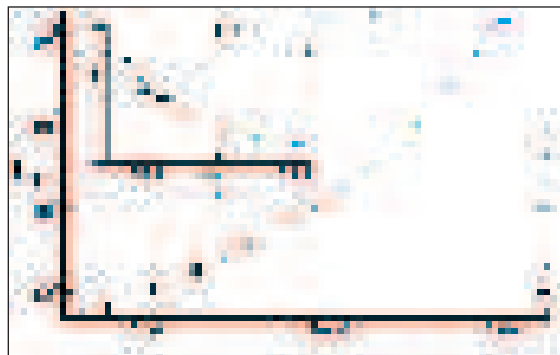
értéket ezért kritikus Reynolds-számnak tekinthetjük. Itt mindkét élettartam  $2 \cdot 10^7$  időegység, ami  $D/U=8 \cdot 10^{-3}$  s esetén  $1,6 \cdot 10^5$  s, azaz mintegy két nap.

Figyelemre méltó, hogy  $130$  évvel Reynolds vizsgálatai után sikerült egy egyértelmű kritikus Reynolds-számot találni. Ne feledjük azonban, hogy ez más jelentésű: ennél az értéknél kezd a turbulencia kiterjedni a csőben (s nem itt tölti ki a csövet, ahogy Reynolds értelmezéséből következne).

forgásával. A lamináris esetben a cső tengelye mentén semmilyen helyi forgás nincs jelen. A tengely irányú örvényesség-összetevő ezért alkalmas a lamináris, turbulens tartományok egyértelmű elkülönítésére.

A felhasadás  $2000$  körüli Reynolds-számokra még egészen ritkán történik, több hónapig is várni kellene rá, az események azonban egyre gyakoribbá válnak a Reynolds-szám növelésével. A pontos kísérleti vizsgálat kimutatta, hogy a felhasadás véletlen folyamat, mely nem függ az adott

pöff előéletétől. Jól meghatározható annak  $P(t)$  valószínűsége is, hogy egy pöff  $t$  idő után még ne hasadjon fel. Hof csoportja erre ismét a (2) exponenciális eloszlást találta, bármely Reynolds-szám mellett. Az ebben az eloszlásban megjelenő időparamétert  $\tau_f$ -fel jelöljük, mert ez a felhasadások közötti átlagos időtartamnak tekinthető, s egészen más jellemző adat, mint a pöffök  $\tau$  élettartama. A felhasadási idők  $\tau_f(Re)$  Reynolds-szám függésére kapott eredmények a **8. ábrán** láthatók. Ez a mennyiség természetesen csökkenő tendenciát mutat a Reynolds-számmal.



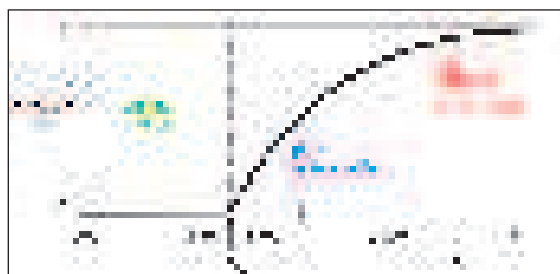
**9. ábra.** Az  $L_l$  turbulens hossz függése a Reynolds-számtól. Az illesztett pontozott görbe szuperexponenciális (2.blokk) A betét grafikon a  $D$  átmérő egységében mért  $L_l$  lamináris hossz mutatja (mely szintén a (3)-nak megfelelő eloszlásból adódik). A lamináris hossz csökken  $Re$ -vel, a turbulens hosszal ellentétben azonban hatvány-függvény szerint:  $L_t \sim Re^{-10,8}$  ([15] alapján)

Mivel  $\tau_f$  mindig véges, pöff-hasadás bármelyik Reynolds-számnál történhet, csak 2000 alatt nincs időnk kivárni, hogy ez bekövetkezzék. A  $\tau$  és  $\tau_f$  görbék metszéspontja azonban sajátos, új jelentéssel bír (**1.3. blokk**).

### Nagy Reynolds-számok felé

A vizsgálatok szerint a 2400-nál nagyobb Reynolds-szám tartományban a pöffök már olyan sokan vannak, hogy nem le-

**10. ábra.** A turbulens arány sematikus függése a Reynolds-számtól. A függvény pontos alakja még nem ismert, csak azt tudjuk, hogy  $Re_c=2040$ -nél lineárisan indul [15] és aszimptotikusan tart 1-hez



het őket megkülönböztetni. Összeolvadnak és hosszabb-rövidebb turbulens tartományok alakulnak ki. Az érdekes kérdés itt az, hogy milyen  $P(l)$  valószínűséggel lesz a turbulens tartományok teljes hossza a csőben egy  $l$  érték vagy annál nagyobb. Ezt a kérdést egyelőre csak numerikusan sikerült vizsgálni, végtelen hosszúnak tekinthető csőben. Az eredmény [16] ismét exponenciális eloszlás

$$P(l) = e^{-l/L_t} \quad (3)$$

ahol az  $l$  hosszat a  $D$  átmérő egységében mérjük. A fenti összefüggésből leolvasható  $L_t$  mennyiség a turbulencia átlagos hosszának tekinthető,  $D$  egységében meghatározva. Ez nyilván nő a Reynolds-számmal, a pontos eredményeket a **9. ábra** mutatja.

A turbulens hossz minden Reynolds-számmra véges, ezért elvileg sohasem mondhatjuk, hogy a teljes cső turbulens. A **9. ábra** betétjéről leolvasható azonban, hogy az  $L_t$  átlagos lamináris hossz  $Re=2800$ -nál egységnyi, azaz a mm-ben mért hossz a  $D$  átmérő nagyságrendjébe esik. Ezért 3000 körül már gyakorlati szempontból teljesen tekinthetjük a cső turbulenciával való betöltöttségét.

### Összefoglalás

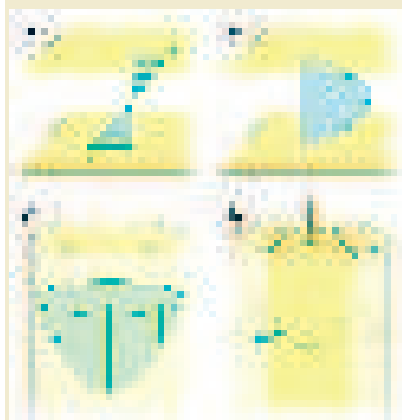
A turbulencia csőbeli kiterjedését érdemes a turbulens aránnyal jellemezni, melyet kísérletekben definiálhatunk úgy mint az  $L_t$  turbulens hossz és a pöffök 20 átmérőnyi méretének különbsége, azaz  $(L_t-20)D$ , a cső teljes  $L_0$  hosszához viszonyítva. Ez a mennyiség eltűnik, amíg csak egyetlen pöff létezik, s éppen  $Re_c$ -nél kezd nőni. A **10. ábra**

### Köszönet

A munka az OTKA NK100296 pályázat támogatásával készült. A szerző köszönetet mond B. Eckhartnak, B. Hofnak és M. Avilának az évek óta a témáról folytatott diskuszióikért. Vincze Miklóst a kísérletért, Tél Andrászt az ábrák elkészítéséért/adaptálásáért illeti köszönet.

## 4. Nyírási turbulencia

A turbulencia tranziens jellege nem csak a csőbeli áramlásban figyelhető meg. Kialakulása hasonló minden más olyan esetben is, amikor a fal, és ezzel együtt a nyírás szerepe fontos. Ilyen például a két párhuzamosan, de ellenkező irányban mozgatott síklap közötti nyírási áramlás (**A ábra**), a csatorna, vagyis a két álló lap között létrejövő áramlás (**B ábra**), vagy a forgatott koncentrikus hengerek közötti (Couette-) áramlás (**D ábra**). Ezekben az esetekben az 1. blokkban értelmezett általános Reynolds-szám a lapok ill. a hengerek közötti  $L$  távolsággal határozandó meg.



**Nyírási áramlások, melyekben a turbulencia hasonlóan jelenik meg, mint a csőben. A: nyírási áramlás, B: csatorna, C: cső (az áramlás itt felülről lefelé történik), D: Couette-áramlás.**

A csőbeli áramlással (**C ábra**) együtt ezek az esetek a turbulencia külön osztályát alkotják, melyet nyírási turbulenciának nevezhetünk (ami természetesen nem azonos a kifejtett: homogén, izotrop turbulenciával). A Reynolds-szám növeledésével mindegyik esetben először véges élettartamú pöffök jelennek meg, majd pöff-felhasadás történik, s azután a turbulencia fokozatosan tölti ki a teret [\*]. [\*] S. Shi, M. Avila, B. Hof, Phys. Rev. Lett. 110, 204502 (2013)

a turbulens arányt mutatja a Reynolds-szám függvényében, az egyes tartományokra jellemző jelenségekre is utalva.

Azt mondhatjuk tehát, hogy a csőbeli turbulencia jellegzetesen tranziens. Nem létezik tehát a turbulenciának megfelelő attraktor, ezért a csőbeli turbulencia fokozatosan, széles Reynolds-szám tartományban tud csak teret nyerni. Ennek megfelelően, a hagyományos értelemben vett kritikus Reynolds-szám *nem létezik* (s ezt tükrözték már az 1. táblázat erő-



sen szóró értékei is). Az egész  $Re=1700-3000$  közötti tartomány átmeneti tartománynak tekinthető. Benne a turbulens arány az új értelemben definiált  $Re_c=2040$  kritikus Reynolds-szám fölött egyre növekszik.

Az új szemlélet számos új felismerésre vezetett. Kiderül például, hogy több áramlásban is hasonlóan jelenik meg a turbulencia (4. blokk). A káosszal való analógia felveti a kérdést, hogy mivel a káosz instabil periodikus mozgásokból épül fel, megtalálhatóak-e a csőben is ilyen instabil periodikus áramlási formák. Ezek instabil haladó hullámoknak felelnek meg. A turbulencia ilyen instabil hullámokból való felépítése igen nehéz, de szép feladat lenne. Az első ilyen hullámok kísérleti kimutatása a nehézségek ellenére mégis sikeresen megtörtént [16, 17].

A póffók részletes szerkezetének megismerése gyakorlati szempontból is fontos következményekre vezethet. Így például lehetővé válik a turbulencia szabályozása, vagyis a turbulens állapotból a laminárisba való átvezetés, legalábbis alacsony Reynolds-számok mellett [18].

## Irodalom

- [1] O. Reynolds, Philos. Trans. R. Soc. 174, 935 (1883)
- [2] D. Jackson, B. Launder, Osborne Reynolds and the Publication of His Papers on Turbulent Flow, Annu. Rev. Fluid Mech. 39, 19 (2007)
- [3] Németh E., *Hidrodinamika*, Tankönyvkiadó, 1963
- [4] Budó Á., *Kísérleti Fizika I*, Tankönyvkiadó, 1968
- [5] L. Landau-E.M. Lifsic, *Hidrodinamika*, Tankönyvkiadó, 1980
- [6] P. Kundu, *Fluid Mechanics*, Academic Press, 1990
- [7] Lajos T., *Az áramlástan alapjai*, BME Áramlástan Tanszék, 2004; 2008
- [8] [http://en.wikipedia.org/wiki/Reynolds\\_number](http://en.wikipedia.org/wiki/Reynolds_number) (2013 június)
- [9] <http://hu.wikipedia.org/wiki/Reynolds-szám> (2013 június)
- [10] B. Eckhardt, Nonlinearity 21, T1 (2008)
- [11] S. Grossmann, Rev. Mod. Phys. 72, 603 (1999)
- [12] Tél. T, Informatika 13, 12 (2011)
- [13] Y.-C. Lai, T. Tél, *Transient Chaos: Complex Dynamics on Finite-Time Scales*, Springer, 2011
- [14] B. Hof, A. de Lozar, D.J. Kuik, J. Westerweel, Phys. Rev. Lett. 101, 214501 (2008)
- [15] K. Avila, D. Moxey, A. de Lozar, M. Avila, D. Barkley, B. Hof, Science 333, 192 (2011)
- [16] M. Avila, B. Hof, Phys. Rev. E 87, 063012 (2013)
- [17] M. Avila, F. Mellibovsky, N. Roland, B. Hof, Phys. Rev. Lett. 110, 224502 (2013)
- [18] B. Hof, A. de Lozar, M. Avila, X. Tu, T. Schneider, Science 327, 1491 (2010)

# Legutóbbi különszámunk

**A** *Káosz, környezet, komplexitás* különszám (összeállította: Szabó György és Tél Tamás) fő célja, hogy a komplex rendszerek területén az utóbbi 10 évben elért legújabb eredményeket a terület magyar kutatói érdekes és közérthető cikkek formájában eljuttassák az érdeklődő nagyközönséghez.

A különszám írásai világosan mutatják azt is, hogy napjainkban az alap-termesztudományok módszereinek behatolása zajlik a biológiai és társadalomtudományi területekre.

## Tartalom

**Szabó György–Tél Tamás:** Előszó  
**Néda Zoltán–Boda Szilárd–Káptalan Erna:** Rend a rendezetlenségből – játék metronómmal

**Gruiz Márton:** Káosz mint komplexitás. A mágneses inga újra a káosz kutatás frontvonalában

**Zelei Ambrus–Stépán Gábor:** Mikrokáosz az egyensúlyozásban – elmélet és kísérlet

**Kocsis Attila:** A DNS-lánc mechanikai viselkedése

**Süli Áron:** Föld-típusú bolygók keletkezése

**Károlyi György:** Fraktálok kicsiben és nagyban. Kaotikus véráramlás és plankton virágzás

**Zsugyel Márton–Baranya Sándor–Józsa János:** Örvénydinamika és kaotikus elkeveredés folyami áramlásokban

**Krámer Tamás–Józsa János:** Sekély tavak szél keltette áramlásai. Kaotikus elkeveredéshez vezető tér- és időstruktúrák

**Vincze Miklós:** Légkör és óceán a laborasztalon. Környezeti áramlási jelenségek vizsgálata a Kármán-laboratóriumban

**Horányi András–Szépszó Gabriella–Szűcs Mihály:** Valószínűségi meteorológiai előrejelzések: áldás vagy átok?

**Horváth Ákos:** A viharjelzés bizonytalanságai

**Haszpra Tímea:** Világiáró részecskék a légkörben. Az Eyjafjallajökull vulkán kitérésének és a fukushimai balesetnek a tanulságai

**Homonnai Viktória:** A légköri hosszú távú kapcsolatok titka

**Márfy János–Rácz Zoltán:** A jégkor-szakok rejtélyei

**Jánosi Imre:** Energia és társadalom. Drasztikus fázisátalakulás küszöbén állunk?

**Kondor Imre:** A komplexitás kihívása

**Boza Gergely–Scheuring István:** Diverzitás és komplexitás a mutualista kapcsolatokban

**Szolnoki Attila:** Komplex viselkedés társadalmi dilemmákban

**Vukov Jeromos:** Csalni vagy nem csalni? Matematikai komplexitás az emberi kapcsolatokban

**Muraközy Balázs:** Teremtő rombolás közelmézetből

**Gulyás Attila:** Az agykérgi hálózatok szerkezeti és működési komplexitása

**Csépe Valéria:** Kognitív fejlődés, agyi komplexitás, matematika. Idegtudományi tanulságok a természetudományok oktatásához

**Ercsey-Ravasz Mária–Toroczkai Zoltán:** A döntéshozatal és a Sudoku káosza

A különszám megrendelhető Kiadónknál, a Tudományos Ismeretterjesztő Társulatnál (1088 Budapest, Bródy Sándor utca 16. Telefon: 327 8965, fax: 327 8969, e-mail: titlap@telc.hu).

## Sudoku nyerteseink

Az elmúlt év végén megjelent *Káosz, környezet, komplexitás* különszámunkban Ercsey-Ravasz Mária és Toroczkai Zoltán „A döntéshozatal és a Sudoku káosza” címmel írt cikket. E tanulmányhoz kapcsolódóan a szerzők „Sudoku mesteriskola” összeállításukban nehéz feladatokat tűztek ki megoldásra olvasóinknak.

A nyertes megoldók:

**Lévai Pál** (Budakeszi) és

**Faragó Balázs** (Budapest).

A nehéz feladatok megoldóinak gratulálunk, számukra postáztuk a szerzők

által dedikált könyveket. A cikk szerzői az alábbi dedikációt írták a jutalomkönyvbe:

„*Matematika és játékok között éles határvonal nehezen húzható. A matematika bizonyos értelemben egy komolyan üzött játék; minden arra érdemes játék mögött komoly matematika rejlik.*

*Lévai Pálnak és Faragó Balásznak a Természet Világa 144, 2013/II. különszámában található Sudoku feladványok sikeres megoldóinak, további jó játékot kívánva: Ercsey-Ravasz Mária és Toroczkai Zoltán, a kitűzők nevében (Kolozsvár, Románia; Notre Dame, USA).”*