

AZ EGYETEMI STATISZTIKAI OKTATÁS NÉHÁNY KÉRDÉSÉRŐL

A Statisztikai Szemle 1951 áprilisi száma beszámolt arról, hogy a Közgazdaságtudományi Egyetemen az 1950—51. tanév első félév vizsgái alkalmával a statisztikai tanszék egyik legfontosabb, a tanszék következő munkáját mintegy meghatározó tapasztalata az volt, hogy a II. éves hallgatók bár értik a statisztika általános elvi problémáit, — mégis: ha a statisztikai elemzés eszközeinek (pl. viszonyszámok, átlagok, indexek) konkrét, a gazdasági életben előforduló alkalmazásának feladatát kapják, akkor nagy többségükben képtelenek ilyen feladat megoldására. A számolási készség, a logikus, fegyelmezett gondolkodás, a képletek önálló alkalmazása, az összetüggések megértése gyenge oldala a hallgatóknak. Ezek a hiányosságok csak az említett félév vizsgáin derültek ki, korábban ennek felszámolására ennél fogva a tanszék nem sok gondot fordított. A tanszék épített — helyesebben építeni akart, — arra, hogy a hallgatók — kevés kivétellel — középiskolai érettségét, vagy szakérettségét tettek és mindannyian hallgattak már az Egyetemen belül is egy évig matematikát. A félévi vizsgák tapasztalatai — és hozzátehetjük: ezeket a tapasztalatokat az évvégi szigorlatok csak megerősítették, — azonban azt mutatták, hogy előzetes tanulmányaik ellenére, a számtantanítás egyik legfontosabb feladatát nem teljesítette és a számokkal való bántudást az egyszerű feladatok biztos kezelését, a megoldások logikai megértését nem adták meg a hallgatóknak. Ennek hiányában pedig legfeljebb csak mechanikus képleteket ismernek a hallgatók, de nem tudják azokat önállóan alkalmazni.

Ezek a hallgatók néhány év múlva elvégzik az egyetemet és a népgazdaság különböző területein a gazdasági élet vezető káderei lesznek, tervezők, könyvviteli és statisztikai szakemberek. Ha idejében nem biztosítjuk ezeknek a hiányosságoknak kijavítását, olyan közgazdákat kap a népgazdaság, akik például nagyon jól tudják, hogy „a munka termelékenysége végeredményben az új társadalmi rend győzelme szempontjából a legfontosabb, a legfőbb dolog”,¹ de azt már kevésbé tudják megmondani, illetve kiszámítani, hogy egy üzemben ténylegesen hogyan emelkedett a termelékenység. Olyan közgazdászok lesznek, „akik — Molotov elvtársnak a SzK(b)P XVIII. kongresszusán mondott szavai szerint, — méltóságukon alulinak tekintik a mérlegbe való bepillantást, a beszámoló tanulmányozását, a számvittel való törődést“.

Ezekből a tapasztalatokból kiindulva a tanszék az új tanévben a statisztikai előadások és a statisztikai gyakorlatok anyagát átdolgozta. Az előadások bővebben és már a tanév elején tárgyalják a statisztika elemzési eszközeit, azokat a számítási eljárásokat, amelyeknek az ismerete elengedhetetlenül szükséges. Az előadások anyagával közvetlenül összehangolt, gyakorlati anyag leadása előtt pedig — a matematikai tudás megállapítására és fejlesztésére — mintegy öt héten keresztül egy *matematikai előkészítő* iktattunk be. A módszer az volt, hogy miután a feladat megoldásának menetét az egyes csoportok a gyakorlatvezetők irányításával megbeszélték és egy tipikus példán a táblánál alkalmazták, a hallgatók egyenként külön-külön feladatokat kaptak, amit önállóan kellett, írásban — zárthelyihez hasonlóan, — megoldaniok. Így fel tudtuk mérni azokat a hiányosságokat, amelyek a hallgatóknál a számolási eljárások területén megtalálhatók.

A gyakorlatok tapasztalatai általában azt mutatták, hogy a hallgatók matematikai tudásának hiányosságai számottevőek. A szöveges példák megoldásánál, amikor az egyszer (s mint kiderült: formálisan) megtanult képleteket önállóan és gondolkodva kellett alkalmazni, a hallgatók esetlenül — és sok esetben a legdurvább hibákat véteve — botladoztak. És ami még szomorúbb — de a középiskolai matematikai tanítás mechanikusságára jellemző — a kapott, rossz eredményeket majdnem soha nem ötlött a hallgatók eszébe utólagosan az eredeti példába behelyettesítve ellenőrizni.

A gyakorlatokon átvett feladatok közül íme a következő példa:

„A munkabérialap januárról februárra 2^o/_o-kal nőtt, februárról márciusra pedig 4^o/_o-kal csökkent. A márciusi bérialap 48 960 Ft volt. Mennyi az előző két hónap bérialapja?“

Ezt a példát csak azután adtuk ki, miután az ehhez hasonló típusú példák megoldásának a technikáját bemutattuk és a táblánál is gyakoroltattuk a hallgatókkal.

Ha a feladatot végiggondoljuk, a helyes megoldás szinte önmagától adódik. „... januárról februárra a munkabérialap 2^o/_o-kal nőtt...“, ez azt jelenti, hogy a februári bérialap a januárinak a 102^o/_o-a; a „... februárról márciusra... 4^o/_o-kal csökkent...“ kifejezi, hogy a márciusi bérialap, — ami abszolút számokban 48.960 Ft — a februárinak 96^o/_o-a, vagy másképpen: a februári a januárinak 1.02-szerese, a márciusi a februárinak 0.96-szorosa. Tehát előttünk áll a láncviszonyszámok tipikus esete. A márciusi bérialapot megadó abszolút szám adja a feladat megoldásának a kulcsát. Ha a márciusi bérialap a februárinak 0.96-szorosa, és ez egyenlő a 48.960 Ft-tal, úgy a februári bérialap nem más, mint $48.960 : 0.96 = 51.000$ Ft. Hasonló megfontolással közvetlenül meghatározható a januári bérialap is. Ez a szám, aminek a 102^o/_o-a 51.000, nem lehet más, csak 50.000. ($51.000 : 1,02$).

Az Egyetem, — döntő többségükben középiskolai érettségivel rendelkező — II. éves hallgatóinak több, mint kétharmada egy félévi egyetemi matematikai oktatás után hibásan oldotta meg a feladatot.

— A hibás megoldásokból néhányat bemutatunk.

A helytelen megoldások jelentékeny része a következő volt: „Ha februárról márciusra a bérialap 4^o/_o-kal csökkent — így gondolkoztak ezek a hallgatók — kiszámítom a 48.960-nak a 4^o/_o-át, ezt hozzáadom a márciusi bérialaphoz és megkapom a februárit (50.918.4) a továbbiakban

pedig kiszámítom a februári 2%-ot ($50.918,4 \times 2 : 100 = 1.018,4$), amit ha levonok a februári eredményből 50.918,4-ból, megkapom a januári beralapot (49.900).“ Tehát a hallgatók tudták, hogy a beralap egy hónap alatt 4%-kal csökkent, csak éppen azt nem, hogy *minek: a februárinak vagy a márciusinak* a 4%-ával és, mivel a márciusi abszolút szám adott volt, minden gondolkodás nélkül annak 4%-át számították ki. Ugyanígy történt a januári beralap kiszámításánál, ahol ismét azt tévesztették el, hogy *minek* a 2%-ával emelkedett a termelés februárban. Itt is, mivel a februári adat volt ismert, annak 2%-át számították ki. A példa megoldásánál előforduló egyéb hibák, mikor a helytelenül választott alap százalékat hozzáadás helyett kivonták, vagy fordítva, még fokozottabb mértékben mutatja, hogy az ilyen szöveges példák megoldása a hallgatók számára mennyire szokatlan és milyen megdöbbentő hibákat eredményez. A hallgatók főmódszerként ismerik a százalék-számítást. Tudják — matematikai nyelven szólva — hogy az egyik számot osztani kell a másikkal és a hányadost szorozni százzal, de hogy melyik az osztandó és melyik az osztó, ha a műveletek nincsenek kijelölve, hanem a példa szöveges, akkor a hallgatók jórésze tehetetlen.

A következő két gyakorlatot azzal kezdtük, hogy az előző hét feladatait, helyes eredményeit megbeszéltük és megmagyaráztuk a hibák eredetét. A tipikus hibákat táblán is bemutattuk. Ezután átvittük ki az új feladatot: „Januárról februárra a termelés 10%-kal esett, februárról márciusra 60 drb-bal emelkedett, márciusról áprilisra 5%-kal esett, áprilistól májusra 11 drb-bal nőtt, májusról júliusra 10%-kal nőtt. A júniusi termelés 451 drb. Mennyi az egész félév termelése?“

Ez a példa már valamivel magasabb követelményt támaszt a hallgatókkal szemben, amennyiben 5 hónap számadatát kell meghatározni, és a viszonyszámok a növekedés abszolút mértékével keverve fordulnak benne elő, de azzal számoltunk, hogy a hallgatókkal az előző példa hibáit már megbeszéltük és általánosságban is megtárgyaltuk az egyes csoportok az ilyen jellegű példa megoldásának a menetét.

Mielőtt a hibákról beszélnénk, lássuk a példa helyes megoldását:

Az utolsó hónap adata abszolút számokban ismert. Innen kiindulva tudjuk a példát hónapról-hónapra visszafelé haladva megoldani. A 451 darab júniusi termelés a márciusinak 1,1-szerese. Ebből adódik, hogy a májusi termelés $451 : 1,1 = 410$ drb. Továbbá, ha áprilistól májusra a termelés 11 db-bal nőtt és ez a 11 db-bal növelt termelés 410 db, világos, hogy az áprilisi termelés 11 db-bal lesz kevesebb a májusinál, vagyis 399 drb. Azt is tudjuk, hogy ez a 399 drb megfelel a márciusi termelés 95%-ának, tehát a márciusi termelést úgy kapjuk meg, hogy a 399-et 0,95-tel osztjuk ($399 : 0,95 = 420$). Ebből az eredményből kapott számból 60 db-bal kevesebb a februári (360) és végül a februári termelés 90%-a, 0,9-szerese a januárinak, vagyis a januári termelés $= 360 : 0,9 = 400$ darab. A félév termelése 2440 drb, nem más, mint az egyes hónapok termelésének összege.

A hallgatók többsége nem ezt az eljárást követte és 60%-uk nem tudta a feladatot helyesen megoldani. Itt is a legkülönbözőbb levonások és hozzáadások fordultak elő, amik nagyjából megegyeznek a fenti példa kapcsán már említett hibáival, tehát, hogy a hallgatók nem gondolkodtak

azon, hogy mihez képest csökkent vagy nőtt a termelés. Azok a hallgatók, akik a feladatot úgy akarták megoldani, hogy előbb egy januári bázison számított viszonzyszámok sorát készítik el, csödbejutottak ott, ahol a növekedés mértéke nem $\%$ -ban, hanem darabban volt megadva.

Ennél a példánál is egyértelmű volt a tanulság: a középiskolai számtantantítás (mert hibás megoldás egyaránt fordult elő érettségizett és nem érettségizett hallgatóknál) nem érte el azt, amit Kalinin elvtárs éppen a matematika-oktatás céljával kijelölt: „A matematika fegyelmezi az észet, fejleszti a logikus gondolkodóképességet.” Ellenkezőleg: az eddigi matematika-tanulásuk teljesen mechanikususan formulákhoz, megtanult, de meg nem értett képletekhez szoktatta őket.

A számolási eljárásoknak e gondolkodás nélküli, mechanikus alkalmazása a következő példák megoldásánál is szinte általános volt.

A második hét könnyebb példái közé tartozott a következő: „Mezőgazdasági termelésünk a felemelt ötéves tervünk szerint 55% -kal emelkedik. Ez — t. i. a felemelt ötéves terv — $9,15\%$ -kal magasabb színvonalat irányoz elő, mint a régi tervünké volt. Hány százalékos emelkedést irányzott elő a régi tervünk?” A megoldás: felemelt ötéves tervünk végrehajtása eredményeként a mezőgazdasági termelésünk az 1949. évi-nek a 155% -át éri el. Ez a 155% -os színvonal megfelel a régi tervünk $109,15\%$ -ának. Innen a régi terv által előirányzott emelkedés egyenlő $155 : 1,0915 = 142\%$.

A hallgatók jelentékeny része ezt a példát nem így próbálta megoldani, hanem a hármasszabály mechanikus alkalmazásával. Nézzük egyik hallgató megoldását:

A feladatot a következő formában írta fel:

Ha a régi terv $x\%$ megfelel 100% -nak,
akkor az új terv 55% megfelel $109,15\%$ -nak,

$$\text{tehát } x = \frac{55 \times 100}{109,15} = 50,4\%$$

A feladat persze hármasszabállyal is megoldható, csak éppen helyes formára kell ezt hozni (a $109,15$ nem az $55 : x$ -nek, hanem $155 : x$ -nek a hányadosa). Ez esetben az eredmény, de maga a számolás menete is szükségképpen megegyezik a fent közölt eljárással. A hallgatók azonban a példában közvetlenül adott számokat minden gondolkodás nélkül belekényszerítik a hármasszabály adta sémába, megrajzolják a két nyilat, keresztbeszoroznak, osztanak és „készen kapják” az eredményt. A hármasszabály mechanikusan „betanult” képlete különösen csábítja a hallgatót; hogy gondolkodás nélkül behelyettesítse a példa adatait. Nagyon sok esetben a fenti hiba azzal is párosult, hogy a nyilakat rosszul rajzolták fel, vagyis az egyenes és fordított arányt egymással felcserélték.

A hármasszabály mechanikus alkalmazásával a legkülönbözőbb példák kapcsán találkozunk. Például a következő feladatnál is:

„Egy vállalat a tervét 650 tonnával teljesítette túl és így 109% -os tervteljesítést ért el. Mennyi volt a tervelőirányzata?” E példából világos, hogy a 650 tonnát a vállalat terven felül termelte, vagyis ha ezt nem termeli meg, akkor a tervteljesítése csak 100% . Ebből következik, hogy a

terven felüli 650 tonna megfelel 9%-nak. Ha eddig eljutottunk, ebből már egyetlen osztással ($650 : 0,09$) megállapítható, hogy a terv 7222 tonna volt. A hallgatók jelentékeny része ennél a példánál is alkalmazni próbálta a feladat ismert számaira a hármasszabály sémáját. Ime egy példa:

$$\begin{array}{r} \text{Ha } 650 \text{ to} \qquad \qquad 109\% \\ \text{akkor } x \text{ to} \qquad \qquad 100\% \\ \hline x = \frac{650 \times 100}{109} = 596,33 \text{ to} \end{array}$$

Természetesen itt is alkalmazható megfelelő átalakítással a hármasszabály. Ha a hallgató megértette volna, hogy a 650 tonna csak a túlteljesítést és nem az egész termelést jelenti, akkor helyesen tudta volna az aránypárt felállítani. Helyesen:

$$\begin{array}{r} \text{Ha } x + 650 \text{ to} \qquad \qquad 109\% \\ \text{akkor } x \qquad \qquad \qquad 100\% \\ \hline x = \frac{650 + x}{109} \cdot 100, \text{ innen } 109x = 650 \cdot 100 + 100x, \text{ innen} \\ 9x = 650 \cdot 100, x = \frac{650}{9} \cdot 100 = 7222 \text{ tonna} \end{array}$$

De különben is tegyük fel, hogy a hallgató kezdetben még nem értette meg a példát, de ha a kapott (rossz) eredményt, az 596,33 tonnát kissé alaposabban vizsgálta volna és az eredeti szövegbe behelyettesítette volna, egyszerűen kiderülne az eljárás hibás volta. Ha a terv 596,33 tonna és ezt a vállalat 650 tonnával túlteljesítette (ez is felette gyanús!), akkor a vállalat összesen 1246,33 tonnát termelt volna, ami nem a 109%, de több mint 200%-os tervteljesítésnek felel meg. Az ilyen logikai, nagyságrendi ellenőrzésre, a számítások eredményeinek utólagos értelemeszerű kontrolljára, behelyettesítésére legritkább esetben kerül sor. A matematikai példák hasonló, gondolkodás nélküli, mechanikus s ezért legtöbbször hibás megoldásáról mondotta Molotov elvtárs: „A formális ismeretek, a szabályok mechanikus elsajátítása, a matematika-tanítás elszakadása a kommunista társadalmat építő nevelési feladatoktól, ezek okozzák a tanulók ismereteinek hiányosságait“.

A szocialista statisztikának egyik legfontosabb feladata a terv teljesítésének ellenőrzése, a teljesítés fokának számszerű meghatározása. Már csak azért is nagyon sokat foglalkoztak a tervteljesítési viszonysszámmal kapcsolatos feladatok megoldásával a gyakorlatok példái.

Ilyen példa volt a következő:

Terv	Termelés	Teljesítés %-a
400	440	110
600	...	120
...	462	110
...	...	90
Összesen:	1892	...

A feladat az volt, hogy a táblázat hiányzó adatait állapítsák meg a hallgatók. Ennek a példának a megoldásánál a hallgatók egyrészenel nehezségek merültek fel. A megoldást természetesen az első sornál kezdtek és az első három sor hiányzó adatainak a meghatározása nem is okozott különösebb nehézséget. A negyedik sornál már több hallgató megtorpant, nem tartották a példát megoldhatónak. Ugyanazt mondták az összesen sorról is. Itt a nehézséget az okozta, hogy a hallgatók az egyes sorokat egymástól elszakítva vizsgálták és csak hosszas fejtörés után jöttek rá arra, hogy az összesen sor és az első három sor termelési adatainak különbségeként meghatározható a negyedik sor termelési adata. Ennek ismeretében már könnyedén kiszámítható a többi adat. A meglepetés azonban most következik. A hallgatóknak mintegy fele miután megállapították, hogy az „összes” terv 1720 q volt, az összeljesítés $\%$ -ául 430% -ot írt fel. Tehát, mivel az összes tervre és az összes termelésre vonatkozó adatokat a négy tétel összeadása révén kapták, összeadták a teljesítési $\%$ -okat is. Ismét csak a legcsekélyebb logikai ellenőrzés kellett volna, hogy a hallgatók lássák, hogy az 1892 az 1720-nak semilyen erőfeszítéssel sem lehet a 430% -a, azonban a hallgatókban az ellenőrzés gondolata fel sem vetődött, teljes lelkiyugalommal írták fel a 430% -ot.

Olyan hallgató is akadt, aki sokalta az általa kiszámított 430% -ot, de ahelyett, hogy végiggondolta volna még egyszer az egész feladatot, és úgy rájött volna a hibára, jobb módszer híján a 430 -at elosztotta 4-gyel, valószínűleg abból az egyébként helyes megfontolásból kiindulva, hogy itt átlagos tervteljesítési $\%$ -ot kell kapnia. Azt már azonban nem volt képes belátni, hogy ez a módszer csak azon esetben lenne célravezető, ha a négy üzemi terv azonos lenne.

Sok hiba fordult elő az átlagszámítás köréből vett példák megoldásánál is. Amikor például a feladat így szólt: „Mennyi az átlagos életkor, ha 16 éves 20 fő, 17 éves 21 fő, 18 éves 20 fő, 19 éves 19 fő, 20 éves 13 fő és 21 éves 6 fő?” sok hallgató csak egyszerűen összeadta az évek számát és osztotta 6-tal, noha gondolhatta volna, hogy mégis csak van valami célja annak, hogy az életkor mellé odaírtuk, hogy abból a korból hányan fordulnak elő. Az a megoldás sem volt ritka, hogy a hallgató összeadta az éveket s ettől függetlenül a fők számadatait és a két összeget elosztotta egymással, mit sem törődve azzal, hogy az így kapott szám $(111 : 99 = 1,12)$ nem felelhet meg az átlagos életkornak, hiszen ha a legalacsonyabb életkor 16 év, az átlag semmiképpen sem lehet 1,12 év. Itt is a mechanikusság, a számolási eljárások gondolkodás nélküli alkalmazása jellemezte a hibás megoldásokat.

Mindezekkel a hibákkal kapcsolatban szögezzük le: korántsem arról van szó, hogy a hallgatók értelmi színvonala, felfogóképessége, tanulási szorgalma nem megfelelő. Ellenkezőleg: a diákok többsége kitűnik gyors felfogóképességével, amit bizonyít, hogy gyakorlatról gyakorlatra csökken a hibásan megoldott feladatok száma. Ennek a tudatlanságnak oka nem a diákokban, hanem egész matematikai oktatásunk korábbi hiányosságaiban keresendő. A középiskolában a hallgatók csak sémákat tanultak meg, amiket alkalmazni próbálnak mechanikusan, minden gondolkodás ezéért természetesen eredmény nélkül. A logikus gondolkodásra való nevelés helyett, — aminek a matematika-tanítás fontos eszköze, — az ilyenfajta matematikai oktatás leszoktatta őket a gondolkodásról.

A matematikai oktatásnak ezeket a hiányosságait megállapította az év szeptember elején tartott matematikai konferencia is. A konferencián elfogadott határozat kimondotta: „Ugyanakkor ha be is látjuk a gondolkodtató tanítás szükségességét, szemben a formalizmus értéktelenségével, meg kell állapítanunk, hogy pedagógusaink nagy többsége előtt a formalizmus elleni küzdelem csak jelszó, konkrét tartalom nélkül. A matematika-tanítás új céljait ismerjük, mégis pedagógusaink nagy többsége csak látszateredményeket ért el. Elsősorban igazolja ezt a megállapítást az a két tény, hogy érettségizett tanulóink az egyetemeken botladoznak a legelemibb matematikai kérdések körül és az, hogy matematikából még mindig messze a legmagasabb a bukási százalék.“

A hibákat természetesen nem elég megállapítani s főleg nem segít, ha most a középiskolai oktatás színvonalának, módszerének a bírálatával megelégszünk. Ezek a hallgatók néhány év múlva már nem egy egyetem padjaiban, a számukra leegyszerűsített, tananyagszerű problémák megoldását fogják hetenkint egyszer két órában feladatul kapni, hanem a gazdasági életben a terv teljesítéséért és túlteljesítéséért folyó harc sokkal bonyolultabb, sokoldalúbb, nap mint nap felmerülő kérdéseit kell konkrétan megoldaniok. És ha jó közgazdák akarnak lenni, percről-percre megköveteli majd tőlük tervgazdaságunk gyakorlata, hogy a „tervről ne általánosságban fecsejjenek, hanem részleteiben vizsgálják terveink teljesítését, a gyakorlati kérdésekben elkövetett hibákat, a hibák kiküszöbölésének módját“.

A statisztika csak az esetben lesz a terv teljesítéséért és túlteljesítéséért folytatott harc fegyvere, ha a statisztikus a marxista-leninista módszerekkel, a forradalmi szemlélettel a számokkal való biztos bannitudást is egyesíti. Ezért a statisztika oktatása nem háríthatja el azt a felelősséget, hogy megtanítsa az előadásokon és gyakorlatokon a statisztikában előforduló számítások biztos ismeretét. A tapasztalat azt mutatja, hogy ezeket a gyakorlatokat a hallgatók jól fogadják és óráról-órára jobb eredményeket érnek el.

Kívánatos azonban, hogy ezeknek a hiányosságoknak kiküszöbölése ne a második évfolyam statisztikai gyakorlatain, hanem már a korábbi egyetemi, illetve középiskolai matematika-tanítás alkalmával kezdődjék. Pedagógusaink a matematika oktatásának ezt a hiányosságát, amint ezt a tanév elején megtartott országos matematikai konferencia mutatta, már felismerték. De ez a kérdés nem csupán pedagógusokat, matematika tanárokat érintő szakmai probléma, hanem alapvető jelentőségű egész kádereképzésünk szempontjából. A matematikatudás hiánya az ipar, mezőgazdaság és kereskedelem és általában a gazdasági élet, de a tudomány minden területén is gátolja a fejlődést, hátráltatja az ötéves terv feladatainak végrehajtását biztosítani képes káderek nevelését.