

# Első a Big Five névsorában

## Beszélgetés Aczél Jánossal, Akadémiánk külső tagjával

*A Magyar Tudományos Akadémia Matematikai Osztálya 2004. június 28-án és 29-én különleges születésnap konferenciát tartott. „400 év matematika” volt a rendezvény címe, melyen öt neves matematikust köszöntöttek. Mind az öten abban az évben, 2004-ben lettek 80 évesek. Ugyanarra az egyetemre jártak, együtt igyekeztek minél többet megtudni a matematikáról. A későbbiekben is tartották a kapcsolatot, bár a történelem sodrása messzire vitte őket egymástól. Híres professzoruk, Fejér Lipót még az egyetemi éveik alatt elnevezte Big Five-nak, Nagy Ötösnek őket. A névsorban így következnek: Aczél János, Császár Ákos, Fuchs László, Gál István, Horváth János. A tiszteletükre rendezett konferenciára mind az öten eljöttek és előadást is tartottak. Császár Ákos és Fuchs László professzoraim voltak az Eötvös Loránd Tudományegyetemen. Velük korábban már készítettem hosszabb interjút. Aczél János Kanadából érkezett a konferenciára, róla több érdekes történetet hallottam, ezért úgy éreztem, most itt a lehetőség, hogy őt is megkérjem egy beszélgetésre. Budapestről való elutazása előtt, 2004. július 1-jén rögzítettem az interjút. Szép lassan le is írtam beszélgetésünk szövegét, a szokásos módon, az első szótól az utolsóig. Míg az interjú szerkezetén, megírásán meditáltam, a Debreceni Szemle 2004. harmadik negyedévi számában megjelent Daróczy Zoltán akadémikusnak a volt tanárával, Aczél Jánossal készített széles horizontú beszélgetése. Természetesen sok fontos helyen átfedés is mutatkozott a két interjú között. A spirálfüzetet, a leírt beszélgetéssel ezért egy időre félretettem: majd még töprengök ezen. A napi teendők szorításában a megoldandó feladat a tudat egyre mélyebb rétegeibe süllyedt. A füzet most újra a kezembe került. Jó ég, hiszen majdnem tíz év tel el azóta! 2014-ben pedig már 90 évesek lesznek a Big Five tagjai. Eldöntöttem, mégiscsak sajtó alá rendezem a 2004-es beszélgetésünket, amennyire lehetséges, kerülve az átfedéseket Daróczy professzor írásával.*

– *Professzor úr, az életrajzában olvasom, hogy Ön a világ szinte minden részén oktatta tudományát: ausztrál, osztrák, japán, német, nigériai, spanyol, svájci, amerikai egyetemeken, s akkor a magyarokról – Budapest, Szeged, Miskolc, Debrecen – nem is esett szó. Kanadáról sem, ahol most a University of Waterloo emeritus professzora. Mindebből arra következtetek, hogy mozgékony ember, s jól műveli a matematikát, hiszen sok helyre hívják, ezen kívül...*

– *A „világ szinte minden részén” megfogalmazás erős túlzás.*

– *Igaza van, javítok: a világ számos egyetemén tanított. Amit még harmadik következtetésként hozzáfűzök, hogy jó nyelvérzéke is lehet.*

– *Ez igaz. Nyelveket valóban tudok. Velünk élt a Bécsből származó anyai nagymamám, aki soha nem tanult meg rendesen magyarul. Abban az időben otthon magyarul csak akkor beszélünk, ha nem akartuk, hogy ő megértse. Viszont a szüleim, ha nem szerették volna, hogy én értem őket, akkor franciára váltottak. Ez módfelett bosszantott, ezért megtanultam franciául. Összeálltunk az egyik osztálytársammal és a spórolt pénzünkkel órákat vettünk egy francia hölgytől. Szüleim egy idő múlva észrevették, hogy értem, miről beszélnek, de már új nyelvet nem tanultak meg. Ez a harmincas évek végén, a negyvenes évek elején volt. Bizonyára tudod, hogy az oktatás akkor 4+8 éves felbontásban folyt.*



Aczél János

A gimnázium első osztályától, vagyis az 5. évtől németet és latint, a 9. osztálytól kezdve pedig még egy modern nyelvet tanultunk. A Berzsenyi Gimnáziumban, ahová jártam, az olaszt választhattuk. Nagyon jó tanárunk volt, Kardos Tibor, aki azután 1950-től haláláig az Eötvös Loránd Tudományegyetem olasz nyelvi és irodalmi tanszékének a vezetője lett. Az olasz konzulátusnak is volt nyelvi tanfolyama, aho-

vá eljártam pár hétig, amíg Olaszország ki nem lépett a háborúból. Akkor a budapesti olasz konzulátus megszűnt. Később az olasz nyelvtudásom is jól jött, mivel Olaszországban többször tartottam előadásokat és kurzusokat, ők pedig nagyon jó néven vették, hogy a külföldről érkező matematikus jól beszélt a nyelvüket.

– *Szeret tanítani?*

– *Igen, nagyon szerettem. Ma már csak alkalmanként tartok szemináriumokat, többnyire a University of California Irvine-ben. Azt, hogy csak kutatóintézetben dolgozzam és ne tanítsak, nehezen tudtam volna elképzelni.*

– *Hadd idézzek itt egy visszaemlékezést Győry Kálmán akadémikustól, az MTA Matematikai Osztályának elnökétől: „(Debrecenben) Aczél Jánostól tanultunk analízist. Érdekes módszerrel igyekezett kiszűrni az évfolyam tehetséges hallgatóit. Minden előadásán egy-két olyan feladatot is mondott, amelyek túlmutattak az egyetemi anyagon. A következő órán megkérdezte, hogy ki oldotta meg. Losonczy Laci évfolyamtársammal jelentkeztünk: mi igen. Több ilyen ismétlődő eset után magához hívott. – Nem volna kedve függvényegyenletekkel foglalkozni? – kérdezte. – Professzor úr, az nagyon szép, érdekel is, de hát a számelmélet... – szabadkoztam. Nem orrolt meg rám...”*

– *Örülök, hogy Győry Kálmán így emlékezik rám. Az általa említett Losonczy*



### Beszélgetés életútról, matematikáról

László viszont nálam doktorált, miként a debreceniek közül Daróczy Zoltán és Balogh Albert is.

– *Térjünk vissza még az Ön gyermekkorához. A harmincas évek végének, negyvenes évek elejének Magyarországon milyen volt diáknak lenni? Mi vonzotta a matematikához?*

– A Berzsenyiben az osztályomban és a fölöttünk lévőben is nagyon sok tehetséges fiú tanult. A legtöbben már évekkal az érettségi előtt tudták, hogy milyen életpályát válasszanak. Csak én nem tudtam. S akkor Tima Lajos, a matematikatanárunk az egyik dolgozatírás után bejött az osztályba a kijavított dolgozatokkal, és azt mondta, senki sem tudta olyan jól megoldani azokat, mint Aczél János. Akkor már annyit olvastam, hogy félév előtt tudtam az iskolai tananyagot. Anyám az egyik szülői értekezletről nagy izgalommal jött haza: a matematikatanár azt mondta neki, hogy a Jánost már nem tudja semmire sem tanítani.

– *Ami, gondolom, nem volt teljesen igaz.*

– Szó szerint nyilván nem, de akkor már a ránk szabott matematikánál tényleg lényegesen többet tudtam.

– *A Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok már nem jelenhetett meg 1939 után, és csak 1947-ben indította újra Soós Paula és Surányi János. Éppen a gimnáziumi éveik alatt szünetelt a fiatal matematikai tehetségek folyóirata.*

– Igen, de voltak matematikai tanulmányi versenyek, és néhányunknak Gallai Tibor informális szemináriumokat tartott. Bizonyos tekintetben ez a versenyekre való felkészítést is jelentette. Sétáltunk a Városligetben, ő feladatokat mondott és magyarázott, olyan fejezeteiről beszélt a

matematikának, amelyet máshonnan nem tudhattunk volna meg. Fuchs Laci volt ott, Lax Péter, és olyanok is, akik rövidesen életüket vesztették a vészkorszak borzalmas éveiben.

– *Emlékszik a nevükre?*

– *Hogyne! Például Ádám István. Tehetséges matematikusnak indult. Amikor már világhosszá vált, hogy nem jön vissza, hogy meghalt, Fejér Lipót szerkesztésében megjelent egy munkája, amelyet még elkészített, de nem maradt ideje sajtó alá rendezni. Fejér Lipót akkor már a saját eredményeinek leírását is nagyon keserves munkának tartotta, de ezt megcsinálta.*

– *Gallai Tibor jó matematikus és jó ember is volt.*

– Sokat tudó, lelkes matematikus és jó pedagógus. Rájta kívül akkoriban még Alexits György volt rám nagy hatással. Szabadegyetemnek nevezett kurzusokon beszélt nekünk a matematikai logikáról, matematikai paradoxonokról, az axiomatikáról és némi topológiáról. A Reáltanoda utcába jártunk hozzá, egy reál-gimnáziumba.

– *Az Eötvös József Gimnázium, ma is ott van.*

– Akkor még csak hetedikes voltam. Anyám mondta is: mi az, te már egyetemre jársz? Ez azonban „csak” szabadegyetem volt, amit nagyon élveztem. Ott ismerkedtem meg Vámos Tiborral, és nagyon jó barátok lettünk. Máig azok vagyunk.

– *Őn 1943-ban érettségizett, majd a Pázmány Péter Tudományegyetem matematika-fizika szakán folytatta tanulmányait. Milyen hatások érték az egyetemen? Kik voltak a tanárai, a társai?*

– Társaim közül elsősorban azokat említhetem, akikkel együtt köszöntöttek: Császár Ákos, Fuchs László, Gál István és

Horváth János. Bár ugyanabban az évben születtünk, mégsem ugyanarra az évfolyamra jártunk. Decemberben születtem, így már az elemi iskolától kezdve évvesztesnek számítottam. Az egyetemen abban az időben nem volt sok matematika iránt elkötelezett hallgató, így mi öten hamar egymásra találtunk.

– *Emlékszik, hogyan lett az Önök neve Big Five?*

– Van ebben némi bizonytalanság, mert nem ugyanúgy emlékezünk a kezdetekre. Azt a változatot mondom, amellyel többen egyetértünk. Bár az egyetemen jó tanáraink voltak, de a matematika számos területe fehér folt maradt az oktatásunkban. Az életünk pedig nem tűnt elég hosszúnak ahhoz, hogy kivárjunk, amíg ez megváltozik. Különbösen is, fiatalon minden olyan sürgős az embernek. Valamelyik külső szervezet, talán a Magyar Demokratikus Ifjúsági Szövetség (MADISZ) szervezett olyan előadásokat, amelyeken a társaiknál valamivel többet tudó diákok beszéltek az őket érdeklő új területeiről a matematikának. Így kezdődött. Akik ott diákként előadtunk, többségünkben elég jó tanár lett. Mégis, akkor néhány hét alatt sikerült kipuszítanunk a teljes hallgatóságot. Öten maradtunk. Mi azután is rendszeresen összejöttünk, de már csak egymásnak magyaráztuk, hogy ki min dolgozik. Arra határozottan emlékszem, hogy évenként egyszer nyilvános ülést is tartottunk, amelyre bárki eljöhett. Egyes emlékezők szerint Fejér Lipót volt a keresztapánk, ő nevezett el minket Big Five-nak.

– *Mikor volt ez?*

A Big Five fénykora az 1946–47-es tanévben kezdődött, 1948 őszéig tartott. 1947-ben mindannyian doktoráltunk.

– *A tanáraikról még kevés szó esett.*

– Fejér Lipót akkor már nagyon öreg volt, bár, ha belegondolok, jóval fiatalabb, mint én most. Az 1944–45-ben történtek azonban nagyon megviselték. Legtöbbet akkor lehetett tőle tanulni, amikor nem tanított, hanem a dolgok háttéréről beszélt, hogy mi mivel függ össze. Azokról a nagy matematikusokról mesélt, akiket személyesen is jól ismert. Már az elsőéves analízis előadásokat is, amelyek a nevének voltak meghirdetve, Szász Pál tartotta. Legtöbbet tőle kaptunk. Az alsóbb években Szász Pál prozemináriumaira jártunk. Ezek nem kapcsolódtak a kötelező előadások anyagához, itt tettük meg az első szárnypróbálgatásainkat a matematika világában.

Kerékkjártó Béla is tanított, aki jó matematikus volt, de nem jó tanár. A háború után Riesz Frigyes feljött Szegedről Budapestre, s ha nagyon figyelte az ember, tőle is sokat tanulhatott. Szinte semmit nem írt a táblára, ült az asztalon, félig a hallgatóság felé fordulva adott elő.

Akkoriban kezdtem az egyenlőtlenségekkel és a komplex függvényekkel foglalkozni. Említettem neki. „Akkor adj a elő az órán” – mondta. Így is lett, két-három órán beszéltem erről. Később Riesz ezt így írta bele az ajánlólevelébe: előadásom szemináriumszerű kiegészítésében Aczél János erről és erről adott elő.

– *Egyetemi éveiket kettévágta a második világháború. Hogyan élte meg ezt a nehéz időszakot?*

– 1944 májusában bevonultattak munkaszolgálatosnak. A Miskolc melletti Ládi-fürésztelepre vittek, ahol azért nem volt olyan szörnyű nehéz a munka. Működött a hírlánc is, szinte mindenről tudtunk, ami körülöttünk történt. Arról is, hogy Horváth sikertelenül igyekezett fegyverszünetet kötni a szövetségesekkel. Jött a Szálasi-kormány, én pedig megszöktem a munkaszolgálatból. A telepen dolgozó egyik munkás családjánál húztam meg magam, gondolván, jön néhány zűrös nap, azokon gyorsan túl leszünk. Azután láttam, ennek nemigen lesz vége, ezért elindultam szüleimhez Budapestre. Szerencsére megúsztam, mert ha útközben igazolatlan és elkapnak, katonaszökevénynek tekintettek volna.

Hazaérve, szüleim tanácsára elmentem egy úgynevezett kiemelt munkaszolgálati helyre Budapestben, onnan vitték tovább a csoportunkat nyugat felé. Fertőrákoson kötöttünk ki, ahol tankcsapdákat, futóárkokat ástunk, együtt Horváth Jánossal és Vámos Tiborral. Az én félresikerült, tétova menekülési kísérleteimmel szemben Tibor elhatározta, hogy megszökik, és ezt az elképzelését sikeresen megvalósította. Kezdetleges tankcsapdáinkon az oroszok, gondolom, jót derülhettek, a futóárkok ásása viszont nem volt túl nehéz munka.

Az SA rohamosztágosok idősebb korosztálya felügyelt ránk, a fiatalok a frontra kellettek. Amikor valamelyikük feltűnt a futóárkok mentén, hogy ellenőrizze a munkánkat, azt jeleztük egymásnak. Horváth Jánossal két matematikakönyvet vittünk magunkkal a munkaszolgálatba, a félig ázott árokba húzódva azokat olvastuk.

– *Emlékszik a címükre?*

– Az egyikére biztosan, Veress Pál Valós függvények könyvére. A másik könyvünk Hausdorff Mengenlehre kötete lehetett, annak is az első, jobbik kiadása. A Mengenlehre újabb megjelenését „második, bővített és lényegesen rottott kiadás”-nak neveztük.

Szóval, matematikát olvastunk a futóárkokban, semmiféle jeladás nem érkezett, a német katona mégis egyszer csak ott állt fölöttünk. Veress könyvét ledobtuk az árokba és lázasan csákányozni kezdtünk. Az SA szemé azonban megakadt a könyvön. „Was ist das? – kérdezte vészjóslóan.

Horváth Jancsi gondolkodás nélkül rávágta: „Scheisspapier!” Vagyis klozettpapír. Ez elég hihetően hangzott, hiszen WC-papír akkor sehol nem volt, és valamit mégiscsak kellett olyankor használni. Ezt a katonát is tudta, belenyugodott a válaszába.

Amikor a háború után hazaértünk és professzorunknak, Fejér Lipótnak beszámoltunk megpróbáltatásainkról, ez a történet, Veress Pál Valós függvények könyvével, nagyon tetszett neki. „Ha jól meg-



„Öten maradtunk, rendszeresen összejöttünk...”

gondolja az ember, nem is tetszettek olyan nagyot föllenteni” – mondta.

– *Veress Pál Budapest ostromakor, 1945 januárjában veszítette életét. Professzorom, Császár Ákos kissé másként vélekedett Veress Pál könyvéről. Arról beszélt, hogy egyetemi éve alatt milyen nagy hatással volt rá a Valós függvények. Így fogalmazott: „Maga a könyv nem volt igazán jól megírva, a szemlélete volt az, ami megragadta a fantáziámat. Az egyetemen hallott, klasszikus veretű analízis felépítésével szakítva, a halmazelméleti eszközökkel feldolgozott, úgy is mondhatnám, Lebesgue- és Riesz-ízű analízist talált.”*

– Nézze, Fejér Lipótot abban az időben kényszernyugdíjazták, és Veress Pál volt az, aki elvállalta, hogy tanszékvezető utóda lesz. Érthető, ha Fejér ezt nem vette jó néven.

– *Önök végül hogyan menekültek meg?*

– Amikor már az oroszok nagyon közel értek, elindítottak minket Fertőrákosból Mauthausenbe. Örökké hálás vagyok Horváth Jancsinak, aki akkor engem megmentett. Vesztett csatából visszavonuló Waffen SS csapat botlott belénk, és dühödten elkezdtek puskatussal verni minket. Még ma is őrzöm a puskatus nyomát a koponyámon, ahol ez a domborulat vándorol. Az ütéstől ott elestem, de Horváth Jancsi

egy másik fiúval rögtön mellém állt, felsegítettek és vonszoltak tovább az erőltetett menetben. Rövidesen azután magamhoz tértem. Aki elesett és lemaradt, azt agyonlőtték.

Mauthausen melléktáborába, Gunskirchenbe tereltek, ott azonban már nem voltak olyan jól szervezettek a németek. Nap-hosszat ücsörögtünk, alig adtak ennivalót. Egy orvostársunk kiselőadásban felvilágosított minket, hogy ilyen koszon mennyi ideig maradhatunk életben. Azután egyszerre csak eltűntek az öreink, s mi bementünk a legközelebbi faluba. Ott már amerikai csapatokat láttunk, német pénzt kaptunk, azzal bementünk egy szálloda éttermébe. Rövidesen ráeszméltunk, hogy kihalt az épület. A konyha azonban nem volt teljesen üres, így valamelyest jóllakhattunk.

Nem akarom untatni a további részletekkel, a betegséggemmel, a kórházzal... Az amerikaiak később vonattal elvittek minket a zónahatárig, ott letettek a töltésre, átadtak az oroszoknak.

Ültünk, vártuk a másik vonatot, ami majd hazavisz minket. S akkor, ki más jelenik meg, mint Alexits György, akit politikai okból deportáltak. A Réaltanoda utca után ott találkoztam vele újra.

Azután jött egy tehervonat, és az egyik vagon ütközőjén jutottam végre haza.

– *Mire érkezett haza?*

– Szerencsére a szüleim éltek, de sok jó barátom tragikus körülmények között vesztett el.

– *Az egyetem újra kinyitotta kapuit. Ott volt még elvégezni valója.*

– Amint már említettem, mi mind az ötven 1947-ben doktoráltunk, bár ők egy évvel előbb tartottak. Sem szigorlatot, sem doktori vizsgát nem lehetett addig letenni, amíg a jelölt a negyedik évet nem végezte el. Császár Ákos és Horváth Jancsi ezután benyújtotta analízis témájú disszertációját, s mivel az enyém is elkészült addigra, az övékkel együtt én is beadtam. Fejér és Riesz pedig egy kalap alatt elolvasta és elfogadta a disszertációinkat. Ettől felbátorodva a tanulmányi osztály titkárától megkérdeztem, mit tegyek, hogy engem is doktori vizsgára bocsássanak, megvédehessem a disszertációm. Arra biztatott, hogy indexemben gyűjtsem össze az utolsó egyetemi évem lezárásához szükséges összes aláírást. A titkár azután becsúsztat-

ta a dékán elé kerülő, aláírandó indexek közé az enyémet is. Így tehettem le végül 1947-ben a doktori vizsgámat. Elmondhatom, azon kevesek közé tartozom, akiknek előbb lett meg a doktorija, mint a tanári szakvizsgálója.

– *Életrajzában olvasom, hogy ezután az ELTE díjtalan gyakornoka lett, majd a Szegedi Tudományegyetem...*

– ... tanársegéde.

– *Ezután 1950 és 1952 között a Miskolci Nehézipari Egyetem tanára, majd Debrecenbe, a Kossuth Lajos Tudományegyetemre került, ahol tanszékvezető docens, később egyetemi tanár lett.*

– Már Miskolcon tanszékvezető docens voltam.

– *Tulajdonképpen bejárta mindazokat a hazai egyetemeket, ahol komoly matematikai élet zajlott.*

– Így van. Ami nincs benne a listájában, hogy a Vasas Szakszervezetben pár hónapig statisztikusként is dolgoztam, annak ellenére, hogy addig semmit sem olvastam a statisztikáról. Fiatalon az ember nem ismer akadályokat. Miért ne vállalom el, ha ez a lehetőség kínálkozik? Végül nagyon meg voltak elégedve velem. A legelején a szakszervezet főtitkára kezembe nyomott egy kimutatást, hogy készítsék róla statisztikát. Kérdeztem tőle: mit akar bizonyítani? Megmondta. Készítettem hozzá egy mutató statisztikát. Megduplázta a fizetésemet. A szegedi egyetemen ezután fele fizetésért kaptam tanársegédi állást.

– *Miért ment oda?*

– Mert az egyetemen matematikai élet folyt. Inkább az a kérdés, miért mentem a szakszervezetbe? Azért, mert akkoriban nem volt könnyű állást találni. A matematikusnak még középiskolai tanári állás sem nagyon jutott.

– *A negyvenes évek végén pedig szükség volt a friss erőre, a fiatal képzett emberekre.*

– Az egyetemekre akkor sem volt könnyű bekerülni. S mi mind az öten állást kerestünk. Szegeden Kalmár László lett a főnököm. A szakszervezeti emberen kívül tulajdonképpen ő volt életem egyetlen főnöke. Többé-kevésbé mindig a magam ura voltam.

– *Milyen főnök volt Kalmár László? Mit tanult tőle?*

– Kalmár nagy tudású matematikus volt, sokat tanultam tőle. Főleg matematikai logikát, azután nagyon szeretett Gödel nem-teljességi tételéről beszélni, ezekből sok minden ránk ragadt. Kalmár zseniális elme volt, kár, hogy különböző adminisztrációs feladatokra és mozgalmakra szórta el az idejét.

– *Tele volt ötletekkel.*

– Ahogy mondod. Számos jó ötlete volt a matematikában, de sajnos, másban is...

Sokat vitatkoztunk. Az idegei nem voltak mindig rendben, gyakran kiabált az emberekkel. A többiek ilyenkor visszahúzódtak szobáikba, én azonban visszaordítottam neki. Egyszer éppen az egyetem régi épületének lépcsőházában kiabáltunk, csak úgy zengett, ezt ő nagyon rossznéven vette. A feleségem az egyetemen volt gyakornok, mondtam neki, na, most menjünk szépen haza. Amikor később visszajöttünk, a pedellus, tudod, a portás, már azzal fogadott: „Menjen csak fel nyugodtan tanársegéd úr, a dékán úr már lecsillapította a professzor urat.” Ezek az összetűzések semmit sem változtattak a barátságunkon.

– *Érdekes, a mi professzoraink közül Péter Rózi néni is gyakran kijött a sodrából. Ugyanakkor teljes áhítattal és imádatlal viselkedett Kalmár László iránt. Előadásain gyakran emlegette Kalmár Lászlót, figyelmünkbe ajánlotta A matematika alapjai jegyzeteit. Plátói szerelem lehetett közöttük.*

– Ha igen, akkor a szerelmesek civakodásával együtt. Péter Rózi sokszor összeveszett Kalmárral. A matematikusok minden hónap bizonyos napján találkoztak, először kávéházban, később Kártesziék lakásán. Amikor összeveszték, Péter Rózi engem bízott meg, hogy jelentsem, Kalmár ott lesz-e a találkozón, mert akkor ő nem megy el. Egy darabig jelentettem neki, azután meguntam, és úgy üzentem, hogy az már nem juthatott el hozzá. Így azután ott volt Kártesziéknél, amikor Kalmár is megérkezett. Amikor a hangját meghallotta, Péter Rózi kimenekült a balkonra, várta, hátha idővel elmegy Kalmár. Ő azonban maradt, így Rózi csapdába esett. Az erkélyre nyílt Kártesziék másik szobájának az ablaka, ami nyitva volt. Péter Rózi azon átmászott, hogy onnan az előszobába jutva észrevétlenül távozhasson. Nem tudta, hogy azt a szobát Kártesziék kiadták, így az ablakon oda behatoló matematikusnő nem kis meglepetést okozott az albérlőnek.

– *Professzor úr, akkor most hadd szembebesítem egy történettel, amelyet Kárteszi Ferenc felesége, Juci néni mesélt el. Ebben Ön az egyik főszereplő: „1952-t irtunk, Bolyai János születésének 150. évfordulóját ünnepeltük. Aczél János, az újonnan alakult miskolci egyetem tanszékvezető docense meghívta Alexits Györgyöt és a férjemet, hogy az évfordulón tartsanak előadást Miskolcon, Bolyai Jánosról és munkásságáról, a nem-euklideszi geometriáról. Alexits akkor még az Akadémia főtitkára volt...”*

Juci néni ezután színesen ecsetelte, miként mozgósították a megyéből a matematikatanárokat és a tanítókat, hiszen a rendezvény értékmérőjének számított, hogy mennyien vesznek részt azon. Jöttek is

az emberek, a reggeli munkásvonatokkal, buszokkal, és zsúfolásig megtöltötték az előadótermet. Meghallgatták az előadásokat..., és most újra Juci néni idézem: „A végén Aczél János feltette a kérdést: – Elvtársak, kinek van hozzászólni valója az előadásokhoz? – Csönd. Az égvilágon senki meg sem nyekkent. – Kedves elvtársak – próbálkozzot tovább Aczél –, a két híres professzor elvtárs azért jött le Budapestről, hogy az önök minden kérdé-

## A 80 éves Big Five tagok előadásai

(2004. június 28–29.)

**Horváth János:** Visszapillantás az elmúlt 62 évre

**Aczél János:** Mi a teendő, ha egy (függvény)egyenlet érvényességi tartománya túl kicsi?

**Fuchs László:** Abel-csoportok és modulusok

**Gál István:** Mikor periodikus egy Fibonacci-sorozat?

**Császár Ákos:** Természetes operációk általános topológiákon

**Horváth János:** A Riesz–Fischer-tételről

sére választ adjon. – Néma csönd. – Elvtársaim! Bármilyen problémájuk is van, a professzor elvtársak megválaszolják. A hátsó sorban mozgolódás támadt. Valakit nógattak: Most mond el, most mond el! Aczél felfigyelt rá. – Kedves barátom, jöjjön előre, itt mondja el a kérdését. – Az illető azonban csak nem akart kijönni. Aczél azonban annyira megőrült annak, hogy végre van egy hozzászóló, nem tágított, ki-tessékelt: itt beszéljen.

– Hát kérem szépen... – kezdte az emberünk, és látszott, mennyire zavarban van. – Ósz óta gyűjtjük a vadgesztenyét, mert azt mondták, hogy át fogják venni tőlünk. Ott penészedik, rohad az iskolában. Már olyan bűdös, hogy alig tudunk bemenni, és még mindig nem tudjuk, hogy ki fog nekünk ezért pénzt adni...

Ez volt a pillanat, amikor elszabadult a pokol. Férjem, aki különben mindig meg tudja őrizni a hidegvérét, most a táblának dőlt és rázkódott a válla a nevetéstől. Én felsikítottam, megragadtam Aczél kezét és kirohantunk a teremből. Úgy kacagtunk, hogy azt hittem, belehalok. Aczél annyira meglepődött, hogy a szék, melynek hátsó lábain, szokása szerint, most is hintázott, kicsúszott alóla, ő meg beesett a katedra alá. Egyedül Alexits tartotta a frontot, halál komoly arccal, ha nehezen is, de uralkodott magán. Még mondott is

néhány megnyugtató mondatot. Felejthetetlen élmény volt.” Azért ez nem akármilyen sztori.

– A történet nagyjából stimmel, de csak nagyjából. Egyrészt, nem a Bolyai-évforduló rendezvénye volt, hanem egy tanári konferencia a matematikai didaktikáról, másrészt nem estem be a katedra alá. Tekintsük ezt a mesélő költői túlzásának. A mulatságos történet mindenesetre jól mutatja, hogy az embereket úgy terelték össze ezekre a konferenciákra. Többségük azt sem tudta, hogy miért van ott. Örülök, hogy felidézted az eseményt, legalább pontosíthattam. A Kártszi Ferencsel készített interjú megjelenése óta többen emlegették már ezt nekem.

– Igen? Akkor ezzel Önnek is jó reklámot csináltam.

– Azért ennél jobb reklámot is el tudok képzelni.

– Beszélgetésünket szeretném most kis- sé a szakma irányába fordítani. Olvasom a tanulmányokban, hogy a függvényegyenletek kutatását Magyarországon elsőként Aczél János kezdte meg. Kidolgozta a függvényegyenletek módszeres elméletét és számos területen alkalmazta. Mi a lényege az Ön tudományterületének?

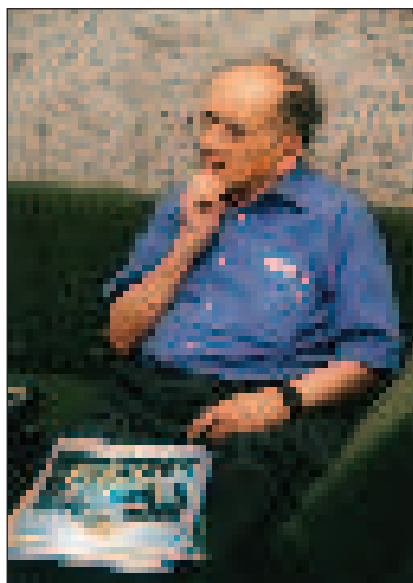
– Amikor elkezdtem, a függvényegyenletek elmélete lényegében az analízishez tartozott. Bár az egyik nagyon korai dolgozatom eredményét, amely a középértékek jellemzésével kapcsolatos, egy-két évvel később Fuchs László az általános algebrai struktúrájukra általánosította. Nagyon jó, sokat idézett dolgozat. Ezután kezdtem magam is érdeklődni a függvényegyenletek algebrai vonatkozásai és alkalmazásai iránt.

Tehát arról akarunk beszélni, hogy mi ennek a lényege? A kisgyermek is legtöbbször ezt az alapkérdést teszi fel a szüleinek: *miért?* Az angol ezt úgy kérdezi, hogy *what makes it shifting?*, vagyis miért teszi, az emberben mi az, ami őt mozgatja.

A függvényegyenletekkel való foglalkozás bizonyos mértékig erre ad választ. Példaként említhetem a Shannon-féle entrópiafüggvényt. Miért pont ezt választják az információ, a bizonytalanság mérésére? Azért, mert erre nagyon alkalmas tulajdonságai vannak. Nem sorolom fel mindet. Az egyik fontos tulajdonság például az, hogy két modellkísérletből nyert információ összege nem lehet nagyobb, mint az egyes kísérletekből nyert információk összege. Azzal egyenlő is csak akkor lehet, ha a két kísérlet független egymástól. Az *n*-változós Shannon-entrópiafüggvény kielégíti ezeket a feltételeket.

Vizsgálódásunk első lépése: milyen tulajdonságai vannak? A második lépés: ezek és csak ezek? Ehhez a jellemzéshez kell egyre gyakrabban a függvényegyenlet.

Tehát van egy ismeretlen függvényünk, és vannak tulajdonságaink. Ezek gyakran egyenletbe írhatók, és akkor azt igyekszünk megállapítani, hogy ennek az egyenletnek melyek az összes megoldásai. Mert például, az információ-mértékeknel maradvá, a lehetséges mértékképletek óriási tömegéből kiválasztják azokat, amelyeknek ésszerű tulajdonságaik vannak. Valaha, s talán még ma is ezt nagyrészt differenciálegyenletekkel tették, amik tulajdonképpen függvényegyenletek, csak deriválnak is bennük. Ma már ebben egyre inkább a függvényegyenletek vannak segítségünkre. Az előny nyilvánvaló: nem kell azt a tárgytól teljesen idegen feltevést alkalmaznunk, hogy a fellépő függvények és összefüggések differenciálhatóak.



„A matematika sokat változott”  
(Szécsényi Gábor felvételei)

Ahogy az információ-mértékek-ről beszéltem, a geometriai objektumok függvényegyenleteiről is szólhatnék. S. Goľab lengyel matematikussal közösen, *Funktionalgleichungen der Theorie der Geometrischen Objekte* címmel írtunk erről egy monográfiát, 1960-ban. A lengyel akadémia híres matematikai monográfiasorozatában jelent meg, ez volt az első könyvem.

– *Ahogy a hivatkozásból kitűnik, az 1961-ben a Birkhäuser kiadónál megjelent Vorlesung über Funktionalgleichungen und ihre Anwendungen, az 1966-ban a New York-i Academic Pressnél kiadott Lectures on Funktional Equations and Applications, valamint a Daróczy Zoltánnal közösen írt, ugyanitt 1975-ben megjelent On measures of information and their characterizations munkája is megkerülhetetlen a szakmabeli matematikusok publikációjánál.*

– Látom, jól tájékozódta felölem.

– *A függvényegyenletek milyen alkalmazásain dolgozik együtt mostanában más kutatókkal?*

– Az University of California Irvine-ban több éve együtt dolgozom matematikai pszichológusokkal jellemzési problémákon. Legközelebbi munkatársam Duncan Luce<sup>1</sup>, aki kiváló matematikus is, az MIT-n doktorált. Beletanultam az ő szakterületükbe, közös a produkciójuk, nem arról van szó, hogy ők az alkalmazást, én az elméletet adom.

Azután elkalandozunk a közgazdaságtan számos területére, a haszonelméletbe, és olyan gyakorlati kérdésekre is, hogy a gazdasági mutatóknál miként kell az átlagot számolni. Che Tat Ng társszerzőmmel együtt olyan meglepő eredményekre jutottunk, amire különben nem gondolna az ember, hogy nem a számtani, hanem a mértani közép adja a jó átlagolást.

A függvényegyenletek és az algebra kapcsolatára már korábban utaltam.

A függvényegyenleteknek tehát nagyon sok új alkalmazási területe nyílt meg. Amikor 75 éves voltam, valaki írt erről egy cikket, s abban megjegyezte, nem hiszi, hogy Aczél János 40 évesen gondolt volna arra, hogy a függvényegyenleteket a foglalkozástudományban, a pszichológiában is alkalmazzák majd.

– *Az Ön pályakezdése óta eltelt időszakban milyen változáson ment át a matematika, a matematikai kutatás?*

– Az egész matematika sokat változott. Pályám elején a legtöbb cikket egy szerző írta, ma a publikációk java része többszerzős.

– *Erdős Pali bácsi ebben jól megelőzte a korát.*

– Az ötvenes évek elején megkérdeztem tőle, hány dolgozata van. Akkor még „csak” úgy ötszáz körül járt. Ő azonban nem erre büszke, mondta, hanem arra, hogy milyen sok emberrel írt közös cikket. Otthon én is gyorsan megszámláltam, hány emberrel írtam közös cikket. Persze, sokkal kevesebb dolgozatom volt, de a társszerzők és a cikkek aránya nálam volt a nagyobb. Erre egy ideig büszke is voltam, azután rájöttem, ha valaki egész életében csak egy cikket ír, de azt hat társszerzővel teszi, annak mindannyiunknál nagyobb az arányszáma.

– *Ha pedig kísérleti részecskefizikus, ahol vannak több száz fős publikációk, akkor még inkább verhetetlen a társszerzők számában. Professzor úr, mennyi az Erdős-száma?*

– Egy! Vagyis, van közös cikkünk Erdős Pállal. Tudod, van a weben egy rész, ahol számon tartják a matematikusok Erdős-szá-

1 R. Duncan Luce 2012. augusztus 11-én, életének 87. évében elhunyt

mait. Kettő az Erdős-száma azoknak, akik olyanokkal írtak közös cikket, akik Erdős-szel is írtak. A kettes Erdős-számot adók között az elsők között állok a sorban. Vagyis én is sokakkal írtam, írok közös cikkeket.

– *A számítógépek mennyire befolyásolják a matematikai kutatásokat.*

– Az informatikában és azon kívül is alkalmaznak függvényegyenleteket, s vannak már olyan programok, amelyek bizonyos, nem túl nehéz, de nem is olyan könnyű, rengeteg számolással járó matematikai műveleteket elvégeznek. „Matematikai gyermekek”, Losonczi László sikeresen használ ilyen programokat nehezebb függvényegyenletek megoldására. De említettem itt még Járai Antalt, Székelyhidi Lászlót vagy Gillányi Attilát.

– *Hogyan látja, a matematika jó irányba halad?*

– A már említett kutatások szerint igen. Vannak ugyanakkor aggasztó jelenségek. A matematikusok óriási tömege megdöbbenő, és nehezen számon tartható. A növekvő ambíciók miatt, sajnálatos módon nő a tudatos plagizációk száma. Ugyanakkor szaporodnak a nem szándékos plágiumok is. Erdős Pál már korábban szót tett, hogy a matematikusok napjainkban többet írnak, de kevesebbet olvasnak. Igaz, akkora a túlermelés a publikációkból, hogy lehetetlen mindent nyomon követni. Ez az egyik árnyoldal. A másik sajnálatos jelenség, hogy ismét kezd kissé széthúzódní a tiszta és az alkalmazott matematika. Volt már ez így, azután ismét közelebb kerültek egymáshoz.

– *A sok matematikusnak ad munkát a jövő?*

– *Hogyne! Amíg ez a világ áll, mindig lesz újabb és újabb megoldásra váró matematikai probléma. Mindig lesznek fontos és érdekes problémák.*

– *Professzor úr, lehet szeretni a matematikát nyolcvanévesen is? Látom, ahogyan beszél róla, csillog a szeme. Miként változik az idő múlásával az ember viszonya a választott tudományához?*

– *Hogyan kezdted?*

– *Lehet szeretni a matematikát nyolcvanévesen is?*

– *Lehet! Lehet szeretni, csak kicsit másképp. Nem olyan nagyon másképp, ahogyan az emberek gondolják. Kicsit másként. Persze, hogy lehet szeretni! Én még publikáló matematikus vagyok, de élelken el tudom képzelni azt az állapotot is, amikor már nem írok, csak olvasok. A matematikát akkor is szeretni fogom. Akkor is szeretem majd, ha már csak beszélgetek róla.*

*Budapest, 2004 júliusában*

Az interjút készítette:  
STAAR GYULA

## A rák, és ami mögötte van Tumorevolúció és terápiás lehetőségek

A szervezetünket felépítő sejtek a legtöbb esetben tudatos közreműködésünk nélkül látják el feladataikat. Ha megvágjuk magunkat, a sejtjeink osztódni kezdenek, differenciálódnak, majd kis idő múlva a seb összeháródik és beforr. Ha fertőzés ér bennünket, a sejtjeink ellenanyagokat termelnek, és megpróbálják ártalmatlanná tenni a betolakodókat.

Molekuláris szinten elsősorban a fehérjék végzik a sejtek és a szervezet működéséhez szükséges – a fenti példához hasonló – feladatokat. Azt az információt, hogy fehérjéink pontosan hogyan épüljenek fel, egy hosszú, négyféle nukleotidból álló molekula, a DNS tárolja. Ezek alapján azt hihetnénk, hogy a DNS igen stabil molekula, és a benne tárolt információ állandó, de ez koránt sincs így. Egy átlagos napon minden sejtünkben a DNS-t felépítő nukleotidból több tízezer módosul úgy, hogy a módosulás megváltoztathatja a tárolt információt, és annak értelmét. Ezek egy részét külső behatás okozza, ilyen az UV-sugárzás, amely a DNS-ben lévő egymással szomszédos timin vagy citozin bázisok között hozhat létre kovalens kötést, vagy akár a dohányfüst egy komponense, amely a guanin bázisokra képes egy metilcsoportot építeni. A változások másik forrása azonban belső eredetű, a sejt normális anyagcseréje során elkerülhetetlenül keletkező reaktív ágensek okozzák.

Ezek a módosulások két esetben jelentenek komoly veszélyt a sejtire. Az első, ha az adott DNS-szakaszról RNS-átírás (transzkripció) történik. Az átírást egy RNS-polimeráz nevű enzim végzi. Ez végighalad a DNS-szálon, és azt mintaként felhasználva, létrehozza azt az RNS-molekulát, ami nélkülözhetetlen a sejt számára megfelelő fehérje szintéziséhez. Ha a DNS-en rendellenesség adódik, az RNS-polimeráz nem mindig lesz képes a helyes információt kódoló RNS átírására, így arról nem fog a sejt számára funkcióképes fehérje képződni. A másik eset, amikor a sejt osztódik, és megkettőződik

a DNS-e. Ilyenkor egy úgynevezett DNS-polimeráz enzim halad végig a DNS szálain. Ennek feladata a nagy pontosságú másolás. Ha módosult bázishoz ér, azt nem mindig képes felismerni, és a másolás megakadhat. Ilyen esetben az adott helyen a DNS-szál el is törhet, vagy a másolása nem fejeződik be a rendelkezésre álló idő alatt, és a sejt elpusztulhat, vagy genetikai változásokat szenvedhet.

### DNS-hibajavító folyamatok

Természetesen a sejt védekezik a módosulások ellen, méghozzá úgy, hogy folyamatosan ellenőrzi a DNS-t, és a megváltozott nukleotidokat eltávolítja, helyükre pedig sérülésmentes nukleotidokat épít be. Az ezért felelős rendszereket összefoglaló néven DNS-hibajavító mechanizmusoknak nevezzük. A DNS-hibajavítás jelentőségét az is jól mutatja, hogy jelenleg már több mint 300 különböző fehérjének tulajdonítunk szerepet a DNS-ben tárolt információ integritásának megőrzésében.

A DNS módosulásainak típusa – az említett néhány példán túl – szinte végtelen lehet. A sejtben velük foglalkozó rendszereket legtöbbször a hibafelismerés módzata alapján osztjuk csoportokba. A gyakran előforduló módosulásokra léteznek olyan fehérjék, amelyek közvetlenül felismerik azokat. Ezt a csoportot *báziskivágó hibajavításnak* nevezzük (**1. ábra**). A felismerés után a módosult bázist leválasztják a DNS cukor-foszfát gerincéről, majd bemetszést generálva, kivágják az immár bázis nélküli (ún. abázikus) nukleotidot. A következő lépésben egy, a DNS másolását végző polimerázhoz nagyon hasonló enzim kitölti a folytonossági hiányt a megfelelő nukleotiddal, a másik ép DNS-mintaszálát másolva, így visszaáll a módosulás előtti információtartalom.<sup>1</sup>

Tekintettel a DNS-hibák sokféleségére, a sejtnek nem gazdaságos minden egyes hibára fenntartani egy olyan fehérjét, amely azt speciálisan felismeri. Az úgynevezett *nukleotidkivágó hibajavító*