

## *Kiss Elemér: Matematikai kincsek Bolyai János kéziratok hagyatékából*

„Ami erről a könyvről mondanom kellene, az magában a könyvben megtalálható.”, válaszolta Albert Einstein a *New York Times* riportterének, aki Leopold Infelddel írt könyvről kérdezte. Ez a válasz nem csupán szellemes, de fokozottan igaz minden olyan könyvre, amelynek tartalma jelentős újdonságokkal szolgál. Hiszen az igazán új tudományos eredmények, gondolatok nem hasonlíthatók egyszerű utalásokkal az addigiakhoz, megismerésüket maga a mű szolgálja.

Kiss Elemér eredeti vállalkozása, amely a *Bolyai-ládák* tartalmának, a több mint tízezer, kézzel írott levél és kézirat megfejtésére irányult, általa sem várt eredményre vezetett. A „megfejtés” kifejezés pontosan fedi azt az évtizedeken át tartó tevékenységet, amellyel rekonstruálni tudta a több nyelven és a kor matematikai nyelvezetétől és jelöléseitől helyenként jelentősen eltérő, sokszor szinte olvashatatlan kéziratok tartalmát. Ma már tudjuk, hogy a Bolyai-kutatások történetében páratlan vállalkozás egészen új képet tart elénk Bolyai Jánosról.

Kiss Elemér 1999-ben megjelent, fenti című kötete a kéziratok hagyaték szisztematikusan, ám még nem teljes feldolgozása után született, és a Typotex, valamint az Akadémiai Kiadó jóvoltából kerülhetett az olvasók kezébe magyar és angol nyelven. Az azóta eltelt hat év alatt az első kiadás példányai elfogytak, így mindenképpen szükségessé vált a kötet második kiadása, amely bővített kiadásként tartalmazza Kiss Elemér számos új eredményét a kéziratok hagyaték megfejtésében.

A második, bővített kiadás szerkezeti felépítése megegyezik az első kiadásával, ám minden fejezetben pontosítások, új összefüggések és az azóta megjelent irodalomra vonatkozó kritikai megjegyzések találhatók.

Az első fejezet, amelynek címe *Bolyai János életútja és a Tér tudománya*, röviden áttekinti azt a sok, klasszikusan megírt kötetekben tárgyalt életutat, amely Bolyait az új geometria megalkotásáig vezette. Ugyanakkor ez a fejezet is tartalmaz, még az első kiadáshoz képest is, igazi újdonságot, amikor igen alapos, tényszerűen a levelezésekre (és nem szóbeszédre) támaszkodó bizonyítását találjuk az 1.6. fejezetben a *nem euklideszi geometria* megalkotásával kapcsolatos prioritási kérdéseknek, amely a Bolyai-Gauss-Lobacsevszkij viszonylatban még ma is zajlik. E fejezetben meggyőző érveléssel mutatja meg a szerző, hogy Bolyai János elsőségéhez nem férhet kétség.

A második fejezet a *Bolyai-ládák*, azaz a teljes kéziratok hagyaték pontos, szisztematikusan leírását adja. Különösen egyediek a 2.6.-2.7. alfejezetek, melyek Bolyai János nyelvezetéről és jelölésrendszeréről szólnak, amelyekről csak olyasvalaki tud ilyen precizitással írni, aki hosszú éveket töltött az igen nehezen kiolvasható, szinte rejtélyes szövegek és képletek megfejtésével. Tulajdonképpen ennek a „rejtjelfejtő” tevékenységnek köszönhetőek azok a matematikai kincsek, amelyeket Kiss Elemér több mint száz év szunyadás után e kötetében közkinccsé tett. A kötet további része eme újonnan felfedezett kincsekkel ismerteti meg az olvasót.

Már az első kiadásban is rendkívül izgalmas volt a számelméleti vizsgálódásokat tárgyaló 4. fejezet (Mersenne-féle számok, kis Fermat-tétel, Fermat karácsonyi tétele, Fermat-számok, Wilson tétele, valamint a 3×3-as bővös négyzetek általános tárgyalása), amely most új, igen érdekes alfejezetekkel bővült: a 4.9., amely a *Zene és matematika*, valamint a 4.10., amely a *Bolyai János és a diofantikus egyenletek* címet kapta. Mindkét fejezetrész tulajdonképpen a diofantikus egyenletekkel foglalkozik, mivel a 4.9.-ben a szomszédos zenei hangok arányait vizsgálja ugyancsak ilyen egyenletek segítségével.

Külön érdekessége ezen gondolatoknak, hogy mindezt Bolyai János az 1840-es évek elején jegyezte fel, a *Muzsikatan* című dolgozatával egy időben. Különös jelentőséggel bír a 4.6. alfejezet, amelyben Bolyai János Fermat-számokkal kapcsolatos érdekes tétele található, a Bolyaitól már-már megszokottan elegáns bizonyítással együtt, mely szerint minden Fermat-szám  $6k-1$  alakú. A tétel jelentőségét és egyben Kiss Elemér kutatásainak nemzetközi elismerését jelenti, hogy a *Historia Mathematica* 1999-es számában, e tárgyban publikált eredményeire való hivatkozással, a 2004. évben a Springer Kiadónál megjelent, Michal Krizek – Florian Luca – Lawrence Somer: *17 Lectures on Fermat Numbers* című kötet 31. oldalán ezt a tételt (3.12. tétel) *Bolyai-tételnek* nevezik. Ez az első olyan rangos forrás, ahol Bolyai Jánosra nem a geometria, hanem a számelmélet területén történik hivatkozás, ami fordulópontnak tekinthető a Bolyai János valódi arcának megismerése felé vezető úton.

Az ötödik fejezet, amely *A prímtan* címet viseli, Bolyai János olyan eredményeivel ismert meg, amelyek a Bolyairól írt, eddigi munkák egyikében sem fellelhetők. Ezek az eredmények a képzetes vagy más néven komplex számokkal foglalkoznak, amelyek kutatásába, a kéziratok tanúsága szerint, Bolyai János majdnem akkora energiákat fektetett, mint a paralelákéba. Eme elméletét nevezte Bolyai János *prímtan*-nak, amely tulajdonképpen a komplex egészek oszthatóságának minden alapvető problémájával foglalkozott. Fontos vonala e fejezetnek, hogy részletesen kitér Carl Friedrich Gauss ugyanez időben e tárgyban végzett vizsgálódásaira, és dokumentumokra alapozva mutatja meg, hogy mindezeket az eredményeket Bolyai Farkas kérése ellenére sem tette hozzáférhetővé, így János szellemi teljesítménye e tárgykörben sem kérdőjelezhető meg.

A hatodik fejezet, *Az algebrai egyenletek elmélete*, feltárja Bolyai János vívódásait az

ötöd és magasabbfokú algebrai egyenletek megoldhatóságával kapcsolatban, amelyet így összegez Kiss Elemér a fejezet végén: „...a geometerként ismert Bolyai János is sokat töprengett e fontos problémán anélkül, hogy tudta volna, hogy azt előtte vagy vele egy időben már mások megoldották. De a világ sem tudott eddig arról, hogy a 19. század derekán a magyar matematikának is volt olyan tudósa, aki –ha megkésve s talán csak a saját maga megnyugtatására – pontot tett a legkiválóbb matematikusokat évszázadokon át izgalomban tartó problémára.”

Fontosnak tartom erre az idézetre felhívni a figyelmet, mivel valószínűleg nem véletlen, a szerző *töprengett e fontos problémán* általános megfogalmazása, a *fontos algebrai problémán* helyett. Eme gondolat ugyanis Bolyai János munkássága során más problémákkal kapcsolatban is szó szerint megismételhető, és tökéletesen jelzi azt a szerzetesi elszigeteltséget, amely alkotó tevékenységére volt jellemző, és amely azt a szellemi nagyságot mutatja, hogy nem csupán a geometria területén tudott *a semmiből egy új, más világot* teremteni.

Az első kiadáshoz képest teljesen új fejezetként szerepel e kötetben a hetedik, amely a *Bolyai Jánosnak az analízis tárgykörébe tartozó vizsgálódási* címet kapta. Az új fejezet annál is érdekesebb, mivel a fejezet elején megtudjuk, hogy Bolyai Farkas már 1816-ban Gausshoz írt levelében írta, hogy „... *fiam [...] kedveli a differenciál- és integrálszámítást és rendkívül készséggel és könnyedén számol velük.*” Ezt az érdeklődését később a sorok és az elliptikus integrálok területére koncentráltta, amelynek általános megoldása élete végéig nem sikerült, így általában speciális feladatok megoldásával foglalkozott.

A nyolcadik fejezetben az első kiadáshoz képest változatlan formában közölt Bolyai-levelek különleges jelentősége, hogy a

mai olvasó számára értelmezhető, érthető nyelvezetre „fordítva” olvashatjuk azokat a kulcsfontosságú írásokat, amelyek eredeti forrásként mutatják be Bolyai János valódi matematikai kincseit.

Mindezt igazi mankóként egészíti ki a kilencedik fejezetben a szerző a *Bolyai által használt műszavak és jelölések* magyarázatával. A második kiadás jelentős újdonsága a 36 tétellel kibővített, 166 tétellel álló irodalomjegyzék.

Kiss Elemér kötete és egész munkássága nehezen túlbecsülhető abban a folyamatban, amely a *Bolyai-ládákba* temetett, majd százötven év szunnyadás után igyekszik közkinccsé tenni Bolyai János valódi arcát. Teszi ezt olyan körülmények között, amikor

a magyar tudomány talán legnagyobb elméjét az egész világon a szó valódi értelmében csupán *ál arc* mögött ismerik, hiszen a Bolyai Jánosról könyvekben, bélyegeken, fotókon, sőt az interneten elterjedt kép (ma már biztosan tudjuk) nem őt ábrázolja. Ennek az állapotnak a megszüntetésére született a [www.titoktan.hu](http://www.titoktan.hu) honlapon a *Bolyai János valódi arca* oldal, amelynek egyik fő célkitűzése az olyan művek és kutatások széleskörű elterjesztése, mint Kiss Elemér fent ismertetett kötete. (*Kiss Elemér: Matematikai kincsek Bolyai János kéziratos hagyatékából. 2. bővített kiadás. Budapest: Typotex Kiadó, 2005*)

Dénes Tamás  
matematikus-kriptográfus

## *Monológ helyett dialógus: két kötet szemléje*

Mintha a platóni dialogizálás újabb divatját élnénk meg: Plátón (fiktivitást sem nélkülöző) diskurzusai úgy tűnik – nyilván olykor csak közvetve –, sokakat sarkallnak. Axiomatikus megállapításomat alátámasztandó, két kötetre szándékozom felhívni a figyelmet.

### *I. Agy Hit Számítógép*

A Hámori József – Roska Tamás – Sajgó Szabolcs triász – invitálásnak eleget téve – mintegy összezárva Dobogókőn vágott neki egy kollektív meditációnak. Könyvkiadói kapacitásnak engedelmessé két természettudományi kutató és egy teológus lelt egymásra.

Előbb a világ kezdete és vége dilemma nyert exponálást, majd Roska kiemelte: a szubkultúra a gyilkos fegyvereknél is nagyobb veszély, tudniillik a kultúra társadalmi méretű elzüllesztésével fenyeget, s e fenyegetés annál inkább markáns, merthogy a szubkultúra ideológiamentes.

Mindhárman hangsúlyozzák a család (például az e körben elhangzó mesék, a családi

beszélgetések), a nevelés (kiváltképp a jó tanár) meghatározó szerepét.

Hámori disztíngvál: megkülönbözteti az idejekorán megadatott hitet a később szervülőtől. Elfogadja az élettani-pszichikus szempontból egyaránt releváns *kritikus periódus* életkori szakaszt, amely valamely funkció ideális kialakításának az érája, s úgy gondolja, az az ember szerencséje, hogy ez nálunk jóval hosszabb, mint az állatoknál (örömmel konstatáltam: az óvoda szerepét nem mellőzi ebben a processzusban Hámori). Üdvözlí Noam Chomsky mélystruktúra-magyarázatát, s a lányok és fiúk eltérő fejlődési tempójának ismeretében a koedukáció legalább a 10. életévig történő megszüntetését – az eredményesebb nevelés-oktatás kedvéért – újra életbe léptetendőnek minősíti.

Roska Tamás (mások mellett) Kurt Gödel újszerűségét és originalitását méltatja. Arisztotelész óta a logika legnagyobb eredményének tartja Gödel tételét (ennek szimplifikált formája szerint vannak olyan igaz állítások, amelyeknek igazsága logikai úton *ab ovo* nem bizonyítható). Szóba kerül a két agyi félteke eltérő funkcionális rendeltetése, lehetséges harmóniájuk előnye, s egy