

## AZ EMBERI EGYENSÚLYOZÁS MECHANIKAI MODELLEZÉSE PIDA SZABÁLYOZÓ SEGÍTSÉGÉVEL

Lehotzky Dávid, Insperger Tamás

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Műszaki Mechanikai Tanszék

[insperger@mm.bme.hu](mailto:insperger@mm.bme.hu)

### Absztrakt

Ebben a cikkben két egyszerű problémán keresztül vizsgáljuk az emberi egyensúlyozás folyamatát. Vizsgáljuk az ujjhegyen történő rúdegyensúlyozást és az egy helyben állás egyensúlyozási folyamatát, a posturalis kilengést. Az egyensúlyozási problémákat egyszerű mechanikai modellekkel írjuk le, majd egy, az iparban is gyakran használt, PIDA szabályozó segítségével modellezzük az emberi agy szabályozási mechanizmusát egyensúlyozás közben. A mozgást leíró differenciálegyenletben konstans időkésséssel figyelembe vesszük a reflexkésés hatását, és a leíró egyenletek stabilitási vizsgálatával ellenőrizzük a felírt modell stabilizálhatóságát. Végül a kapott számítási eredményeket összevetjük a szakirodalomban található kísérleti eredményekkel.

**Kulcsszavak:** emberi egyensúlyozás, reflexkésés, szabályozás, stabilitás, stabilizálhatóság

### The mechanical modeling of human balancing using PIDA control

#### Abstract

This article investigates the process of human balancing through two simple balancing tasks: stick balancing on the fingertip and quiet standing (postural balance). First we describe the balancing problems by simple mechanical models then we apply a PIDA controller (which is often used in industrial applications, too) in order to model the balancing process controlled by human brain. The reflex delay of human balancing is considered as a constant time delay in the governing differential equation. The stabilizability of the control process is investigated, through the analysis of the governing equation. Finally, the results of the mathematical model are compared to experimental results from the corresponding literature.

**Keywords:** human balancing, reflex delay, feedback control, stability, stabilizability

#### 1. Bevezetés

Mechanikai értelemben az emberi egyensúlyozás az emberi test egy instabil egyensúlyi helyzete körül való stabilizálását jelenti. Az emberi egyensúlyozás az emberi lét egyik legfontosabb eleme, hiszen a mindennapos emberi mozgások instabil egyensúlyi helyzetek körül történnek, gondoljunk csak a gyaloglásra. A stabilizálás folyamatát az emberi agy végzi: az agy

az emberi test receptorainak segítségével jut információhoz – „méréseket végez” –, és ezen információk ismeretében ad utasítást az izomzatnak – „beavatkozik” –, ami az emberi mozgást eredményezi. Az emberi test receptorai által biztosított „mérési eredmények” beérkezése, feldolgozása és az agy által előírt utasítás megvalósulása között idő telik el, ami az emberi szervezet neurális rendszerének sajátossága.

Az ipari gyakorlatban is széles körben megfigyelhetők az emberi egyensúlyozáshoz hasonló (jóval egyszerűbb) stabilizálási problémák. Ezeket a stabilizálási problémákat általában valamilyen szabályozási rendszer segítségével oldják meg. A szabályozási rendszerek az emberi egyensúlyozás vonásait hordozzák, mivel valamilyen mérést végeznek a szabályozott rendszeren, és a mérési eredményeket felhasználva valamilyen belső számítási eredmény alapján beavatkoznak a rendszeren, módosítva annak viselkedését.

Az egyensúlyozással kapcsolatosan felmerülő egyik legfőbb kérdés az, hogy a receptorok által biztosított információk alapján az agy milyen módon állapítja meg az izomzatnak adott utasítást. A biomechanikai szakirodalom több évtizede foglalkozik ezzel a problémával.<sup>1-4</sup>

Ez a cikk két egyszerűsített egyensúlyozási feladat modellezésével vizsgálja az emberi agy egy lehetséges működését egyensúlyozás közben. A két vizsgált egyensúlyozási feladat: az ujjhegyen való egyensúlyozás<sup>5-7</sup> és az egy helyben álláshoz szükséges egyensúlyozás (posturalis kilengés).<sup>8-11</sup> Először modellezzük az egyensúlyozási feladatokat mint mechanikai rendszereket, majd a mechanikai modellekre egy szabályozót alkalmazunk, amellyel az agy által irányított stabilizálási folyamatot modellezzük. Az emberi szervezet neurális rendszerének időkésését konstans időkéséssel vesszük figyelembe a szabályozási körben. Az alkalmazott mechanikai és szabályozási modell alapján vizsgáljuk a rendszer stabilitását, végül a kapott számítási eredményeket összevetjük a kísérleti eredményekkel.

## 2. Módszer

Az alábbiakban előbb az ujjhegyen történő rúdeqyensúlyozás és az egy helyben álláshoz szükséges egyensúlyozás mechanikai modelle-

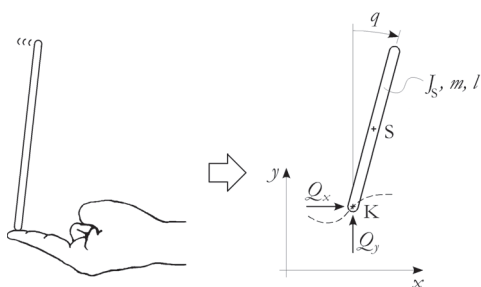
zését tárgyaljuk, majd egy szabályozót alkalmazunk az így kapott mechanikai modellekre.

### 2.1. Mechanikai modellezés

A mechanikai modellezés során a vizsgált rendszer elemeit koncentrált paraméterekkel rendelkező merev testekként modellezzük, a légellenállás hatását minden esetben elhanyagoljuk.

#### 2.1.1. Ujjhegyen történő rúdeqyensúlyozás

A rúd ujjhegyen történő egyensúlyozásának általunk használt mechanikai modellje 3 szabadsági fokú. Feltételezzük, hogy az egyensúlyozott rúd vége az ujjal pontszerűen érintkezik, továbbá azt, hogy a súrlódás az ujj és a rúd vége között elegendően nagy ahhoz, hogy az ne csússzon meg szabályozás közben. A mecha-



1. ábra. Az ujjhegyen történő rúdeqyensúlyozás mechanikai modellje

nikai rendszer általános koordinátái  $x$  és  $y$ , a K kontaktpont vízszintes és függőleges elmozdulása, illetve  $q$  az inga függőleges irányban bezárt szöge (az inga szögelfordulása). Az ujjhegyen való rúdeqyensúlyozás mechanikai modelljére (1. ábra) felírt mozgásegyenletek:

$$\begin{aligned} m\ddot{x}(t) + ms\ddot{q}(t)\cos(q(t)) \\ - ms\dot{q}^2(t)\sin(q(t)) = Q_x(t), \end{aligned} \quad (1)$$

$$m\ddot{y}(t) - ms\ddot{q}(t)\sin(q(t)) - ms\dot{q}^2(t)\cos(q(t)) = Q_y(t) - mg, \quad (2)$$

$$J_S\ddot{q}(t) = Q_y(t)s\sin(q(t)) - Q_x(t)s\cos(q(t)), \quad (3)$$

ahol  $J_S$ ,  $m$  és  $l$  az inga S súlypontjára számított tehetetlenségi nyomatékát, tömegét, illetve hosszát jelöli,  $s$  a K kontaktpont és az S súlypont távolságát, míg  $g$  a gravitációs gyorsulást jelöli. Az egyensúlyozás célja, hogy az ingát a kívánt  $(x_k(t), y_k(t), q_k(t)) \equiv (0, 0, 0)$  pozíció körül tartassuk, ami az 1–3. egyenletek  $(x, \dot{x}, y, \dot{y}, q, \dot{q}) = (0, 0, 0, 0, 0, 0)$  egyensúlyi állapot körüli stabilizálásával érhető el. Az ujj mozgásának rúdra gyakorolt hatását a rúd végén (K kontaktpontban) ható koncentrált erővel modellezzük. Ezt az inga egyensúlyozására szolgáló  $\mathbf{Q}(t) = (Q_x(t), Q_y(t))^T$  szabályozó erővektort általánosan két részre, vezérlő és szabályozó erőre bonthatjuk:

$$\mathbf{Q}(t) = \mathbf{Q}^v(t) + \mathbf{Q}^{sz}(t). \quad (4)$$

A  $\mathbf{Q}^v(t)$  vezérlő erő úgy van meghatározva, hogy az alkotott modellt a kívánt  $(x_k(t), y_k(t), q_k(t))$  pozíció mentén mozgassa, esetünkben ez az inga  $(0, 0, 0)$  pozícióban tartását jelenti. Ebből következően  $\mathbf{Q}^v(t) = (0, mg)^T$ . Az 1–3. egyenletek egyensúlyi állapot körüli és  $\mathbf{Q}(t)$  szabályozó erő  $\mathbf{Q}^v(t)$  körüli linearizálása után:

$$m\ddot{x}(t) + ms\ddot{q}(t) = Q_x^{sz}(t), \quad (5)$$

$$m\ddot{y}(t) = Q_y^{sz}(t), \quad (6)$$

$$J_S\ddot{q}(t) - mgsq(t) = -Q_x^{sz}(t)s. \quad (7)$$

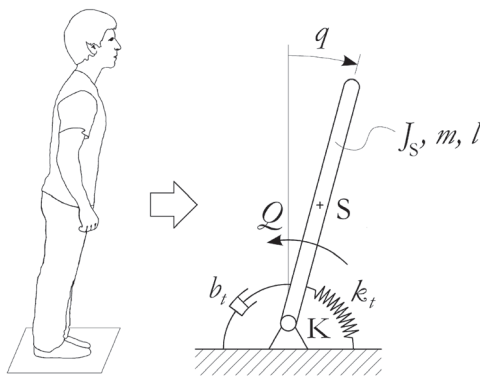
A fenti egyenletekből látható, hogy az egyensúlyi állapothoz közel a vízszintes mozgást és az inga szögelfordulását a  $Q_x(t)$  vízszintes irányú erőkomponens szabályozza, míg a  $Q_y(t)$  függőleges irányú erőkomponens csak az  $y$  irányú mozgást határozza meg. Elmondhatjuk tehát, hogy kis elmozdulások esetén K kontaktpont függőleges irányú mozgásának az inga szögelfordulására nincsen hatása. Érdeemes azonban megjegyezni, hogy a fentiekben

azzal a feltételezéssel éltünk, hogy a szabályozó pontosan ismeri az inga tömegét, S súlypontjának helyzetét és az inga erre a pontra számolt  $J_S$  tehetetlenségi nyomatékát. Ha a szabályozó nem ismeri pontosan ezeket a paramétereket, akkor a vezérlő erő pontatlan lesz és ebből következően a fenti egyenletek is más alakot öltenek. A nyitott szabályozási kört  $(\mathbf{Q}(t) = \mathbf{0})$  vizsgálva az 5–7. egyenletek karakterisztikus gyökei

$$\lambda_{1,2,3,4} = 0 \text{ és } \lambda_{5,6} = \pm \sqrt{mgs/J_S}, \quad (8)$$

ahol  $\lambda_{1,2,3,4}$  a K kontaktpont vízszintes és horizontális koordinátájához, míg  $\lambda_{5,6}$  az inga szögelfordulásához tartozó gyököket jelöli. Ezek alapján elmondható, hogy a szabályozás nélküli linearizált rendszerben  $x, \dot{x}, y, \dot{y}$  állapotváltozók a stabilitás határhelyzetében vannak, míg  $q, \dot{q}$  állapotváltozók instabilak. Ennek következtében a fő szabályozási probléma a 7. egyenlet stabilizálása, így a továbbiakban csak ennek az egyenletnek a szabályozásával foglalkozunk.

### 2.1.2. Egy helyben állás (posturalis kilengés)



2. ábra. Az egy helyben állás mechanikai modellje

Az emberi testet egy helyben állás esetén egy fordított ingával modellezzük (2. ábra), amely a K kontaktpontnál rögzített és  $k_t$  torziós merevséggel, valamint  $b_t$  torziós csillapítással ren-

delkezik. Az inga tehetetlenségi nyomatékát, tömegét, illetve hosszát ismét  $J_S$ ,  $m$  és  $l$  jelöli. Az inga mozgásegyenlete a következő alakban írható föl:

$$J_K \ddot{q}(t) + b_i \dot{q}(t) + k_i q(t) - mgs \sin(q(t)) = -Q(t), \quad (9)$$

ahol  $s$  a K rögzítési pont és S súlypont távolságát jelöli, és  $J_K = J_S + ms^2$  az inga K rögzítési pontra számított másodrendű nyomatéka. A korábbiakhoz hasonlóan az ingát egyensúlyozó  $Q(t)$  nyomaték vezérlő és szabályozó tagokra bontható:

$$Q(t) = Q'(t) + Q^{sz}(t). \quad (10)$$

A vezérlő nyomaték  $Q'(t)$  ismét úgy van meghatározva, hogy az alkotott modellt egyensúlyban tartsa a kívánt  $q_k(t) \equiv 0$  pozícióban. Ennek megfelelően  $Q'(t) \equiv 0$ . A 9. egyenlet a  $(q, \dot{q}) = (0, 0)$  egyensúlyi állapot körüli linearizálás után az alábbi alakot ölti:

$$J_K \ddot{q}(t) + b_i \dot{q}(t) + (k_i - mgs)q(t) = -Q^{sz}(t). \quad (11)$$

Mivel az emberi boka merevsége kicsi,<sup>12</sup> így  $k_i - mgs < 0$ , ez azt eredményezi, hogy az inga felső egyensúlyi helyzete instabil. A továbbiakban ezt a linearizált egyenletet vizsgáljuk stabilitás szempontjából.

## 2.2. Szabályozási modell

Az alábbiakban egy PIDA szabályozót mutatunk be az emberi egyensúlyozás folyamatának modellezése céljából. A szabályozó erő/nyomaték az alábbi alakban írható fel:

$$Q^{sz}(t) = K_i \int q(s - \tau) ds + K_p q(t - \tau) + K_d \dot{q}(t - \tau) + K_a \ddot{q}(t - \tau), \quad (12)$$

ahol  $K_i$  az ún. integráló,  $K_p$  az arányos,  $K_d$  a differenciáló és  $K_a$  a gyorsulással arányos szabályozási paraméter. A szabályozási kört (az

emberi szervezet neurális rendszerét) jellemző időkéscést  $\tau$  jelöli. Mivel a vizsgált mechanikai rendszereket másodrendű differenciálegyenletek írják le és a szabályozó által visszacsatolt legmagasabb rendű, időkéscéssel rendelkező tag szintén másodrendű, így általános esetben a vizsgált, szabályozott rendszert ún. neutrális típusú differenciálegyenlet írja le. Az ilyen egyenletnek jellegzetessége, hogy végtelen sok karakterisztikus gyöke van, amely gyökök közül végtelen sok helyezkedhet el a pozitív komplex félsíkon (azaz az egyenletnek végtelen sok instabil gyöke lehet). Ha  $K_a = 0$ , akkor a szabályozó által visszacsatolt legmagasabb rendű, időkéscéssel rendelkező tag csupán elsőrendű, amely kisebb, mint a vizsgált rendszer rendje, így ebben az esetben a szabályozott rendszert leíró differenciálegyenlet ún. retardált típusú differenciálegyenlet. Az ilyen egyenlet – hasonlóan a neutrális differenciálegyenlethez – végtelen sok karakterisztikus gyökkel rendelkezik, azonban ezen gyökök közül csak véges sok helyezkedhet el a pozitív komplex félsíkon (azaz az egyenletnek csak véges sok instabil gyöke lehet).

### 2.2.1. Ujjhegyen történő rúdeqyensúlyozás

A 12. egyenletet felhasználva a 7. egyenlet  $Q_x^{sz}(t) = Q^{sz}(t)$  és  $\tilde{t} = t / \tau$  dimenziótlan idő bevezetése után, a hullám jel azonnali elhagyásával az alábbi alakra hozható:

$$\ddot{q}(t) - a q(t) = -k_i \int q(s - 1) ds - k_p q(t - 1) - k_d \dot{q}(t - 1) - k_a \ddot{q}(t - 1), \quad (13)$$

ahol  $a = 6g\tau^2/l$  dimenziótlan rendszerparaméter. Itt feltételeztük, hogy az egyensúlyozott rúd homogén és állandó keresztmetszetű, amiből  $J_S = ml^2/12$  és  $s = l/2$  adódik. A dimenziótlan szabályozási paramétereket  $k_i = 6 K_p \tau^3/(ml)$ ,  $k_p = 6 K_p \tau^2/(ml)$ ,  $k_d = 6 K_p \tau/(ml)$  és  $k_a = 6 K_a/(ml)$  jelöli.

### 2.2.2. Egy helyben állás

A 12. egyenletet felhasználva a 11. egyenlet  $\tilde{t} = t/\tau$  dimenziótlan idő bevezetésével és a hullám azonnali elhagyásával az alábbi alakot ölti:

$$\ddot{q}(t) + b\dot{q}(t) - aq(t) = -k_i \int_{-\infty}^t q(s-1) ds - k_p q(t-1) - k_d \dot{q}(t-1) - k_a \ddot{q}(t-1), \quad (14)$$

ahol  $b = b_t \tau/J_A$  és  $a = (mg_s - k_t) \tau^2/J_A$  dimenziótlan rendszerparaméterek. Látható, hogy a 14. egyenlet a 13. egyenlet egy általánosabb alakja, hiszen a 13. és 14. egyenletek azonos alakúak, ha  $b_t = 0$ , ezért a továbbiakban csak a 14. egyenlet vizsgálatával foglalkozunk.

## 3. Eredmények

Az alábbiakban feltesszük, hogy a  $b$  dimenziótlan rendszerparaméter ismert. Azt a kritikus  $a = a_{cr}$  paramétert keressük, amely fölött a 14. egyenlet már nem stabilizálható, vagyis bármilyen  $(k_i, k_p, k_d, k_a)$  paraméterválasztás mellett instabil. Először általános paraméterválasztás mellett közöljük a számítási eredményeket, majd néhány egyedi mechanikai és fiziológiai paraméter esetén összehasonlítjuk azokat kísérleti eredményekkel.

### 3.1. Általános számítási eredmények

A 14. egyenlet stabilitási vizsgálatát az ún. D-felosztás módszerrel végezzük.<sup>13</sup> A stabilitás lehetséges határait az ún. D-görbék adják, amelyeknek parametrikus alakja:

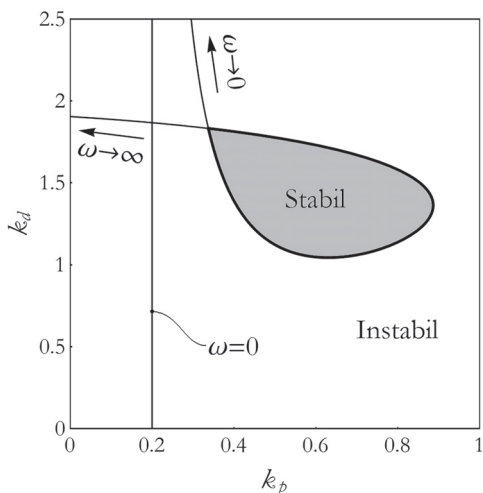
$$\text{ha } \omega = 0: \quad k_p = a, \quad k_d \in \mathbb{R}, \quad (15)$$

és

$$\text{ha } \omega \neq 0: \quad \begin{cases} k_p = (a + \omega^2) \cos(\omega) + b\omega \sin(\omega) + k_a \omega^2, \\ k_d = \frac{(a + \omega^2)}{\omega} \sin(\omega) \\ -b \cos(\omega) + \frac{k_i}{\omega^2}, \end{cases} \quad (16)$$

ahol  $\omega$  a  $[0, \infty)$  tartományon futó paraméter, amely a  $(k_p(\omega), k_d(\omega))$  szabályozási paraméter kombinációhoz tartozó, tisztán képzetes karakterisztikus gyök képzetes részét jelöli. A  $(k_p, k_d)$  síkot a D-görbék síkrészekre szelik, amely síkrészeken belül az instabil karakterisztikus gyökök száma állandó. A vizsgált differenciálegyenlet akkor stabil, ha egy karakterisztikus gyöke sem található a pozitív komplex félsíkon. A D-görbék által „kiszelt” síkrészek közül a stabil síkdarabok (ahol nincsen egy instabil gyök sem) megkereshetők az ún. Stépán-formulák segítségével.<sup>13</sup> Egy ilyen síkdarabot mutat a 3. ábra is adott  $a, b$  rendszerparaméterek és adott  $k_i, k_a$  szabályozási paraméterek mellett. Az ábrázolt  $(k_p, k_d)$  síkon a stabil paraméter tartományt a szürke színű, vastag vonallal körülzárt rész jelöli, a vékony vonalak pedig a D-görbékét mutatják.

A 4/A) ábrán növekvő  $k_i$  értékekre, adott  $a, b, k_a$  paraméterek mellett, a 4/B) ábrán pedig növekvő  $a$  értékekre, adott  $b, k_i, k_a$  paraméterek mellett látható a stabil tartomány a  $(k_p, k_d)$  síkon. A vastag vonallal körülhatárolt terület jelöli a stabil tartományt, a vékony vonal pedig a stabil tartományt körülhatároló D-görbét. Megfigyelhető, hogy a stabil tartomány csökken mind  $a$ , mind  $k_i$  növelésével. Minden  $k_i, k_a$  paraméter kombinációhoz található olyan  $a_{cr}$  kritikus rendszerparaméter, amely fölött a stabil tartomány eltűnik a  $(k_p, k_d)$  síkról. Ez azt jelenti, hogy ha  $a > a_{cr}(k_i, k_a)$ , akkor a rendszert semmilyen  $(k_p, k_d)$  szabályozási paraméter kombináció mellett nem lehet stabilizálni.



3. ábra. Stabil paraméter tartomány  $a = 0,2$   $b = 0$   
 $k_i = 0,2$   $k_a = 0,2$  esetén

A 3. ábrán látható, hogy a  $(k_p, k_d)$  sík vizsgált részén a stabil tartományt körülhatároló D-görbét leíró  $k_p(\omega)$  és  $k_d(\omega)$  függvényeknek egy-egy lokális szélső értéke van. A stabil tartomány eltűnésének feltétele adott  $b$ ,  $k_i$  és  $k_a$  mellett:

$$\frac{dk_p}{d\omega}(a_{cr}, \omega_{cr}) = 2k_a \omega_{cr} + (2 + b) \omega_{cr} \cos(\omega_{cr}) - (a_{cr} - b + \omega_{cr}^2) \sin(\omega_{cr}) = 0, \quad (17)$$

$$\frac{dk_d}{d\omega}(a_{cr}, \omega_{cr}) = -\frac{2k_i}{\omega_{cr}^3} + \frac{(1 + b) \omega_{cr}^2 - a_{cr}}{\omega_{cr}^2} \sin(\omega_{cr}) + \frac{a_{cr} + \omega_{cr}^2}{\omega_{cr}} \cos(\omega_{cr}) = 0. \quad (18)$$

Ez  $a_{cr}$  és  $\omega_{cr}$  paraméterekre egy nemlineáris egyenletrendszer, aminek a zárt alakú megoldása nem ismert, numerikus módszer segítségével azonban a fenti egyenletrendszer megoldható, így az  $a_{cr}(k_i, k_a)$  függvény meghatározható. Ennek a kétváltozós függvénynek

adott  $k_a$  értékek melletti metszeteit és az alattuk szürkével jelölt stabilizálható tartományt a 4/C) és az 5/B) ábrák mutatják, az  $(a_{cr}, k_i, k_a)$  paraméter térben lévő stabilizálható tartományt pedig az 5/A) ábra szemlélteti.

Az 5/C) ábrából látható, hogy  $k_a$  gyorsulással arányos tag növeli a stabil tartományt a  $(k_p, k_d)$  síkon. Ismert azonban, hogy a gyorsulással arányos tag nem növelhető korlátlanul, mivel ha  $|k_a| > 1$ , akkor a vizsgált differenciálegyenletnek végtelen sok gyöke esik a pozitív komplex félsíkra, így a rendszer instabil lesz.<sup>13</sup> Ebből belátható, hogy pozitív szabályozási paraméterek esetén az 5/A) ábrán ábrázolt stabilizálható tartomány a teljes stabilizálható tartomány.

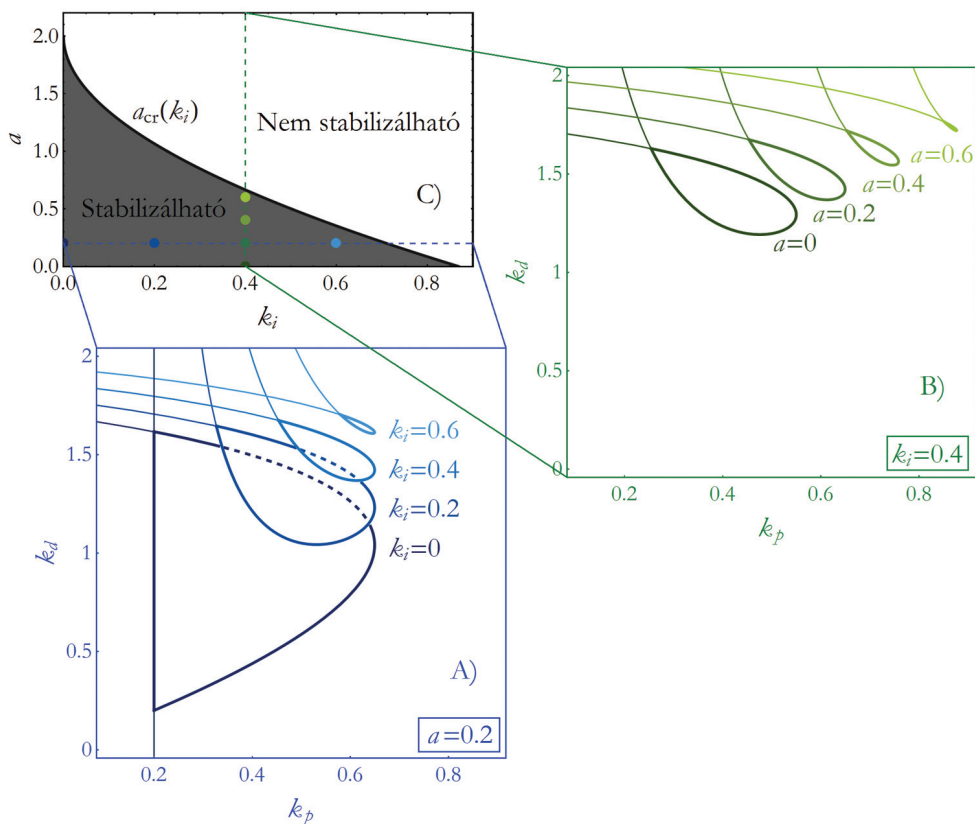
A 6. ábra adott  $k_a$  mellett mutatja  $b$  rendszerparaméter növelésének a hatását a stabilizálhatósági tartományra. Látható, hogy  $b$  paraméter növeli a stabilizálhatóságot.

### 3.2. Számítási eredmények szemléltetése valós példán

Az alábbiakban a fent meghatározott számítási eredményeket összehasonlítjuk az irodalomban található kísérleti eredményekkel.

#### 3.2.1. Ujjhegyen történő rúdegyensúlyozás

A vizuális alapon történő egyensúlyozás időkétsége fizioiógiai kísérletek alapján  $\tau = 100-250$  ms közé esik.<sup>5,7</sup> Szintén kísérleti eredmények alapján, a legrövidebb, még egyensúlyozható rudat az irodalom 0,4 m köré teszi.<sup>14</sup> Az egyensúlyozás időkétsését  $\tau = 125$  ms-nak választva a fenti számítási eredményekből  $k_a = 0,9$  mellett a 7. ábra adódik. A kritikus  $l_{cr} = 0,4$  m rúdhosszhoz leolvasott dimenziótlan integráló tag  $k_i = 0,3827$ .



4. ábra. A szabályozott rendszer stabilizálhatósági térképe  $b = 0$   $k_a = 0$  esetén:

A) stabil paraméter tartomány  $a = 0,2$  mellett különböző  $k_i$ - $k$  esetén; B) stabil paraméter tartomány  $k_i = 0,4$  mellett különböző  $a$ - $k$  esetén; C)  $a_{cr}(k_i)$  kritikus rendszerparaméter  $k_i$  függvényeként

### 3.2.2. Egy helyben állás

Egy szakirodalmi forrás alapján<sup>8</sup> válasszuk a mechanikai és fiziológiai paramétereket a következőknek:

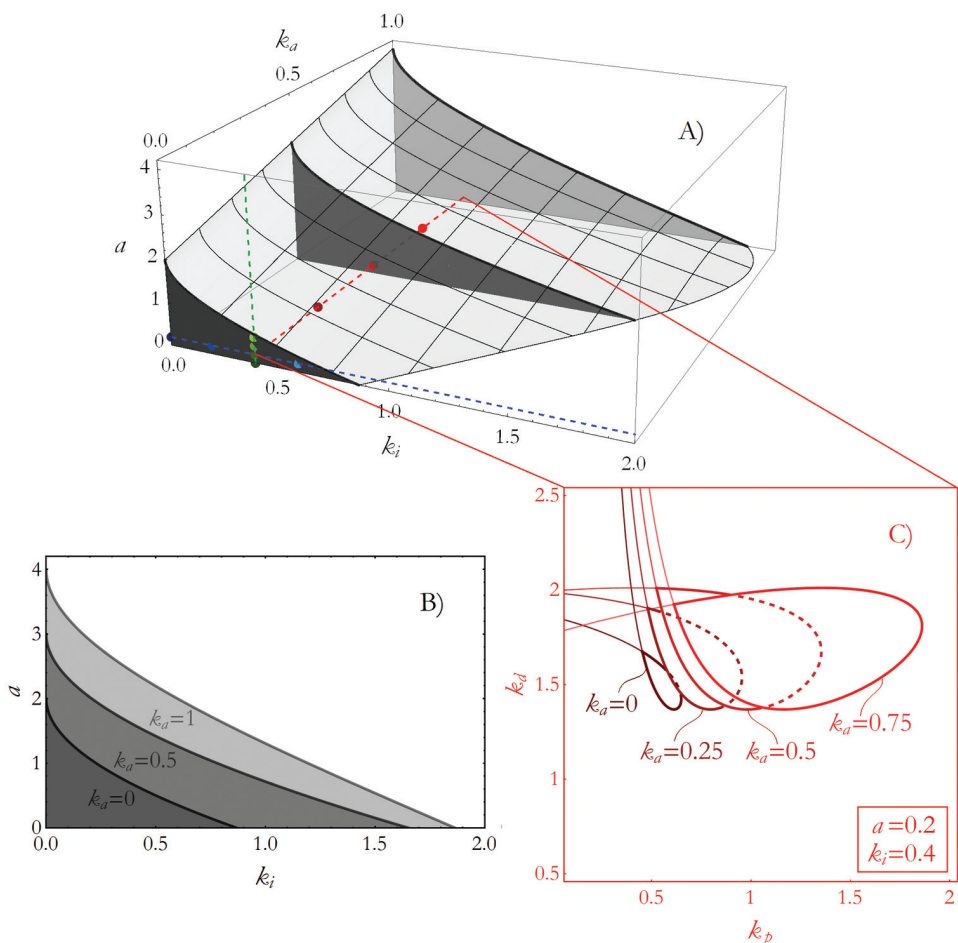
$m = 60$ kg	$k_i = 471$ Nm rad <sup>-1</sup>
$s = 1$ m	$b_i = 4,0$ Nms rad <sup>-1</sup>
$J_A = 60$ kg m <sup>2</sup>	$\tau = 0,2$ s

1. táblázat. Mechanikai és fiziológiai paraméterek *Asai et al.*<sup>8</sup> szerint

Az 1. táblázat alapján a dimenziótlan rendszerparaméterek  $a = 0,0784$  és  $b = 0,013$  értékűek. Ezek ismeretében adódik a 8. ábra.

## 4. Megbeszélés

Az eredmények alapján  $k_i$  szabályozó paraméter használata a szabályozásban nem tűnik célszerűnek, hiszen csökkenti a rendszer stabilizálhatóságát. Ha azonban a vizsgált rendszer paraméterei nem ismertek pontosan (ez minden bizonnyal így van emberi egyensúlyozás esetén), akkor a szabályozás hibával terhelt. Ez lineáris rendszerek esetén azt eredményezi, hogy a szabályozó valamilyen pozicionálási hibával fog beállni, vagyis nem a kívánt  $q_k(t) \equiv 0$  pozícióban lesz egyensúlyban. Ez egy helyben állás esetén nem jelent problémát, viszont ujjon történő rúdegyensúlyozás esetén



5. ábra. A szabályozott rendszer stabilizálhatósági térképe  $b = 0$  esetén: A)  $a_{cr}(k_i, k_a)$  kritikus rendszerparaméter  $k_i$  és  $k_a$  függvényeként; B) stabilizálhatósági tartomány különböző  $k_a$  értékekre; C) stabil paraméter tartomány  $a = 0,2$  és  $k_i = 0,4$  mellett különböző  $k_a$  értékekre

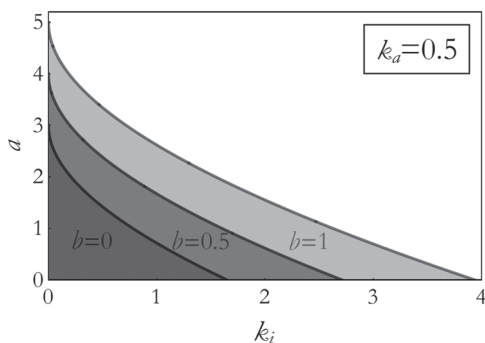
azt eredményezi, hogy a tartó ujjnak  $x$  koordináta mentén állandó gyorsulással kéne haladnia ahhoz, hogy az inga továbbra is egyensúlyban maradjon. Ez természetesen az emberi kar véges hossza miatt nem lenne lehetséges, így valamilyen módon el kell tüntetni a pozicionálási hibát.

Az ipari gyakorlatban gyakran alkalmaznak integráló tagot a pozicionálási hiba eltüntetésére, ez indokolja itt is a  $k_i$  szabályozó paraméter használatát. Itt érdemes megjegyezni, hogy

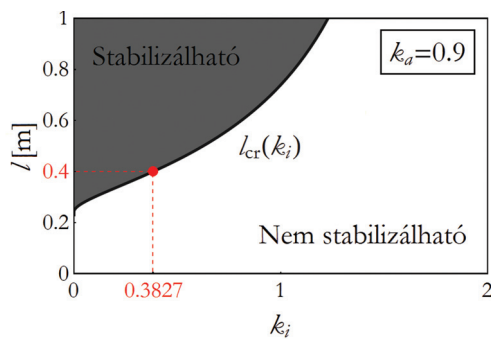
az iparban a pozicionálási hiba eltüntetésére gyakran nem integráló tagot, hanem adaptív szabályozásokat alkalmaznak, ezeknek vizsgálata szintén érdekes lehet emberi egyensúlyozási problémákra.

A szabályozó integráló tagját, amely a pozicionálási hiba eltüntetését végzi, a 7. ábrát felhasználva a kísérleti eredményekkel való összehasonlítás alapján határoztuk meg. Megállapíthatjuk, hogy az alkalmazott szabályozás visszaadja a valós rúdegyensúlyozás egyik leg-





6. ábra. A szabályozott rendszer stabilizálhatósági térképe  $k_a = 0,5$  esetén különböző  $b$  értékekre

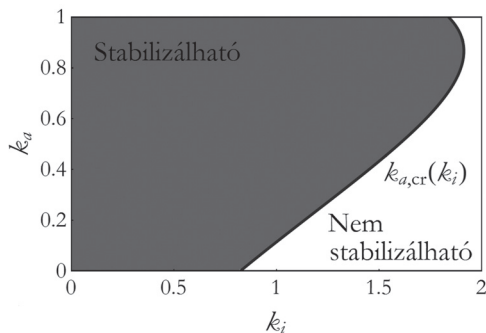


7. ábra. Az egyensúlyozott rúd stabilizálható paraméter tartománya és a rúd kritikus hossza  $k_i$  függvényében,  $k_a = 0,9$  és  $\tau = 125$  ms esetén

fontosabb tulajdonságát, a kritikus rúdhosszat. Ezen túl megjegyezhetjük, hogy az integráló tagnak köszönhetően a kis paraméter bizonytalanságok okozta pozicionálási hibák eltűnnek, így az egyensúlyozást végző ujj csak véges mozgásokat végez.

A 8. ábra szakirodalomban található kísérleti eredmények felhasználásával lett meghatározva. Látható, hogy viszonylag széles tartományban választhatjuk meg  $k_a$ ,  $k_i$  paramétereiket a stabilitás megőrzése mellett, így viszonylag széles szabályozási paraméter tartományon kapjuk vissza azt a kísérleti eredményt, hogy a vizsgált személy egy helyben állva egyensúlyban tudta magát tartani a mérések során. Az alkalmazható szabályozási paraméterek széles tartománya arra „utal”, hogy az egyensúlyozási feladat (a szabályozó paraméterek behangolása) „könnyű”, ami egyezik a mindennapi gyakorlattal.

Összefoglalásképpen elmondhatjuk, hogy az emberi egyensúlyozás mechanizmusát a bemutatott PIDA szabályozó jól modellezi. A számítások során feltételeztük, hogy egyensúlyozás közben az agy egy egyszerű mechanikai modell alapján irányítja az emberi testet, és a megfelelő szabályozó paraméterek behangolásával végzi a stabilizálást. A szabályozás



8. ábra. Az egy helyben állás stabilizálható szabályozási paraméter tartománya és a kritikus, gyorsulással arányos paraméter értéke  $k_i$  paraméter függvényében,  $a = 0,0784$  és  $b = 0,013$  esetén

modellézése során figyelembe vettük az reflexkésést is, amely az egyik legfőbb korlátozó tényezője az emberi egyensúlyozásnak. Az alkalmazott mechanikai és szabályozási modellek alapján kiszámított eredményeket mérési eredményekkel validáltuk. Érdekes azonban megjegyezni, hogy az itt bemutatott mérési eredmények más szabályozó modell esetén is helyes eredményeket adhatnak a stabilitás kérdésében,<sup>15</sup> így az egyensúlyozás folyamatának pontos megismeréséhez további vizsgálatok szükségesek. Az emberi egyensúlyozás modellezésének témakörében végzett kutatások eredményeink szerint a jövőben elősegíthetik például az időskori egyensúlyvesztés megelőzését.

## IRODALOM

1. *Jordan MI.* Computational aspects of motor control and motor learning. In: Heuer H, Keele S, editors. *Handbook of perception and action: motor skills.* New York: Academic Press; 1996. p. 1–64.
2. *Kawato M, Furuikawa K, Suzuki R.* A Hierarchical neural-network model for control and learning of voluntary movement. *Biol Cybern* 1987;57(3):169–85, doi:10.1007/Bf00364149.
3. *Moss F, Milton JG.* Medical technology – Balancing the unbalanced. *Nature* 2003 Oct 30;425(6961):911–2, doi:10.1038/425911a.
4. *Woollacott MH, Vonhosten C, Rosblad B.* Relation between muscle response onset and body segmental movements during postural perturbations in humans. *Experimental Brain Research* 1988;72(3):593–604.
5. *Cabrera JL, Milton J.* Stick balancing: On-off intermittency and survival times. *Nonlinear Studies* 2004; 11(3):305–17.
6. *Lee KY, O'Dwyer N, Halakı M, Smith R.* A new paradigm for human stick balancing: a suspended not an inverted pendulum. *Experimental Brain Research* 2012;221:309–28.
7. *Mehta B, Schaal S.* Forward models in visuomotor control. *Journal of Neurophysiology* 2002 Aug;88(2): 942–53, doi:10.1152/jn.00804.2001.
8. *Asai Y, Tateyama S, Nomura T.* Learning an intermittent control strategy for postural balancing using an EMG-based human-computer interface. *Plos One* 2013 May 22;8(5):e62956, doi:10.1371/journal.pone.0062956.
9. *Inspurger T, Milton J, Stepan G.* Acceleration feedback improves balancing against reflex delay. *Journal of the Royal Society Interface* 2013 Feb 6;10(79):20120763, doi:10.1098/Rsif.2012.0763.
10. *Mawrer C, Peterka RJ.* A new interpretation of spontaneous sway measures based on a simple model of human postural control. *Journal of Neurophysiology* 2005 Jan;93(1):189–200, doi:10.1152/jn.00221.2004.
11. *Winter DA, Patla AE, Prince F, Ishac M, Gielo-Percaż K.* Stiffness control of balance in quiet standing. *Journal of Neurophysiology* 1998 Sep;80(3):1211–21.
12. *Loram ID, Laıkic M.* Direct measurement of human ankle stiffness during quiet standing: the intrinsic mechanical stiffness is insufficient for stability. *J Physiol-London* 2002 Dec 15;545(3):1041–53, doi: 10.1113/jphysiol.2002.025049.
13. *Stépán G.* Retarded dynamical systems : stability and characteristic functions. *Burnt Mill, Harlow, Essex, England. New York: Longman Scientific & Technical; Wiley; 1989.*
14. *Cabrera JL, Milton JG.* Stick balancing, falls and Dragon-Kings. *Eur Phys J-Spec Top* 2012 May;205(1): 231–41, doi:10.1140/epjst/e2012-01573-7.
15. *Inspurger T, Milton J.* Sensory uncertainty and stick balancing at the fingertip. *Biol Cybern* 2014 Feb; 108(1):85–101, doi:10.1007/s00422-013-0582-2.

*A bemutatott kutatómunka az OTKA–K105433 jelű projekt részeként az Országos Tudományos Kutatási Alprogramok támogatásával valósult meg.*

### **Dr. Inspurger Tamás**

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Műszaki Mechanika Tanszék  
H–1111 Budapest, Műegyetem rkp. 5.  
Tel.: (+36) 1 463-1227