eredetűeknek bizonyulnak majd, a mint az az itt előadottak alapján máskép nem is lehet. Különben is már az magában, hogy a quarczporphyrdarabok ott is csak a doggernek vele közvetlenül érintkező rétegeiben fordulnak elő, oly jelenség, mely gondolkodóba kell hogy ejtsen.

Mindenesetre igen bajos a Windgälle complikált települési viszonyai mellett végleges képet adni annak szerkezetéről, miután a dislocátiók folytán az a mi eredetileg együtt volt, egymástól el is kerülhetett. Azonkívül szükséges lesz itt is első sorban az egyes szintek pontos megállapításával kezdeni a dolgot. Így például a Rotenhorntól K-re levő sziklafokon oly ammonit-faunát sikerült az eddig a doggerhez számított felső oolithos rétegekben találni, mely meglepő megegyezést mutat a CHOFFAT által a portugál lusitanienből leírt faunával.* Eddig is egy sereg azonos formát sikerült kimutatni, úgy hogy a fauna CHOFFAT montejuntói rétegeivel mutat megegyezést, a minek alapján ezen rétegek már nem a doggerbe, hanem az oxfordba tartoznak és pedig a bimammatus szintbe.

Érdekes az is, hogy ép úgy mint Montejuntónál itt is ebben az övben régibb és fiatalabb formák vannak specifikus alakokkal keverve.

A RÉGI SZINLŐK MAGYARÁZATÁHOZ.

(Dolgozat a kir. m. tudomány-egyetem földrajzi semináriumából).

Dr. KÖVESLIGETHY RADÓ-tól.**

(A tudomány-egyetem földrajzi semináriumában nehány év óta gyakorlatokat tartok, melyeknek czélja, hogy a haladottabb hallgatók a rendelkezésükre levő mathematikai és physikai elemi segédeszközökkel a physikai földrajz nehezebb kérdéseibe betekintést és újabb felmerülő problemák megoldására legalább tájékoztató útmutatást nyerjenek. A dolgozatokat a seminárium tagjai önállóan oldják meg, természetesen a tanár vezetése mellett. Az itt bemutatott értekezés fogalmat nyujthat a semináriumi tevékenység niveaujáról.)

A skandináv tengerpartokon sűrűn találunk régi partvonalakat, melyek — mint Hudiksvall mellett — a jelenlegi tengerszint felett 240 m. magasságban vonulnak s a fjordok, általában a szárazföld belseje felé rendesen még inkább emelkednek. Észak-Amerika némely partján WARREN UPHAM szerint tengeri lerakódások 450 m. magasságban is ismerete-

* PAUL CHOFFAT: Description de la Faune jurassique du Portugal. Classe de Cephalopodes. Première série: Ammonites du Lusitanien de la Contrée de Torres Vedras. Avec 20 planches. Lisbonne, 1893.

** Előadta a Földtani Társulat 1901 deczember hó 4.-én tartott szakülésén.

sek. E jelenség földrajzi eloszlása épen nem kedvez ama feltevésnek, mintha itt a Föld századas zsugorodásával volna dolgunk, és sokkal inkább a jégkorszak egyik hatásával magyarázható.

Tudtommal Zöppritz és Penck mint elsők, utánuk meg Hergesell, Drygalski és Woodward a tengerszin egykori tetemes emelkedését a kontinenseken elterülő jégtakaró vonzására iparkodtak visszavezetni. Az Észak-Amerikában észlelt tetemes emelkedések ily módon mégis teljességgel nem magyarázhatók, habár a skandináv partok némely szerényebb szintváltozása ez úton érthető. Majd Drygalsky egy újabb momentumra terelte a figyelmet. A kontinentális jég kétségtelenül lehütötte az alatta fekvő földet, a mely ily módon összehúzódott és lesülyedt. Ha a felszini hülést Rudzki szerint 15° $F = 8°.3$ C-ra becsüljük, akkor a depressió 2·2 m, tehát a megmagyarázandó emelkedéssel szemben elenyésző csekély mennyiség, a mely e mellett még mindig maximálisnak tekintendő. Ha hozzáveszszük, hogy a glecserviz lassan beszikkadt a földbe, akkor a lehülés természetesen sokkal tetemesebb lesz, de ezen befolyás számítással alig követhető. Valószinü feltevések mellett a kontinens sülyedése, vagy a mi egyre megy, a tengerviz emelkedése e kedvezőbb esetben sem becsülhető 6 m-nél többre.

Legújabban Jamieson még egy okra utalt, mely a kontinensek depresszióját előidézhette, és ez a jégtakaró súlya. Rudzki számításai szerint a legnagyobb ily módon magyarázható depressió közel 500 m, tehát a szinteltolódás magyarázatára elégséges.

Rudzki számításai * azon feltevésből indulnak ki, hogy a jégkorszakban a Földet egy 60° gömbi átmérővel (tehát 6666 km. átmérővel) biró 2000 m egyenletes vastagságú jégréteg takarta, mely tehát a Föld felszinének 6·7 %-át boritotta. Egyes esetekben megvilágitja azt a befolyást is, melyet ily jégtakaró mindkét féltekére együttesen előidézhetne.

A számítás menete eléggé bonyolódott, akár a jég okozta lehülést tekintsük, akár a jég nyomását vagy vonzását; mindenesetre merem állitani, hogy általában véve egy geographus sem fog belemélyedni ilynemü kutatásokba. E mellett nem is ment bizonyos feltevésektől, a melyek még veszedelmesebbek, mint a jégtakaró méreteire vonatkozó önkényes feltevések. Így a Föld tágulási koefficiensére Woodward külön formulát volt kénytelen megállapitani, s a jégnyomás hatásának megbecsülésében Rudzki elastikus, isotrop gömb magaviseletéből indul ki, melynek rugalmassági modulusát önkényesen az angol aczéléval megegyezteti.

A következő, a földrajzi semináriumban eszközölt számítások az elemeken nem mennek túl és teljesen mentek azon feltevésektől, melye-

* Bulletin International de l'Academie des sciences de Cracovie, 1899. Avril.

ket a Föld anyagának rugalmas magaviseletére vonatkozólag RUDZKI tenni volt kénytelen. Igaz, hogy másrészt nem fejthettük ki azt a szigort, a mely RUDZKI dolgozatait jellemzi. De tekintve, hogy az alapul vett számértékek a jégtakaró terjedelmére vonatkozólag úgyis feltevéseken alapulnak, bátran feláldozhatjuk a formailag szigorú megoldást annak, a mely teljes egyszerűsége mellett is a problémába tökéletes betekintést enged.

Sorban meg fogjuk vizsgálni azt a kontinentális depressiót, melyet 1. a jégokozta lehülés, 2. a jég nyomása okozott és 3. azt a szintemelkedést, mely a jégtakaró vonzása folytán jő létre. A három hatás egyirányuan működik, valamennyi a tengerszint látszó emelésére törekszik, tehát a tapasztalható vízemelkedés a három egyes hatás összegével azonos.

1. A kontinens depressiója a jég lehütése folytán. Ezen hatás kiszámításába csúszik a legtöbb hypothetikus elem. De az eredmény, miként már a szigorú számítás adatja esetében is említettem, oly csekély, hogy a legvakmerőbb hypothezis sem nyer csak némileg is döntő szerepet.

A hőmérsékleti gradiens tapasztalat szerint állandó a földkéreg felső rétegeiben és elméletileg állandó a Föld belsejében, ha ezt, újabb nézeteknek megfelelőleg, gáznak tekintjük. Első közelítésben feltehetjük tehát, hogy a hőmérséklet a földkéregben befelé egyenletesen nő, s ezzel a földsugár összehuzódása hőmérséklet-kisebbedés folytán épen úgy számítható, mintha a földkéreg közepes hőmérsékletével biró állandó mérsékletű pálczával volna dolgunk. A földkéreg vastagságát a gradiensből és a kiömlő láva hőmérsékletéből mintegy 30,000 m-nyinek számítjuk. Ha a jég okozta felszini lehülés $\tau = 8^\circ.3$ és felteszszük, hogy e hülés hatása csak a kéreg belső oldalán válik észrevehetetlenné, akkor a földsugár átlagos hőmérséklete is $\frac{\tau}{2}$ fokkal sülyedt. Ha $a = 0{,}000\,00872$ a kőzetek középső vonalmenti tágulási együtthatója és d a földkéreg vastagsága, akkor

$$e_1 = \tfrac{1}{2}\, ad\tau$$

a jégokozta depressió, mely számértékeink behelyettesítése után

$$e_1 = 1{\cdot}1 \text{ m},$$

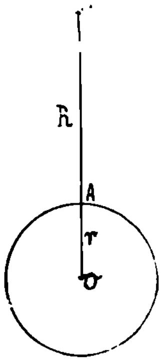
tehát valóban elenyésző nagyságúnak adódik. Valójában még ennél is kevesebb lesz az összehúzódás, minthogy a sugármenti oszlopok nem szabadok, hanem egymással összefüggők.

2. A jég nyomása folytán beálló kontinentális sülyedés. Tekintsünk egy q négyzetdeciméter keresztmetszetű hasábot, mely sugárirányban a Föld felszinétől a középpontjáig terjed. Ránehezedik h méter (2000 m.) vastag jégréteg, a mely e szerint

$$p = qhgs$$

kilogrammnyi nyomó erőnek felel meg; g a nehézségi gyorsulás, a jég s sűrűségét egyszerűség kedveért *egy*nek veszszük. Ha tehát $q = 1$ dm², akkor e nyomás 20 tonna. Hogy e nyomás minő süppedést hoz létre, azt csak akkor számolhatnók ki, ha ismeretesnek tételezhetném fel azon egyenleteket, melyek rugalmas golyónak egyenetlen nyomás alatt létesült alakváltozását tárgyalják. De ekkor is tudnunk kellene még a Föld rugalmassági modulusát, s minthogy ez befelé bizonyára nem állandó, azon törvényt, mely szerint sugármentén változik.

Mi a következő kerülőn jutottunk czélhoz, mely egyszersmind a problema összes ismeretlen physikai faktorainak befolyását is tekintetbe veszi.



1. ábra.

Megkeressük a Hold hatását ugyanilyen keresztmetszetű földprizmára, és minthogy megfigyelésekből tudjuk, miképen deformálódik a Hold befolyása alatt a Föld, mondhatjuk: a jégokozta összenyomás úgy aránylik a Hold okozta megnyúláshoz, mint a jég nyomása a Hold nyujtó erejéhez. Mindenesetre áll ez a tapasztalat által teljesen igazolt feltevés alatt, hogy mindkét erő a Föld rugalmassági határán belül van.

Ha m jelenti a Hold tömegét, akkor ennek hatása a Föld középpontjában lévő tömegegységre

$$P_0 = f\frac{m}{R^2},$$

a hol R a Hold közepes távolságát jelenti a Földtől, f pedig a tömegvonzási állandó, a mely g felszini gyorsulással

$$g = f\frac{M}{r^2}$$

egyenlettel függ össze, ha M a Föld tömege és r közepes sugara. A Hold hatása a földfelszinnek közvetlen alatta fekvő A pontjára hasonlóan

$$P_A = f\frac{m}{(R-r)^2} = f\frac{m}{R^2}\left(1 - 2\frac{r}{R} + \cdots\right),$$

a mennyiben közel $\frac{r}{R} = \frac{1}{60}$ lévén, a nevezőben álló binom kifejtésében ezen kis törtnek a második és magasabb hatványait elhagyhatjuk. Azon erő, melylyel a Hold jobban vonzza az AO hasáb A oldalát, mint O alapját, a melylyel tehát a hasábot nyujtani iparkodik, lesz

$$P_1 = P_A - P_0 = 2f\frac{m}{R^3}r,$$

vagy g előbb adott jelentése miatt

$$P_1 = 2g\frac{m}{M}\left(\frac{r}{R}\right)^3.$$

Ez a hasábot nyujtó erő, feltéve, hogy tömege az egységgel egyenlő. Ám q keresztmetszetű és a földsugárral egyenlő hosszú hasáb tömege

$$\mu = qrs_0,$$

ha s_0 a Föld közepes sűrűségét ($s_0 = 5{,}53$) jelenti. A tényleges P nyujtó erő tehát

$$P = \mu P_1 \quad \text{vagy} \quad P = 2gqrs_0 \frac{m}{M}\left(\frac{r}{R}\right)^3,$$

és a két erő viszonya

$$\frac{p}{P} = \frac{1}{2}\,\frac{M}{m}\left(\frac{R}{r}\right)^3 \frac{hs}{rs_0}.$$

Minthogy a Hold tömege közel 80-szor kisebb, mint a Földé, $\frac{M}{m} = 80$, $\frac{R}{r} = 60$, $s = 1$, $s_0 = 5.53$, $r = 6\,370\,000$ m és feltevés szerint $h = 2000$, úgy

$$\frac{p}{P} = 491.$$

A jég nyomása tehát 491-szer akkora hatást idéz elő a földkéregre, mint a Hold vonzása.

Most felhasználjuk azt a tapasztalati tényt, hogy a tengerjárás félhavi periodusa a mareographok adataiból teljesen hiányzik. Ez annyit jelent, hogy e periodusban a szilárd Föld dagálya és apálya épen akkora, mint a vizé. De a víz emelkedése a 14 napi periodusban négyszer kisebb, mint a félnapos periodusban, tehát elméletileg 138 mm, különben oly mennyiség, melyet a horizontális inga segítségével közvetlenül is sikerült kimutatni. (A legnagyobb α hajlás, melyet a horizontális inga mutat, midőn a Föld szinén egy λ hosszúságú, a magassággal biró hullám fut végig,

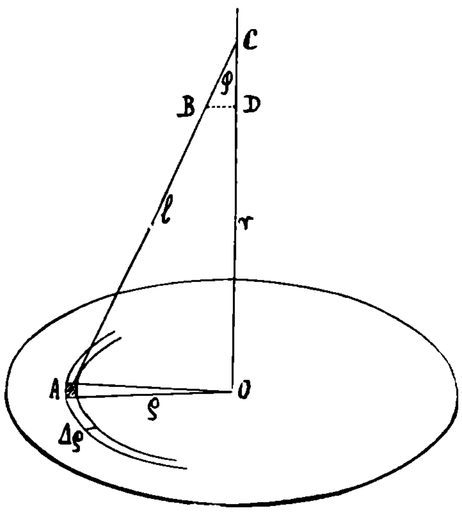
$$\alpha = 206\,265\,\frac{2\pi a}{\lambda}.$$

Az ár-apály hullám esetén $\lambda = 20$ millió m, a Föld fél kerülete és Rebeur-Paschwitz megfigyelései szerint, melyet többféle módon redukált, a Hold okozta legnagyobb talajhajlás 0.″00522, a minek $a = 80{,}6$ mm emelkedés felel meg, mely a Hold által a szilárd földkéregben keltett dagályhullám magassága. Minthogy az inga ugyanoly nagyságú egész napi periodussal biró hullám jelenlétét is mutatja ki, a 14 napos periodus kimaradásából következtetett földdeformáczió közvetlenül megfigyelt és igazolt jelenségnek nevezhető).

A fennti számítások szerint tehát a kontinens sülyedése a jégtakaró nyomása folytán $491 \times 0{\cdot}138$ m, vagy

$$e_2 = 68 \text{ m}.$$

3. A víz emelkedése a jégréteg vonzása folytán. Gömbi jégkalotta helyett, melynek tárgyalása több nehézségbe ütköznék, sík körlapot veszünk, melynek h vastagságát egyelőre igen kicsinynek tekintjük. A körlap sugara legyen a és anyagának sűrűsége (a jégnek megfelelőleg) ismét $s = 1$ közel. Keressük egyelőre a vonzást p, melyet e körlap tengelyének oly C pontjára gyakorol, mely a korong O középpontjától r távolságra fekszik. Kétségtelenül jobban megfelel a természeti viszonyoknak, ha azután azon vonzást keressük, melyet a korong széle gyakorol egy erre merőlegesen álló irányban. Úgy képzelhetjük tehát az első esetben a dolgot, mintha a tenger vize a korong közepe alatt szabadon emelkedhetnék, teszem azáltal, hogy a takaró mélyen bemetszett fjord fölött is elterült, míg a második eset a szinlő emelkedését a nyilt parton fogja szolgáltatni.



2. ábra.

Az O középpont körül vonjunk ρ és $\rho + \Delta\rho$ végtelenül közel fekvő sugarakkal két koncentrikus kört és az így keletkezett végtelen vékony körgyűrűből messük ki két igen kis szöget bezáró sugárral az A elemet. Ha ez a körgyűrű kerületének n-ed része, a hol n alatt igen nagy szám képzelendő, akkor ez elem méretei az l távolsághoz képest elenyészően csekélyek. Ez elem tömege nyilván

$$\mu = \frac{2\pi}{n} \rho h s \Delta\rho,$$

és vonzóhatása a C pontra, ha benne a tömegegységet gondoljuk, az l irány mentén, melyet CB-vel jelölhetnénk

$$f \frac{\mu}{l^2} = f \frac{\mu}{r^2 + \rho^2} .$$

Az r tengely menti CD hatást nyerjük, ha ezen vonzást r-re vetítjük, azaz

$$\cos\varphi = \frac{r}{l}$$

mennyiséggel szorozzuk. Ezen vonzás tehát

$$f \frac{\mu r}{(r^2 + \rho^2)^{\frac{3}{2}}},$$

a mit úgy is találunk, ha a BCD és ACO háromszögek hasonlóságából indulunk ki, a mennyiben most is

$$CD = CB \cdot \frac{OC}{AC}.$$

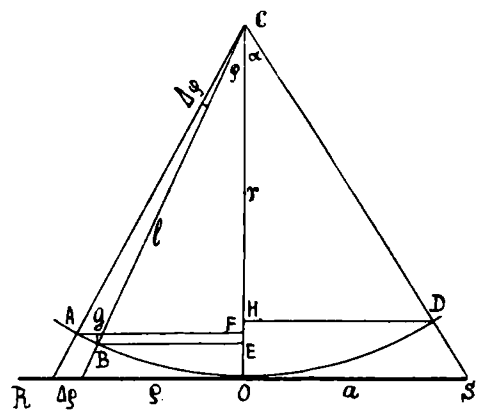
Minthogy minden egyes, a körgyűrűt alkotó tömegelem egészen symmetrikusan fekszik a tengelyhez, vagy a mi egyre megy, minthogy mindegyik számára a φ szög ugyanaz, a teljes körgyűrű hatása egyszerűen az egyes részei hatásának összegével egyenlő, vagyis a körgyűrű egyenletes felosztása mellett az egyes elem hatásának n-szeresével, tehát

$$nf \frac{\mu r}{(r^2+\rho^2)^{\frac{3}{2}}} = 2\pi fhrs \frac{\rho \Delta\rho}{(r^2+\rho^2)^{\frac{3}{2}}}$$

kifejezéssel egyenlő. Az egész korong p hatását most megkapjuk, ha ρ-nak minden képzelhető értéket adunk $\rho = 0$-tól, $\rho = a$-ig, és az így származott elemi hatásokat összegezzük, a mit a mathematikus röviden

$$P = 2\pi fhrs \int_0^a \frac{\rho d\rho}{(r^2+\rho^2)^{\frac{3}{2}}}$$

kifejezéssel jelöl meg.



3. ábra.

Noha ezen integrál minden integrálgyűjteményben található — értéke ugyanis

$$P = 2\pi fhs\left(1 - \frac{r}{\sqrt{a^2+r^2}}\right),$$

mi magunk is könnyen kiszámolhatjuk. E czélra tekintsük (3. ábra) az RS korongot mint az r sugarú gömb gnomónikus vetítésére szánt rajzsíkot. A $\Delta\rho$ sugár-elem e szerint azon AB igen kis ívnek képe, mely a térkép közepétől φ gömbi távolságra fekszik és az igen kis $\Delta\varphi$ szöghez tartozik. Az AB ív nagysága tehát

$$AB = r\Delta\varphi,$$

és minthogy a térkép közepe felé húzott irányban a gnomónikus vetületben a kép tudvalevőleg $\sec^2\varphi$-szor akkora, mint a tárgy, úgy

$$\Delta\rho = \frac{AB}{\cos^2\varphi} = \frac{r\Delta\varphi}{\cos^2\varphi}.$$

Ábránkból azonnal látni, hogy továbbá

$$\rho = r \operatorname{tang} \varphi \quad \text{és} \quad l = \sqrt{r^2+\rho^2} = \frac{r}{\cos\varphi},$$

a mivel a körgyűrű vonzásának kifejezésében szereplő $\frac{r\rho\Delta\rho}{(r^2+\rho^2)^{\frac{3}{2}}}$ faktor a következő

$$\frac{r\rho\Delta\rho}{(r^2+\rho^2)^{\frac{3}{2}}} = \sin\varphi\Delta\varphi$$

egyszerű alakba megy át. Az előbbi összeadás tehát most úgy is végezhető, hogy $\varphi = 0$-tól $\varphi = a$-ig a φ-nek minden képzelhető értékét megadjuk. Ebben a a látószög, mely alatt a C-ben álló szem a korongot látja, és adva van

$$\operatorname{tang} a = \frac{a}{r}$$

egyenlet által. Az AB ív vetülete az r sugárra EF, és minthogy az OB ív és EB egyenesnek B-nél képezett szöge szintén φ, az $EF = BG$ vetületre nyilván az

$$EF = AB\sin\varphi \quad \text{vagy} \quad \sin\varphi\Delta\varphi = \frac{EF}{r}$$

egyenlet áll. E vetületek összege $\varphi = 0$ és $\varphi = a$ határok között nyilván OH hosszával egyenlő, és ezért

$$OH = r\,(1-\cos\varphi)$$

lévén, a korong vonzó ereje C pontra is

$$P = 2\pi fhs\,(1-\cos a), \quad \text{a hol} \quad \operatorname{tang}\varphi = \frac{a}{r}\cdot$$

Ha e két egyenletből φ-t kiküszöböljük, a már felirt egyenletre bukkanunk.

A mi esetünkben a korong átmérője $a = 6666$ km, míg a víz felszine, a melyre a korong vonzása hat, legfölebb nehány száz méterre fekszik alatta; a tehát igen nagy r-hez képest. Ha $\frac{a}{r} = \infty$ szigorúan, akkor $\varphi = 90°$ és egyszerübben

$$P = 2\pi fhs,$$

mely egyenlet azonban még akkor is közel érvényes, ha a csak végesen nagy az r-hez képest. A képletben az a nevezetes, hogy a vonzás nagysága most független r-től, azaz a korong ugyanazon hatást gyakorolja a tengely minden pontjára. E szerint most elejthetjük azt a megszorító feltevést, hogy h végtelen kicsiny legyen. Ha ugyanis igen sok vékony korongot rakunk egymásra, ezek együttvéve egy h magasságú körhengert alkotnak, melynek vonzása — mint az egyes egyenlő alkotók összesége — ugyanazon törvény által fejezhető ki.

A víz emelkedését ezen P vonzó erő folytán legczélszerűbben ismét a Hold P_1-vonzásával hasonlítjuk össze. A Hold emelő hatása egy a Föld felszinén lévő egységnyi víztömegre volt

$$P_1 = 2f\frac{m}{R^3}r$$

és ennek folytán a jég- és holdvonzás viszonya:

$$\frac{p}{P_1} = \frac{\pi h s R^3}{m r}.$$

Ha a holdtömeg helyébe a Föld tömegét hozzuk be, és ezt térfogat és közepes sűrűség által kifejezzük, lesz

$$m = \frac{M}{80} = \frac{4}{3.80}\pi r^3 s_0$$

és ezzel végleg

$$\frac{p}{P_1} = \frac{3}{4}.80\frac{hs}{rs_0}\left(\frac{R}{r}\right)^3,$$

a mi a korábban is használt mennyiségekkel

$$\frac{p}{P_1} = 736$$

eredményhez vezet. Ám a víz emelkedése a Hold vonzása folytán 0·553 m. és ezért a 2000 m. vastag jégtakaró közepén

$$e_3 = 407 \text{ m}$$

emelkedés várható.

Ha a korongot egyik átmérője mentén elmetszük, akkor nyerjük a fél akkora, de még mindig végtelen nagy lapnak hatását a széle felett merőlegesen álló pontra. E hatás természetesen — mint azt a szigorú számítás is mutatná — az előbbi hatásnak a fele. A jégtakaró szélén tehát a tengervíz emelkedése csak

$$e'_3 = 203 \text{ m}$$

A három külön vizsgált hatás összege

$$e_1 + e_2 + e_3 = 476 \text{ m}.$$

adja a tengerszint emelését mélyen bemetszett fjord belsejében, míg

$$e_1 + e_2 + e'_3 = 272 \text{ m}$$

az emelkedés nagysága nyilt parton. Mindkét emelkedés ugyanazon nagyságrendű, mint a tényleg megfigyelt szintváltozás és kifejezi azt a tényt is, hogy ez emelkedés a szárazföld belseje felé nő.