## REVUE

ÜBER DEN INHALT

DES

## ÉRTESITŐ.

SITZUNGSBERICHTE DER MEDICINISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN SECTION DES SIEBENBÜRGISCHEN MUSEUMVEREINS.

## II. NATURWISSENSCHAFTLICHE ABTHEILUNG.

XVI. Band.

1891.

III. Heft.

## ALLGEMEINE THEORIE DES VOGELFLUGES.

(Dritte Mittheilung — deutscher Auszug.)

Von Dr. Ludwig Martin Universitäts Professor in Klausenburg.

1.

Letzthin reflektirte ich nur auf das Schweben und drückte die Schwebearbeit durch das Gewicht des Thieres und die Anzahl der Flügelschläge per Sekunde aus. Das Resultat war, dass diese Arbeit zum Gewicht in direkten, zu den Flügelschlägen in verkehrten Verhältniss steht.

Die Richtigkeit dieses überraschend einfachen Resultates kann zwar in Anbetracht der einwurfsfreien Ableitung nicht angezweifelt werden; indessen da theoretische Ableitungen erst dann Existenzberechtigung erlangen, wenn sie die Feuerprobe der Erfahrung überstanden haben, so musste auch unsere Formel in so lange für problematisch gehalten werden, bis nicht Daten der Erfahrung für ihre Richtigkeit eintreten.

Hiezu schien aber wenig Aussicht vorhanden zu sein; denn der freischwebende Vogel ist für uns unnahbar und Messungen an ihm vorzunehmen, während er schwebt, schien wohl unmöglich. Indessen menschlicher Geist überwindet Hindernisse.

Durch die gütige Vermittelung des H. Pr. Dr. Géza Entz in Budapest kam mir der 2-te Band des Jahrganges 1888. von der pariser "Revue Scientifique" auf kurze Zeit zu Händen, allwo ich in Nr. 10 den Artikel "Le proléme mécanique du vol" von Marey fand.

In diesem beschreibt M. seine ersten seitdem vielfach wieder-

holten momentphotographischen Aufnamen frei fliegender Vögel. Wir übergehen in diesem Auszuge die kurze Beschreibung dieses hinreichend bekannten Verfahrens, wodurch es M. gelang 50 Momentbilder in der Sekunde auf zu nehmen.

M. experimentirte erstlich mit einer Mőve (goéland) und gibt im citirten Artikel (pag. 297) folgende Daten bekannt: das Thier wog 623 Gramm, machte per Sekde 5 Schläge, wobei Anhub und Niederschlag gleich schnell erfolgte, und der Schwerpunkt des Vogel vollzog bei jedem Flügelschlag eine vertikale Oscillation von 45 Millimeter.

Die publizirten Photographien zeigen, dass der Flug in horizontaler Richtung erfolgte, mithin das Thier sich schwebend erhielt, daher obige Formel auf den vorliegenden Fall anwendbar ist. Und da M. ausser G=0.623 Kilogr. und n=5, noch die Oscillation  $h_0=0.045$  Meter gemessen, so lässt sich die Schwebearbeit noch auf eine zweite Art berechnen.

Man hat nämlich die Arbeit  $L=\frac{G.\,h_0}{t}$  wo t die Zeit des Flügelniederganges bezeichnet. Es ist aber  $t={}^1\!/_2 n={}^1\!/_{10}$  also:

$$L = \frac{0.623 \times 0.045}{0.1} = 0.2804 \text{ Meterkilogramm}.$$

Andererseits ist nach unserer Formel:  $A = \left(\frac{m+1}{m-1}\right)^2 \frac{Gg}{4n}$ , wobei aber  $m = \infty$  zu setzen ist, weil aus den Momentaufnamen deutlich zu entnehmen ist, dass der Vogel durch geschickte Wendung des Flügels denselben beim Anhub dem Luftwiderstande zu entziehen im Stande war; also ist für diesen Fall:  $A = \frac{Gg}{4n} = \frac{0.623 \times 9.8}{4 \times 5} = 0.305$ 

Meterkilogramm. Der Vergleich zeigt eine Abweichung von nur 8<sup>1</sup>/<sub>5</sub> Perzent, so dass man sagen kann, dass Theorie und Erfahrung hier ganz gut übereinstimmen.

Uebrigens findet diese geringe Abweichung zum Theil dadurch Erklärung, dass M. dem Bild des Vogels nur 18 m/m. Grösse geben durfte um sämmtliche 50 Bilder (die in der Natur auf eine Wegstrecke von circa 8 Meter sich vertheilten) noch auf eine Platte zu bekommen; er nahm also seine Maassen von einem circa 14-mal verkleinerten Bilde, welcher Umstand die unvermeidlichen Vermessungsfehler vergrössert. Auch kommt noch zu beachten das M. nicht

den Weg des vom auf- und niederschwingenden Flügel streckenweise verdeckten Schwerpunktes, sondern den des Vogelauges gemessen. Nun mögen beide Wege in Folge der Gliederbewegung von einander abweichen. Und in der That zeigt sich auch, dass der Schwerpunkt zu Folge der Rechnung h = A/G = 0.049 Oscillationshöhe beschreiben musste während M. für das Vogelauge nur 0.045 Oscillationshöhe fand.

Diess wollte ich constatiren. Und jetzt erst, nachdem sich eine Uebereinstimmung von Theorie und Experiment ergeben hat, sind wir berechtigt für die Richtigkeit der ersteren ein zu stehen.

Die Theorie des Fluges ist aber durch die Formel für die Schwebearbeit nicht erledigt. Das Problem des Vogelfluges ist so umfangreich und verwickelt, dass es sich auf einem Hieb nicht lösen lässt. Das Vorigemal haben wir den Fall behandelt, wenn das Thier nur so viel Kraft entwickelt, als erforderlich ist, um sich schwebend zu erhalten; behandeln wir nun den Fall, wenn es mehr Kraft entwickelt als zum Schweben erforderlich ist.

2.

Das Vorigemal setzten wir voraus, dass beide Flügel, wenn sie per Sekunde n Schwingungen auf und nieder vollführen, beim Niedergang den Druck P, beim Anhub den Druck Q entwickeln. Diese Kräfte ertheilen der Vogelmasse, vom Gewichte G, die durch (1) [Siehe den ungr. Original Text] dargestellten Acceleration p und q; wobei sich zeigte, dass, wenn die Arbeitder Gravitation ein Minimum werden soll, für die Niederschlagszeit t, Gleichung (2) [Siehe d. ungr. Orig. Text] zu gelten hat und dassdann die Gleichung (3) [Siehe d. ungr. Text] die Schwebearbeit A ausdrückt unter der Voraussetzung, dass Q gegen P verschwindet.

Es sei nun  $n_1 > n$  und L die Arbeit beider Flügel bei  $n_1$  Flügelschwingungen, weiteres sein  $P_1$  und  $Q_1$  die vertikalen Drücke beider Flügeln bei  $n_1$  Schwengungen, dann ertheilen diese Drücke der Vogelmasse vom Gewichte G die durch (4) [S. d. u. T.] ausgedrückten Accelerationen  $p_1$  und  $q_1$ , welche die Vogelmasse bald vertical nach aufwärts bald nach abwärts treiben. Und zwar drücken, wenn T und  $T_1$  die Zeitdauer des Flügelnieder-beziehentlich Aufganges ist, die durch (5) [S. e. u. T.] dargestellten h und  $h_1$  die

respektiven Säulenhöhen aus, um welche der Schwerpunkt des Thieres sich hebt oder senkt. Haben also die Flügel einen Niedergang und Anhub vollendet, so befindet sich der Schwerpunkt in der durch (6) [S. d. u. T.] ausdrückten Höhe:  $h-h_1$ .

In dieser Gleichung drückt das erste Glied rechterseits die Säulenhöhe der Kräfte  $P_1$  und  $Q_1$ ; das zweite negative Glied hingegen die Säulenhöhe der Gravitation aus. Die Säulenhöhe  $h-h_1$  linkerseits wird also um so grösser, je kleiner rechterseits das negative Glied wird, und erstere erreicht ihr Maximum, wenn letzteres ein Minimum wird. Dieses Minimum zu finden, beachte man, das  $(T+T_1)$  die Zeitdauer einer Flügelschwingung ist, diess führt auf (7) [S. d. u. T.) drückt man in dem Ausdruck: g/2  $[T^2+T_1^2]$  die Zeit  $T_1$  durch  $T_1$  aus, so erhält man  $T_2$ 0 aus der sich für das gesuchte Minimum die Bedingung  $T_1$ 1 =  $T_2$ 1 ergibt. Diese Bedingung

wurde schon beim Schweben vorgefunden, sie ist also, da sie sich im Vorliegenden Fall wiederholt hat, nicht nur beim Schweben, sondern auch beim Nichtschweben giltig.

Lässt man nun  $T = T_1$  sein, so führt die Gleichung (6) [S. d. u. T.], mit G und  $n_1$  multiplicirt, auf (9) [S. d. u. T.] die, wenn  $n(h-h_1)=H$  gesetzt wird, sofort in (10) [S. d. u. T.] übergeht.

Alles hängt nun von einer richtigen Deutung dieser Gleichung ab. Ihre linke Seite drückt unläugbar eine Arbeit aus, also drückt auch die rechte Seite eine Arbeit aus; und zwar ist das erste Glied die Arbeit die die Kräfte  $P_1$  und  $Q_1$  d. h. die der Flügel verrichtet, man bezeichne sie mit L; das negative Glied hingegen drückt die durch die Gravitation verrichtete Arbeit aus, wir wollen sie mit  $A_1$  bezeichnen. Setzt man endlich Q=0, so erhält man in (11) [S. d. u. T.] die Arbeiten L und  $A_1$  wodurch (10) [S. d. u. T.] sich in (12) [S. d. u. T.] verwandelt. Diese durch G dividirt führt auf (13) die sich noch einfach auf die zweite Form von (13) bringen lässt.

Aber nun war, für m=∞, A=Gg/4n, dieses und Gleichungen (11) in (13) eingeführt, gelangt man zur Gleichung (14) [S. d. u. T.); schreibt man P statt 2G, so hat man endlich (15).

Um diese Gleichung zu transformiren beachte man, dass P und  $P_1$  die Drücke sind die ein und derselbe Flügel einmal bei, n das anderemal bei  $n_1$  Schlägen auszuhalten hat. Diese Drücke wachsen

wie die Quadrate der Geschwindigkeiten, und diese wieder (bei gleichem Schwingungswinkel) wie die Anzahl der Flügelschläge, also besteht die Proportion:  $P_1:P = n_1^2: n^2$ ; dem zu Folge hat man statt (15) nunmehr (16) [S. d. u. T.], in welchen der Faktor A/G den Weg  $h_0$  ausdrückt den die Last G unter der Wirkung der Arbeit A zurücklegt, wodurch man endlich zur Gleichung (17) geführt wird.

3.

Bevor wir weiter fortschreiten müssen wir gewisse Nebenumstände untersuchen, die bei der Weiterentwickelung unserer Theorie zu beachten sein werden.

Es treten in den Formeln mehrere Quantitäten auf, die sich bald auf den Schwebefall bald auf den Nichtschwebefall beziehen. Es bestehen unter ihnen gewisse Beziehungen die wir kennen lernen müssen. So sahen wir vorhin, dass für einen Flügel, der bei n Schlägen den Druck P<sub>1</sub> bei n<sub>1</sub> Schlägenden Druck P erleidet, die Proportion:  $P_1$ :  $P = n_1^2$ :  $n^2$  besteht aus dem sofort die Gleichung (18) sich ergibt. Sie setzt aber voraus dass der Flügel jedesmal einen gleichgrossen Schwingungswinkel beschreibt. Trifft diese Bedingung nicht zu, schwingt sich der Flügel ziehentlich um die Winkel φ und  $\varphi_1$  so wird, weil P:  $P_1 = v^2$ :  $v_1^2$  und  $v: v_1 = \varphi_1: \varphi_1 n_1$ , an die Stelle von (18) die Gleichung (19) treten. Oben hatten wir der (11) zufolge  $L = P_1 g_8 n_1$ ;  $A_1 = Gg/4 n_1$  schreibt man P/2 statt G, so kommt man zu den drei Gleichungen sub (20). Von denen die zwei letzten auf (21), die erste und zweite auf (22), die erste und dritte auf (23) führt; eliminirt man aus dieser und der (19) P und P1, so stösst man auf (24), lässt man in dieser  $\varphi = \varphi_1$  sein, so geht sie in (25) über. Eliminirt man aus (24) und (19) n und n<sub>1</sub> so gibt das die (26) die für  $\varphi = \varphi_1$  in (27) übergeht. Eliminirt man P und  $P_1$ aus (22) und (26), so erhält man (28), die für  $\varphi = \varphi_1$  in (29) sich verwandelt.

Um diese überaus einfachen Relationen richtig zu verstehen, hat man auf die richtige Bedeutung der auftretenden Grössen zu achten. Folgende Quantitäten: A P G n und  $\varphi$  welche der Reihe die Flügelarbeit, den Flügeldruck, das Vogelgewicht, die Schwingunszahl per Sekunde und den Schwingungswinkel bezeichnen, beziehen sich auf den Fall des Schwebens; — hingegen L  $A_1$   $P_1$  G  $n_1$  und  $\varphi_1$ ,

welche die totale Flügelarbeit, die Flügelarbeit zur Erhaltung des Schwebens, den Flügeldruck, das Vogelgewicht, die Schingungszahl und den Schwingungswinkel bezeichnen, beziehen sich auf den Fall wenn die totale Flügelarbeit den Schwerpkt des Vogels per Sekunde um die Höhe H höher stellt. Man hat hier also zwei verschiedene Schwebearbeiten, die eine A beim Schwebe-, die andere A<sub>1</sub> beim Nichtschwebefall.

Da n und  $\varphi$  von einander unabhängig sind, so mussten beide beim Schwebe und Nichtschwebefall in die Formeln eintreten, um den Einfluss von  $\varphi$  zu wahren. Es ist in dessen nicht selten der Fall (ja sogar dieser ist der gewöhnlichere) dass  $\varphi = \varphi_1$  wird; dies ist die Bedingung eines gleichen Schwingungswinkel, auf diese wird jederzeit geachtet, so oft man  $\varphi$  aus dem Formeln weglässt. Diese sind aber auch die wichtigsten Fälle. So zeigt z. B. die (25) dass die Arbeiten L und A bei gleichen Schwingungswinkeln den Schwingungszahlen n und  $n_1$  proportional sind. Besondere Beachtung verdient die (29) in der nur L A und  $A_1$  auftreten und das merkwürdige Gesetz ausspricht, demzufolge A die mittlere geometrische Proportionale von  $A_1$  und L ist.

Dies führt wieder auf eine merkwürdige Transformation der (17). Da nähmlich der (25). zufolge die totalen Flügelarbeiten L und A den Schwingungen n<sub>1</sub> und n proportional sind, so geht die (17) schrittweise in (30) über.

4.

Um unsere Theorie weiter zu entwickeln, kehren wir auf (12) zurück. Man gewinnt ihr zufolge, sobald  $L > A_1$  ist, die Arbeit GH. Sie ist disponibel, da die Anforderung des Schwebens durch  $A_1$  gedeckt sind. Der Vogel kann sie beliebig verwerthen; er kann sie auch zum Theil oder vollständig in horizontale Bewegung umsetzen.

Unsere Flugtheorie geht von der Voraussetzung aus, dass die Luft gewisse Drücke P und Q auf den auf und nieder geschwungenen Flügel ausübt, die vertikal gedacht wurden. Das erreichen wir, wenn wir den Schwingungsachsen eine fixe Lage ertheilen, die jedesmal von der Form des Flügels abhängt. Geben wir letzterem eine solche Form, dass die Schwingungsachse eine horizontale Lage

zu erhalten hat, wenn der Druck N auf den Flügel sich vertikal stellt.

So lange die Schwingungsachse horizontal bleibt, behält der Druck N die vertikale Lage bei ; und ist N == 2G, so wird das Thier schweben, ist aber N > 2G, so wird es mit jeder Sekunde um die Höhe H sich höher heben. Gibt man aber der Schwingungsachse unter Beibehaltung der früheren Schwingung, so dass N unverändert und > 2G bleibt, eine geneigte Lage, so verlässt auch N seine verticale Lage und weicht um den nähmlichen Winkel  $\alpha$  von der verticalen ab um welchen Winkel  $\alpha$  die Achse von der horizontalen Lage abweicht. In Folge dessen zerlegt sich die Kraft N in die durch (31) ausgedrückten Componenten P und R. Zur Erhaltung des Schwebens muss die vertikale Componente P=2G sein, dies führt auf (32) aus der sich der Winkel  $\alpha$  bestimmt. Nun ist N identisch mit der Kraft  $P_1$  dadurch geht (32) in (33) über, in der sich P und  $P_1$  noch durch n und  $n_1$  ausdrücken lässt.

Die andere horizontale Componente R versetzt die Masse des Vogels in horizontale Bewegung. Ist u die horizontale Geschwindigkeit  $\zeta$  und  $\gamma$  Wiederstandscoëff. und Dichte der Luft, endlich F, der auf die horiz. Bewegung senkrechte Querschnitt des Vogels, so drückt (34) die Grösse dieses Wiederstandes aus, der sich mit der Comp. R in's Gleichgewicht setzt, was schliesslich auf (35) führt.

Nun ist n durch G ausgedrückt; um diese Geschwindigkeit durch die Fallgeschwindigkeit aus zu drücken, beachte man dass die Fallgeschwindigkeit v der ausgebreiteten Flügelflächen fan die Grenze:  $2g\ P = \zeta\gamma\ fv^3$  gebunden und beim Schweben P = 2G ist, so führt diess (35) in (36) oder beziehentlich in (37) über, was endlich bei Benützung von (33) in (38) sich verwandelt.

Aber nun muss die Fallgeschwindigkeit gleich jener Geschwindigkeit sein, mit welcher die Druckpunkte beider Flügelvertical nach abwärts schlagen. Diese Druckpunkte bewegen sich um die Schwingungsachsen, ihre Bewegungsrichtung weicht also um den Winkel  $\alpha$  von der verticalen ab. Ist  $v_1$  ihre Geschwindigkeit, so hat man Cos.  $\alpha = (n/n_1)^2 = (v/v_1)^2$ . Drückt man also in (38) v durch  $v_1$  aus, so gelangt man zur Gleichung (39).

Der weitere Theil dieses Abschnittes zeigt wie sich die horizontal Bewegung zur drehenden Bewegung verwenden lässt. Gibt man nähmlich der einen Flügelachse die Neigung  $(+\alpha)$ , der anderen  $(-\alpha)$ , so bekommt R in (31) für den erstern einen positiven, für den letzteren einen negativen Werth; das auf solche Weise entstehende Kräftepaar trachtet, sodann den Körper des Vogels und die Verticale des Schwerpunktes in Umdrehung zu versetzen. Der Vogel führt also die Steuerung einfach dadurch aus, dass er die Schwingungsachsen entgegengesetzt einstellt.

õ.

Nach der kleinen Digression bezüglich der Lenkbarkeit des Vogelkörpers, kehrt die Abhandlung wieder zur horizontal Bewegung zurück, indem Vor- und Nachtheile der vorhin erörterten Flugtheorie kurz besprochen werden. Sie beruht auf dem Grundsatz Anhubsund Niederschlagszeiten der Flügelschwingung gleich gross zu machen. Diese Methode hat zwar den Vortheil die für die horiz. Bewegung verloren gehende Gravitations-Arbeit zu einem Minimum zu machen, sie gibt aber nebenbei den Nachtheil in Kauf, der in so ferne von Belang ist als durch ihn die Sicherheit der Lebensexistenz leicht gefährdet werden kann.

Die Formeln sind alle von der Natur, dass dem Wachsen des Werthes der Grössen n, L und P, keine Grenzen gesteckt werden; nun nimmt L nach den ersten, P hingegen nach den zweiten Potenzen von n, zu. Bei dem viel rascheren Ansteigen des die Festigkeit des Flügels in Anspruch nehmenden P, kann es leicht geschehen dass eine momentan angestrebte Vermehrung der Arbeit L eine solche Zuname des vom Flügel zu tragenden Druckes P zur Folge hat, die die Tragfähigkeit des Flügels übersteigt. Offenbar muss die Natur beim Vogel irgend ein Expediens gefunden haben, wodurch die Gefahr eines Flügelbruches behoben wird. Dieses Expediens besteht in der Kürzung der Anhubszeit, das der Vogel immer dann anwendet, wenn die Tragfähigkeit des Flügels eine weitere Steigerung von P, mithin eine weitere Kürzung der Niegerschlagszeit t nicht mehr verträgt.

Die Theorie des Fluges bei unbegrenzt steigerbarem  $P_1$  und L ruht auf der Formel (40); in der der Flügeldruck  $P_1$  zu Folge (18) nach dem Quadrate von  $n = \frac{1}{2}t$  (wobei t = Niederschlagszeit) zu-

n immt. Um die Gefahr, die hieraus erwächst, zu vermeiden, stellen wir das Princip auf, dass P constant bleibe. Dann wird die Säule h—h<sub>1</sub> in (40) nur noch so variabel sein können wenn t<sub>1</sub> bei constantem t variabel ist. Es besteht aber zwischen den Grössen n<sub>1</sub> t und t<sub>1</sub> die Gleichung (41) der zu Folge also n<sub>1</sub> noch immer variabel bleibt wenn auch t constant betrachtet wird. Führt man an die Stelle des t<sub>1</sub> unter Voraussetzung der Gleichung (42) die neue Variable  $\theta$  ein, so geht (41) in (43) und dem Zufolge die (40) nach Multiplikation mit: Gn<sub>1</sub> in (44) über, worin L und A<sub>1</sub> die in  $\theta$  ausgedrückte Arbeiten des Flügels und des Schwebens bezeichnen.

Vor Allem hat man nun hinsichtlich der Variabeln  $\theta$  ins Reine zu kommen. Ein Blick auf (42) zeigt dass dieselbe nur positiver Werthe fähig ist; also sind 0 und  $\infty$  ihr kleinster und grösster Werth. Es fällt nun auf dass A, sowohl für  $\theta = 0$  als auch für  $\theta = \infty$  den nämlichen Werth erhält also muss A, für ein zwischen 0 und  $\infty$  liegendes  $\theta$  ein Maximum oder Minimum besitzen. Offenbar hängt diess nur von dem Faktor mit  $\theta$  ab; setzt man ihn = U, so zeigen die Gleichungen in (46) in der That für  $\theta = 1$  ein Minimum an. Nun kommen noch (45) zu beachten die sich für  $\theta = 0$  aus (44) ergeben. Lässt man noch in (44)  $\theta = 1$  sein, so erhält man in (47) die vom Schwebefall bereits bekannten Formeln (11) und (12). Diese bilden also den Ausgangszunkt der gegenwärtigen Rechnung.

Vergleicht man jetzt dieses Alles unter einander, so ergibt sich aus (44) und (45) die (48), wo  $L_0$   $A_0$  hypothesische Werthe von L, und A, sind, die diese erst für  $\theta = 0$  erreichen. Bestimmt man  $\theta$  aus der letzten Gleichung von (48) so führt das auf (49), wo  $\alpha$  und  $\vartheta$  als neue Hilfsgrössen an die Stelle von A und L treten. Setzt man endlich in der letzten Gleichung von (49)  $\theta = 1$ , so gibt das (50); das hieraus sich ergebende Resultat in (47) substituirt führt auf (51), wo  $A_0$   $L_0$  schliesslich mit Rücksicht auf (45) durch G und P ersetzt werden. Nun hängt es von uns ab welche Deutung wir der (51) geben wollen; sie gilt für  $\theta = 1$ , wo  $A_1$   $L_1$  in die durch (47) Bestimmten A L übergehen, diese gelten beim absoluten Schweben wo H = 0 wird. Nimmt man diese Bedingung an, so führt (51) auf (52) und diese auf (53) wodurch die Hypothese, dass T constant sei erfüllt wird. Kehrt man nochmals auf (44) zurück indem man 2 G statt P setzt, so gibt das die (54) woraus nach erfolgter Reduction sich

schliesslich H, ergibt. Zum Abschluss dieses Abschnittes wird endlich (55) und beziehendlich (56) die zwischen n n, und  $\theta$  bestehende Relation mit Hinzuziehung der Hilfsgrösse  $\gamma = \text{Gg/L}_1$  bestimmt.

6.

In diesem Schlussabschnitte wird der Flug bei gleicher Flügelanhubs und Niederschlagszeit mit dem Flug bei verkürzter Anhubszeit verglichen. Der Vergleich fällt zu Folge (59) und (60) zu Gunsten der ersteren aus. Es ist also hinsichtlich des Aufstieges H der Flug bei gleicher Anhubs und Niederschlagszeit gegen jenen mit verkürzter Anhubszeit im entschiedenen Vortheil.