

# fizikai szemle



2018/9

# XVII. mnt Nukleáris Technikai

## szimpózium

Nukleáris tájékoztatás és tájékozódás!

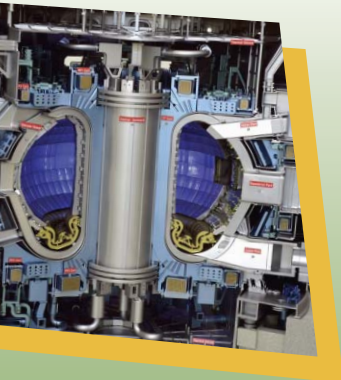
Fórumot biztosítunk szakembereknek, kutatóknak, a szakma ifjabb művelőinek műszaki és tudományos eszmecsérére, kapcsolatépítésre.

### KIEMELT TÉMÁINK:

1. Nukleárisüzemanyag-fejlesztések,
2. Nemzeti Nukleáris Kutatási Program újabb eredményei,
3. A nukleáris ipar szakember-utánpótlása.

de várjuk az előadásokat az alábbi témakörökhöz kapcsolódóan is:

nukleáris technikák || új generációs reaktorok || fúziós technológia ||  
vegyészet || hulladékkezelés || leszerelés és transzmutáció || reaktorfizika  
|| termohidraulika || reaktoranyagok || nukleáris biztonság || informatikai  
biztonság || sugár- és környezetvédelem || üzemeltetés és hatósági szabályozás  
|| oktatás || PR és HR || új atomerőművi blokkok építése.



Idén is lehet pályázni a legjobb **poszter** díjra!

**November 29-én** a Marie Skłodowska-Curie élete alapján készült Radioaktív című monodrámát tekinthetik meg a résztvevők.

**November 30-án** Kerekasztal-beszélgetésre hívunk, illetve sajtótájékoztatót tartunk.

Minden érdeklődőt szeretettel várunk a XVII. Nukleáris Technikai Szimpóziumon!

2018. NOVEMBER  
29-30.

**BABITS MIHÁLY KULTURÁLIS KÖZPONT**  
7100 Szekszárd, Szent István tér 10.

Regisztrálni már most lehet: [www.nuklearis.hu](http://www.nuklearis.hu)  
(minden egyéb adat, információ a honlapon megtalálható)





## ÚJ TANÉV KEZDETÉN

Nincs abban semmi új, hogy – szeptember lévén – indul az új tanév, mint ahogy abban sem, hogy ilyenkor az évközben megszokottnál is fokozottabb figyelem irányul az oktatással kapcsolatos nehézségekre és persze az eredményekre is. A mostani időszak szakterületünket érintő problémái közül az egyik a Nemzeti Alaptanterv megújítását célzó, augusztus 31-én vitára bocsátott javaslat, ami az Oktatás 2030 Tanulástudományi Kutatócsoport honlapján (<https://www.oktatas2030.hu/>) található és ugyanitt lehet véleményt írni róla 2018. október 31-ig. Az anyag nagy és bonyolult, nyilván ez az oka annak is, hogy bizonyos részleteiben ellentmondásos és némileg hevenyészett. Ezek a konkrét részletek azonban a könnyebben javíthatók (remélhetőleg).

A súlyosabbnak tűnő probléma az, hogy a kitűzött célok és a jól megfogalmazott tartalmak mennyisége a természettudományi tantárgyak esetében alapvetően ellentétben áll a feldolgozásra biztosított órakerettel. A gimnáziumok természettudományokra szánt órakerete az 1970-es évektől kezdve monoton csökken. A mostani javaslat szerint a gimnáziumok számára általánosan előírt időkeret a 9. évfolyamon heti 3, a 10.-en 2 óra. (Hasonló a helyzet a biológia és a kémia tárgyak esetén is.) A gimnázium két felső osztályában a kötelezők közül – a matematika kivételével – teljesen hiányoznak a reál tárgyak. Mivel a NAT korábban kétségkívül jobb szaktárgyi tartalma inkább növekedett, mint csökkent, az előrehozott és lecsökkentett órakeretben a tanítás színvonala még a mai szinten sem tartható meg.

A jelen NAT-javaslat lehetővé teszi, sőt sugallja, hogy az általános iskolákban a három szaktárgyat egyetlen, integrált „természettudomány” nevű tárgyba összevonva tanítsák. A javaslatot szakmailag az egységes természetszemlélet kialakítására vonatkozó igénnyel indokolják, de háttérben az alacsony szaktárgyi óraszám és a tanári óraterhelés növelése, valamint a szaktanárok számának folyamatos csökkenése is sejthető. Ez utóbbi az oktatás másik, jelenleg újra fókuszpontba került problémája. Mostanában országosan és évente mindössze körülbelül 30-an szereznek fizikatanári végzettséget, ami messze elmarad a szükséges számtól. Az eddigi „életpályamodellek” láthatóan nem elegendők a probléma megoldására, hathatós és kézzelfogható intézkedésekre lenne szükség, amelyek még azonnali bevezetésük esetén is csak évtizedes távlatban hozhatnának javulást.

Az integrált tárgy oktatásához gondosan kidolgozott tananyagra, valamint a biológia, fizika és kémia területén egyformán képzett tanárookra lenne szükség. A felelősségteljes eljárás az lenne, ha ezek biztosítása, és tanítási kísérleteken keresztüli szakszerű kipróbálás után kerülne sor az integrált tárgy bevezetésre. A fordított sorrend esetén a természettudomány oktatása legfeljebb papíron valósulna meg.

Az ELFT elnöksége együttműködést kezdeményez a NAT véleményezésére a Magyar Kémikusok Egyesületével. A társulati vélemény kialakítására egy vitaindító anyag közzétételével internetes fórum indul, majd **október 19-én (péntek) délután 14:00 órára az ELTE-n egy véleményező ülésre** kerül sor, amelyre meghívják a NAT készítőit is. A fórum után egy 5-6 főből álló csoport írja meg a véleményt. A dolog fontosságának megfelelően mindannyiunk, de mindenekelőtt természetesen a fizika- és a kémiatanárok felelősségteljes és aktív részvételére van szükség.

  
Lendvai János  
főszerkesztő

# Fizikai Szemle

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A Matematikai és Természettudományi Értesítőt az Akadémia 1882-ben indította  
A Matematikai és Fizikai Lapokat Eötvös Loránd 1891-ben alapította

**Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat havonta megjelenő folyóirata.**

**Támogatók: a Magyar Tudományos Akadémia Fizikai Tudományok Osztálya, az Emberi Erőforrások Minisztériuma, a Magyar Biofizikai Társaság, a Magyar Nukleáris Társaság és a Magyar Fizikushallgatók Egyesülete**

*Főszerkesztő:*  
**Lendvai János**

*Szerkesztőbizottság:*  
**Bencze Gyula, Biró László Péter, Czitrovsky Aladár, Füstöss László, Gyürky György, Hebling János, Horváth Dezső, Horváth Gábor, Iglói Ferenc, Kiss Ádám, Koppa Pál, Ormos Pál, Papp Katalin, Simon Ferenc, Simon Péter, Sükösd Csaba, Szabados László, Szabó Gábor, Takács Gábor, Trócsányi Zoltán, Ujvári Sándor**

*Műszaki szerkesztő:*  
**Kármán Tamás**

*A folyóirat e-mailcíme:*  
**szerkesztok@fizikaiszemle.hu**  
A lapba szánt írásokat erre a címre kérjük.

**A beküldött tudományos, ismeretterjesztő és fizikatanítási cikkek a Szerkesztőbizottság, illetve az általa felkért, a témában elismert szakértő jóváhagyó véleménye után jelenhetnek meg.**

*A folyóirat honlapja:*  
**<http://www.fizikaiszemle.hu>**



*A címlapon:*

**Makovics Kornél természetfotós felvétele 2014 nyarán Szekszárdon (ISO 100 érzékenység, F-5,6 blende, 30 másodperc expozíció). A szerző e képével 2015-ben 1. díjat nyert az Országos Meteorológiai Szolgálat és a Magyar Viharvadász Egyesület fotópályázatán.**

## TARTALOM

- Lendvai János: Új tanév kezdetén* 293  
*Az új NAT-tervezet véleményezésének menetrendje*
- Deák András: Nanorészecskék önszerveződése* 295  
*Hogyan függ az önszerveződés a nanorészecskék méretétől, alakjától, valamint a felületi csoportoktól*
- Horváth Gábor, Stromp Mark, Farkas Alexandra, Száz Dénes, Barta András: Mennyire valóságshűek a festmények villámai?* 299  
*A villámokról készített fényképek és a képfeldolgozó programok körülbekötő alkalmazása tesztek lehetővé a kérdés vizsgálatát*
- Radnóti Katalin: Két magyar marslakó: Szilárd Leó és Teller Ede* 308  
*A két magyar származású géniusz életének és tudományos teljesítményükben is fontos kapcsolatuk ismertetése*

## A FIZIKA TANÍTÁSA

- Simon Ferenc: Nagyfrekvenciás jelek kábelbeni terjedésének fizikai alapjai – 2. rész* 314  
*A jelenségkör részletes leírása különösen a felsőoktatás szintjén lehet hasznos és érdekes*
- Németh Viktória, Nguyen Q. Chinh: A Lenz-törvény demonstrálásában használt rézcső méretének hatása a csőben mozgó mágneses testek sebességére* 318  
*Az ismert demonstrációs kísérletben alkalmazott rézcső jellemzőinek hatását korábban nem vizsgálták*
- Sükösd Csaba: XXI. Országos Szilárd Leó Nukleáris Tanulmányi Verseny – 2. rész* 326  
*A nukleáris technológia iránti érdeklődés fokozását szolgáló, nagy hagyományú verseny feladatainak és azok megoldásának ismertetése*

## HÍREK – ESEMÉNYEK

- Állami kitüntetések augusztus 20-a alkalmából* 313
- Búcsú: Niedermayer Ferenc* 313

- J. Lendvai: At the beginning of a new school year*  
*A. Deák: Selforganization of nanoparticles*  
*G. Horváth, M. Stromp, A. Farkas, D. Száz, A. Barta: How realistic are the lightnings on paintings*  
*K. Radnóti: Two Hungarian Martians: Leo Szilard and Edward Teller*

## TEACHING PHYSICS

- F. Simon: Propagation of high frequency signals in wires – Part 2*  
*V. Németh, N. Q. Chinh: Demonstration of Lenz's law: Influence of the wall width of the copper tube on the velocity of magnets moving inside the tube*  
*Cs. Sükösd: 21<sup>st</sup> Szilárd Leo National Nuclear Study Competition – Part 2*

## EVENTS

**Fizikai Szemle**

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

megjelenését támogatják:



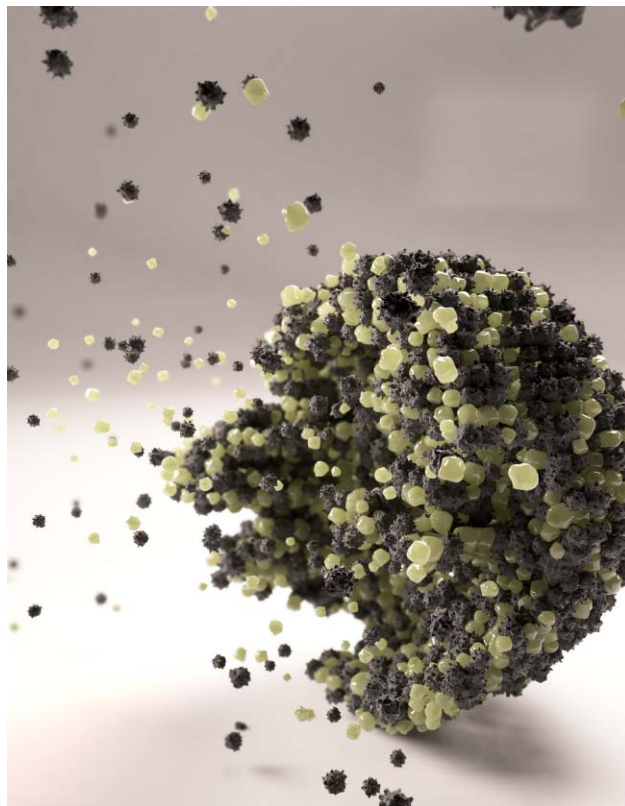
A nanorészecskék világa rendkívül változatos és gazdag, ami elsősorban annak köszönhető, hogy az anyag jellemző kiterjedését 100 nm alá csökkentve sokszor megjelennek olyan (optikai, mágneses, elektromos) tulajdonságok, amelyek a makroszkopikus, tömbi anyagra nem, vagy csak alig észlelhetően jellemzők. Ugyanez igaz nanorészecskékből létrehozott nagyobb rendszerekre is (1. ábra), amelyekben az ígéretes részecsketulajdonságok ötvöződhetnek vagy felerősödhetnek.

Parányi részecskével a gyakorlatban legtöbbször folyadékfázisban találkozni. Ennek oka elsősorban az, hogy a részecskék alulról történő felépítése (nedveskémiai szintézise) rendkívül változatos előállítási utakat tesz lehetővé. Emellett a létrehozott részecskével való munka gyakorlatilag folyadéktechnológiává redukálható – adott mennyiségű részecskét egy egyszerű pipetta segítségével könnyen áthelyezhetünk egyik helyről a másikra (edény, felület, táptalaj stb.). Ugyanakkor fontos kiemelni, hogy csak akkor ilyen könnyű a dolgunk, ha az adott feladatra megfelelő nanorészecskéket „tervezünk”, és itt elsősorban a részecskék felületi tulajdonságaira kell gondolni. Ilyen kis méretnél az egész részecske egy hatalmas felület, és azt, hogy milyen kölcsönhatásba lép az őt körbe vevő világgal – mérete és alakja mellett –, elsősorban felület „milyensége” szabja meg. A nanorészecskék felülete szinte mindig valamilyen molekulával vagy ionos specieszekkel borított (felületi csoport), ugyanis ez biztosítja a részecskés rendszer kinetikai stabilitását, és megszabja, hogy a nanorészecskék miként hatnak kölcsön egymással, felületekkel vagy (bio)-makromolekulákkal [1].

Kutatómunkánk során elsősorban optikai és szerkezetvizsgálati módszerekre támaszkodva igyekszünk pontosabb betekintést nyerni modell-nanorészecskék felületkémiaja és a részecskék kölcsönhatása közötti összefüggésekbe. Azt vizsgáljuk, hogy a nanorészecskék méretének, alakjának, valamint felületi csoportjainak minőségével és elrendeződésével hogyan tudjuk a részecskék közötti kolloid kölcsönhatásokat befolyásolni, és ez milyen lehetőséget nyújt irányítottan önszerveződő szerkezetek kialakítására. Az alábbiak-



Deák András (1978) az MTA Energetikai Tudományi Kutatóintézet tudományos főmunkatársa. BME-n szerzett vegyészmérnöki végzettséget, majd PhD fokozatot 2007-ben. Két éves külföldi kutatói ösztöndíjat (Ludwig-Maximilians-Universität München) leszámítva a Műszaki Fizikai és Anyagtudományi Intézetben dolgozik. Kutatómunkája nanorészecskék, nanostrukturált és önszerveződő rendszerek kolloidikai és optikai aspektusaira fókuszál.



1. ábra. Az *Advanced Materials* folyóiratban megjelent cikkünk inspirálta grafika: létrejön egy nanorészecskés klaszter (Christoph Hohmann, Nanosystem Initiative Munich engedélyével).

ban néhány, saját kutatási eredményeinkből kiragadott példán keresztül szeretnénk érzékeltetni, hogy a modern anyagtudomány milyen változatos és izgalmas területét képezik a nanorészecskével kapcsolatos kutatások.

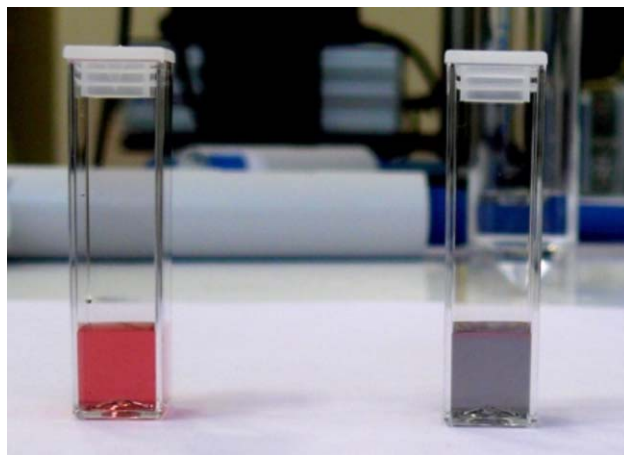
## Arany nanorészecskék

Az arany nanorészecskék ideálisak az ilyen jellegű kísérletekhez. Számos, jól dokumentált receptúra létezik a részecskék méret- és alakszabályozott (gömb, rúd, bipiramis, csillag stb.) nedveskémiai szintéziséhez. További előnyük, hogy az erős arany-kén kötésnek köszönhetően a részecskék felülete tiolcsoportot<sup>1</sup>

<sup>1</sup> A tiolok kéntartalmú szerves vegyületek. Jellemző funkciócsoportjuk az -SH merkaptó- vagy szulfhidrilcsoport. Alkoholokból vagy fenolokból vezethetők le a bennük található hidroxilcsoport oxigénatomját kénatomra cserélve. Az alkoholokból levezethető tiolok a tioalkoholok, vagy régies nevükön merkaptánok, a fenolokból levezethetők a tiofenolok. Kén-hidrogénből is származtathatók, annak egyik hidrogénatomját szénhidrogén-csoportra cserélésével. A merkaptocsoport akár cikloalifás vagy heterociklusos gyűrűhöz is kapcsolódhat. (Wikipedia)



2. ábra. Különböző alakú és méretű arany nanorészecskéket tartalmazó szolok [2].



4. ábra. 20 nm-es arany nanogömbök szolja KCl oldat hozzáadása előtt (balra) és után (jobbra).

tartalmazó molekulákkal könnyedén módosítható. Az arany nanorészecskék legkülönlegesebb tulajdonsága ugyanakkor, hogy a látható fény hullámhossztartományában bizonyos hullámhosszaknál – lokalizált plazmonrezonancia gerjesztés miatt – rendkívül nagy szórási és abszorpciós keresztmetszettel rendelkeznek [2]. Ebből adódóan nanorészecskéket tartalmazó szolok a részecskék alakjának és méretének függvényében jellegzetes színnel rendelkeznek (2. ábra).

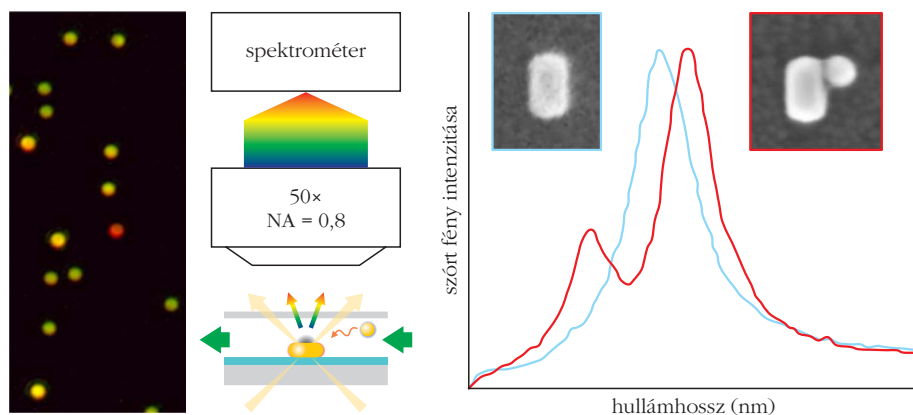
Szintén ennek köszönhetően az arany nanorészecskék sikeresen alkalmazhatók például megfelelő felületi funkcionálizálást követően fényelnyelésen alapuló lokális hipertermiában (például daganatos sejtek célzott elpusztítására), vagy jelölő anyagként, amelynek segítségével bio-makromolekulák élő sejten belüli mozgása nyomon követhető. A nagy szórási keresztmetszetnek köszönhetően akár egyedi nanorészecskék közvetlen optikai vizsgálata is lehetséges. Ez egy sötétlátóteres optikai mikroszkóppal csatolt képalkotó spektrométerrel valósítható meg. Ebben az elrendezésben az egyedi nanorészecskék szórási spektruma (megfelelően alacsony felületi sűrűség esetén) külön-külön vizsgálható. A szórási spektrumban meg-

jelző karakterisztikus csúcsok pozíciója és alakja rendkívül érzékeny a részecskék közelterének összetételére (dielektromos viszonyok), különösen arra, ha egy másik részecske közvetlen közelségbe kerül. Ugyanis ekkor – a plazmoncsatolás miatt – új módusok is megjelennek (3. ábra).

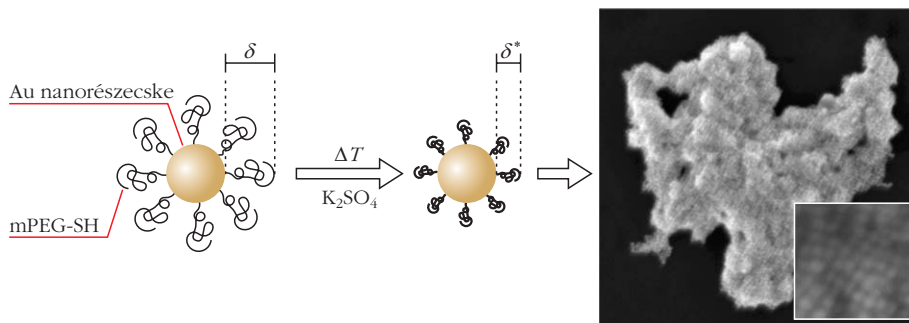
### Kolloid-kölcsönhatások „szemmel látható” megváltozása

Ez teremti meg a lehetőséget a kolloid-kölcsönhatások optikai alapú vizsgálatához, aminek egy egyszerű demonstrációját mutatja a 4. ábra. A 20 nm-es eredeti aranszolt – a részecskék felületén található citrátmolekulák révén kialakult – elektromos kettősréteg tasztítása stabilizálja. A citrátmolekulák negatív felületi töltéssel ruhazzák fel a részecske/víz határfelületet. A Poisson–Boltzmann-egyenlet szerinti elektromos kettősréteg stabilizálja a részecskéket [3], az ebből származó tasztítás képes kompenzálni – az arany esetében a részecskék polarizálhatósága miatt egyébként a szokásosnál egy nagyságrenddel erősebb – diszperziós vonzást. Érdeemes megemlíteni, hogy bár a részecské-

3. ábra. Arany nanorészecskék szórási képe (gömbök: zöld; rudak: sárga, piros) sötétlátóteres optikai mikroszkópban (balra). A képalkotó spektrométerrel akár folyadékcellában is mérhetővé válik egyedi nanorészecskék szórási spektruma (középen), és spektrális változás alapján detektálható egy második (50 nm-es) részecske bekötődése (jobbra).



ket körülvevő ionoszféra létrejöttében és térbeli eloszlásában a felületi töltéseknek meghatározó szerepe van, mégis, a tasztító kölcsönhatási potenciál fő hozzájárulása az ionoszférát felépítő ionok entrópiájával kapcsolatos [4]. Az oldatban jelenlévő ionok mennyiségét megnövelve (ebben az esetben KCl hozzáadásával) lecsökken a részecskék közötti tasztítás mértéke, ami aggregációhoz vezet. A részecskék közeledése miatti plazmoncsatolásnak köszönhetően pedig az oldat színe egyértelműen megváltozik.



5. ábra. Hőmérséklet-emelkedés hatására 20 nm-es arany nanorészecskékből létrehozott rendezett nanorészecskés klaszter pásztázó elektronmikroszkópos képe (jobb alsó sarokban a részecskék szabályos elrendeződése kinagyítva látható) [4].

## Szabályozott kölcsönhatások

Hasonló kísérletet elvégezve makromolekulákkal (PEG: polietilén-glikol) borított aranygömbökkel nem tapasztalni ilyen effektust, mivel a részecskefelületen rögzített molekulák szterikusan gátolják a részecskeaggregációt. Elméleti megfontolások alapján, megfelelően választott paraméterek mellett (részecskeméret, polimer molekulatömeg, ionerősség) ugyanakkor a hőmérséklet emelésével előidézhető a felületen rögzített molekulák konformációváltozása. A rövidebb hatótávú szterikus taszítás miatt a részecske-részecske távolságfüggő kölcsönhatási görbén ilyenkor egy nem túl mély lokális minimum jelenik meg, ami a gyors aggregáció helyett lassabb asszociációt eredményez a paraméterektől függően 30–60 °C hőmérséklet-tartományban, ami kedvez a nagy méretű, szabályos belső elrendeződést mutató részecskeklaszterek kialakulásának (5. ábra).

## Írányított önszerveződés „foltos” nanorészecskékkel

A koloid-kölcsönhatások finomhangolásának és annak a részecskeasszociátum szerkezetére gyakorolt hatásának különösen izgalmas területe a nanoméretes skálán létrehozott felületi kémiai inhomogenitás. Az egyik nagy kihívás olyan „reaktív foltok” létrehozása a nanorészecskék felületén, amelyek térben jól meghatározott irányokban képesek más részecskékkel kölcsönhatni, és így atomokhoz hasonló módon megfelelő számú „kötést” kialakítani, egyfajta kol-

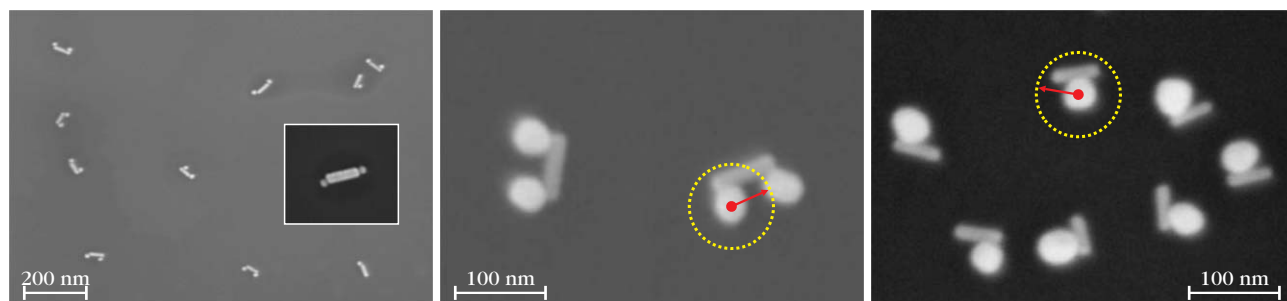
loidmolekulát eredményezve, szemben a korábban említett nagyméretű klaszterekkel. Arany nanorészecskékkel ez szintén sikeresen megvalósítható, illetve a lokalizált plazmonrezonancia-jelenségen keresztül mind a reaktív foltok, mind a részecskeasszociátumok kialakulása nyomon követhető. Arany nanorudak esetében például a rudak végét, illetve palást régióját szelektíven más-más

molekulákkal lehet felületmódosítani. A rudak végén elhelyezkedő, pozitív töltést hordozó ciszteamin-molekulák alakítják ki a „kötőhelyet” negatív részecskék számára, míg a rudak palástján található PEG molekulák szterikusan gátolják más részecskék bekötődését. Ezek a „foltos” rudak negatív felületi töltéssel rendelkező gömbökkel heterotrimereket alkotnak, azaz két gömb alakú részecske található a rudak elmentés végén. A bekötődés optikai úton detektálható a gömbök és a rudak közlerének kölcsönhatásából adódó plazmoncsatoláson keresztül (3. ábra). A folyamat különböző koloid-kölcsönhatásoktól való erős függését jól mutatja, hogy a meghatározó kölcsönhatás-paraméterek (részecskeméret, ionerősség) finomhangolásával ugyanezen alapokon „kocsihoz” vagy „csigához” hasonló szerkezetek is létrehozhatók (6. ábra).

## Nanorészecskék határfelületeken

A határfelületek kiemelt fontossággal bírnak minden koloidrendszerben, így nanorészecskék szoljai esetében is. A *Fizikai Szemle* egy korábbi számában már láthatunk példát arra, hogyan tudnak nanorészecskék folyadék/levegő határfelületen csapdázódni, és miként lehet az ilyen részecskékből kialakított filmeket mikrotechnológiai és fotonikai szempontból releváns szerkezet kialakítására használni [6]. Egyedi nanorészecskéket szilárd/folyadék határfelületen elhelyezve lehetőség nyílik a részecskefelület részleges módosítására, a így létrehozott objektumokat a szakirodalom – római mitológia áthallással – előszeretettel *Janus részecskéknék* nevezi. A 7. áb-

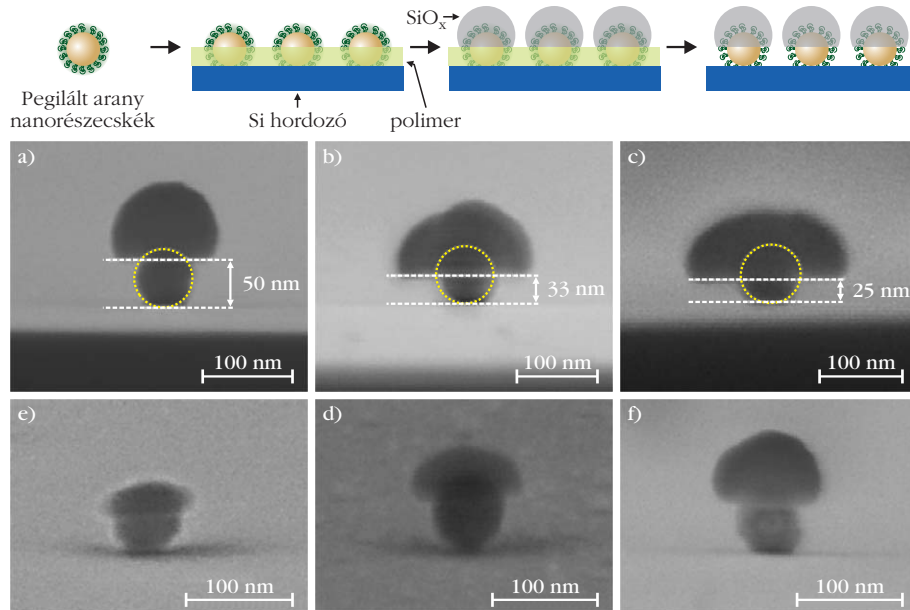
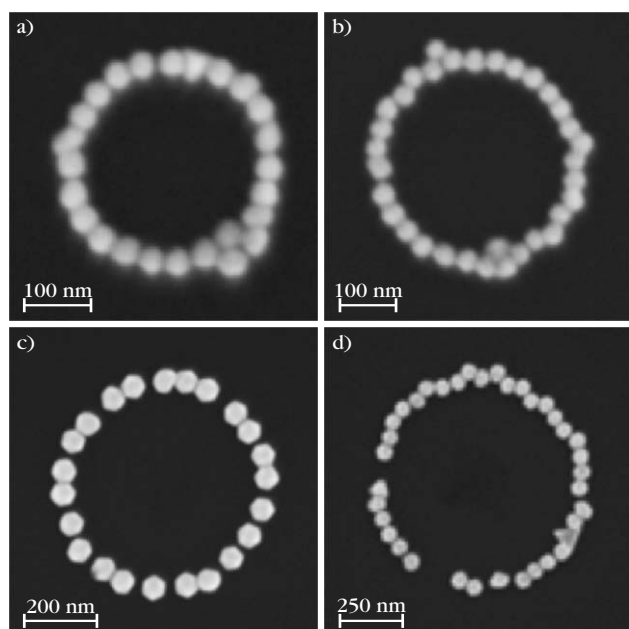
6. ábra. „Foltos” arany nanorudak és homogén felületi tulajdonságú arany nanogömbökből önszerveződéssel létrejött szerkezetek [4].



rán látható, hogy az egyszerű, makroszkopikus megfontolások néha nanoskálán is meglepően jól működhetnek. A részecskék felülete részlegesen maszkolható például, ha egy vékony (50-25 nm) polimerfilmbe ágyazzuk őket. Amorf szilikakérget létrehozó kémiai növesztőoldatba helyezve a hordozót a polimerbe ágyazott régióra nem válik le bevonat. A kísérleti paraméterekkel (polimerfilm vastagság, kémiai szintézis körülményei) a részecske geometria-paramétereit nagy pontossággal szabályozhatók.

Ha megfelelően nagy molekulák borítják a részecskék felszínét, akkor a részecskék felületre történő kitapadásának valószínűsége nagyban lecsökken. Ebben az esetben – rengeteg nanorészecske egyidejű önszerveződésével – a részecskék szol megfelelően strukturált felületen történő beszáradása révén összetett mintázatok kialakítására nyílik lehetőség. A száradás során a visszahúzódó folyadékkal együtt mozognak a részecskék, és végeredményben a felületi struktúra által diktált száradási mintázatot veszik fel. Egy ilyen arany nanorészecske-mintázatot mutat a 8. ábra. A gyűrű alakú részecskeláncok preparálásához szilika nanorészecskék Langmuir-Blodgett-monorétege szolgáltatva a templát-, azaz mintaréteget, ezt átítatva arany nanorészecskék szol-

8. ábra. Egysoros arany nanorészecskés gyűrűk (a, b) 45 nm-es és (c, d) 65 nm-es arany nanorészecskékből különböző PS templátrészecskével előállítva [5].



7. ábra. Arany nanorészecskék polimerfilmbe ágyazásával létrehozott Janus-részecskék [4].

jával, beszáritva, és a templátréteget eltávolítva a szerkezet „előhívható”. A nanorészecskék a száradási folyamat végén a templátréteg gömbjei alatti térrészbe tömörülnek. A gyűrűkben szintén jelentkeznek a korábban említett lokalizált plazmonok közötti csatolás, a vele együtt járó elektromos térerősítés pedig felhasználható Raman-spektroszkópiai mérések során jobb jel/zaj viszony eléréséhez [5].

## Összefoglalás

A nanorészecskékkel kapcsolatos kutatások és alkalmazások szempontjából kritikus a nanorészecskék egymás és felületek közötti kolloid-kölcsönhatások megfelelő ismerete és közben tartása, amely fizikai és kémiai jártasságot egyaránt igényel. Megfelelően tervezett nanoméretű építőelemekkel ugyanis rendkívül változatos és ígéretes, magasabb hierarchiájú részecskés rendszerek hozhatók létre.

## Irodalom

1. a) <https://hu.wikipedia.org/wiki/Kolloid>, b) <https://nkfih.gov.hu/hivatalrol/otka-kiadvanyok/foltos-arany-nanorudak>
2. Fülöp Eszter: *Nanométerű arany/szilika részecskekompozitok előállítása és vizsgálata*. PhD értekezés, BME, 2014, <https://repozitorium.omikk.bme.hu/bitstream/handle/10890/1384/ertekezes.pdf>
3. Bóta Attila: Nanorészecskék általános fizikai-kémiai tulajdonságai. *Természet Világa* 44/11 2013. november, <http://www.termeszetvilaga.hu/szamok/tv2013/tv1311/bota.html>
4. Pothorszky Szilárd: *Régiószeliktíven felületmódosított arany nanorészecskék tervezett előállítása, vizsgálata és önszerveződése*. PhD értekezés, BME, 2017, <https://repozitorium.omikk.bme.hu/bitstream/handle/10890/5439/ertekezes.pdf>
5. Zámbo Dániel: *Directed self-assembly of gold nanoparticle clusters and 2D ordered nanoring*. Ph.D. dissertation, BME, 2016, <https://repozitorium.omikk.bme.hu/handle/10890/5313>
6. Nagy Norbert, Pap Andrea Edit, Deák András, Horváth Enikő, Hórvölgyi Zoltán, Bárony István: Periodikus nanostruktúrák makroszkopikusan nagy felületeken. *Fizikai Szemle* 57/9-10 (2007) 314.



# MENNYIRE VALÓSÁGHŰEK A FESTMÉNYEK VILLÁMAI?

– festett és valódi villámok alakjának összehasonlítása és pszichofizikai vizsgálata

Horváth Gábor, Stromp Mark, Farkas Alexandra, Száz Dénes  
ELTE, Biológiai Fizika Tanszék, Környezetoptika Laboratórium

Barta András  
Estrato Kutató és Fejlesztő Kft., Budapest

Az emberek a kezdetektől fogva igyekeztek megörökíteni a körülöttük lévő világot, többek között barlangrajzok, illetve múzeumokban kiállított rézkarcok, festmények vagy rajzok formájában, amely műalkotásokat néhány esetben már természettudományi szem-

Kutatásunkat az Emberi Erőforrások Minisztérium ÚNKP-17-3 számú pályázata támogatta, amit Száz Dénes kapott az Új Nemzeti Kiválósági Program keretében. Köszönjük Kretzer Balázs kiértékelésében nyújtott segítségét. Hálásak vagyunk a következő amatőr természetfotósoknak az általuk készített számos villámfényképért: Bakos Liza, Bíró Zsófia, Botor Sándor, Csenkey Balázs, Damásdi Eszter, Gaál László, Goda Zoltán, Michael Großmann, Jónás Károly, Jubász Zoltán, Landy-Gyebnár Mónika, Mibályi Dávid, Nagy Olivér, Nagy Zsuzsanna, Őri Ágnes, Polacsek Gergő, Szabó Ádám, Szűcs Péter, Teplíczy Csilla, Timár Gábor, Rajfael Schmall, Ujj Ákos, Várbalmi Sándor. Köszönjük a tíz tesztalanynak a pszichofizikai mérésekbeli közreműködést.



Horváth Gábor fizikus, az MTA doktora, az ELTE Biológiai Fizika Tanszék Környezetoptika Laboratóriumának vezetője. A vizuális környezet optikai sajátosságait és az állatok látását tanulmányozza, továbbá biomechanikai kutatásokat folytat. Számos szakmai díj és kitüntetés tulajdonosa. Évtizedek óta aktív tudományos ismeretterjesztői munkát is folytat előadások és cikkek formájában.



Stromp Mark 2014-ben és 2017-ben készítette biofizikai témájú BSc szakdolgozatát és MSc diplomamunkáját az ELTE Biológiai Fizika Tanszékén Meszéna Géza és Horváth Gábor témavezetésével.



Farkas Alexandra 2005 óta foglalkozik légköroptikai jelenségek megfigyelésével, az ELTE Környezetoptika Laboratóriuma munkájába 2012-ben kapcsolódott be. 2014–2017-ig az MTA Ökológiai Kutatóközpont Duna-kutató Intézet tudományos segédmunkatársa és kommunikációs felelőse volt. Tudománynpszerűsítő munkája révén beválasztották az 50 tehetséges magyar fiatal közé. 2017-től a Szent István Egyetem tartalommednzszere, 2018-ban a Nemzeti Tehetség Program tudományos védnöke.

pontból is elemeztek. Zerefos és munkatársai [1] például számos festett és valódi napkelte és naplemente színeit vizsgálva megállapították, hogy nagyobb vulkánkitörések után a magasabb légköri aeroszol koncentráció miatt vörösebb színek jelennek meg az égbolton. Lee és Fraser [2] könyvükben egy teljes fejezetet szenteltek a régi szivárványábrázolások hibáinak ismertetésére. Tape és munkatársai [3], Farkas és munkatársai [4] és Seidenfaden [5] rámutattak az általuk elemzett, légköroptikai jelenségeket ábrázoló metszetek tévedéseire, amelyeket az alkotó stílusa, vagy az adott korban jellemző társadalmi hatások és vallási hiedelmek is eredményezhettek.

Számos festő – többek között Joseph Mallord William Turner (1775–1851), Eugene Delacroix (1798–1863) vagy a kortárs Toni Grotte (1960–) – örökölte meg az egyik leglátványosabb légköri jelenséget, a villámlást. A fotózás hajnala előtt készült festményeket szemlélve azonban feltűnik, hogy azokon a villámok furcsának tűnő, lépcsőzetes cikk-cakk alakzatban szelik át az eget. Amint arra Nasmyth [6] rámutatott, ezek a pontatlan ábrázolások vélhetően azokat az ókori görög-római ábrázolásokat utánozhatták, amelyeken Zeusz/Jupiter isten kezében ilyen alakú villám jelenik meg.



Száz Dénes 2013-ban végzett biofizika mesterszakon az ELTE-n. A Biológiai Fizika Tanszéken idén fog doktorálni. Kutatásai felölelik a dunavirág kérészek kivilágtott hidaknál történő fénycsapdázódását, a vikingek égpolárizációs navigációját és a poláros fényszennyezést. 2017-től az ELTE szombathelyi Savaria Egyetemi Központjának fényszennyezés-kutatásaiban is részt vesz, az éjjeli fényszennyezés csillagászati és ökológiai vonatkozásaival foglalkozik. OFKD I. helyezést és Ernst Jenő biofizikai pályadíjat is nyert.



Barta András az ELTE-n végzett fizikusként, majd ugyanott szerzett PhD-fokozatot biofizikából a Biológiai Fizika Tanszék Környezetoptika Laboratóriumában. A bio- és környezetoptikával kapcsolatos alap kutatásokon kívül ipari műszerek, elsősorban minőségellenőrző eszközök fejlesztésével foglalkozik az Estrato Kutató és Fejlesztő Kft. vezetőjeként. Számos kutatásfejlesztési pályázat előkészítésében és megvalósításában vett és vesz részt.

Az 1880-as években *William Nicholson Jennings* (1860–1946), a *Pennsylvania Railroad* fotósát is foglalkoztatta a kérdés, hogy e cikk-cakk alakú villámok vajon mennyiben hasonlítanak a valódiakra. Célul tűzte ki az első, bizonyító erejűnek számító villámfotók elkészítését [7]. Első próbálkozásai sikertelenek voltak, mivel eszközei nem voltak elég érzékenyek a rendkívül rövid ideig fölvilanó villámok megörökítésére. Később azonban számos lemezes fényképezőgéppel készült fotóval igazolta a villámágak formai sokféleségét, és sosem talált olyan cikk-cakk villámágakat, amelyeket a festők korábbi festményeiken ábrázoltak. Bár az első villámot ábrázoló dagerrotípiát *Thomas Martin Easterly* (1809–1882) már 1847. június 18-án elkészítette [8], az első villámfotónak mai napig Jennings [9] 1882. szeptember 2-i felvételét tartják (*1. ábra*). Jennings [9] villámfotói és személyes tapasztalatai már rövidebb idővel a publikálásuk után nagy hatást gyakoroltak a meteorológiai és más természettudományos kutatásokra, mivel számos szakértő felhasználta azokat a különböző típusú villámok azonosítására és a zivatarokat ábrázoló korábbi festmények hibáinak leleplezésére [7].

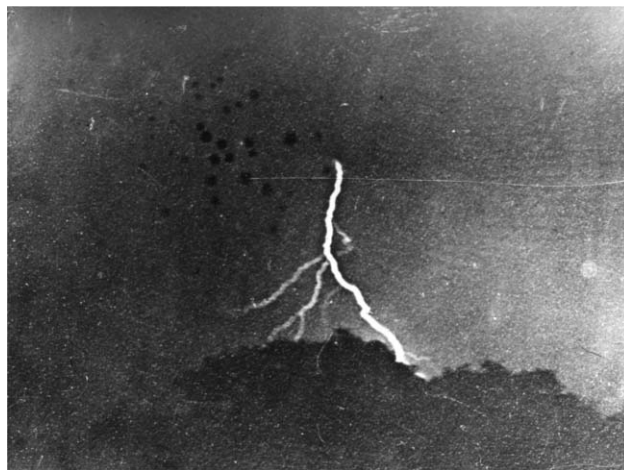
Jennings úttörő munkája által inspirálva, kutatócsoportunk számszerűen kívánta vizsgálni, hogy a festményeken ábrázolt villámok mennyire valóság-hűek [10]. Kutatómunkánk során saját fejlesztésű szoftverünk használatával 100 festett és 400 valódi villám morfológiai jellemzőit mértük és hasonlítottuk össze. Az így kapott eredményeink pontosabb megértéséhez 10 tesztszemély közreműködésével pszichofizikai kísérlet sorozatot is végeztünk, amiben a tesztalanyok feladata a monitoron pillanatszerűen felvilanó fényképeken látszó villámok ágszámának becslése volt.

## Vizsgálati módszerek

### Villámok morfológiájának számszerű vizsgálata

A Világhálóról összesen 100 festett villámot gyűjtöttünk az 1500–2015 közötti időszakból. Habár 10 villámfestmény születésének évét nem tudtuk kideríteni, ezeket is elemzésre érdemesnek találtuk. Összesen 400 valódi villámról kaptunk fényképet számos amatőr fotóstól (lásd a köszönetnyilvánítást az előző oldalon). A vizsgált villámfestmények adatait [11] tartalmazza.

A festett és valódi villámok képeinek kiértékeléséhez az AlgoNet (<http://www.estrato.hu/algonet>) szoftvert használtuk, ami egy képfeldolgozó algoritmusok egyszerű kezelését lehetővé tevő keretrendszer. Először minden vizsgált villámképet egységesen 1000 képpont szélességűre méreteztünk, hogy a későbbi elemzések során egymással összehasonlíthatók legyenek. Ezt követően fekete-fehér bináris képet hoztunk létre a villám fő- és mellékágaiból. E képeken a háttérhez és a villámhoz tartozó képpontokat rendre 0 (fekete) és 1 (fehér) számkóddal láttuk el. A villám kezdőpontjából a végpontjába mutató egyenes vonalat kézzel húztuk meg.

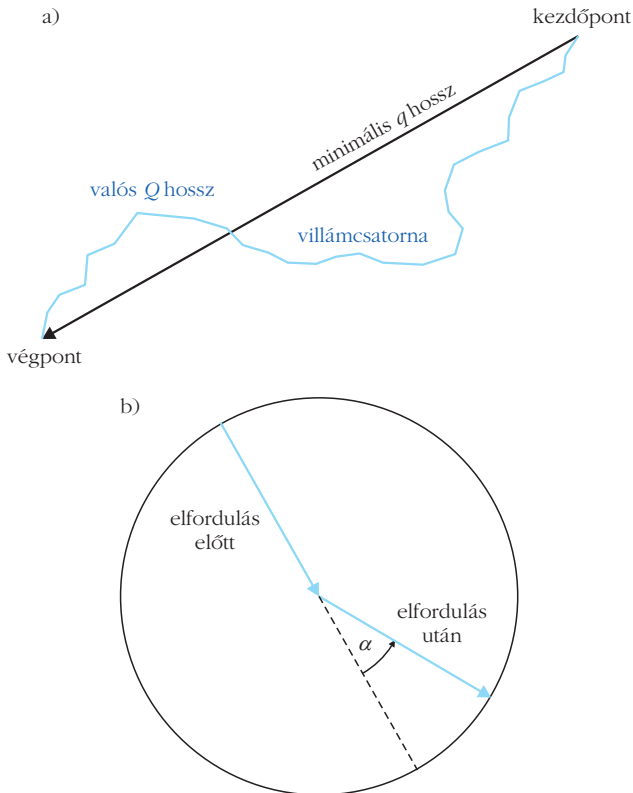


1. ábra. Az első villámfotó, William Nicholson Jennings [9] 1882. szeptember 2-i felvétele.

Ahhoz, hogy a villám főágát meghatározzuk, a színes kép zöld színcsatornáját választottuk, mivel a képalkotó érzékelő Bayer-szűrőjében kétszer annyi zöld képpont van, mint kék vagy piros. Első lépésként egy megfelelő küszöbértékkel kiemeltük a legvilágosabb képpontokat, amivel kiszűrtük a mellékágak nagy részét, miközben a főág zöme megmaradt. Ezt követően morfológiai felfújást végeztünk egy kör alakú magfüggvénnyel (kernellel), ami a főág képpontjai közötti hézagokat töltötte fel. A főág vázát egy 4-szomszédos vázosító, azaz gráfosító (a továbbiakban szkeletonizáló) eljárással képeztük [12]. Végül a villámfőág bináris képét az eredeti fotóra helyezve ellenőriztük, hogy az algoritmus helyesen végezte-e el a főág meghatározását, és kézzel javítottuk a hibás részeket.

A villám mellékágainak meghatározásához ismét a színes kép zöld színcsatornáját használtuk. Ezen zajszűrést alkalmaztunk egy keskeny és egy széles Gauss-függvénnyel, majd az utóbbival szűrt képet elosztottuk az előbbivel szűrt képpel, vagyis az utóbbi minden egyes képpontértékét elosztottuk az előbbi megfelelő képpontértékével. Erre azért volt szükség, mert a fényes villámfőág gyakran túlexponált volt, és egy fokozatosan csökkenő intenzitású halo vette körül. Ennek következményeként a széles Gauss-függvénnyel való szűrés a főág megjelenését nem változtatta meg jelentősen, míg a mellékágak halo nélküliek és vékonyabbak lettek, azaz intenzitásukat a Gauss-szűrés jelentősen csökkentette. Miután a két képet elosztottuk egymással, a főág intenzitása jelentősen különbözött a mellékágakétól. Ezután egy megfelelően választott intenzitásküszöb-értékkel leválasztottuk a kapott képről a mellékágakat, majd a korábbi 4-szomszédos szkeletonizálást alkalmaztuk. Végül a mellékágak bináris képét az eredeti fotóra helyezve ellenőriztük, hogy az algoritmus helyesen végezte-e el azok meghatározását, és kézzel javítottuk a hibás részeket.

A villám alakjának (morfológiájának) jellemzésére három mérőszámot definiáltunk a kapott bináris (fekete = háttér, fehér = fölsimert villám) villámképeken:



2. ábra. a) Egy villám kezdő- és végpontja közti  $q$  minimális hosszának és  $Q$  valós hosszának definíciója, ahol a relatív hossz  $r = q/Q$ . b) A villámcsatorna  $\alpha$  elfordulási szögének definíciója.

1. Relatív hosszúság:  $r = q/Q$ , ahol  $q$  a főág kezdő- és végpontja közti, képpontban mért távolság,  $Q$  pedig a főág tényleges hossza (= a főághoz tartozó összes képpont száma, 2.a ábra). A  $q$  és  $Q$  értékeket a bináris villámképek megfelelő fehér képpontjainak megszámlálásával kaptuk.

2. Ágak  $N_a$  száma. Ennek meghatározásához a mellékágak bináris képein 8-szomszédos szkeletonizálást végeztünk. Az így elvékonyított villámú kép minden pontjának 8 szomszédjára a következők teljesültek: (i) Az ág végpontjában lévő képpontnak pontosan 1 szomszédos képpontja volt fehér. (ii) Az ág egy nem elágazó szakaszán lévő fehér képpontnak pontosan 2 fehér képpont szomszédja van. (iii) Elágazás esetén az elágazási pontban lévő fehér képpontnak 2-nél több fehér képpont szomszédja van. (iv) A háttér adó fekete képpontok 0–8 fehér képponttal lehetnek szomszédosak. E tulajdonságok alapján lineáris szűrést végeztünk az elvékonyított villámú képen egy  $3 \times 3$ -as magfüggvényvel, ahol a középső képpontot 10-szeres súllyal, a 8 határoló képpontot pedig 1-szeres súllyal vettük figyelembe. E szűrés egy olyan képet eredményezett, ahol a háttérhez rendelt súlyérték 0–8 között változhatott, az ágak végpontjának súlyértéke 11 lett, a nem elágazó szakaszok 12-es súlyt kaptak, míg az elágazások súlyértéke nagyobb volt, mint 12. Ezt követően a megfelelő küszöbérték alkalmazásával egy olyan bináris képet kaptunk, ahol csak az elágazások rendelkeztek 0-tól eltérő súllyal. Megjegyzendő azonban, hogy e folyamat után egy elágazás-

hoz egynél több nullától különböző súlyú képpont is tartozhatott. Ezért ahelyett, hogy egyszerűen megszámloltuk volna a nem nulla súlyú képpontokat, a közöttük lévő kapcsolatok számát határoztuk meg a bináris képeken. Ez az érték adta meg a főághoz tartozó mellékágak számát.

3. Végül a villámfőág cikk-cakosságát vizsgáltuk, azaz meghatároztuk a főághoz tartozó azon képpontok számát, amelyek egy adott  $\alpha$  szögben fordulnak el (2.b ábra). Ehhez a villám főágát tartalmazó bináris képen 4-szomszédos szkeletonizálást végeztünk. Minden képpontra meghatároztuk az elfordulás  $\alpha$  szögét a SLOW sarokdetektáló algoritmussal, amely a FAST (*Features from Accelerated Segment Test*) sarokdetektáló algoritmus erősen optimalizálatlan általánosítása [13]. Definiáltunk egy adott sugarú 8-szomszédos kört (azaz a körvonalhoz tartozó képpontok vagy az éleiknél vagy a sarkaiknál kapcsolódnak egymáshoz) a vizsgált főághoz tartozó képpont körül, és meghatároztuk a körszomszédos nem nulla súlyú képpontok számát a körvonal mentén. E szám a vizsgált képpontnál arányos a főág elfordulásának  $\alpha$  szögével. 5 képpontos optimalizált sugárhosszt használtunk, mert nagyobb sugarú kör alkalmazásával a körön belüli elfordulások rejtve maradnak.

## Valódi villámok ágyszámának becslése pszichofizikai kísérletben

Egy elsötétített laboratóriumban két pszichofizikai kísérletet végeztünk 20 és 53 éves kor közti 10 teszt-személlyel. Bár a vidéki lakosok gyakorlottabb villámészlelők lehetnek, mint a városiak, minden tesztalany városban élt. Képernyőn rövid időre felvillanó valódi villámok képein kellett megbecsülniük a villám ágainak  $N_a$  számát.

### 1. kísérlet

E kísérletben 60 különböző valódi villámról készült színes fénykép mutatunk egy számítógép képernyőjén. Minden fotó három eltérő időtartamig volt látható:  $\Delta t = 0,5, 0,75$  és 1 másodpercig. Ezzel szimuláltuk a valódi villámok fölvilánására jellemző rövid ( $\leq 1$  s) időtartamot, hiszen a villámok többsége nem tart tovább 1 másodpercnél [14, 15]. A tesztalany megmondta a látott villám fölismert  $N_a$  ágyszámát a kísérletvezetőnek, majd megnyomott egy billentyűt, hogy a következő villámfotót láthassa. Tehát a villámképek felvilánását maga a tesztalany irányította. Így a véletlenszerű  $\Delta t (= 0,5, 0,75, 1$  s) ideig látszó villámok 3-5 másodpercenként követték egymást. Egy kísérleti alkalom során a 60 különböző villámfotó 3 különböző  $\Delta t$  időtartamig jelent meg, véletlenszerű sorrendben. Így egy alkalommal egy tesztalany  $60 \times 3 = 180$  villámfelvételt látott, amelyek  $N_a$  ágyszámát kellett megbecsülnie.

### 2. kísérlet

E kísérletben 60 különböző valódi villám fehér vázának (1 képpont széles gráfok) fekete háttérre képei villantak föl egy képernyőn. Az 1. kísérletben

az a probléma merült fel, hogy egy adott villámképen a tesztalanyok (i) a gyakran felhőkben, növényzetből és épületekből álló strukturált környezetben először vizuálisan kellett megtalálnia a villámot, majd (ii) megbecsülnie annak  $N_a$  ágyszámát. Az (i) feladat a rendelkezésre álló rövid  $\Delta t$  időtartamból jelentős időt emésztett fel, és ezért a (ii) feladatra nem maradt elég idő. A 2. kísérlet célja ezen probléma kiküszöbölése és a villámfölvillanás jobb utánzása volt, ezért itt homogén fekete hátteret használtunk, hogy a fehér villámvázat (gráfot) könnyen és azonnal fel lehessen ismerni, és így az  $N_a$  ágyszám könnyebben megbecsülhetővé vált. A 2. kísérlet minden egyéb részletében megegyezett az 1. kísérlettel.

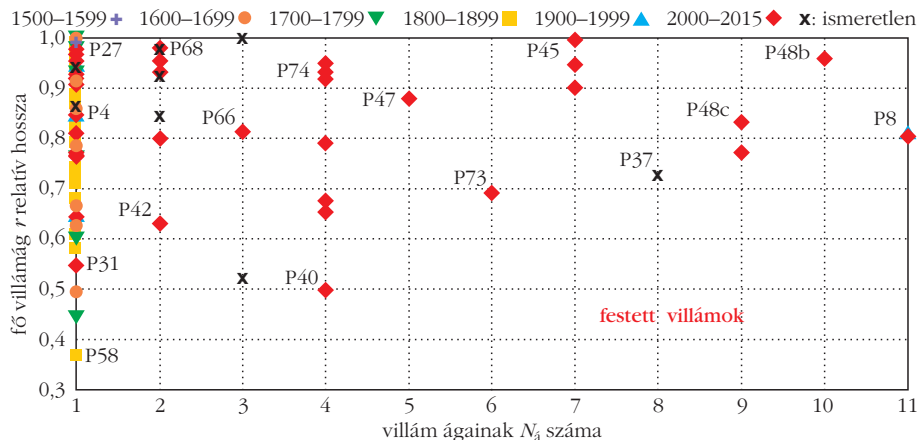
Minden kísérletet 5-ször végeztük el 10 tesztszeméllyel, személyenként 5 különböző napon. A villámképeket véletlenszerű sorrendben villantottuk fel. A mért adatok összehasonlításához a komparatív hibák módszerét alkalmaztuk, vagy statisztikai t-tesztet végeztünk az R statisztikai programcsomaggal.

## Eredmények

### Villámágyszám

A 3–6. ábrákon az  $N_a$  ágyszámokban a festett és a valódi villámok nem válnak el egymástól, az előbbieket az utóbbiakat rész-halmazai. Azonban a festett villámok maximális ágyszáma 11, míg a vizsgált valódi villámoké 51. Sok nem elágazó festett (67%) és valódi (22,25%) villám van. Ha a festők egy elágazó villámot ábrázolnak, akkor az 2 (11%) vagy 4 (8%) ágú. A valódi villámok többnyire 5 (7%) vagy 3 (6,75%) ágúak. A festett és valódi villámok átlagosan 2,2 és 8,4 ággal rendelkeznek.

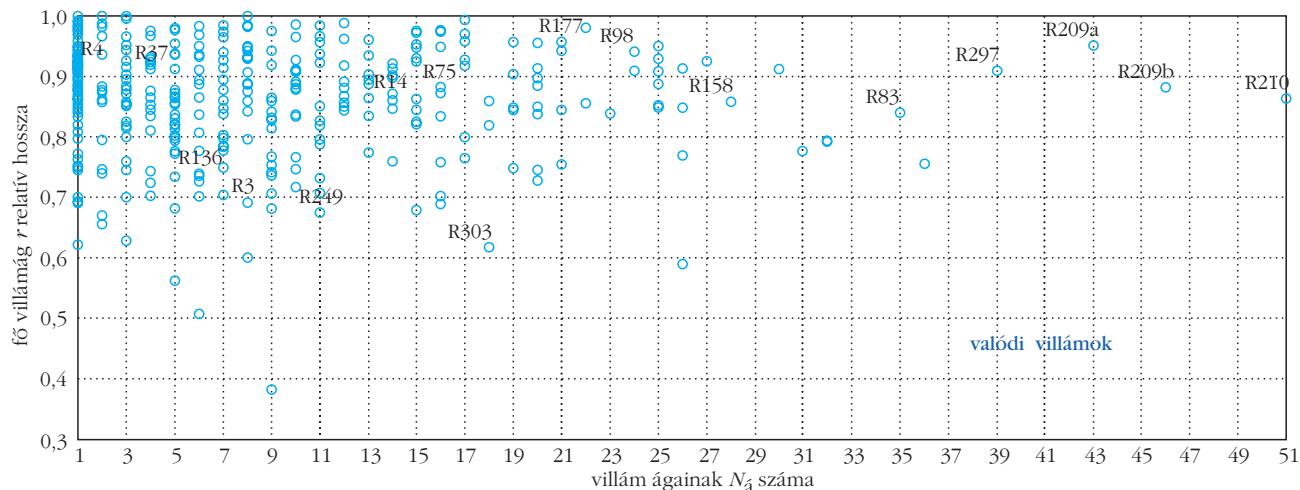
A 7. ábrából egyértelműen látszik, hogy elágazó, festett



3. ábra. 100 festett villám főágának  $r$  relatív hossza az ágak  $N_a$  száma függvényében, ahol az eltérő szimbólumok különböző évszázadokat jelölnek.  $x$ : festett villám ismeretlen dátummal. A különböző P-számú festett villámok képe a 4. ábrán látható.

4. ábra. A 3. ábra különböző P-számú festett villámainak képei.





5. ábra. 400 valódi villám főágának  $r$  relatív hossza az ágak  $N_A$  száma függvényében. 16 villám képe a 6. ábrán látható.

6. ábra. Az 5. ábra különböző R-számú valódi villámainak képei.



villámok már 1882 előtt – amikor William Nicholson Jennings elkészítette első fényképeit elágazó villámokról – is léteztek. Azonban 1882 után több (23) elágazó villámot festettek, mint korábban (10) (7. ábra). 2000 óta a többágú villámfestmények száma jelentősen megnőtt, minden valószínűség szerint a digitális fényképezőgépek gyors terjedése miatt.

#### A villámfőág relatív hossza

A 3. és 5. ábrákon látható módon – néhány villámtól eltekintve – a festett és valódi villámok főágának  $r$  relatív hossza 0,6 és 1 között van. A festett és valódi villámok átlagos  $r$ -értéke rendre 0,83 és 0,88. A 8. ábrán láthatjuk, hogy a festett villámokra vonatkozó  $r_{\text{átlag}}$  (átlagolva egy időben folyamatosan változó 100 éves időszakra) 0,73 és 0,92 között változik. 1882 előtt és után  $r_{\text{átlag}}$  0,81, illetve 0,84 körül alakul.

#### A villámfőág cikk-cakkossága

A 9. ábra szerint a villámfőág  $\alpha$  elfordulási szögének eloszlása  $\alpha_{\text{csúcs}} \neq 0$ -nál 1, 2, 3 vagy 4 csúccsal (helyi maximummal) bír  $\alpha_{\text{min}} = 0^\circ$  (nincs szögelfordulás) körül, és egy helyi minimummal az  $\alpha_{\text{min}} = 0^\circ$ -nál. Ha  $\alpha_{\text{csúcs}} > 0^\circ$  vagy  $\alpha_{\text{csúcs}} < 0^\circ$ ,

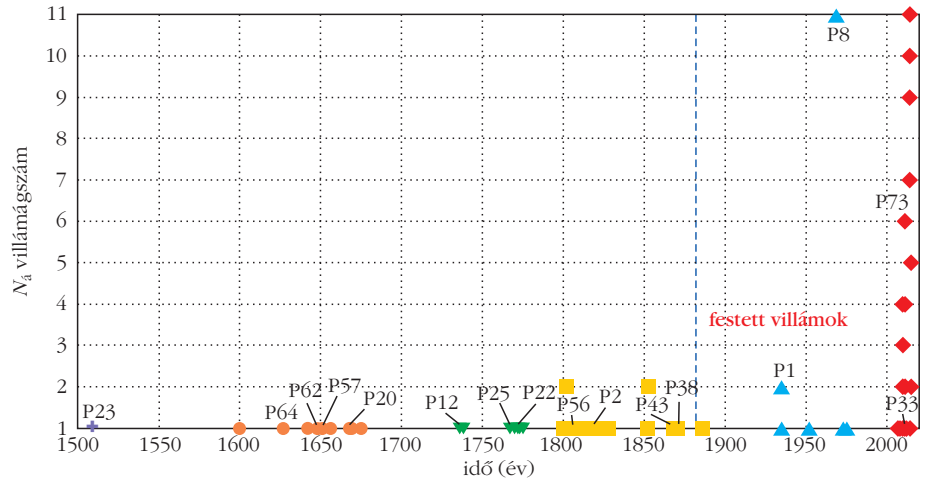
akkor a villámág tendenció- zusan balra, illetve jobbra fordul (2.b ábra). A 100-100 kiválasztott valódi és festett villám között több (27%) az egycsúcsú valódi villám, mint a festett (17%), ami azonban statisztikailag nem szignifi- káns különbség. Ezzel szem- ben több (75%) kétszúcsú festett villám van, mint valódi (68%), ami statisztikailag szintén nem szignifikáns külön- bség. Csak nagyon kevés 3 vagy 4 csúccsal rendelkező festett (8%) és valódi (5%) vil- lám fordul elő. A kiválasztott 100-100 festett és valódi vil- lám közül 83 festettnek és 73 valódi villámnak volt  $\alpha = 0^\circ$ -nál helyi minimuma. E villámok főágai megközelítőleg egyenesek, vagyis az egyenlő  $|\alpha|$  nagyságú, helyi balra ( $\alpha > 0^\circ$ ) és jobbra ( $\alpha < 0^\circ$ ) történő szögelfordulások száma megegyezik.

### Valódi villámok ágyszámbecslése

A 10. ábra a  $\Delta N = N_b - N_a$  különbséget és az  $N_b$  becslt ágyszámok  $\sigma$  szórását mutatja a valódi villámok  $N_a$  ág- számának függvényében, ha a villámképek  $\Delta t = 0,5, 0,75$  és  $1$  másodperc ideig villantak fel a képernyőn, ahol  $N_b$  a 10 tesztalany által becslt villámágszám átlaga valódi villámfotókra és szkeletonizált képekre.  $N_a \leq 11$  esetén az  $N_a$  ágyszámot kissé túlbecsülték a tesztalanyok ( $\Delta N > 0, N_b > N_a$ ), de e különbség statisztikailag nem szignifikáns. Ezzel szemben az  $N_a > 11$  esetben az  $N_a$  ágyszámot tendenció zusan alulbecsülték ( $\Delta N < 0, N_b < N_a$ ), amely alulbecslés gyorsan (exponenciálisan) nö- vekszik az  $N_b$  növekedésével, mind a valódi, mind pedig a szkeletonizált villámképeknél.  $N_b > 30$ -nál ez az alulbecslés szignifikáns. Az 1. táblázat szerint a szkeletonizált villámképek átlagos  $\sigma$  szórásai (4,53–4,74) statisztikailag szignifikánsan ki- sebbek, mint a valódi villámké- pekéi (6,22–6,46). Továbbá, a szkeletonizált és a valódi vil- lámképek  $\Delta N$  átlagai nem kü- lönböznek szignifikánsan egy- mástól. Ezekből a következő megállapításokat tettük:

a. Ha a villámágszámok száma nem volt nagyobb 11-nél, akkor azt a tesztalanyok elég pontosan becstelték meg.

b. Ha a villámágszámok száma meghaladta a 11-et, akkor a tesztalanyok erőteljesen alul- becstelték azt, a tényleges és becstelt ágyszámok közti, ex- ponenciálisan növekvő abs-zolút különbséggel.



7. ábra. 100 festett villám ágainak  $N_a$  száma az idő függvényében, ahol az eltérő szimbólumok különböző évszázadokat jelölnek. A függőleges szaggatott vonal 1882-et jelöli, amikor William Nicholson Jennings az első villámfényképét készítette.

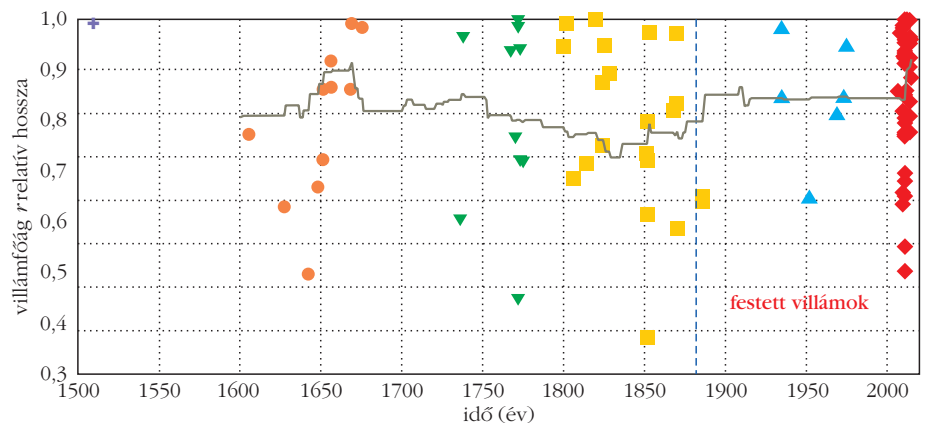
c. A villámágszámok becslése független volt a vil- lámképek  $\Delta t$  ( $= 0,5, 0,75, 1$  s) felvillanási idejétől.

d. A szkeletonizált képeknél a tesztalanyok a vil- lámágszámokat pontosabban becstelték meg, mint a valódi villámképek esetében.

### Elemzés

Az írás elején is említettük, hogy néhány kutató ko- rábbi vizsgálatai során már számos olyan hibára mu- tatott rá egyes műalkotásokon (rajzokon, festménye- ken), amelyek természettudományos szempontból aggályosnak számítanak. Horváth és munkatársai [16, 17] például 1307 darab, történelem előtti időkből és napjainkból származó, járó lovat ábrázoló alkotást (festményt, grafikát, szobrot, bélyeget, dombormű- vet, barlangrajzot) elemezve állapították meg, hogy az ősemberek biomechanikai szempontból jóval pontosabban ábrázolták a négylábúak járását, mint a későbbi korok művészei. Olson és munkatársai [18] korábbi elképzeléseivel szemben, Fikke és munkatár-

8. ábra. 100 festett villám főágának  $r$  relatív hossza az idő függvényében, ahol a folytonos görbe az  $r$ -érték 100 év széles, időben folytonosan eltolódó időablakra vett átlagát mutatja. Az eltérő szimbólumok különböző évszázadokat jelölnek. A függőleges szaggatott vonal 1882-et jelöli, amikor William Nicholson Jennings az első villámfényképét készítette.



1. táblázat

A becült és a tényleges villámágszám közti különbség átlaga és szórásátalaga különböző körülmények között						
	valódi villámok fényképei			valódi villámok szkeletonizált képei		
$\Delta t$ (s)	0,5	0,75	1	0,5	0,75	1
$\langle \Delta N \rangle$	-4,17	-4,46	-4,15	-4,09	-4,09	-4,14
$\langle \sigma \rangle$	6,46	6,22	6,31	4,70	4,74	4,53

A  $\Delta N = N_b - N_a$  különbség

$$\langle \Delta N \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta N_i$$

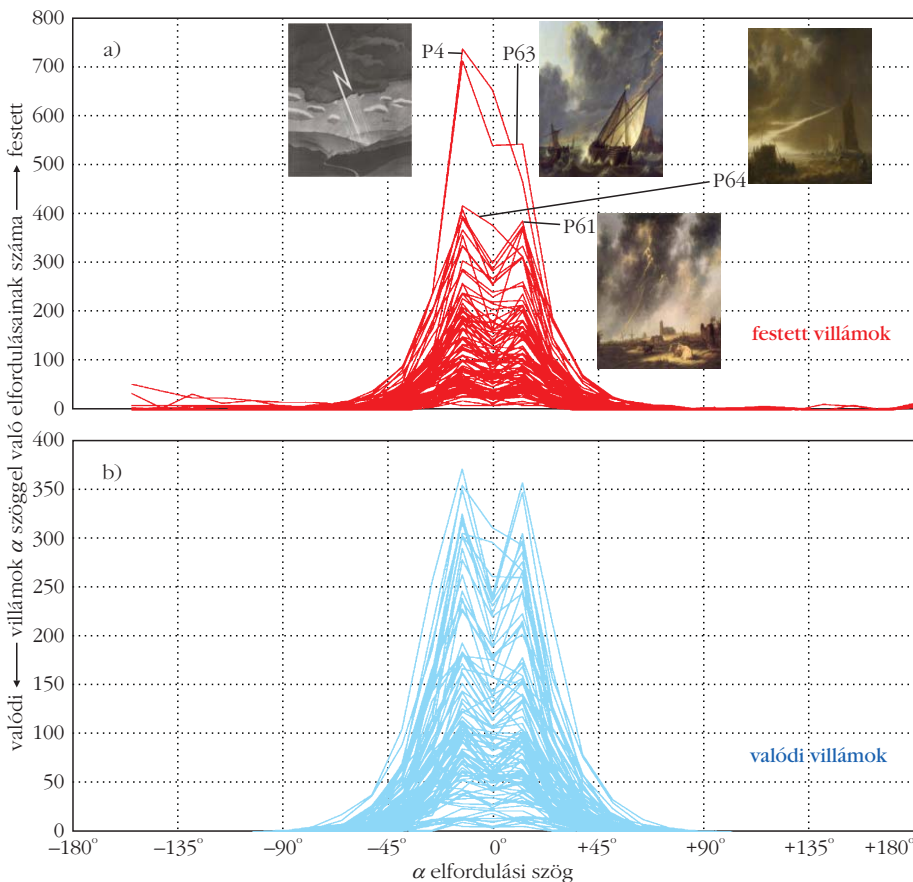
átlaga és a  $\sigma$  szórás

$$\langle \sigma \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sigma_i$$

átlaga a  $\Delta t = 0,5, 0,75, 1$  s főlviánási idő függvényében valódi villámok fényképei és azok szkeletonizált képei esetén, ahol  $N_a$  a valódi villámok ágainak száma,  $N_b$  a 10 tesztalany által becült villámágszám átlaga, és  $n = 60$  egy adott  $\Delta t$  mellett végzett mérések száma.

sai [19] azt feltételezik, hogy *Edward Munch* (1863–1944) híres, *Sikoly* című festményének háttérében nem vulkáni naplemente látható, hanem sokkal inkább poláris sztratoszférikus felhők festhetik színesre

9. ábra. 100 festett (a) és 100 véletlenül válogatott valódi (b) villám főága  $\alpha$  elfordulási szögének eloszlása, ahol  $\alpha = 0^\circ$  az elfordulásmentes eset,  $\alpha > 0^\circ$  és  $\alpha < 0^\circ$  balra, illetve jobbra fordulást jelent (lásd: 2.b ábra).



az égboltot. *Tape* és munkatársai [3] arra is rámutattak, hogy a halójelenségeket ábrázoló híres középkori metszetek alkalmanként komoly tudományos vitákhoz is vezettek. Nem volt egyértelmű például, hogy a néhány híres metszeten ábrázolt halójelenség – mint az 1661-es gdański halókomplexumot ábrázoló rajzon látható rejtélyes  $90^\circ$  haló, vagy az 1629-es római halókomplexumot bemutató metszeten látszó  $28^\circ$  haló – valóban létezhet-e, vagy csak a rajz készítője vétett hibát. Tudományos vitát szült az is, hogy a hatszöges szimmetriájú légköri jégkristályok mellett a természetben előfordulhatnak-e kocka alakú légköri jégkristályok is, amelyek létezésére korábban csak a metszeten ábrázolt halók alapján következtettek [20]. E régi halóábrázolások azonban olykor teljesen valóságűek, és néhány esetben az ábrázolt ritka légköroptikai tünemény első bizonyítható észlelési időpontját is rögzítik. Így van ez például a Parry-ív esetében is, amelyet első észlelője, *William Edward Parry* (1790–1855) sarkvidéki felfedező után nevezték el, hiszen e jelenséget tudomásunk szerint 1820. április 8-án az Északnyugati átjárónál tett útja során ő észlelte és örökítette meg először [21]. A poláris sztratoszférikus felhők két legkorábbi észlelése szintén egy-egy festményről és naplőbejegyzésből ismert, amit 1901-ben *Aksel Jørgensen* (1883–1957) dán festő, valamint 1903-ban *Edward Adrian Wilson* (1872–1912), a *Robert Falcon Scott* (1868–1912) által vezetett antarktiszi expedíció tagjai örökítették meg [22].

Cikkünkben számszerűen hasonlítottuk össze festett és valódi villámok morfológiáját azon kérdés megválaszolása céljából, hogy mennyire valóságűek a festményeken előforduló villámok [10]. E kérdést először *William Nicholson* Jennings vetette föl az 1880-as években. A festők villámokat leginkább a műtermükben emlékezetből festve illusztrálnak, ahelyett, hogy a szabad ég alatt rögzítenének egy villámot a vásznukon egy zivatar alatt vagy rögtön azt követően (hozzá kell tenni, hogy a tubusos festék 19. századi megjelenéséig csak műteremben tudtak dolgozni, a festék kikeverése helyhez kötötte őket). Ez lehet az egyik oka a festett és valódi villámok bizonyos alaktani jellemzői közti különbségeknek. A bizonytalan memóriára való hagyatkozás helyett, a festők villámokról készült fényképekről is a vászonra

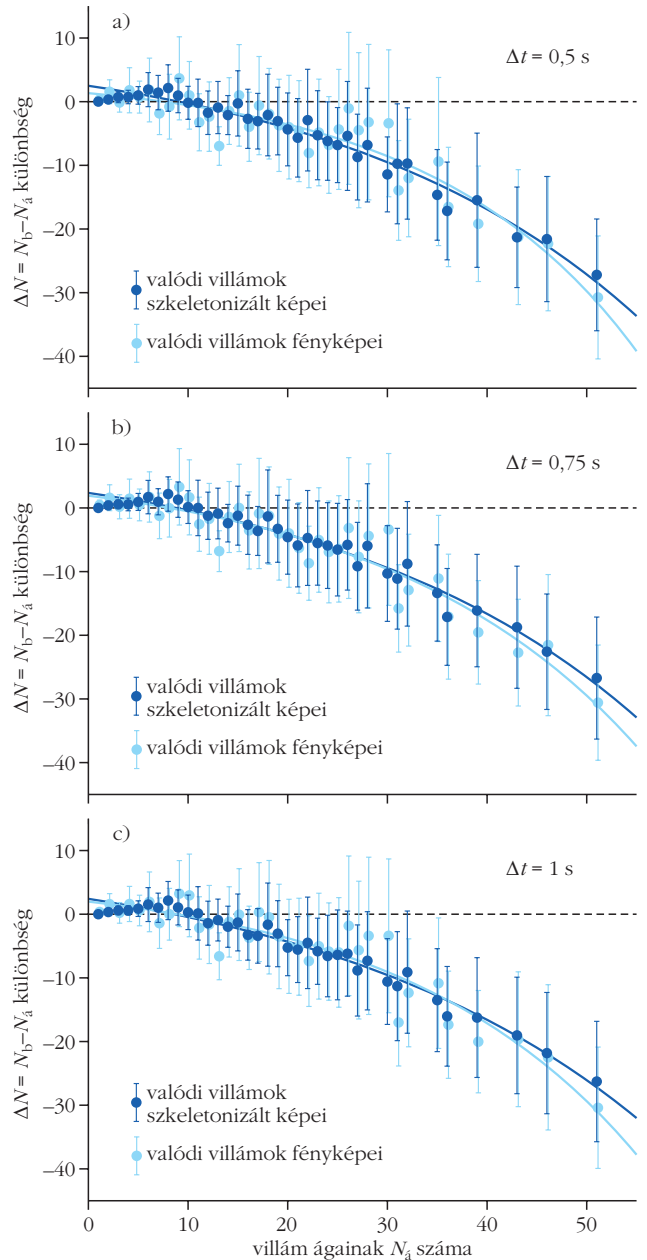
másolhatnak egy villámot. Ez is részben magyarázhatja a festett villámok ágyszámának 2000 utáni növekedését.

Mi a villámok három számszerű alaktani sajátosságát vizsgáltuk: az  $N_a$  ágyszámot, a főág  $r$  relatív hosszát és cikk-cakkosságát. Összehasonlításunk szerint, a festett és valódi villámok leginkább az  $N_b$  becslült ágyszámában különböznek: habár a festett és valódi villámok 67, illetve 22%-a nem elágazó ( $N_b = 1$ ), a vizsgált festett és valódi villámok ágyszámának maximuma 11, illetve 51 volt, és a festett elágazó villámok leggyakrabban 2-4 ággal bírtak, míg a valódi villámoknak legtöbbször 2-10 águk volt.

E különbségek lehetséges okainak megértése érdekében laboratóriumi pszichofizikai kísérleteket folytattunk. Ezekben azt találtuk, hogy a művészek azért festenek maximum 11 ágú villámokat, mert az emberek (tesztalanyok) csak akkor tudják helyesen megbecsülni a villámok ágyszámát, ha az 11-nél nem nagyobb. Ha e szám meghaladja a 11-et, akkor a villámlás rövid ( $\leq 1$  s) időtartama alatt képtelenek vagyunk pontosan megszámlolni a villámágakat. Következésképpen, fokozatosan egyre jobban alulbecsüljük a villámok ágyszámát annak növekedésével. Egy elágazó villámot nézve akkor vagyunk képesek azonnal elkülöníteni a villámágakat és megszámlolni őket, ha azok 11-nél nincsenek többen. Szakmai körökben jól ismert, hogy emberben három különböző fő számolási folyamat létezik: (i) *gyors, pontos becslés* (szubitizmus), amikor a tárgyak (például pontok, vonalak, almák, satöbbi) száma 1 és 5 között van, (ii) *számolás*, amikor a tárgyszám 6 és 10 közti, végül (iii) *becslés*, amikor e szám 10-nél nagyobb [23]. A tárgyak számának növekedésével az emberi számmeghatározás pontossága folyamatosan csökken [24].

Pszichofizikai kísérleteink eredményei szerint, ha a  $\Delta t$  fővillanási időtartam 0,5 másodperc volt, akkor a tesztalanyok a villámok ágait  $N_b = 11$ -ig helyesen voltak képesek megszámlolni, és nem volt szükséges hosszabb  $\Delta t$  e számoláshoz. 11 ág fölött azonban az ágszám helyes becsléséhez még a maximális  $\Delta t = 1$  másodperc sem bizonyult elegendőnek. Ez lehet az oka azon eredményünknek, hogy  $N_b$  független volt a villámfotók vagy -képek  $\Delta t$  ( $= 0,5, 0,75, 1$  s) fővillanási időtartamától.

A valódi villámfotók és vázósított (szkeletonizált) villámképek érzékelése közti egyetlen lényeges különbség, hogy az ágszám becslése pontosabb, ha a tesztalanyok szkeletonizált villámképekkel találkoznak. Ez a következő módon magyarázható: egy adott villámfotón a megfigyelőnek először magát a villámot kell megtalálnia a gyakran strukturált háttérben, és csak utána tudja megbecsülni a villámágyszámot. A villám megtalálásához egy rövid  $\tau$  idő kell, és az ágyszámolás csak a maradék  $\Delta t - \tau$  időtartam alatt végezhető el. Amikor szkeletonizált villámképeket mutatunk a tesztalanyoknak, akkor az egyöntetű fekete háttérrel a fehér villámvázlat (gráfot) nagyon hamar ( $\tau \ll 1$  s) észleli, miáltal elég hosszú  $\Delta t - \tau$  idő marad a villámágak számolására. Mivel  $\tau_{\text{szkeletonizált}} < \tau_{\text{valódi}}$  érthe-



10. ábra. A  $\Delta N = N_b - N_a$  különbség (pontok) valódi villámok  $N_a$  ágyszámára függvényében, ha a villámképek  $\Delta t = 0,5$  (a),  $0,75$  (b) és  $1$  másodperc (c) ideig villantak föl a képernyőn, ahol  $N_b$  a 10 tesztalany által becslült villámágyszám átlaga. Az  $N_b$  becslült villámágyszám  $\sigma$  szórását függőleges pálcikák mutatják. Világoskék: valódi villámok fényképei. Sötétkék: valódi villámok szkeletonizált képei.

tő, hogy a villámágak számának becslése pontosabb a szkeletonizált villámképek esetén, mint valódi villámfotóknál.

Amikor művészek villámokat festenek, tulajdonképpen egy sajátos pszichofizikai kísérletben vesznek részt, aminek eredményei a festett villámok. E villámok morfológiájából arra lehet következtetni, hogy az ember látórendszere milyen pontosan képes érzékelni, feldolgozni és kivonni a releváns alaktani információkat közel 1 másodpercnél nem hosszabb ideig tartó villámlásokról. E festőkkel lezajlott „művészeti pszichofizikai kísérlet” és a mi kísérletünk közti leg-



fontosabb különbség az, hogy a festők többnyire csak a villámlás után viszonylag hosszú idővel rögzítették vászonra a látott villámokat, míg kísérletünkben a tesztalanyok rögtön a képernyőn történő felvillanás után közölték a látott villámok ágszámát. Nyilván, a villámfestmények megszületésében a festő memóriája is fontos szerepet játszik. Egy ilyen kísérletben a villámfestészetet még jobban lehetne utánozni, ha a tesztalanyok egy képen látott villámágszámot csak a képernyőn történő föl-villanás után több nap múlva közölnék. Nyilvánvaló, hogy egy ilyen kísérlet – időigényessége miatt is – kivitelezhetetlen lenne.

Azon ténynek, hogy az emberek általában legfőljebb 11 villámágra emlékeznek, egy további oka egyszerűen ezen ágak láthatósága lehet: a mellékágak többnyire nemcsak vékonyabbak a főágnál, hanem kisebb fényerejük is, miáltal kevésbé láthatók és feltűnők. Egy (digitális vagy fotoemulziós) fényképezőgéppel készített képen a villám mellékágai sokkal feltűnőbbek, mint amit az emberi szem retinája és látórendszere érzékelhet, majd a memória rögzíthet. A vizsgálatunkban használt valódi villámképeken előfordult maximum 51 ág minden bizonnyal alulbecsült érték, mivel a fényképezőgépek sem tudják rögzíteni a túl halvány és vékony mellékágakat.

A 2. pszichofizikai kísérletünkben fekete-fehér képeket mutattunk a tesztalanyoknak azért, hogy csak a villámok ágszerkezetének vázát lássák, miáltal a festők által gyakran alkalmazott különböző színárnyalatokat és fényerősségeket figyelmen kívül hagytuk. Ez azonban nem volt probléma, mert a valódi villámok általában nem vagy csak enyhén színesek.

Különböző festők eltérő távolságokból festhettek le villámokat. Hasonlóan, a két pszichofizikai kísérletünkben használt valódi villámokat is különböző (ismeretlen) távolságokból fényképezték le.

Földrajzilag eltérő területeken a villámok morfológiája többé kevésbé különbözhet. Például a következő különböző régiók között képzelhetők el villámok közti alaktani eltérések: (i) trópusi kontra mérsékelt égöv, (ii) erdők kontra fátlan szavannák kontra nagy vízfelületek (folyók, tavak, tengerek), (iii) magas hegyek kontra lapos síkságok. A villámmorfológia esetleges regionalitásáról semmiféle meteorológiai/földrajzi adat sem állt rendelkezésünkre. Ha találtunk is volna ilyen adatokat, akkor sem lettek volna hasznunkra, mert általában teljes homály fedí, hogy egy festő hol látta a megfestett villámot. De elismerjük, hogy a villámmorfológia regionalitása (ha valóban fönállna) befolyásolhatná annak módját, ahogyan a festők emlékeznek a villámok alakjára.

Nem tudható, hogy az itt tanulmányozott festményeken a festők mennyire valóság-hűen szándékozták ábrázolni a villámokat, különös tekintettel az általunk vizsgált három alaktani jellemzőre. Gondolhatjuk, hogy egy atipikus morfológiai sajátosságokkal rendelkező (azaz a valódi villámokra jellemző alaktani paraméterértékektől jelentősen eltérő) festett villám a festő művészi szabadságának vagy helytelen megfigyeléseinek és/vagy rossz memóriájának terméke. Ezt álta-

lában lehetetlen eldönteni, ezért ennek kiderítése nem is volt célja jelen tanulmányunknak.

Mindazonáltal, számos festőművészről jogosan feltételezhető, hogy vizuális környezetük villámain, valamint sok más sajátosságát és tárgyát oly valóság-hűen próbálta a vásznon megörökíteni, amennyire csak lehet. Említhetjük például William Turner híres angol festőművészt, a romantikus tájképek *plain air* stílusú mesterét, aki fiatal éveiben a föllendülésnek indult angol turizmust szolgáló útikönyveknek tájak és városok gyönyörű tájképeivel való illusztrálásával kereste kenyerét. Ilyen múlt után, érthető módon vált a realizisztikus festészet egyik legtipikusabb képviselőjévé. Legfőbb jellemzője volt, hogy amit a valóságban látott, azt a saját romantikus stílusára fordította és festette vászonra. Mi Turner három villámfestményét elemeztük. Nem véletlenül, mindhárom festett villám alaktani jellemzői megfelelnek a valódi villámokéinak, vagyis nagyon hasonlítanak az utóbbiakhoz.

Sok légköri elektromos kisülés egyetlen felhőben vagy két felhő között kialakuló villám [14, 15]. Az ilyen villámok többé kevésbé ferdek vagy közel vízszintesek és nem érik el a földet. Vizsgálatainkba nem vontunk be ilyeneket, mert a tanulmányozott festményeken ilyenek nem fordultak elő.

A festett villámok legkevésbé tipikus alakja a mindennapi életünkben elterjedt, jól ismert cikk-cakk S forma volt (lásd: a 4. *ábra* P4 festménye). Például az ókori római katonák pajzsán is ilyen villámforma volt, és manapság az elektromosság szimbóluma (gondoljunk a veszélyes nagyfeszültségre figyelmeztető táblákra) is ugyanez a jel. William Nicholson Jennings mutatott rá elsőnek, hogy a festményeken fölbukkanó ilyen cikk-cakk-S alakú villámok valójában nem léteznek.

## Irodalom

1. Zerefos C. S., Tetsis P., Kazantzidis A., Amiridis V., Zerefos S. C., Luterbacher J., Eleftheratos K., Gerasopoulos E., Kazadzis S., Papayannis A.: Further evidence of important environmental information content in red-to-green ratios as depicted in paintings by great masters. *Atmospheric Chemistry and Physics* 14 (2014) 2987–3015.
2. Lee R. L. Jr., Fraser A. B.: *The Rainbow Bridge: Rainbows in Art, Myth, and Science*. Penn State University Press, Washington, USA (2001)
3. Tape W., Seidenfaden E., Können G. P.: The legendary Rome halo displays. *Applied Optics* 47/34 (2008) H72–H84.
4. Farkas A., Kiricsi Á., Klemm L.: (R)égi csodajelek. 17–18. századi halójelenségek a Magyar Nemzeti Múzeumból. *Fizikai Szemle* 61/12 (2011) 407–413.
5. Seidenfaden E.: Found: a diagram of the 1630 Rome halo displays. *Applied Optics* 50/28 (2011) F60–F63.
6. Nasmyth J.: On the form of lightning. In: *Report of the Twenty-Sixth Meeting of the British Association for the Advancement of Science*, James Murray, London, (1857) p. 14.
7. Igoe L. T.: Capturing 'Jove's Autograph': Late Nineteenth-Century Lightning Photography and Electrical Agency. *Panorama: Journal of the Association of Historians of American Art* 2/1 (2016) 14., <http://journalpanorama.org/capturing-joves-autograph-late-nineteenth-century-lightning-photography-and-electrical-agency> (utolsó megtekintés: 2017. november 3.)
8. Palmquist P. E., Kalibourn T. R.: *Pioneer Photographers from the Mississippi to the Continental Divide. A Biographical Dictionary 1839–1865*. Stanford University Press, Stanford, California (2005)
9. Jennings W. N.: Lightning Photography. *Scientific American* 53/10 (1885) 149.

10. Stromp M., Farkas A., Kretzer B., Száz D., Barta A., Horváth G.: How realistic are painted lightnings? Quantitative comparison of the morphology of painted and real lightnings: a psychophysical approach. *Proceedings of the Royal Society A* 474 (2018) 20170859 (doi: 10.1098/rspa.2017.0859)
11. Stromp M.: *Villámmorfológia számszerű vizsgálata festményeken: Mennyire valóságbűiek a festett villámok?* M.Sc. diplomamunka, ELTE TTK Biológiai Fizika Tanszék Környezetoptika Laboratórium, Budapest (2017) 74 o.
12. Zhang T. Y., Suen C. Y.: A fast parallel algorithm for thinning digital patterns. *Communications of the Association for Computing Machinery* 27(1984) 236–239.
13. Rosten E., Drummond T.: Machine learning for high-speed corner detection. *Computer Vision ECCV*(2006): 430–443.
14. Newcott W. R., Menzel P.: Lightning: nature's high-voltage spectacle. *National Geographic* 184(1993 July) 80–103.
15. Rakov V., Uman M.: *Lightning Physics and Effects*. Cambridge University Press, Cambridge, UK (2003)
16. Horváth G., Csapó A., Nyeste A., Gerics B., Csorba G., Kriska G.: Erroneous quadruped walking depictions in natural history museums. *Current Biology* 19/2 (2009) R61–R62. (doi: 10.1016/j.cub.2008.12.011)
17. Horváth G., Farkas E., Boncz I., Blahó M., Kriska G.: Cavemen were better at depicting quadruped walking than modern artists: Erroneous walking illustrations in the fine arts from prehistory to today. *Public Library of Science ONE* 7/12 (2012) e49786 (doi: 10.1371/journal.pone.0049786)
18. Olson D. W., Doescher R. L., Olson M. S.: When the sky ran red: the story behind the scream. *Sky & Telescope* 107/2(2004) 28–35.
19. Fikke S., Kristjánsson J. E., Nordli O.: Screaming clouds. *Geophysical Research Abstracts* 19 (2017) EGU2017-16489, <http://meetingorganizer.copernicus.org/EGU2017/EGU2017-16489.pdf>
20. Riikonen M., Sillanpää M., Virta L., Sullivan D., Moilanen J., Luukkonen I.: Halo observations provide evidence of airborne cubic ice in the Earth's atmosphere. *Applied Optics* 39/33(2000) 6080–6085.
21. Tape W.: *Atmospheric halos*. Antarctic Research Series Vol. 64. American Geophysical Union, Washington D.C. (1994)
22. Lowe D., MacKenzie A. R.: Review of polar stratospheric cloud microphysics and chemistry. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics* 70/1 (2007) 13–40.
23. Chase W. G. (ed.): *Visual Information Processes*. 1st Edition. Proceedings of the 8. Annual Carnegie Symposium on Cognition (held at the Carnegie-Mellon University, Pittsburgh, Pennsylvania, USA on 19 May 1972) Academic Press, New York (1973)
24. Tomonaga M., Matsuzawa T.: Enumeration of briefly presented items by the chimpanzee (*Pan troglodytes*) and humans (*Homo sapiens*). *Animal Learning and Behavior* 30/2(2002) 143–157.

## KÉT MAGYAR MARSLAKÓ: SZILÁRD LEÓ ÉS TELLER EDE

Radnóti Katalin  
ELTE TTK Fizikai Intézet

Idén ünnepeljük *Szilárd Leó* születésének 120. és *Teller Ede* születésének 110. évfordulóját. Mindkét géniusról számtalan életrajz, megemlékezés látott már napvilágot. Jelen írásban ezért elsősorban ketjük különleges kapcsolatára fókuszálunk.

### Marslakók

A *marslakó* szó átvitt értelemben használatos, azon az Amerikai Egyesült Államokba emigrált magyar tudósok közös elnevezéseként, akik alapvetően járultak hozzá a 20. századi természettudományi tudás – alapvetően fizika – és technológia fejlődéséhez.

Több leírás, visszaemlékezés szerint *Enrico Fermi* tette fel a híres kérdést, vajon hol késnek a földönkívüliek, ha az intelligencia kialakulásának valószínűsége a Világegyetemben állítólag olyan magas. A történet szerint Szilárd Leó válasza ez volt: „Itt vannak közöttünk, de magyaroknak mondják magukat.” A vá-

lasz azon a tényen alapult, hogy Magyarország – azon belül is Budapest (néhány belvárosi középiskolája) lélekszámához mérten valószínűtlenül nagy számban adott kiváló tudósokat a világnak. A marslakók legendája a második világháború idején Los Alamosban terjedt el. Teller Ede maga is büszkén emlékezett vissza, hogy sokan felfigyeltek a „marslakókra”, a magyar tudósokra, akik gyakran mutatkoztak együtt és egy másik számára furcsa nyelven – magyarul – beszélgettek. Azon buktak le, hogy – bármilyen soká gyakorolták is – egyetlen földi nyelvet sem tudtak idegen akcentus nélkül beszélni. A marslakók a politikai és a diszciplináris határokat is alig tisztelték. A marslakók sajtóságai közt számon tartják azon szokásukat is, hogy meg akarták váltani a világot [1].

Kik voltak ők? A magyar zsidóság köréből származott a 20. század kiemelkedő tudósai közül legalább hét, akiket kollégáik marslakóknak hívtak: *Kármán Tódor*, *Hevesy György*, *Polányi Mihály*, Szilárd Leó, *Wigner Jenő*, *Neumann János* és Teller Ede. Mindannyian fiatalon hagyták el Magyarországot, sokoldalúak voltak, és nagymértékben járultak hozzá a tudomány és a technológia fejlődéséhez. Már kiskorukban kitűntek tehetségükkel. Amerikába vándorlásukra azért került sor, mert Magyarországon nem volt lehetőségük tudományos munkára – lásd például *Numerus clausus-törvény* (1920) –, és mert a véres erőszakba torkolló antiszemitizmus miatt idővel Európából is menekülniük kellett.

A marslakók már fiatalon találkoztak Budapesten: Teller Ede édesapja, *Teller Miksa*, aki magasan kép-



*Radnóti Katalin* az ELTE TTK-n végzett kémia-fizika szakos tanárként. Több éves középiskolai tanári munkája mellett egyetemi doktorátust szerzett fizikából, majd az ELTE Tanárképző Főiskola oktatójaként a neveléstudomány kandidátusa lett a fizika tanítása témaköréből. Jelenlegi munkahelye az ELTE TTK Fizikai Intézet, főiskolai tanár. Több mint 200 publikációja van, tanári segédletek, tanulmányok, könyvek, könyvfejezetek. Kutatási területe a fizika és a természettudományok tanításának módszertana.



1. kép. Szilárd Leó emléktáblája szülőházán Budapest, VI. kerület Bajza utca 50. szám alatt és a születésének centenáriuma kiadott bélyeg.

zett ügyvéd volt, felismerve fia tehetségét összehozta néhány idősebb, szintén tehetséges fiatallal: Neumann Jánossal, Szilárd Leóval és Wigner Jenővel [2, 3].

## Párhuzamos életrajzok

### Szilárd Leó

Spitz Leó néven 1898. február 11-én egy középosztálybeli zsidó család első gyermekeként Budapesten, a Bajza utcában született, a házon emléktábla, születésének centenáriuma kiadott bélyeg őrzi emlékét (1. kép). Édesapja, *Spitz Lajos* sikeres mérnök volt. Édesanyja *Vidor Tekla*. A család 1900-ban Spitzről Szilárdra változtatta a nevét.

Leó koraérett gyermek volt. Sokat kérdezősködött mind szüleitől, mind általában a felnőttektől, 13 éves

2. kép. William Lanouette: *Szilárd Leó, zseni árnyékban* című könyvet ismertető cikkhez készült illusztráció [4].



korában kezdett el érdeklődni a fizika iránt. 1908-tól 1916-ig a VI. kerületi Reáliskolába járt Budapesten. Majd 1917-ben behívták az Osztrák–Magyar Monarchia hadseregébe. Később tisztképzőbe került, de sorozatos influenzás jellegű betegsége miatt tartalékos állományba helyezték, és az első világháború végén leszerelték. A budapesti Királyi József Műegyetemre, a mai Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem elődjébe iratkozott be, de a politikai feszültség, például a zsidótörvények és a megfelelő oktatási lehetőség hiánya miatt 1919-ben – öccsével együtt – Berlinbe költözött, ahol a Friedrich Wilhelm Egyetemen fejezte be tanulmányait. Az 1919 után fellángoló antiszemitizmus leginkább édesanyjukban ébresztett mélységes félelmet. Mindenképpen azt akarta, hogy

fiai Budapesttól távol, Németországban tanuljanak tovább. Leó Berlinben ismerkedett meg a korszak vezető német tudósaival, és itt is doktorált *Albert Einstein*, illetve *Max von Laue* vezetése alatt 1922-ben. A náci hatalomátvétel miatt 1933-ban Németországból Bécsen keresztül Londonba távozott. Itt szervezte a nácik elől menekülő tudósok elhelyezését.

Huzamosabb ideig egyetlen laboratóriumban sem dolgozott, azonban szinte egyszerre több fontos helyen is jelen volt. Pontosán ismerte, hol, mit csinálnak, igyekezett a leglényegesebbnek tűnő kutatóhelyek tevékenységéhez hozzájárulni. Még könyvtárat sem igen használt. Mindenről személyesen informálódott – állandóan a telefonon lógva – a legkiválóbb szakértőktől, és nekik mondta el reflexióit is. Szinte kizárólag szállodákban lakott, órákat töltött a fürdőkádban (2. kép), ott gondolkodott [4–6].

A londoni Imperial Hotelben lakott, ahol annak halljában a kezébe került a *The Times* 1933. szeptember 12-i száma, amely *Lord Rutherford* egy, a Brit Tudományos Szövetségben tartott előadásáról is beszámolt [2]. A szalagcím *Az atommag feltörése* volt, és az újság idézte is Rutherford szavait: „... mindenki, aki az atomenergia ipari léptékű felszabadításáról beszél, holdkóros.”

Teller Ede ekkor épp rövid időre Londonban tartózkodott, és 60 évvel későbbi budapesti látogatása alkalmával a következőképp emlékezett vissza a történetre: „...találkoztam Londonban régi barátommal, Szilárd Leóval. Ő elmesélte, hogy fölkereste Rutherfordot, elmondta neki, hogy a magenergia hasznosítható lehet, vele hatalmas robbanás hozható lét-

re. A Lord reakciója az volt, hogy kidobta irodájából. Rutherford annyira dühbe gurult, hogy hetekkel később sem tudott másról beszélni, mint hogy az ötlet milyen örülség.” (Idézi [3])

## Teller Ede

Teller Ede 1908. január 15-én Budapesten született. Szülőháza helyén az V. kerületi Kozma Ferenc és Kálmán Imre ma már irodaház található, de Honvéd utcai lakóházukon

születése centenáriuma óta domborműves tábla hirdeti emléket (3. kép). 1925-ben, a „Mintagimnáziumban” (mai ELTE Trefort Ágoston Gyakorlóiskola) érettségizett. A matematika iránt érdeklődött, de édesapja azt tanácsolta neki, hogy praktikusabb irányt válasszon, így állapodtak meg a vegyészmérnökségben. Szilárd Leóhoz hasonlóan ő is beiratkozott a budapesti Királyi József Műegyetemre. 1926. január 2-án engedélyt kapott, s elhagyta az országot. Németországba, Karlsruheba ment, ahol kémiát és matematikát tanult. Itt halott először a kvantummechanikáról, amelynek hatására elsősorban a fizika kezdte érdekelni. 1928 tavaszán Münchenben, őszén már Lipcsében tanult, ahol *Werner Heisenberg* volt a professzora. Nála írta meg doktori értekezését *Az ionizált hidrogénmolekula gerjesztett állapotairól* címmel, amit 1930-ban védett meg. Ezt követően Göttingába, majd Rómába ment, ahol megismerte Enrico Fermi kísérleteit, majd Koppenhágában *Niels Bohr* mellett dolgozott. Itt találkozott először az Ukrajnából menekült *George Gamow*val (1904–1968).

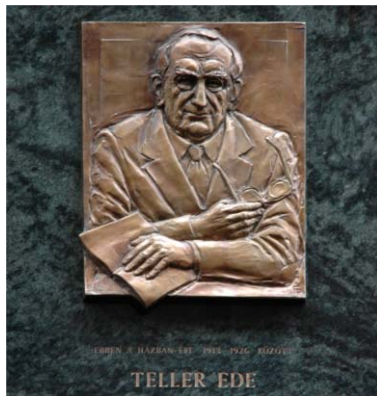
1935-ben – rövid angliai tartózkodás után – Gamow hívására az Amerikai Egyesült Államokba emigrált, a George Washington Egyetemen tanított. Ekkoriban sok európai tudóst hívtak meg az USA egyetemre. Teller figyelmét Gamow terelte a magfizika felé és 1938-ban együtt dolgozták ki a termonukleáris fúzió elméletét [2].

## Találkozásuk Amerikában

### A marslakók közös munkája

Szilárd Leó New Yorkban, a Columbia Egyetemen, a Pupin-laboratóriumban *Walter Zinn* (1906–2000) kanadai fizikussal dolgozott. Rájött, hogy az irídium nem alkalmas a láncreakcióhoz és az uránt kezdte vizsgálni. 1939 januárjában itt érte a hír, hogy Németországban felfedezték a maghasadást. A hírt Niels Bohr hozta, aki január 16-án érkezett New Yorkba és a Princeton Egyetemen tartott erről előadást. Ekkor Szilárd Leó Wigner Jenő lakásában lakott, aki éppen kórházban feküdt sárgasággal. Wigner Jenő a következőképp emlékezett:

„Bohr előadását meghallgatva jutott [Szilárd Leó] arra a következtetésre, hogy a láncreakciót a maghasadás fogja lehetővé tenni.”



3. kép. Teller Ede domborműves emléktáblájának részlete egykori lakhelyén, a Budapest V. kerület, Honvéd utca 18. falán és a születésének centenáriuma kiadott bélyeg.



George Gamow és Teller Ede 1939. január 26. és 28. között egy elméleti fizikai konferenciát szerveztek Washingtonban, ennek témája az alacsony hőmérsékletek fizikája volt, illetve lett volna. A washingtoni konferencia előzetes programját az elnöklő Gamow megváltoztatta, és a maghasadás híréből Európából áthozó Bohrnak adta meg a szót, így a konferencián ez került az érdeklődés középpontjába [7].

Szilárd Leó rögtön pénzt szerzett – kölcsönként 2000 dollárt – a kísérletekhez. 1939. március 3-án Wigner Jenővel és Walter H. Zinn-nel New Yorkban, a Columbia Egyetemen rádium-berillium neutronforrásból származó, paraffinban lelassított neutronokkal uránt bombáztak és látták, hogy ennek hatására – csak a maghasadásból származható – gyors neutronok keletkeztek. A sikeres kísérletek után, március 9-én Szilárd felhívta Teller Edét, és magyarul a következőt mondta:

„...megtaláltam a neutronokat!”

Szilárd éberségi okokból beszélt magyarul, hiszen meg volt győződve arról, hogy lehallgatják. Teller éppen zongorázott, így nem igazán örült, hogy Szilárd félbeszakította játékát.

Szilárd és Zinn úgy gondolták, hogy nem jó ötlet Európa és így a náci Németország tudásra adni a láncreakció tényét, azaz az atombomba lehetőségét. Csatlakozott hozzá Fermi, *Anderson* és *Hanstein* is. Ezért úgy küldték el közleményüket a *Physical Review*-nak, hogy regisztrálják, de ne nyomtassák ki azt. *Joliot-Curie* csoportja is észlelte a hasadási neutronokat, de ők nem voltak hajlandók csatlakozni az amerikaiakhoz. Így a titoktartás megtört.

Szilárd – látva a felfedezés felbecsülhetetlen katonai jelentőségét – felkereste bankár ismerősét, *Alexander Sachs*ot, aki *Roosevelt* elnök gazdasági tanácsadója volt. (Korábban, a nagy gazdasági válság idején ő dolgozta ki a New Deal programot, ami azután rendbe hozta a gazdaságot.) Sachs közölte Szilárddal, ha Einstein írna egy levelet Rooseveltnek, akkor azt ő személyesen átadja neki. A levelet Szilárd alkalmi lakhelyén, a King's Crown Hotelben egyetemi gépírónőjének lediktálta. Szilárd Leó nem tudott autót vezetni, ezért 1939. augusztus 2-án megkérte Teller Edét, hogy vigye ki – az óceán partján nyaraló – Einstein-

hez. Szilárd nem emlékezett arra, hogy hol nyaral Einstein, így megkérdeztek egy kislányt. Teller így emlékezett vissza: „Találkoztunk egy tíz év körüli kislánnyal. Persze fogalma sem volt arról, ki az a dr. Einstein. Ekkor Szilárd megkérdezte tőle: – Ismersz egy bácsit, akinek lobogó fehér haja van? – Az, aki mindig csoszog? – Igen, az! A gyerek tüstént odavitt minket a házhoz.”

Einstein kedvesen fogadta és teával kínálta Szilárdot és – demokratikus ember lévén – a sofőrt is. Teázás közben Einstein az új, elnöknek címzett, azóta történelmi jelentőségűvé vált levelet elolvasta, majd aláírta.

Válaszlevelében Roosevelt Einsteinnek a következőt írta: „Levelét annyira fontosnak találtam, hogy összehívtam egy testületet [...], hogy részletesen megvizsgálja az Ön által az uránnal kapcsolatban említett lehetőségeket.”

A Roosevelttel által létrehozott Uránium Bizottság (Advisory Committee on Uranium) október 21-én ült össze. Ott volt a haditengerészet, a hadsereg, illetve néhány állami hivatal képviselője is, valamint meghívták Szilárdot, Tellert, Wignert, Einsteint és Fermi. Einstein a közszerepléstől való irtózkodására hivatkozva lemondta a részvételt. Fermi végül szintén nem ment el, mert nyomasztotta az admirális tavaszi elutasítása. Tellert bírta meg, hogy beszéljen az ő nevében is. Tellert szórakoztatta a Fermi által ráosztott szerep, amelyre fanyar humorával így emlékezett vissza: „Atomkutatói pályámat sofőrként alapoztam meg, miért ne folytathatnám, mint hírvívő futár?”

Teller az ülésen teljesítette is a rábízott feladatot: „Fermi üzenetét hozom: nagy tisztaságú grafitra van szükségünk, ami bizony nem olcsó. Egyetemen dolgozunk, nem kérünk külön fizetést, de az első évben grafit vásárlására 6000 dollárt kérünk.”

A megbeszélés végén az Uránium Bizottság megszavazta a 6000 dollárt az atomenergia-program elindítására, amit meg is kaptak. Az elnök emellett létrehozott egy újabb bizottságot, amelyet Magfizikai Tanácsadó Bizottságnak neveztek el. Tagjai voltak: Szilárd Leó, Wigner Jenő, Teller Ede és *Gregory Breit* (a *Physical Review* szerkesztője). Ugyanekkor bevezették a nukleáris témájú, a maghasadással és a láncreakció lehetőségével foglalkozó cikkek cenzúrázását, illetve visszatartását.

1942 tavaszán Chicagóba költözött Enrico Fermi, Wigner Jenő és Szilárd Leó. Később Teller Ede is csatlakozott a csoporthoz. A három magyart egyszerűen csak *magyar maffia* néven emlegették. Szilárd Leó volt a legidősebb, Teller Ede a legfiatalabb. A chicagói időszak eseményeiről, a láncreakció megvalósításáról, a kritikussági kísérletről részletesen írtunk korábbi cikkünkben [8].

A chicagói reaktor (1942) sikeres decemberi beindítása után Teller Los Alamosba költözött. Ő volt az egyetlen magyar, aki folyamatosan ott lakott. Feladata a nukleáris robbanás során keletkező <sup>14</sup>C esetleges környezeti hatásának vizsgálata volt. Wigner Jenő Hanfordban vett részt a reaktorok tervezésében, majd – a plutónium előállításához – működtetésében. Szi-

lárd Leó viszont Chicagóban maradt. Ő sohasem kapott engedélyt Los Alamos meglátogatására, mivel *Groves* tábornok, a program katonai vezetője megbízhatatlannak tekintette [2, 3].

Teller Ede *Robert Oppenheimer* meghívására csatlakozott a projekthez, és a titkos Los Alamos-i Laboratórium megalakulása után annak Elméleti Divíziójánál lett az egyik kutatócsoport vezetője. Egy korábban Berkeley-ben rendezett szemináriumon Fermi mellékesen megjegyezte, hogy nemcsak a maghasadás, hanem az atommagok fúziója is alkalmas lehet bomba készítésére. Ennek fizikai oka az atommagok kötési energiájának tömegszámfüggése, amely alapján a nukleáris energia felszabadítható mind hasadási, mind pedig fúziós reakciók során. Bár Teller az ötletet először elvetette, később egyre inkább izgatni kezdte a „szuper” bomba létrehozásának lehetősége, és ezt az ötletet egyre szélesebb körben népszerűsítette. Azonban Los Alamos elsődleges feladata egy működő hasadási bomba lehető legrovidebb időn belüli létrehozása volt, ezért Teller egy időre magára maradt a „szuper” iránti lelkesedésével [9].

Szilárd Leó és Teller Ede közös vonása, hogy mindketten már a háború utáni évekre koncentráltak. Teller Edét már a fúziós bomba ötlete foglalkoztatta, míg Szilárd Leót a tenyésztőreaktorok polgári célú, energetikai felhasználása. Gondolataikkal, ötleteikkel mindketten – több esetben is – megelőzték korukat.

Szilárd Leó még az első sikeres atombomba-kísérlet végrehajtása előtt látta a hidegháború, a tömegpusztító fegyverkezési verseny és a kölcsönös teljes megsemmisítés lehetőségének eljövételét és minden erejével igyekezett megfékezni azt. Az 1945-ös évben több petíciót készített, aláírásokat gyűjtött. Ezek egyike sem jutott el végül *Truman* elnökhöz [9].

Los Alamosban Teller Ede nem írta alá a petíciót, megmutatta Oppenheimernek. Teller ezt írta Szilárdnak: „[a tény], hogy véletlenül mi készítettük ezt a borzalmas fegyvert, nem tesz bennünket felelőssé, hogy beleszóljunk, hogyan alkalmazzák azt” [6].

Teller Ede 60 évvel későbbi budapesti előadásában a következőket mondta: „Azt hiszem, hogy nem volt szükséges Hirosimára ledobni a bombát. Abban pedig biztos vagyok, hogy nem volt szükség a nagaszaki bomba ledobására.” [2].

## A II. világháború utáni évek

Teller Ede 1945-ben tagja, 1947-től elnöke a Reaktorbiztonsági Bizottságnak. Felismerte az urán–grait–víz típusú reaktorok veszélyforrását (Teller-effektus), és az USA-ban sikerült leállíttatnia az olyan vízhűtéses, grafitmoderátoros reaktor működtetését, mint amilyen például később a csernobili erőmű lett. (Csernobilban többek között a Teller-effektus vezetett a katasztrófához.) Részt vett az inherensen biztonságos (*bolondbiztos*) reaktorok kifejlesztésében. A bizottság máig érvényes alapelveket mondott ki, amelyeket a legmodernebb, 3+ generációs blokk tervezése kapcsán is figyelembe vesznek. Ezek közül a legfontosabbak:

– Előírták, hogy az atomerőműveket védőburkolattal (konténment) kell körülvenni, amely megakadályozza a reaktorból esetleg kikerülő radioaktív anyagok a környezetbe jutását.

– Megfogalmazták a reaktorok telepítésének környezeti, geológia, szeizmológiai stb. főbb szempontjait.

– Alapvető üzemviteli szabályokat fogalmaztak meg.

– Kimondták, hogy a sokszorozási tényező minden paraméter szerinti deriváltjának negatívnak kell lennie (mint hőfoktényező, üregegyűthető, teljesítménytényező stb.).

– A reaktort csak tudatos, az üzemi szabályok szerinti műveletekkel lehessen elindítani.

– Felhívták a figyelmet az emberi tényező fontosságára [11].

A háború után Teller a nukleáris fegyverkezés folytatása és a magfúzió alapuló hidrogénbomba kifejlesztése mellett érvelt, Oppenheimerrel szemben. Az úgynevezett Oppenheimer-ügy kiobbantója *Liscum Borden*, a Yale-en végzett fiatal ügyvéd és második világháborús pilóta, az Atomenergia Bizottság személyzeti főnöke volt. Borden bizonyos jelekből arra következtetett, hogy Robert Oppenheimer, az Atomenergia Bizottság igazgatója szovjet kém. Ezt megírta *Edgar Hoover-nek*, az FBI nagy befolyású igazgatójának. Ekkor kezdődött Oppenheimer és később Teller vészőfutása. Oppenheimer kommunista kapcsolatai és ellentmondásos magatartása keltett gyanút. Az ügyben tanúskodni meghívott híres tudós kolléga mindegyike – Tellert kivéve – Oppenheimer mellett foglalt állást. A történeti hűséghez hozzátartozik, hogy Teller sem azt állította, hogy Oppenheimer ténylegesen kém lenne, hanem a következőket mondta: „szívesebben látnám országunk érdekeinek szolgálatát olyanok kezében, akiket jobban meg tudok érteni, és ezért jobban meg tudok bízni bennük”. Oppenheimer szerződését nem hosszabbították meg, az ügy megtörte, Teller pedig „közellenségé” vált. Sok barátja soha nem tudta megbocsátani a fenti tanúvallomását, ez Tellert élete végéig nyomasztotta. Fermivel, Szilárd Leóval, Neumann-nal, Wignerrel való barátságát azonban – a nézeteltérések ellenére – ez az ügy sem tudta kikezdeni [13]. Szilárd Leó felismerte, hogy Teller milyen nagy kockázatot vállal tanúvallomásával, és még a vallomástétel előtti napon megpróbálta elérni barátját, de nem találta meg. Mint utólag kiderült, Tellert ezen az estén egy hotelszobában őrizték *Roger Robb* ügyésszel, *Hans Bethével* és feleségével együtt. *William Lanouette* szerint a vallomásban annak is szerepe lehetett, hogy Teller családja még Magyarországon élt, még nem sikerült kivinnie szeretteit [6].

Tellernek mindeközben meghatározó szerepe volt a termonukleáris láncreakció, a hidrogénbomba megvalósításában. Ebben több minden motiválta. Egyrészt attól tartott, hogy a Szovjetunió elkészíti, és így előnybe kerül, aminek szörnyű következményei lehetnek. De – természetesen – a tudásvágy is hajtotta. Tevékenyen vett részt a Lawrence Livermore National Laboratory 1952-es létrehozásában, amely jelenleg is működik, ahol napjainkban sokféle kutatást folytatnak a nukleáris témákon kívül is, mint nanotechnológia, biofizika stb.



4. kép. Szilárd Leó és Teller Ede tévévitája, 1960.

Nevezetes nyilvános esemény volt a két magyar, Szilárd Leó és Teller Ede több televíziós vitája, a *Lehetséges-e és kívánatos-e a nukleáris leszerelés?* Ezt a két legnagyobb amerikai tévétársaság, a CBS és NBC is közvetítette. A viták során a két magyar homlok egyenest ellenkező álláspontot – mindketten kemény logikával érvelve – képviselt. Az első vita kezdetén javasolta Szilárd: – *Azt hiszem, Teller, most fogjunk kezét, mert a vita végén esetleg már nem tennénk ezt.* – Mire Teller így felelt: – *Szilárd, tudod jól, hogy számomra mindig öröm veled kezét fogni. Megjósolom, hogy ez a vita után is így marad.* – Így is lőn [2]. Barátságuk és egymás megbecsülése a viták alatt és után is megmaradt (4. kép).

A korabeli amerikai sajtó szerint Teller Ede, Neumann János, Wigner Jenő héják voltak, akik úgy gondolkodtak, hogy az a béke záloga, ha mindkét fél egyenlő mértékben fegyverkezik. Szilárd Leó, *Kemény János*, *Szent-Györgyi Albert* pedig galambok, mivel ők a nukleáris fegyverek leszerelésében látták a béke lehetőségét.

1957-ben indult a *Pugwash Konferenciák* sorozata, ahol a tudomány és béke kérdéseiről tárgyaltak a világ felelősségtudatos tudósai. Ezeket Szilárd kezdetől fogva részt vett. Ő kezdeményezte az *Angyal programot*: amerikai tudósok repültek Moszkvába, hogy négyszemközt értsenek szót szovjet kollégáikkal.

Teller Ede szülei és *Emmi* húga Magyarországon maradtak. Húga férje és édesanyja bátyja 1944-ben a holokauszt áldozatai lettek, a többiek Budapesten érték meg a felszabadulást. Édesapja 1950-ben meghalt, édesanyját, hűgát és unokaöccsét 1951-ben kitelepítették Tállyára, ahonnan csak másfél év múlva térhettek vissza Pestre. Azonban lakásukat időközben elvették. Unokaöccse 1956-ban elhagyta az országot. Szilárd Leó 1958-ban rá akarta venni Teller Edét, menjen el vele Moszkvába, a Pugwash Konferenciára, hogy a nukleáris leszerelésről beszélhessenek a szovjet atomfizikusokkal. Teller azonban ezt elutasította, Magyarországon maradt rokonai fenyegetettségére hivatkozva. Szilárd Moszkvában – mint *abszurd dolog* – elmondta a szovjeteknek és a magyar küldött-

nek, *Jánosy Lajosnak* is. Három hét múlva édesanya és húga megkapta az útlevelet és találkozhatott Tellerrel San Franciscóban [2].

Teller Edének hosszú élet adatott meg, így megérhette, hogy 1936 után 1990-ben újra Magyarországra jöhetett és utána haláláig minden évben hazalátogatott. Az atomenergia békés felhasználásának világhírű pártolójaként ellátogatott a Paksi Atomerőműbe. Széles körű műveltségét bizonyítva – az akkor még működő Energetikai Főiskola auditóriumában – hallgatóságának Mozartot játszott zongorán. 1994. április 23-án *Göncz Árpád* köztársasági elnöktől vette át a Magyar Köztársasági Érdemrendet. 1997-ben megkapta az akkor elsőként kiosztott Magyarság Hírnevéért kitüntetését. Az első Orbán-kormány idején újra életre hívott Corvin-lánc egyik első birtokosa lett. Hazai látogatásairól és annak körülményeiről *Tóth Eszter* tollából lehet bővebben olvasni [12].

Utolsó cikkét *Ralph Moir* plazmafizikussal írta, amely közel egyéves beszélgetéssorozat eredményeként készült el. Moir – Teller számára – leírta az összes lehetséges reaktorfajtát, azok előnyeit és a számításba vehető problémákat [13]. Megfontolásaik egyik jelentős eredménye, hogy a reaktort – amint Teller korábban, a Reaktorbiztonsági Bizottságban is javasolta – legjobb a föld alá telepíteni. A különböző típusok közül pedig a nukleáris technikában ismert sóoldékony rendszert ajánlották. A cikk végül Teller halála után, 2005 szeptemberében a *Nuclear Technology*

folyóiratban jelent meg, illetve a *Fizikai Szemle* hasábjain magyarul is olvasható [14].

## Irodalom

1. Marx György: *A marslakók legendája*. <http://mek.oszk.hu/03200/03286/html/tudos1/marsl.html>
2. Marx György: *A marslakók érkezése*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 2000.
3. Marx György: *Szilárd Leó*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1997.
4. Palló Gábor: A kívülálló: Szilárd Leó. *Fizikai Szemle* 43/8 (1993) 335. <http://fizikaiszemle.hu/archivum/fsz9308/pg9308.html>
5. William Lanouette: Szilárd Leó: Fizikus és békecsináló. *Fizikai Szemle* 47/3 (1997) 96. <http://fizikaiszemle.hu/archivum/fsz9703/lanoue.html>
6. William Lanouette: *Szilárd Leó, Zseni árnyékban*. Magyar Világ Kiadó, Budapest, 1997.
7. Horváth András, Radnóti Katalin: A Becquerel-sugaraktól a chicagói reaktorig. III. rész. Láncreakció: az elméletől a megvalósításon át az alkalmazásig. *Nukleon* (2012) [https://nuklearis.hu/sites/default/files/nukleon/Nukleon\\_5\\_5\\_125\\_Horvath.pdf](https://nuklearis.hu/sites/default/files/nukleon/Nukleon_5_5_125_Horvath.pdf)
8. Horváth András, Radnóti Katalin: 75 éve lett kritikus a chicagói reaktor, 115 éve született Wigner Jenő. in. *Fizikai Szemle* 67/12 (2017) 421–429.
9. Bence Gyula: Száz éve született Teller Ede. *Magyar Tudomány* 2008/03 281. <http://www.matud.iif.hu/08mar/05.html>
10. Király Márton: Atomtörténet 1945–1955. I. rész. *Nukleon* (2013) [http://nuklearis.hu/sites/default/files/nukleon/6\\_4\\_148\\_Kiraly.pdf](http://nuklearis.hu/sites/default/files/nukleon/6_4_148_Kiraly.pdf)
11. Vértes Attila (szerk.): *Szemelvények a nukleáris tudomány történetéből*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 2009.
12. Tóth Eszter: Teller Ede 1908–2003. *Fizikai Szemle* 53/9 (2003) 309. <http://fizikaiszemle.hu/archivum/fsz0309/tede0309.html>
13. Hargittai István: *Teller*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 2011.
14. Ralph W. Moir, Teller Ede: Tórium alapon működő sóoldékony, föld alá telepített atomreaktor lehetősége. *Fizikai Szemle* 61/11 (2011) 365–371. <http://fizikaiszemle.hu/archivum/fsz1111/FizSzem-201111.pdf>

## HÍREK – ESEMÉNYEK

# ÁLLAMI KITÜNTETÉSEK AUGUSZTUS 20-A ALKALMÁBÓL

*Ormos Pál* Széchenyi-díjas biofizikus, a Magyar Tudományos Akadémia rendes tagja, az MTA Szegedi Biológiai Kutatóközpont kutatóprofesszora, korábbi főigazgatója, egyetemi tanár a Magyar Érdemrend középkeresztje polgári tagozat elismerésben részesült.

*Sarkadi László Gábor*, a Magyar Tudományos Akadémia Atommagkutató Intézetének tudományos tanácsadója a Magyar Érdemrend tisztikeresztje polgári tagozat kitüntetését vehette át.

Gratulálunk kitüntetett kollégáinknak.

## BÚCSÚ: NIEDERMAYER FERENC

Mély fájdalommal értesítjük a magyar fizikusok közösségét, hogy *Niedermayer Ferenc*, a magyar elméleti részecskefizika nemzetközi tekintélyű kutatója 2018. augusztus 12-én Bernben elhunyt. Mély gondolkodású fizikus volt, aki tehetségét a kvantumtérelmélet téridő-rácson történő megoldási módszereinek fejlesztésében és alkalmazásában az erős kölcsönhatás elméletétől az alacsony dimenziós spinrendszerek tulajdonságainak egzakt matematikai megoldásáig terjedő, lenyűgözően

széles skálán kamatoztatta. Bár 1988 óta a Berni Egyetem volt kutatói tevékenységének fő színtere, folyamatosan együttműködött a hazai elméleti fizikusokkal. Súlyos betegen is tudományos tervek sokaságáról beszélt utolsóinak bizonyult budapesti látogatásán. Olyan embert veszítettünk el, akinek a jelenléte mindig magában rejtette azt, hogy a beszélgetéseink végére valami újat és izgalmasat fogunk megérteni. Gyászolunk.

az MTA–ELTE Elméleti Fizikai Kutatócsoport

# NAGYFREKVENCIÁS JELEK KÁBELBENI TERJEDÉSÉNEK FIZIKAI ALAPJAI – 2. rész

Simon Ferenc

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Fizika Tanszék és MTA–BME PROSPIN Lendület Kutatócsoport

Az első részben a nagyfrekvenciás jelek terjedésének fizikai alapjait mutattuk be. Legfontosabb ismeretek a távíróegyenletek, a kábel hullámimpedanciája ( $Z_0$ ) és a kábelvégi lezáró impedancia ( $Z_1$ ) szerepének fontossága voltak. Levezetés nélkül említettük, hogy a kábel végéről visszaverődést kapunk, ha a lezáró impedancia nem egyezik meg a kábel hullámimpedanciájával, azaz  $Z_1 \neq Z_0$ . Általános esetben a visszavert és a kábel végére érkező hullámok amplitúdójának arányára fennáll:

$$\Gamma = \frac{U_+}{U_-} = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0}, \quad (10)$$

ahol  $\Gamma$  a reflexió tényező,  $U_{+/-}$  a kábel vége felé haladó/visszavert hullámok amplitúdója. E képlet levezetésével a visszaverődés fizikai okát is bemutatjuk.

A  $Z_1$  komplex értéke mellett  $\Gamma$  is komplex, ami azt fejezi ki, hogy a visszavert hullám fázisa nem többszöröse  $\pi$ -nek. Vegyük észre, hogy a két, korábban tárgyalt határesetben, azaz  $Z_1 = 0$  és  $Z_1 = \infty$ , amikor is maximális a reflexió  $\pi$ , illetve 0 fokos fázistolással visszavert hullámmal. Értelemszerűen ezek a nagy amplitúdójú, visszavert hullámok okozzák a korábban bemutatott, kábel hossza menti állóhullámképet.

A (10) kifejezés a távíróegyenletekből származtatható, cikkünk első részében láttuk, hogy a

$$\begin{aligned} \frac{\partial U(x, t)}{\partial x} &= -\tilde{L} \frac{\partial I(x, t)}{\partial t}, \\ \frac{\partial I(x, t)}{\partial x} &= -\tilde{C} \frac{\partial U(x, t)}{\partial t} \end{aligned} \quad (11)$$

A szerző köszönetet mond a cikksorozat alapjául szolgáló egyetemi laboratóriumi gyakorlat leiratának elkészítésében közreműködő Gyüre-Garami Baláznak, Márkus Bencének, Fülöp Ferencnek és Halbritter Andrásnak.



Simon Ferenc fizikus, egyetemi tanár (BME), az MTA doktora. Érdeklődési területei: kísérleti szilárdtest spektroszkópia, a spintronika elméleti és kísérleti aspektusai, a fizika népszerűsítése. Legfontosabb eredményei: ESR-jel felfedezése új fémekben ( $MgB_2$ , bórral dópolt gyémánt, alkálival dópolt grafén); spinrelaxáció egyesített elméletének kidolgozása; elektron- és magspinnel nyomjelzett szén nanocsövek előállítás. ERC- és Lendület-pályázat vezetője. 8 TDK, 31 BSc/MSc és 3 PhD témavezetője.

távíróegyenletek legáltalánosabb megoldása két, egymással szemben haladó hullám. Úgy vegyük fel az  $x = 0$  lezáráson legyen, és tekintsünk harmonikus hullámokat (a nem harmonikus eset is hasonlóképpen kezelhető Fourier-sorfejtéssel). Erre az esetre a (11) távíróegyenletek megoldásai két egymással szemben terjedő haladó hullám mind a feszültségre, mind az áramra úgy, hogy a két iránybeli amplitúdók különbözők:

$$U(x) = U_0^+ e^{i(\omega t + kx)} + U_0^- e^{i(\omega t - kx)} \quad (12)$$

és

$$I(x) = \frac{U_0^+}{Z_0} e^{i(\omega t + kx)} - \frac{U_0^-}{Z_0} e^{i(\omega t - kx)}, \quad (13)$$

ahol  $U_0^+$  és  $U_0^-$  a lezárás felé, illetve attól távolodva haladó hullám. Az áram kifejezésében vegyük észre a második tag negatív előjelét; visszahelyettesítéssel beláthatjuk, hogy ez kielégíti a távíróegyenleteket. Látható, hogy iránykomponensenként teljesül a feszültség és az áram hányadosára a hullámimpedancia nagysága, azonban a teljes feszültség és áramra nem.

Az  $U_-$  amplitúdó nagyságát abból a peremfeltételből kaphatjuk meg, hogy a megoldásnak teljesítenie kell az

$$\frac{U(x=0)}{I(x=0)} = Z_1$$

feltételt, azaz:

$$Z_1 = \frac{U_0^+ + U_0^-}{U_0^+ - U_0^-} Z_0, \quad (14)$$

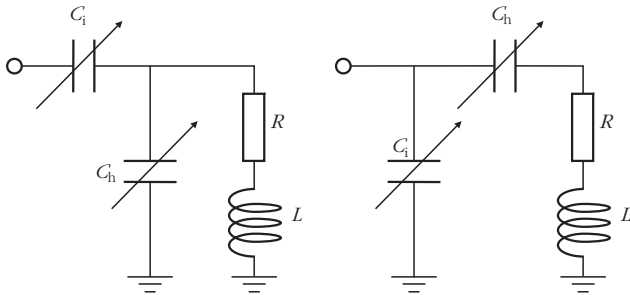
amiből a visszavert hullám amplitúdójára:

$$U_0^- = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0} U_0^+ \quad (15)$$

adódik.

Ebből közvetlenül kapjuk a korábbiakban bevezetett  $\Gamma$  reflexió tényező, ami a (10) képlet szerinti eredmény. Azt mondhatjuk tehát, hogy a kábel végén fellépő visszaverődés a peremfeltétel következménye, amennyiben a közegebeli hullámimpedancia nem azonos a lezárás impedanciájával. Itt továbbra is jól mű-





5. ábra. Kapacitív és induktív elemeket tartalmazó áramkörök, amelyek a kábel hullámimpedanciához egy adott frekvencián illeszthetők.  $C_i$  illetve  $C_h$  jelöli az impedanciaillesztő és a frekvenciahangoló állítható, úgynevezett trimmer kondenzátorokat.  $R$  a tekercs ellenállását jelöli.

ködik a cikk első részében bemutatott analógia a Fresnel-formulával, ami a különböző törésmutatójú közegek határáról való visszaverődést írja le.

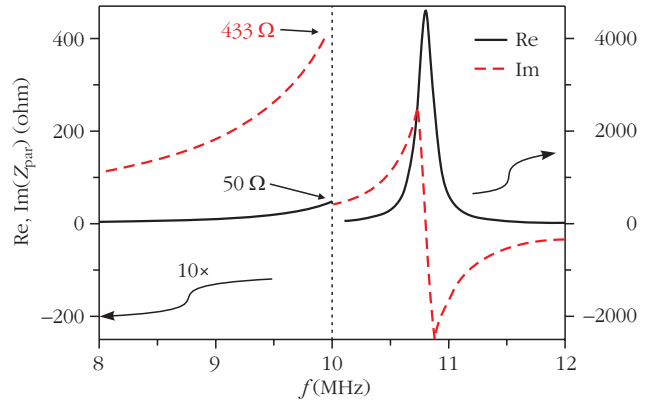
A hullámimpedancia kapcsán látjuk, hogy bár – ideális esetben (veszteség és szivárgásmentes kábelben) – ez egy valós érték, de az impedancia elnevezés használata mégis indokolt, hiszen itt nem egy valós rezisztív tagról van szó. A továbbiakban a lezáró impedancia szerepét vizsgáljuk, és megmutatjuk, hogy ez adott frekvencián – még akkor is, ha csak induktív és kapacitív elemekből állítjuk össze – valós értéket vehet fel.

## A lezáró impedancia

A kábelt lezáró impedancia megvalósításának egy érdekes esetét mutatja az 5. ábra. Mindkét áramkör sajátossága, hogy segítségével egy adott frekvencián valós  $50\ \Omega$  impedanciájú lezárást lehet megvalósítani, miközben jelentős rezisztív elemet – a tekercs ellenállásán kívül – nem tartalmaznak. Mindkettőt alkalmazzák a gyakorlatban is, a magmánesesrezonancia-spektruskópiában, az rádiófrekvenciás tároló áramkör (radiofrequency tank-circuit). A bal oldali ábrán mutatott áramkört használják  $\sim 100$  MHz alatt, míg a jobb oldalit  $\sim 100$  MHz feletti frekvenciákon.<sup>2</sup> Belátható, hogy a két áramkör egymásba transzformálható, ezért bővebben itt csak az 5. ábra bal oldalán mutatott áramkör viselkedését mutatjuk be.

Az ábrán feltüntettük a tekercs  $R$  ellenállását is, aminek értéke  $1\ \Omega$  alatt van (az érték frekvenciafüggő), konkrét nagysága az áramkör viselkedését számottevően nem befolyásolja. Egy tipikus értékű,  $1\ \mu\text{H}$  induktivitású vörösréztekercs ( $0,5$  m hossz,  $1$  mm átmérőjű, vörösréz fajlagos ellenállása  $\rho = 1,7 \times 10^{-8}\ \Omega\text{m}$ ) ellenállása  $0$  Hz-en mintegy  $10\ \text{m}\Omega$ . Azonban  $10$  MHz-en – az elektromágneses tér (szkineffektusból származó) véges behatolási mélysége miatt – az áram csak a

<sup>2</sup> Ennek gyakorlati oka van: nagy frekvenciákon a bal oldali áramkör impedanciaillesztéséhez szükséges kapacitásérték  $1\ \text{pF}$  alatt lenne, amit az elkerülhetetlenül jelen lévő, úgynevezett szórt kapacitások dominálnak.

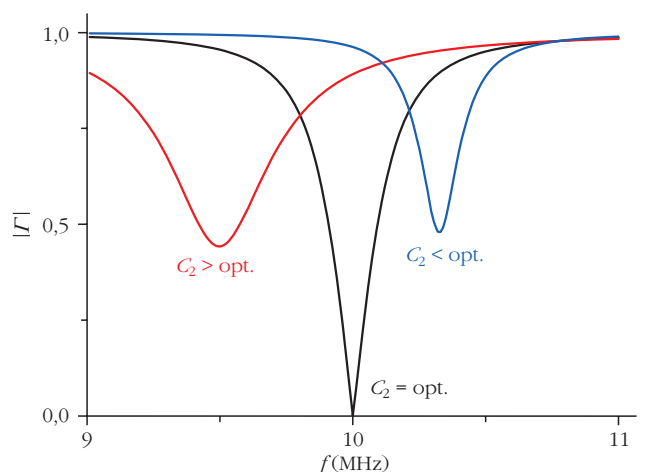


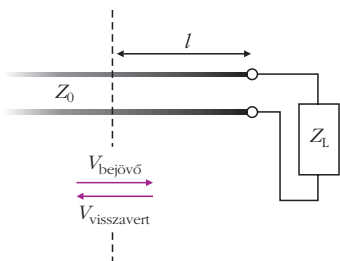
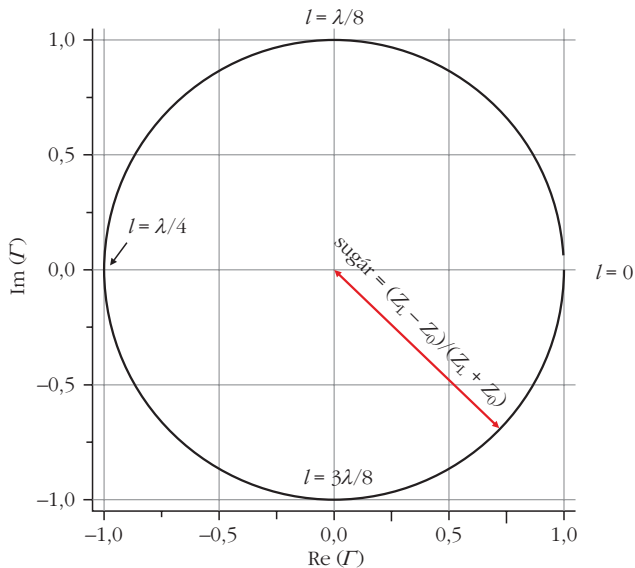
6. ábra. A szövegben tárgyalt áramkörben a párhuzamosan kapcsolt induktivitás és a  $C_h$  hangoló kondenzátor eredő  $Z_{\text{par}}$  impedanciájának valós és képzetes része. Vegyük észre, hogy  $10$  MHz-en a valós rész értéke  $50\ \Omega$ , míg a képzetes rész nagysága pozitív.

huzal felületén, körülbelül  $20\ \mu\text{m}$  mélységig folyik, emiatt a tekercs nagyfrekvenciás ellenállása  $100\ \text{m}\Omega$ -ra megy fel. Az áramkörben mindkét kondenzátort hangolhatóként tüntettük fel, hasonló kondenzátorok könnyedén beszerezhetők, mivel a régebbi rádiókészülékek alapvető alkatrészét képezték.

A 6. ábra mutatja az áramkörben párhuzamosan kapcsolt  $C_h$  és  $L$  eredő  $Z_{\text{par}}$  impedanciájának valós és képzetes részeit  $C_h = 217\ \text{pF}$ ,  $L = 1\ \mu\text{H}$  és  $R = 1\ \Omega$  esetre. Az áramkör ezen részére  $10$  MHz-en az impedancia valós része  $50\ \Omega$ , míg a képzetes rész nagy pozitív értékű ( $433\ \Omega$ ). Vegyük észre, hogy  $Z_{\text{par}}$  valós részének maximuma van egy rezonanciafrekvencián, ahol a képzetes rész eltűnik. A rezonanciafrekvenciától lejjebb az impedancia pozitív képzetes részét a sorba kötött  $C_i = 36\ \text{pF}$ -os kondenzátor (hiszen ennek impedanciája tisztán képzetes, negatív előjelű) kompenzálni tudja. Így el tudjuk érni azt, hogy ez az áramkör valós  $50\ \Omega$  impedanciát hozzon létre. A soros

7. ábra. A bemutatott áramkorról történő reflexiók tényező  $|\Gamma|$  abszolút értéke a frekvencia függvényében a szövegben megadott paraméterekkel a  $C_i$  három értékére: optimális ( $36\ \text{pF}$ ), annál kisebb ( $20\ \text{pF}$ ), illetve nagyobb ( $65\ \text{pF}$ ). Utóbbi két esetet nevezik alul-, illetve túlszatolt esetnek is. Vegyük észre, hogy  $C_i$  optimális értéke mellett a reflexió  $0$ -vá válik egy adott frekvencián, míg egyébként véges értékű marad.





8. ábra. A kábelvégről történő visszaverődés esetén kapott Smith-chart, a kör sugarának és a körív nevezetes pontjainak bejelölésével. Az ábrához tartozó kísérleti elrendezést is mutatjuk. A vízszintes és függőleges tengelyek a sugár egységeiben vannak mérve.

$C_i$  kondenzátort *illesztőnek* nevezik, mivel ez gondoskodik az áramkör impedanciaillesztéséről, míg a párhuzamos  $C_h$  kondenzátor állítja, azaz *bangolja* az áramkör munkafrekvenciáját.

Az áramkör egy érdekessége, hogy a  $C_h$  és  $R + iL\omega$  közös felső kontaktusán nagyobb a feszültség, mint az áramkörre adott kapcsolófeszültség, a konkrét esetben annak

$$\left| \frac{433i + 50}{50} \right| \approx 9$$

szerese. Tehát az áramkör feszültség-feltranszformátorként viselkedik, pedig nem tartalmaz szokványos transzformátorelemeket.

A 7. ábrán az 5.a ábra áramkörének  $|\Gamma|$  reflexiós tényezőjét mutatjuk a frekvencia függvényében a  $C_i$  illesztő kondenzátor három értékére. Az optimálisan beállított  $C_i$  érték mellett a reflexió nullává válik, míg egyébként a reflexió véges értékű marad.

## A Smith-chart

A *Smith-chart* egy gyakran használt grafikus segéd-eszköz az áramkörök frekvenciafüggő tulajdonságainak vizsgálatára és a felmerülő problémák szemléletes megoldására. A Smith-charton többféle mennyiség

frekvenciafüggését is megjeleníthetjük, mint például impedancia, admittancia, reflexiós tényező, állóhullámarány stb.

Első példaként egy  $l$  hosszúságú kábel végére érvényes reflexiós tényezőt mutatjuk:

$$\Gamma = \frac{V_{\text{visszavert}}}{V_{\text{bejövő}}} \quad (16)$$

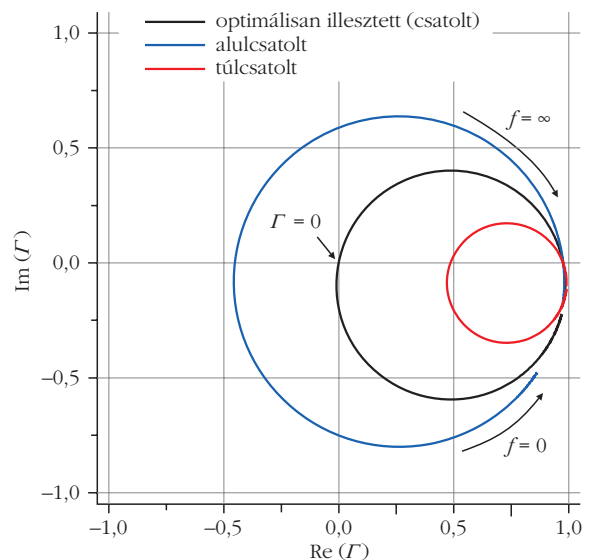
A 8. ábrán a  $Z_L$  lezáró ellenállással terhelt kábelvégről történő visszaverődés képzetes részét mutatjuk a valós rész függvényében. A Smith-chart középpontja a zérus reflexióhoz – amit csak  $Z_L = Z_0$  esetén kaphatunk meg – tartozik. A kapott görbét fix frekvencia mellett a kábel  $l$  hossza parametrizálja, nevezetes pontjait, azaz amikor  $l$  a hullámhosszhoz képest megadott értékeket vesz fel, bejelöltük az ábrán. A kör sugara

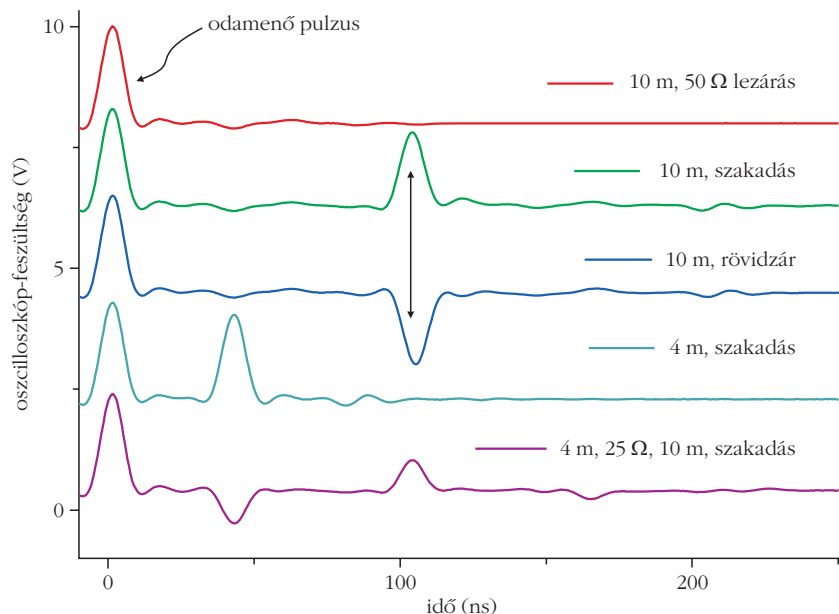
$$r = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0},$$

itt a sugár előjeles mennyiségként értendő, tehát negatív előjel esetén a  $\Gamma = 0$  pontra tükröződik a kör. A reflexiós tényező valós és képzetes részait a kábel végéről visszavert jel – kiadott jelhez képesti – fázisának mérésével kaphatjuk meg.

Az 5. ábrán bemutatott áramkörrel történő lezárás esetére megadjuk a reflexiós tényezőre vonatkozó Smith-chartot (9. ábra). Ezt a görbét a frekvencia parametrizálja, az ábrán bejelöltük a 0 és az igen nagy frekvenciák határeseteit. Az áramkör illesztettségének mértékét a görbe egy adott pontjának a  $\Gamma = 0$  origótól vett távolsága mutatja. Az origón áthaladó, optimálisan illesztett, illetve alul- és túlcsatolt áramkörök görbéit is megadjuk. Adott áramkörre azért hasznos a reflexiós tényezőtől származtatható Smith-

9. ábra. A reflexiós tényező valós és képzetes részei egymás függvényében ábrázolva az 5.a ábrán mutatott áramkör esetére az impedanciaillesztés három esetére. A körök paramétere a frekvencia, aminek a határértékeit bejelöltük.





10. ábra. A kábelvégi visszaverődés megjelenítése oszcilloszkóppal. A kísérletekben 10 m hosszú, 50  $\Omega$ -os, koaxiális kábelt használtunk, amelynek végét különbözőképpen zártuk le. Egy másik kísérletben a kábelre 4 m után egy 25  $\Omega$ -os ellenállást tettünk, a végét pedig lezáratlanul hagytuk.

chart ábrázolása, mert így rögtön megállapítható, hogy az illesztő trimmer kondenzátor értékét növelni vagy csökkenteni kell-e.

## A kábelvégi visszaverődés bemutatása idődoménben

A kábelvégi visszaverődést a cikk első részében a kábel mentén kialakuló állóhullámok detektálásával mutattuk be. Ezt a jelenséget azonban az idődoménben is kimutathatjuk. Ehhez olyan jelgenerátorra van szükség, ami nagyon rövid impulzusokat tud előállítani. Mi 20 ns-os impulzushosszat használtunk, amit 100 kHz-es frekvenciával ismételtünk. Azt találtuk, hogy ilyen rövid impulzushosszaknál nem tökéletesen éles impulzust, hanem inkább lekerekített *sync*-jel jellegű alakokat figyelhetünk meg, amit általában kis méretű hullámzások követnek. Az első rész 4. ábráján bemutatott elrendezést állítsuk össze: az impulzusgenerátor kimenetét egy rövid koaxiális kábellel kössük össze az oszcilloszkóp bemenetén lévő BNC „T”-csatlakozóval (az oszcilloszkóp bemenete legyen nagy impedanciájú), a „T” másik oldalára pedig egy minél hosszabb kábelt csatlakoztassunk (itt mi 10 m-es kábelt használunk). Az oszcilloszkópot célszerű a jelgenerátor kimenő jeléhez *triggerelni*.

A hosszú kábel végére 50  $\Omega$ -os lezárást, szakadást vagy rövidzárat tehetünk. Ennek függvényében az oszcilloszkópon a 10. ábrán bemutatott jeleket figyelhetjük meg: amennyiben a kábel végét 50  $\Omega$ -mal zárjuk le, úgy nem kapunk visszaverődést. Ha a hosszú kábel végén szakadás vagy rövidzár van, úgy visszaverődést kapunk, ennek időkéssletése a pulzus visszaérkezési idejéhez tartozik. Esetünkben ez  $(20 \text{ m})/(0,65 c) \approx 100 \text{ ns}$ , amit az ábrán függőleges nyíllal jelöltünk. Vegyük észre, hogy a rövidzárral történő lezárás esetén a visszavert pulzus az odamenő pulzushoz képest ellentétes irányú. Ez a laboratóriumban elvégezhető kísérlet a kábelbeni véges fénysebesség – annak kimérését is lehetővé tevő – jó demonstrációja lehet, vagy a kábelbeni fénysebesség ismeretében a kábel hosszának mérését teszi lehetővé.

Egy másik kísérletben azt is bemutathatjuk, hogy a kábel esetleges sérülése esetén milyen eredményt kapunk. Ehhez a 10 m-es kábelt 4 és 6 m-es kábelből raktuk össze, az illesztéshez egy BNC „T”-csatlakozót használva. Amennyiben 4 m után szakadás van a kábelben, a 10. ábrán látható módon visszaverődést kapunk, amelynek időkéssletése a kisebb hosszak felé meg. Amennyiben a 4 m-es pontra egy 25  $\Omega$ -os lezárást teszünk, a kábel 10 m-es végén pedig szakadás van, úgy a 4 m-es ponttól visszaverődést kapunk (ez a jel lefelé áll, ami mutatja, hogy 50  $\Omega$ -nál kisebb ellenállás van itt), de a 10 m-es ponttól egy pozitív feszültségű visszaverődést is kapunk, ami pedig szakadásra utal. Ez a kísérletsorozat azt demonstrálja, hogy egy kábelrendszer valamilyen sérülésére – azaz olyan pontok jelenlétére, ahol a kábelbeni hullámimpedancia lokálisan megváltozik – miként lehet következtetni. Kémtörténetekben erre a fajta mérésre szoktak utalni, mint olyan módszerre, ami a kábelen történő lehallgatást felderítheti, hiszen bármilyen lokális beavatkozás nyomot hagy egy vezetéken.

### Ajánlott és felhasznált irodalom

Budó Ágoston: *Kísérleti fizika II.*  
 Simonyi Károly: *Elméleti villamosságtan*  
 David M. Pozar: *Microwave Engineering* (4th ed.)

# A LENZ-TÖRVÉNY DEMONSTRÁLÁSÁBAN HASZNÁLT RÉZCSŐ MÉRETÉNEK HATÁSA

## A CSŐBEN MOZGÓ MÁGNESES TESTEK SEBESSÉGÉRE

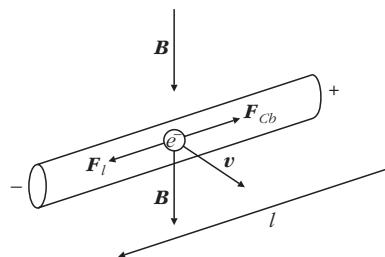
Németh Viktória, Nguyen Q. Chinh  
Eötvös Loránd Tudományegyetem, Anyagfizikai Tanszék

Elektromágneses indukció alapjelensége:  
mozgási indukció

Az alaptananyagból jól ismert, hogy ha egy vezető mágneses mezőben mozgatunk, akkor a Lorentz-erő miatt a végei között feszültség keletkezhet, illetve a végeket vezetővel összekötve elektromos áram jöhet létre. Az így keletkezett feszültséget és áramot, indukált feszültségnek, illetve áramnak nevezzük.

A jelenség oka, hogy a vezetőben lévő szabadon mozgó elektronokra, mint mozgó töltésekre hat a Lorentz-erő, ahogy az 1. ábra sematikusan mutatja. Ennek hatására a vezetődarab végein töltések halmozódnak fel: az egyik végén a negatív, míg másik végén ezek hiányaként pozitív töltések lesznek, tehát a vezető töltései bizonyos mértékig szétválnak. Így a vezetődarab végei között potenciálkülönbség alakul ki, elektromos térerősség jön létre [1].

A töltésszétválás folyamata addig tart, amíg az elkülönült töltések által keltett elektrosztatikus mező a fémen belül éppen egyensúlyt tart a töltésekre ható



1. ábra. Állandó  $\mathbf{B}$  mágneses mezőben mozgatott vezető belsejében levő elektronokra ható erők.

mágneses Lorentz-erővel. Ennek alapján kiszámítható a kialakult elektromos mező  $\mathbf{E}$  térerőssége. Az egyszerűség kedvéért legyen a mező homogén, az  $l$  hosszúságú vezeték merőleges a  $\mathbf{B}$  indukcióvektorra. A  $\mathbf{B}$ -re merőleges irányban,  $\mathbf{v}$  sebességgel mozgó vezeték belsejében levő töltésre ható Lorentz-erő ekkor  $F_L = QvB$  nagyságú. A pozitív és negatív töltések térbeli szétválása folytán keletkező statikus Coulombmező a  $Q$  töltésre  $F_{Cb} = QE$  nagyságú erővel hat.

Egyensúlyban:

$$QvB = QE,$$

amiből az indukált statikus elektromos térerősség

$$E = vB$$

értéket veszi fel. Ebből következik, hogy az indukált feszültség nagysága a homogén elektromos térre

$$U_i = vBl.$$

Általános esetben, ha a  $\mathbf{v}$  sebesség és a  $\mathbf{B}$  indukció tetszőleges  $\alpha$  szöget zár be egymással, de a vezeték továbbra is merőleges  $\mathbf{v}$ -re és  $\mathbf{B}$ -re, akkor az indukált feszültség nagysága:

$$U_i = Blv\sin\alpha.$$

### A Lenz-törvény

Végezzük el a 2. ábrán vázolt gondolat kísérletet, amely során a fent említett vezetékdarab – egyik végén  $R$  ellenállással és egy árammérővel összezárt – vezető sín páron mozog.

Az egész szerkezetet egy állandó  $\mathbf{B}$  mágneses indukciójú térbe helyezzük, és a mozgatható vezetékdarabot  $\mathbf{v}$  sebességgel a nyílal jelzett irányban balra elmozdítjuk. A mozgási indukció miatt elektromos feszültség indukálódik, és a zárt áramkör miatt az

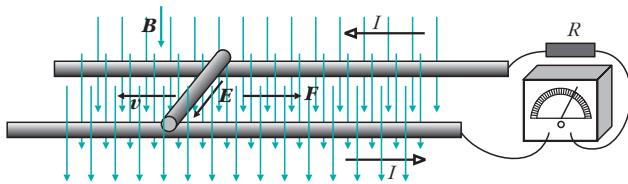
A szerzők köszönetet mondanak *Krannauer Tamásnak*, *K. Papp Lászlónak*, *Ajtay Jánosnak*, akik sokat segítettek a rézcsövek megmunkálásában és a mérések összeállításában. Köszönettel tartozunk *Vörös Györgynek* az elméleti számításokban nyújtott hasznos tanácsaiért. A kutatás az ELTE Felsőoktatási Intézményi Kiválósági Program (1783-3/2018/FEKUTSRAT) keretében valósult meg az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatásával.



*Németh Viktória* a fizika BSc után fizika-matematika tanári mesterszakon végzett az Eötvös Loránd Tudományegyetemen 2018-ban. Jelenleg a Leövey Klára Gimnázium fizika-matematika szakos tanára. Alapszakos szakdolgozata otthon is elkészíthető ködkamráról szól, míg a mesterszakos diplomamunkájából készült a jelen tanulmány. Aktív tagja volt a fizikushallgatók közösségének, egyetemi éve alatt is segédkezett tudomány népszerűsítő rendezvényeken, amelyeken már diákjaival vesz részt.



*Nguyen Quang Chinh* az ELTE Anyagfizikai Tanszékének egyetemi tanára. Évek óta foglalkozik az anyagok plasztikus alakváltozásának vizsgálatával, a plasztikus instabilitás és hasonló folyamatok leírásával, illetve elemzésével. Oktatási és kutatási munkája mellett elkötelezett támogatója a Tudományos Diákköri (TDK) mozgalomnak. Országos konferenciákon Több hallgatója is helyezést szerzett. Jelenleg az ELTE Fizikai Intézet TDK-felelőseként koordinálja a kari fizikai TDK tevékenységeket.



2. ábra. A Lenz-törvényre vezető gondolkísérlet [2].

ábrán látható irányban  $I$  indukált áram keletkezik. Ekkor azonban egy áramjárta vezető kerül mágneses térbe, amire úgyszintén hat a Lorentz-erő, mégpedig jobbkékszabály szerint a vezetékdarab mozgásával ellentétes irányban. Látható tehát, hogy az indukált áramra ható Lorentz-erő olyan irányú, hogy azzal akadályozza azt a mozgást, aminek hatására az indukált áram keletkezett. Ez a Lenz-törvény lényege, ami úgy is megfogalmazható, hogy az indukált áram mindig olyan irányú, hogy az őt létrehozó hatást csökkenti igyekezzon. Jobban meggondolva: a mozgás fenntartásához a Lorentz-erő ellen kell dolgoznunk, munkát kell végeznünk. Ez az a munka, ami elektromos energiává fordítódik, a rendszerre így érvényes az energia-megmaradás.

Középiskolai és egyetemi fizikai oktatásban is az elektromágneses indukció témakörét általában a fent említett mozgási indukcióban fellépő Lorentz-erővel szokás bevezetni. A Lenz-törvénnyel immár általánosságban, így a nyugalmi indukciós jelenségeket is értelmezni tudjuk. A Lenz-törvényt demonstráló „klaszszikus” kísérletek közé tartozik a nagyon jól ismert Lenz-gyűrűvel [3], Thomson-ágyúval [4] vagy rézcsővel [5] végzett kísérlet. A Lenz-törvényen nagyon sok alkalmazás alapszik, mint például a Head Rush Technologies által fejlesztett fékező biztonsági szerkezet [6], vagy a vidámparkokban működő népszerű zuhanó torony [7]. Érdekes még megemlíteni egy szintén a Lenz-törvényen alapuló, magyar találmányú, érdekes játékot, a Feel Fluxot [8].

## Lenz-törvény kvalitatív demonstrálása a rézcsőben szabadon eső mágnessel

A Lenz-törvény nagyon jól és egyszerűen szemléltethető a már fent említett rézcsőben „szabadon” eső kis mágnes mozgásával. Ez a kísérlet nemcsak egyetemi előadásokon, hanem – szó szerint – bárhol elvégezhető. Függetlenül álló rézcsővön először egy nem-mágneses (fa vagy fém... stb.), majd egy mágneses testet leejtve azt tapasztalhatjuk, hogy míg a nem-mágneses test gyorsuló mozgással szinte szabadon esik, mintha a rézcső ott sem lenne, addig a mágneses test a csőbe kerülve gyakorlatilag azonnal állandó – szemmel láthatóan kis – sebességgel esik a csőben. A mágneses test mozgása egyáltalán nem utal a szabadesésre.

Jól ismert a jelenség kvalitatív magyarázata. A leeső mágnes a rézcső egyes keresztmetszetében időben változó mágneses fluxust hoz létre, ami a cső falában feszültséget, illetve (örvény)áramot indukál. Mivel az

indukció oka ebben az esetben a mágneses test (nehézségi erő hatására) lefelé tartó mozgása, a Lenz-törvény értelmében – az indukált áram mindig olyan irányú, hogy az őt létrehozó hatást csökkenti igyekezzon – a nehézségi erővel ellentétes irányú erő lép fel, és megakadályozza a test szabadesését.

Ilyen kísérleteknél felmerülhet a kérdés, miként függ a mágnesestest esési sebessége a cső falvastagságától, illetve belső átmérőjétől, milyen kvantitatív összefüggések használhatók a kísérletben használt cső paraméterei hatásának a leírására. Ez utóbbi kérdés a jelen munka motivációja.

Megjegyezzük, hogy tudomásunk szerint a Lenz-törvénnyel kapcsolatban eddig csak kvalitatív kísérletek voltak. Szisztematikus, mennyiséget is meghatározó méréseket nem találtunk szakirodalomban, így a mérések összeállításában minden tényezőt alaposan meg kellett vizsgálnunk, és a mérés-összeállítás fejlődése céljából minden részletre kiterjedően lépésről lépésre haladnunk. Sok, előre nem látható buktatóval találkozunk, úgy mint a mágnesgolyó leejtésének problémája, az időmérés nehézségei, a mágnes polaritásának figyelembevétele az esés során.

## A rézcsőben leeső mágnesestestek sebességének mérése

### Időmérés a kísérlet során

A sebesség meghatározásához időmérésre van szükségünk. Az idő minél pontosabb méréséhez olyan eszközt kell keresni, ami kiküszöböli az emberi tényezőt, és ezzel a reakcióidőből származó mérési hibát.

Elsőként a nehézségi gyorsulás mérésénél is használt ejtőgépet szeretnénk volna használni (amely megtalálható az ELTE Anyagtudományi Tanszék Fizikai Alapmérések laboratóriumában), ám az eszközzel több problémánk is adódott. A golyót kiengedő – vas alkatrészekkel teli – szerkezetből a mágnesgolyó nem tudott leesni. Ezt műanyag elemek beiktatásával ki tudtuk küszöbölni, ám a mágnesestestek sebessége a rézcsőben igen kicsi, így a műszer nem érzékelte a mágneses testek becsapódását, ezért vele nem lehetett esési időt mérni.

Következő lehetőségként a fénykaput próbáltuk ki. Ez a mérőműszer a fény útjának megszakítása – fotocella – elvén működik. Két villa alakú alumínium „kapu” között esik át a golyó, s amikor megszakítja a kapu két oldala között a fény útját, akkor indul az időmérés, míg a másik kapunál való megszakításkor áll meg a mérés. Az eseményhez egy egyszerű számítógépes programra van szükség, amely az egyetemen rendelkezésünkre állt.

### A mérési összeállítás

Miután megtaláltuk a megfelelő időmérő műszert, ki kellett találni a rézcsővek rögzítését.

Először egyszerű, és kézzel fogható megoldásokat kerestünk, ám hamar rájöttünk, hogy a rézcsővek



3. ábra. A mérési összeállítás: fénykapu és mintatartó állvány.

mérete, valamint a golyók mágneses hatása ebben az esetben is komoly feladat elé állít minket. Arra a következtetésre jutottunk, hogy a tartóelem minden részének fából vagy műanyagból kell készülnie, hogy semmilyen fémtárgy se befolyásolja a mérés menetét. A nehéz rézcsövek függőleges rögzítését műanyag toldásokkal, illetve gyorskötegelővel oldottuk meg, ezt a 3. ábra képein lehet látni.

A mérések során három különböző, a 4. ábrán látható mágneses testtel dolgoztunk. Volt egy 10 mm átmérőjű golyó, egy 8 mm átmérőjű és 10 mm hosszú, valamint egy 8 mm átmérőjű és 20 mm hosszú henger.

### A sebességmérés pontosítása

A kísérletek azt mutatták, hogy a rézcsőben a mágnesgolyó igen hamar felveszi állandó esési sebességét. Ez a tapasztalat elméleti megfontolás alapján is könnyen igazolható.

A rézcsőben mozgó mágnesestest esetében a mozgásfolyamat során először a gravitációs (nehézségi) erő hatására gyorsul a test, és ezzel együtt – a fluxus időbeli változása miatt – áram indukálódik a cső falában, eredményezve a Lenz-törvénynek megfelelő  $F_f$  erőt. Kvalitatívan az  $F_f$  erő nagysága egyenesen arányos a cső falában – az indukció következtében – fellépő örvényárammal, ami pedig a  $\Phi$  fluxus időbeli változásával ( $d\Phi/dt$ ) arányos. Mivel a  $d\Phi/dt$  egyenesen arányos a mágnesestest  $v$  haladási sebességével, végeredményben az  $F_f$  erő nagysága is egyenesen arányos  $v$ -vel. Emiatt a  $v$  sebesség addig nőhet (addig gyorsul a mágnesestest), amíg az  $F_f$  erő nagysága el nem éri az  $m$  tömegű mozgó mágnesestestre ható  $mg$  nehézségi erő értékét. Ezt követően a mágnesestest már állandó sebességgel mozog tovább. Az egyszerűség kedvéért elhanyagoltuk a közegellenállás és a levegőbeli felhajtóerő hatását.



4. ábra. A mérés során használt mágnesestestek.

Az előzetes mérések eredményei azt mutatják, hogy a  $D = 12$  mm belső átmérőjű,  $d = 2$  mm falvastagságú cső esetében a mágnesgolyó sebessége bőven alacsonyabb, mint  $0,2$  m/s. Ezt a sebességértéket levegőben – indukció nélkül – a  $v = gt$  képlet alapján ( $g = 10$  m/s<sup>2</sup>)  $t = 0,02$  s alatt veszi fel a golyó, közben pedig – a szabadesés  $s = 0,5gt^2$  négyzetes úttörvényét használva – körülbelül  $s = 2$  mm utat tesz meg. Ez azt jelenti, hogy a  $v$  állandó esési sebesség elméletileg  $2$  mm-nyi út megtétele után beáll.

Mivel a számolás nem teljesen pontos (nem vettük figyelembe a légellenállást) így ezt az  $s$  utat szintén felülről becsültük. A mérés pontosítása érdekében a sebesség mérését nem a rézcső két szélé között végeztük, hanem mindegyik rézcsövet a végeiktől körülbelül  $10-10$  mm-re átfúrtuk (5. ábra), ezen lyukakon keresztül vezettük a fénykapu által használt lézert fényt, és a mérést a rézcső belsejében végeztük. Ezzel kiküszöböltük a rézcső széléinél keletkező zavar miatti hibát is. A rézcső széléinél ugyanis a mozgó mágnes hatására éppen kialakuló ellentétes irányú mágneses mező befolyásolja a mágnesgolyó rézcsőbe való beengedésének sebességét, pontosságát, így az idő mérésében is hibát eredményezne, csakúgy, mint a cső alsó végénél, ahol a mágneses hatás még kieséskor is érzékelhető.

Az eső mágnes sebességét befolyásolja, hogy mágneses tere milyen irányban áll az elengedése pillanatában, ezért a mágnesek pólusait megjelöltük, és minden ejtés során ugyanazzal a függőleges pólusiránnyal engedjük el a testeket. Ezzel kiküszöböltük azt a hibaforrást, hogy a mágneses golyónak arra kelljen energiát fordítania, hogy esése kezdetén forduljon be a függőleges pólusirányba, mert akkor kevésbé hatékony az esés közbeni fékeződés.

5. ábra. A mérésekhez használt rézcsövek a végek közelébe fúrt lyukakkal.

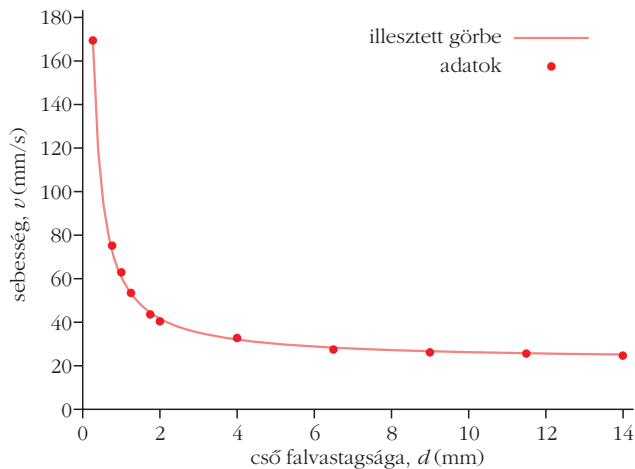


1. táblázat						
A mágnesgolyó $v$ esési sebességei és azok átlaga a különböző $d$ falvastagságok mellett						
$d$ (mm)	$v_1$ (mm/s)	$v_2$ (mm/s)	$v_3$ (mm/s)	$v_4$ (mm/s)	$v_5$ (mm/s)	$v_{\text{átlag}}$ (mm/s)
14	24,7	24,8	24,5	24,5	24,7	24,6
11,5	25,5	25,6	25,7	25,7	25,5	25,6
9	26,0	26,0	26,4	26,2	26,0	26,1
6,5	27,3	27,4	27,6	27,5	27,5	27,5
4	31,5	37,8	31,4	31,6	31,5	32,8
2	40,2	40,3	40,8	40,4	40,4	40,4
1,75	43,3	43,6	43,6	43,5	43,9	43,6
1,25	53,9	52,9	53,6	53,7	53,2	53,5
1	62,7	62,9	62,8	63,2	62,9	62,9
0,76	74,7	74,9	75,0	75,9	75,2	75,1
0,26	168,8	168,9	169,4	170,5	169,6	169,4

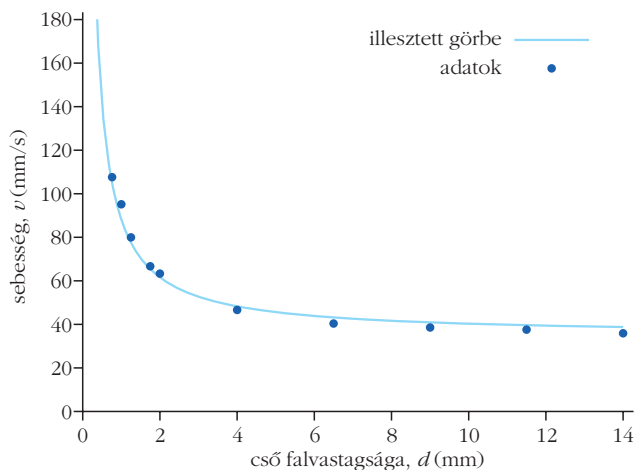
## A Lenz-törvény demonstrálásában használt rézcső falvastagságának hatása

A Lenz-törvény demonstrálásában használt rézcső falvastagsága hatásának vizsgálatához 11 darab különböző falvastagságú, de azonos, 12 mm belső átmérőjű rézcsőben mértük a függőlegesen eső mágnesestestek sebességét. Minden mérést – azonos körülmények között – legalább ötször ismételtünk meg. A golyóejtéses mérések reprodukálhatóságát demonstrálандó az 1. táblázatban öt mérési sorozat eredményeit, illetve azok átlagát tüntetjük fel. Jól látható, hogy ilyen mérésben igen kicsi a szórás. Mindhárom mágnesestestre kapott átlagsebességeket tartalmazza a 2. táblázat.

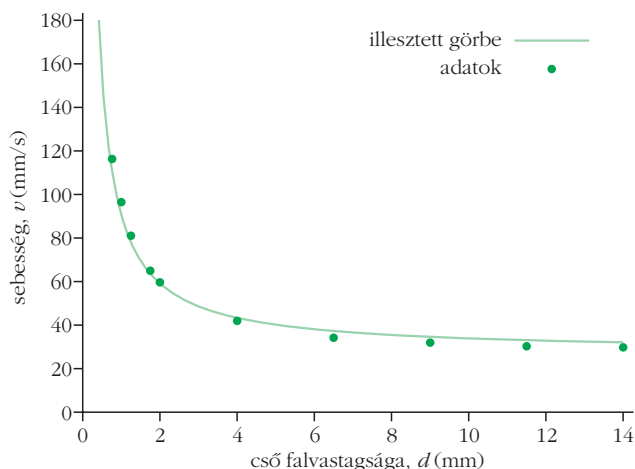
2. táblázat			
A mágnesgolyó és a hengerek átlagos $v$ esési sebessége a különböző $d$ falvastagságok mellett			
$d$ (mm)	$v_{\text{golyó}}$ (mm/s)	$v_{\text{kis benger}}$ (mm/s)	$v_{\text{nagy benger}}$ (mm/s)
14	24,6	35,9	29,7
11,5	25,6	37,6	30,3
9	26,1	38,5	31,9
6,5	27,5	40,4	34,2
4	32,8	46,6	41,9
2	40,4	63,3	59,6
1,75	43,6	66,6	64,9
1,25	53,5	79,9	81,0
1	62,9	95,1	96,4
0,76	75,1	107,5	116,2
0,26	169,4	236,3	266,3



6. ábra. A mágnesgolyó  $v$  esési sebessége a  $d$  falvastagság függvényében.



7. ábra. A rövid, 10 mm magas mágneshenger  $v$  esési sebessége a  $d$  falvastagság függvényében.



8. ábra. A hosszú, 20 mm magas mágneshenger  $v$  esési sebessége a  $d$  falvastagság függvényében.

A több mérésből vett  $v$  átlagsebességet a falvastagság függvényében mutatják az 6–8. ábrák a mágnesgolyó, illetve a rövid és hosszú hengerek esetében. A mérési eredmények azt mutatják, hogy a  $d$  falvastagság növekedésével mindhárom test esetében az esési sebesség monoton csökken. Nagy  $d$ -nél (vastag falú

csőben) lassan, de kis  $d$  tartományban (vékony falú csőben) gyorsan csökken a sebesség. Elemzések – amire később visszatérünk – alapján mindhárom kísérleti mágnesestest esetében kapott  $v$ - $d$  mérési adatokra jól illeszthető a

$$v(d) = \frac{a}{d} + b \quad (1)$$

alakú függvény, ahol  $a$  és  $b$  az adott mágnesestestre jellemző állandók (illesztő paraméterek).

Golyó esetén:

$$a = 38,5 \pm 0,4 \frac{\text{mm}^2}{\text{s}},$$

$$b = 22,4 \pm 0,5 \frac{\text{mm}}{\text{s}},$$

illetve rövid hengerre:

$$a = 53,2 \pm 1,0 \frac{\text{mm}^2}{\text{s}},$$

$$b = 35,0 \pm 1,3 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

és hosszú hengerre:

$$a = 63,1 \pm 1,1 \frac{\text{mm}^2}{\text{s}},$$

$$b = 27,6 \pm 1,4 \frac{\text{mm}}{\text{s}}.$$

Ezen paraméterekkel illesztett (1) alakú függvényeket is feltüntettük az 6–8. ábrákon. Látható, hogy az (1) alakú függvény igen jól írja le a kísérleti tapasztalatokat. Az elméleti értelmezésre később visszatérünk.

## A Lenz-törvény demonstrálásában használt rézcső belső átmérőjének hatása

Az indukciójelenség lényegét – a rézcsőben mozgó mágnesestest által okozott mágneses fluxus időbeli változását – tekintve, a cső belső átmérője is fontos tényező, és ez határozottan befolyásolja az eső mágnesestest sebességét. Ezért azonos  $d$  falvastagság mellett különböző  $D$  belső átmérőjű rézcsövekkel is vizsgáltuk az esés sebességét. Csak a  $d = 1,5$  mm falvastagságú csövekből tudtunk különböző belső átmérőjű darabokat beszerezni. Méréseinket 4 eltérő belső ( $D = 15, 19, 22$  és  $35$  mm-es) átmérőjű csővel (9. ábra) végeztük.

A nagyon nagy belső átmérőjű csőben túl nagy az eső mágnes mozgási szabadsága, ezért egy – minden rézcsőbe beilleszthető – műanyag betétcsövet készítettünk. A mágnes e műanyag csőben esik, így az esés körülményei minden rézcső esetén azonosak, a sebességkülönbséget csak a körülötte lévő rézcsőben indukált feszültség hatására kialakuló mágneses tér befolyásolhatja. A méréseket itt is mindhárom mágnessel elvégeztük, az eredményeket, azaz az esési sebességek átlagát a 3. táblázat tartalmazza. A mág-



9. ábra. A méréshez használt 35, 22, 19 és 15 mm belső átmérőjű rézcső.

nesgolyóra, illetve a két hengerre vonatkozó mérési  $v$ - $D$  adatokat a 10. és 11. ábrán tüntettük fel.

Jól látható, hogy mindegyik mágnesestest esetében a mérési adatok leírhatóak a

$$v(D) = pD + k \quad (2)$$

lineáris függvénnyel, ahol a  $p$  és  $k$  a mozgó mágnesestestre jellemző állandók.

Golyó esetén:

$$p = 57,5 \pm 1,5 \frac{1}{\text{s}},$$

$$k = -681 \pm 35 \frac{\text{mm}}{\text{s}},$$

illetve rövid hengerre:

$$p = 52,5 \pm 3,3 \frac{1}{\text{s}},$$

$$k = -513 \pm 78 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

és nagy hengerre:

$$p = 50,8 \pm 3,4 \frac{1}{\text{s}},$$

$$k = -630 \pm 80 \frac{\text{mm}}{\text{s}}.$$

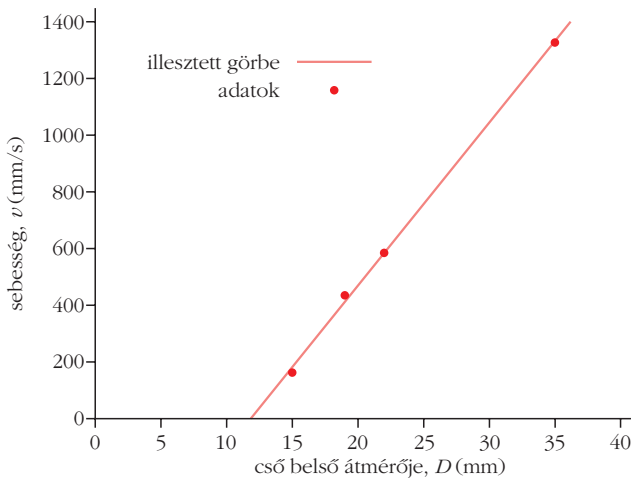
Méréseink eredménye jól mutatja, hogy a cső belső átmérőjének növekedésével mindhárom mágnesestest mozgására jellemző  $v$  sebesség lineárisan nő. Érdemes megjegyezni, hogy a (2) formulában levő  $k$  állandó negatív értéke azt jelenti, hogy adott mozgó test esetén van egy  $D_k$  küszöb belsőátmérő-méret, amelyre a test csak nagyon lassan (zérushoz közeli sebességgel) tud-

3. táblázat

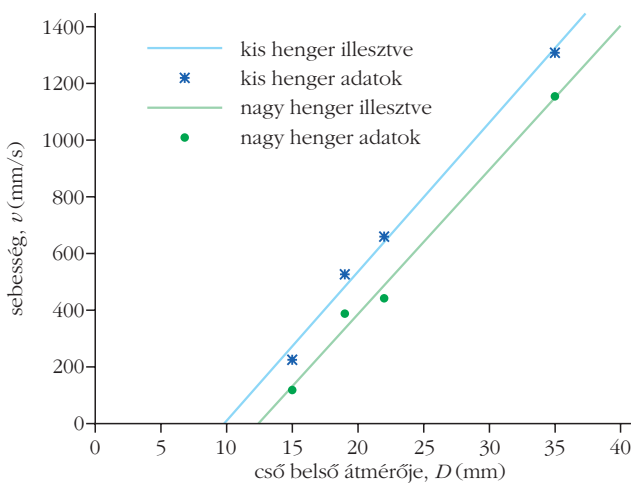
### A mágnesgolyó és a hengerek $v$ esési sebessége a különböző $D$ belső átmérők mellett

$D$ (mm)	$v_{\text{golyó}}$ (mm/s)	$v_{\text{kis henger}}$ (mm/s)	$v_{\text{nagy henger}}$ (mm/s)
35	1326,4	1308,6	1155,0
22	584,5	660,8	443,4
19	435,0	527,8	389,2
15	162,4	226,7	119,9





10. ábra. A mágnesgolyó  $v$  esési sebessége a  $D$  belső átmérő függvényében.

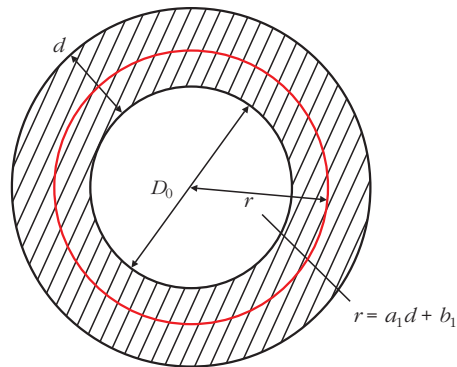


11. ábra. A rövid (10 mm) és hosszú (20 mm) mágneshenger  $v$  esési sebessége a  $D$  belső átmérő függvényében.

na mozogni a csőben. Elméletileg a mozgó test sebessége nem lehet zérus, mert megszűnne az indukció, és az ezzel járó – a Lenz-törvény értelmében – fékező erő, ami miatt újra szabadon esne a test. A  $D_k$ -t közelítve a  $v$ - $D$  függvény valószínűleg megváltozik, nem a fent említett, kísérletileg kapott lineáris alakú lenne. Mindenesetre, a  $D_k$  10-12 mm körüli értéke azt jelzi, hogy amikor a cső belső átmérője a benne mozgó test átmérőjéhez közelít, akkor a cső falában indukálódó áram (fékező) hatása már nagyon jelentős.

## A kísérletileg kapott $v$ - $d$ és $v$ - $D$ összefüggések értelmezése

Kísérletileg kimutattuk, hogy állandó belső átmérő esetén a rézcsőben mozgó mágnesest sebessége és a cső falvastagsága közötti összefüggés hiperbola alakú függvénnyel írható le. Állandó falvastagság esetén a mágnesest sebessége lineárisan változik a belső cső-átmérővel. A következőkben elméleti megfontolásokkal értelmezzük a kapott (1) és (2) összefüggéseket, alátámasztva azok érvényességét.



12. ábra. Állandó belső átmérőjű, változó falvastagságú rézcső keresztmetszetének vázlatos rajza.

A *sebességmérés pontosítása* fejezetben már említettük, hogy a rézcsőben eső mágnesest a mozgása során először a gravitációs (nehézségi) erő hatására gyorsul, és ezzel együtt – a fluxus időbeli változása miatt – a cső falában áram indukálódik, ami a Lenz-törvénynek megfelelő  $F_f$  fékező erőt eredményezi. A  $v$  sebesség addig nőhet, amíg az  $F_f$  erő nagysága el nem éri az  $m$  tömegű mozgó mágnesestre ható  $mg$  nehézségi erő értékét. Ezt követően a test már állandó sebességgel mozog tovább. Ez az alapja a következő elméleti megfontolásoknak.

## Állandó belső átmérőjű, különböző falvastagságú csövek esete

Tekintsünk egy, a 12. ábrán sematikusan vázolt  $D_0$  belső átmérőjű,  $d$  falvastagságú csőkeresztmetszetet, amelyen a  $t$  időpillanatban a mágneses test éppen áthalad.

A cső falában e pillanatban indukált feszültség:

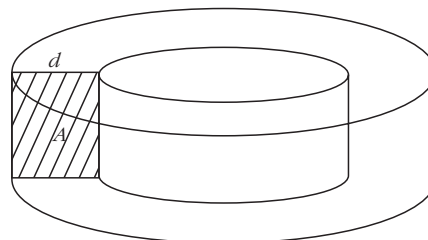
$$U_i = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = c_1 v, \quad (3)$$

ahol  $c_1$  állandó. Az  $U_i$  ismeretében az indukált kör-áram (örvényáram) nagysága:

$$I_i = \frac{U_i}{R} = \frac{c_1 v}{R}, \quad (4)$$

ahol  $R$  az áramkör ellenállása. Nyilvánvalóan nehéz megmondani, hogy  $R$  teljes nagysága mennyi, azonban belátható, hogy a  $d$  falvastagság növekedése a köráram áramirányára merőleges keresztmetszet növekedését jelenti (ahogy a 13. ábra mutatja), ami az

13. ábra. A  $d$  falvastagságú csőben az  $R$  elektromos ellenálláshoz tartozó  $A$  keresztmetszet.



áramkör ellenállásának csökkenéséhez vezet. Így tehát  $R$  fordítottan arányos  $d$ -vel, azaz:

$$R = \frac{c_2}{d}, \quad (5)$$

ahol  $c_2$  egy másik állandó. A (4) és (5) egyenletekből:

$$I_i = \frac{c_1 v d}{c_2} = c_3 v d, \quad (6)$$

$c_3 = c_1/c_2$  egy célszerűen bevezetett újabb állandó.

Az  $F_f$  fékező erő a hatása szempontjából úgy tekinthető, hogy a rézcsőben körbe, gyűrű mentén egy  $I_i$  nagyságú indukált áram folyik, amelynek  $r$  sugara – feltehetően – lineárisan változik a cső falvastagságával, vagyis

$$r = a_1 d + b_1 \quad (7)$$

alakban adható meg, ahol  $a_1$  és  $b_1$  állandók.

Ismeretes, hogy az  $r$  sugarú gyűrűben folyó  $I_i$  nagyságú áram mágneses tere ( $B$  mágneses indukciója) a gyűrű középpontjában egyenesen arányos  $I_i$ -vel és fordítottan arányos  $r$ -rel. Ez a mágneses tér lép kölcsönhatásba a mozgó mágnesestesttel, a fent említett  $F_f$  erővel fékezve őt. Mivel  $F_f$  egyenesen arányos a  $B$ -vel, így (6) és (7) egyenletek alapján

$$F_f \sim B \sim I_i \sim v d$$

és

$$F_f \sim B \sim \frac{1}{r} \sim \frac{1}{a_1 d + b_1}.$$

Ennek alapján  $F_f$  nagyságát a következő alakban írhatjuk:

$$F_f = \frac{c_4 v d}{a_1 d + b_1}, \quad (8)$$

ahol  $c_4$  egy újabb állandó.

Mint említettük, a  $v$  esési sebesség akkor lesz állandó, ha az  $F_f$  eléri a mozgó test  $mg$  súlyát. Ennek alapján az állandó  $v$  sebesség úgy számítható ki, hogy az  $F_f = mg$  összefüggésbe a (8) egyenletben kapott  $F_f$  kifejezését írjuk.

$$\frac{c_4 v d}{a_1 d + b_1} = mg,$$

amelyből

$$v = mg \frac{a_1 d + b_1}{c_4 d}$$

vagy

$$v(d) = \frac{a}{d} + b. \quad (9)$$

E kifejezésben bevezetett  $a$  és  $b$  értéke:

$$a = \frac{mg b_1}{c_4} \quad \text{és} \quad b = \frac{mg a_1}{c_4}.$$

A (9) formula egyértelműen alátámasztja a kísérletileg kapott (1) összefüggések érvényességét. Érdemes megjegyezni, hogy nagy falvastagság esetén (matematikailag  $d \rightarrow \infty$ ) a mozgó mágnes sebessége  $b$ -hez tart. Nagyon kis falvastagság esetén ( $d \rightarrow 0$ ) pedig a  $v$  értéke végtelenhez tartana. Ez fizikailag azt jelenti, hogy nagyon vékony falú cső esetében a fékezőerő már olyan kicsi, hogy a test (a nehézségi erő hatására) folyamatosan gyorsul, tehát sebessége folyamatosan nőne (ha a közegellenállást figyelmen kívül hagyjuk).

Állandó falvastagságú, különböző belső átmérőjű csövek esete

Ebben az esetben is abból indulunk ki, hogy egy adott  $t$  időpillanatban a cső falában indukált feszültség egyenesen arányos az ott áthaladó mágnesestest  $v$  sebességével. Továbbá, a  $D$  belső átmérő változásával a cső keresztmetszetén átmenő  $\Phi$  fluxus – feltehetően a  $D$ -vel egyenesen arányosan – is nő. Ilyen feltételezésekkel az indukált feszültség a következő alakban adható:

$$U_i = b_1 v D, \quad (10)$$

ahol  $b_1$  állandó. Ezzel az indukált köráram (örvényáram) nagysága:

$$I_i = \frac{U_i}{R} = \frac{b_1 v D}{R}, \quad (11)$$

itt  $R$  az áramkör ellenállása, amely ebben az állandó falvastagságú esetben egyenesen arányos a cső keresztmetszetének területével, vagyis  $R$  egyenesen arányos  $D$ -vel:

$$R = b_2 D, \quad (12)$$

ahol  $b_2$  állandó. A (11) és (12) egyenletekből:

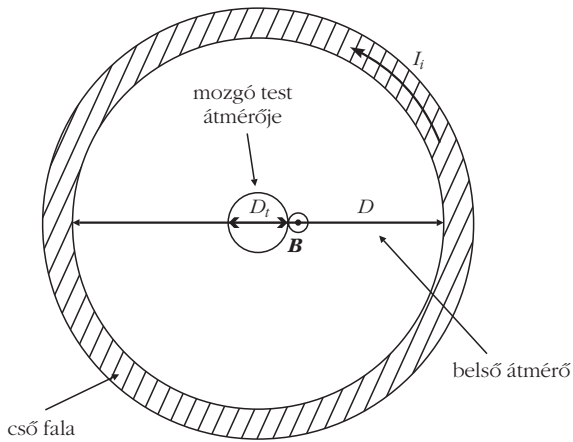
$$I_i = \frac{b_1 v D}{b_2 D} = \frac{b_1 v}{b_2} = b_3 v. \quad (13)$$

Itt  $b_3$  újabb állandó,  $b_3 = b_1/b_2$ . A (13) formula azt jelzi, hogy a cső falában indukált áram erőssége feltehetően nem függ a belső átmérőtől.

Az  $F_f$  fékezőerő nagyságának becsléséhez tekintünk az  $I_i$  indukált köráram mágneses terének

$$\frac{D - D_i}{2}$$

pontjában – a mozgó mágnesestest felületén – levő értékét, amit a 14. ábrán sematikusan feltüntettünk. (Az önkényesen megadott  $I_i$  irányának megfelelően a  $B$  vektor iránya a papír síkjára merőleges, kifelé mutat az ábrán.)



14. ábra. A változó belső átmérőjű rézcső keresztmetszetének vázlatos rajza ( $D_t$  a mozgó test átmérője).

Numerikus számítások azt mutatják, hogy ebben a pontban az  $I_t$  köráram  $\mathbf{B}$  mágneses indukciójának nagysága egyenesen arányos  $I_t$ -vel és fordítottan arányos  $(D - D_t)$ -vel. Ezzel együtt  $\mathbf{B}$  nagyságával egyenesen arányos  $F_f$  fékezőerőt a következő alakban írhatjuk:

$$F_f = \frac{b_4 v}{D - D_t},$$

$b_4$  állandó. Amikor  $F_f$  eléri a mozgó test  $mg$  súlyát, az  $F_f = mg$  összefüggés helyett a

$$\frac{b_4 v}{D - D_t} = mg$$

egyenletet kapjuk, amelyből

$$v = mg \frac{D - D_t}{b_4}$$

vagy

$$v(D) = pD + k, \quad (14)$$

ahol

$$p = \frac{mg}{b_4} \quad \text{és} \quad k = -\frac{mg D_t}{b_4}.$$

A (14) formula pedig a kísérletileg kapott (2) összefüggés érvényességét támasztja alá. Érdekes megjegyezni, hogy kísérletileg és elméletileg is a mágnesest szinte megáll ( $v \cong 0$ ), ha a cső belső átmérője kö-

zelít a mágnesest (golyó vagy henger) átmérőjéhez. Ennek értelmezése, valamint az egész elméleti megfontolás még további vizsgálatokat igényel.

## Összefoglalás

A Lenz-törvény demonstrálására számos lehetőségünk van, ezeket kvalitatívan könnyen értelmezhetjük. Jelenlegi ismereteink szerint a Lenz-törvénnyel kapcsolatban szisztematikus, mennyiséget is meghatározó mérésekről még nem számoltak be a szakirodalomban. E munkában ezt tűztük ki célul.

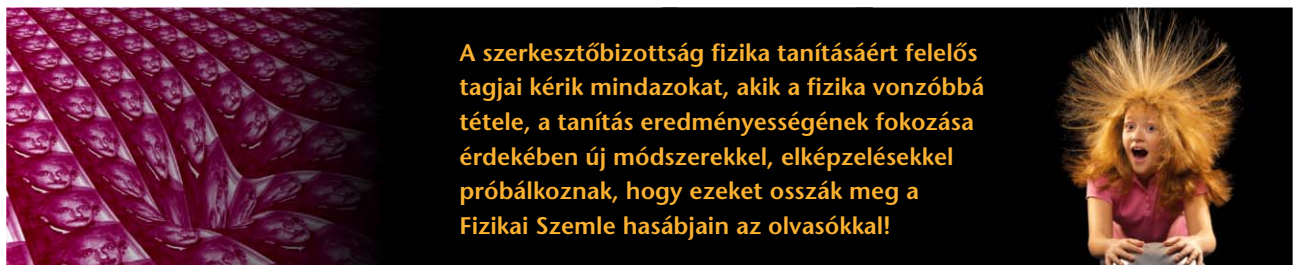
A mérések megtervezése közben számos tényezőt kellett figyelembe vennünk, mint például a mágnesgolyó leejtésének vagy az idő mérésének problémáját, a mágnes polaritásának figyelembevételét az esés során. Mindezeket sok előzetes kísérlet alkalmával pontosítottuk és megtaláltuk azt az összeállítást, amely kiküszöböli az emberi tényezőből adódó, illetve az ejtés során a rézcső széléinél keletkező zavar miatti hibát is.

Méréseinket három különböző mágneses testtel (10 mm átmérőjű golyó, 8 mm átmérőjű és 10 mm hosszú kis henger, 8 mm átmérőjű és 20 mm hosszú nagy henger) végeztük, és vizsgáltuk, hogy a rézcső mérete miként befolyásolja a mágneses test esésének sebességét. Kísérleti eredményeink azt mutatják, hogy állandó belső átmérő esetén a rézcsőben mozgó mágnesest sebessége és a cső falvastagság közötti összefüggés egy módosított hiperbola alakú függvénnyel írható le. Állandó falvastagság esetén pedig a mágnesest sebessége lineárisan változik a belső csőátmérővel.

A kísérletileg kapott összefüggéseket elméleti számításokkal értelmeztük.

## Irodalom

- Gulyás J., Honyek Gy., Markovits T., Rác M., Szalóki D., Varga A.: *Fizika – Elektromosság, mágnesség*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 2011.
- Holics L.: *Fizika*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 2009.
- <https://www.youtube.com/watch?v=b7IU3i3EHUQ>
- <https://www.youtube.com/watch?v=5hZyJ2qf1tg>
- <https://www.youtube.com/watch?v=5BeFoz3Ypo4&t=9s>
- <https://headrushtech.com/about/technology.html>
- <https://www.youtube.com/watch?v=HDjKEhHZVdc>
- <http://feelflux.com>
- Gulyás J., Honyek Gy., Markovits T., Szalóki D., Tomcsányi P., Varga A.: *Fizika III*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 2013.
- Jurisits J., Szűcs J.: *Fizika 10. Elektromosság, hőtan*. Mozaik Kiadó, Szeged, 2017.
- Bérces Gy., Erostyák J., Klebiczki J., Litz J., Pintér F., Raics P., Skrapits L., Sükösd Cs., Tasnádi P.: *A fizika alapjai*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest–Debrecen–Pécs–Szeged, 2002.



# XXI. ORSZÁGOS SZILÁRD LEÓ NUKLEÁRIS TANULMÁNYI VERSENY – 2. rész

Sükösd Csaba  
BME Nukleáris Technikai Intézet

## A döntő versenyfeladatai

Ezen a versenyen is, mint az első Szilárd Leó Versenyen (valamint 2004 óta ismét), a Junior kategória versenyfeladatai részben eltértek az I. kategória (11–12. osztályosok) feladataitól. A döntő összesen tizenhárom – 7 közös, 3-3 I. kategóriás, illetve junior – versenyfeladatát két részletben közöljük.

### 1. feladat

kitűzte: *Szűcs József*

A Paksi Atomerőmű egyik blokkjának átlagos hőteljesítménye 1470 MW. Tegyük fel, hogy a generátorok állandó 500 MW villamos teljesítményt adnak az országos hálózatra egész évben.

a) Mekkora a blokk éves átlagos hatásfoka? Becsüljük meg a blokk villamosenergia-termelésének fajlagos  $^{235}\text{U}$  üzemanyag-fogyasztását gramm/GWh (villamos) egységben!

b) Az atomerőmű üzemeltetőitől tudjuk, hogy a blokkok hatásfoka nem mindig ugyanakkora: télen valamivel nagyobb, mint nyáron. Mi lehet e különbség oka?

*Adatok:* egy  $^{235}\text{U}$  mag hasadásakor felszabadult energia 32 pJ/hasadás.

### Megoldás

a) A villamosenergia-termelés átlagos hatásfoka:

$$\langle \eta \rangle = \frac{500 \text{ MW}}{1470 \text{ MW}} = 0,34 = 34\%.$$

1 GWh =  $10^9 \text{ J/s} \cdot 3600 \text{ s} = 3,6 \cdot 10^{12} \text{ J}$ . 1 GWh villamos energia felszabadulásához szükséges maghasadások száma tehát:

$$N_H = \frac{W_{\text{termikus}}}{E_{\text{hasadás}}} = \frac{W_{\text{villamos}}}{\langle \eta \rangle E_{\text{hasadás}}} = \frac{3,6 \cdot 10^{12} \text{ (J)}}{0,34 \cdot 32 \cdot 10^{-12} \text{ (J)}} = 3,3 \cdot 10^{23} = 0,55 \text{ mól}.$$



*Sükösd Csaba* (1947) a BME címzetes egyetemi tanára, az ELFT elnökségi tagja. Kísérleti magfizikus, aki kísérleti munkáját nagyrészt külföldi kutatóintézetekben végezte. Kutatási területe a magreakciók, óriásrezonanciák és némely asztrofizikailag releváns magreakció vizsgálata radioaktív ionnyalábokkal. Marx György tanítványaként részt vett a 70-es évek MTA oktatási kísérletében. Azóta is szoros kapcsolata van a fizikatanárok közösségével, több tanár- és oktatókkal kapcsolatos program vezetője.

Így a fajlagosan felhasznált  $^{235}\text{U}$  tömege:

$$m(^{235}\text{U}) = 0,55 \text{ (mól)} \cdot 235 \left( \frac{\text{g}}{\text{mól}} \right) = 129,5 \text{ g}.$$

b) Az atomerőművi blokk teljes hatásfokát sok tényező, sok berendezés együttesen alakítja ki. Mivel a blokknak a környezettel a gőzturbinákon keresztül van közvetlen kapcsolata, ezért az együttes hatásfok változását a gőzturbinák hatásfokának változása okozza.

A gőzturбина, mint hő (belső energiát) kinetikus energiává alakító berendezés, hőerőgépek tekinthető. A legegyszerűbb hőerőgépek két „hőtartály” között működnek, és hatásfokuk a két hőtartály hőmérsékletétől függ. A turbinákra jutó munkaközeg (gőz) hőmérséklete a külső környezettől függetlenül állandó, viszont az alsó hőtartály hőmérséklete a Duna vizének hőmérsékletétől függ, hiszen azzal kondenzáltatjuk le a fáradt gőzt. Emiatt télen jobb lesz a hűtés, alacsonyabb lesz az alsó hőtartály hőmérséklete, nő a két hőmérséklet különbsége, így a turbina – és a blokk – teljes hatásfoka télen valamennyivel nagyobb lesz, mint nyáron.

### Megjegyzés

A hőerőgépek hatásfokának vizsgálatát a munkaközeg (gáz, gőz) körfolyamatával modellezhetjük. A modellek alapján különböző termikus hatásfokértékeket számszerűsíthetünk. Így például a Carnot-gép hatásfokát vizsgálva az

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

képlethez juthatunk, ahol  $T_1$  a melegebb hőtartály,  $T_2$  a hűtő hőtartály hőmérséklete. A képletből látszik, hogy állandó  $T_1$  mellett a körfolyamat termikus hatásfoka annál nagyobb, minél kisebb a hűtő  $T_2$  hőmérséklete. A turbinákban ugyan nem Carnot-ciklus zajlik, azt csak ismert példaként említettük meg.

### 2. feladat

kitűzte: *Sükösd Csaba*

Egy üzemlátogatás során Áginak megtetszett egy fémdarab a fémhulladékok között. Amikor megkérdezte, hogy elviheti-e, azt a választ kapta, hogy egy napra hazaviheti, ám csak akkor tarthatja meg, ha másnapra megmondja, hogy *bány mól atomot tartalmaz*. Ági otthon a következő kísérletet végezte el: cérnaszálra kötötte, és belógatta a fémdarabot egy fazéknyi, forrásban lévő vízbe. Megmérte egy vékony falú termosz

hőkapacitását (azt 10 g vízával azonosnak találta), majd 390 g tömegű vizet töltött a termoszbba, és lemérte a hőmérsékletét: 20,0 °C. Öt perc eltelté után kivette a fémdarabot a forrásban lévő vízből, és belógatta a termoszbba. Megvárta, amíg beáll a hőmérsékleti egyensúly, ekkor a hőmérő 22,0 °C hőmérsékletet mutatott. Rövid számolás után felhívta az üzemet. A fémdarabot megtarthatta, mivel mérése alapján meg tudta mondani, hogy hány mól atomot tartalmaz. Határozzuk meg mi is!

*Adatok:* a víz fajhője 4183 J/(kg·K).

### Megoldás

A termosz és a 390 g víz összesen olyan, mintha 400 g = 0,4 kg, 20 °C-os vízbe tennénk a 100 °C-os fémdarabot. Az egyensúly beállta után a közös hőmérséklet 22,0 °C. A víz és a termosz együttesen

$$0,4 \text{ (kg)} \cdot 4183 \left( \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \right) \cdot (22,0 - 20,0) \text{ (}^\circ\text{C)} = 3346,4 \text{ J}$$

energiát kapott a fémdarabtól, miközben a fémdarab  $\Delta T = 100,0 - 22,0 = 78,0$  °C-ot hűlt. Mivel különbségről van szó, ez kelvinben is ugyanennyi.

Az ekvipartíció tétele alapján a fémdarab atomjainak minden egyes szabadsági foka eközben

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} k_B \Delta T &= \frac{1}{2} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \left( \frac{\text{J}}{\text{K}} \right) \cdot 78 \text{ (K)} = \\ &= 53,82 \cdot 10^{-23} \text{ J} \end{aligned}$$

energiát veszített. Ezért a fémben lévő összes szabadsági fokok száma:

$$\frac{3346,4 \text{ (J)}}{53,82 \cdot 10^{-23} \text{ (J)}} = 62,178 \cdot 10^{23}.$$

Tudjuk viszont, hogy a fémekben az atomok a hőmozgás során rezgő mozgást végeznek a tér mindhárom irányába. Minden rezgőmozgáshoz 2 energiatárolási lehetőség tartozik (mozgási és potenciális energia). Ezért minden atomnak  $3 \cdot 2 = 6$  szabadsági foka van. Ebből az atomok száma:

$$\frac{62,178 \cdot 10^{23}}{6} = 10,363 \cdot 10^{23},$$

a mólok száma pedig:

$$\frac{10,363 \cdot 10^{23}}{6,02 \cdot 10^{23}} = 1,721 \text{ mól.}$$

### 2. megoldás

Második megoldásként közvetlenül lehet a Dulong–Petit-szabályt is használni, amely szerint egy fém hőkapacitása (nem túl alacsony hőmérsékleten)  $C = 3Nk_B$ , ahol  $N$  az atomok száma, és  $k_B$  a Boltzmann-állandó.

Itt is a kalorimetrikus egyenletből indulunk ki, azaz a víz és a termosz együttesen

$$0,4 \text{ (kg)} \cdot 4183 \left( \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \right) \cdot (22,0 - 20,0) \text{ (}^\circ\text{C)} = 3346,4 \text{ J}$$

energiát kapott a fémdarabtól, miközben a fémdarab  $\Delta T = 100,0 - 22,0 = 78,0$  °C-ot hűlt. A fémdarab hőkapacitásával kifejezve:

$$C\Delta T = 3346,4 \text{ J,}$$

azaz

$$3N \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \left( \frac{\text{J}}{^\circ\text{C}} \right) \cdot 78 \text{ (}^\circ\text{C)} = 3346,4 \text{ J.}$$

Ebből kapjuk az atomok számára:

$$N = \frac{3346,4 \text{ (J)}}{3 \cdot 78 \text{ (}^\circ\text{C)} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \left( \frac{\text{J}}{^\circ\text{C}} \right)} = 10,363 \cdot 10^{23},$$

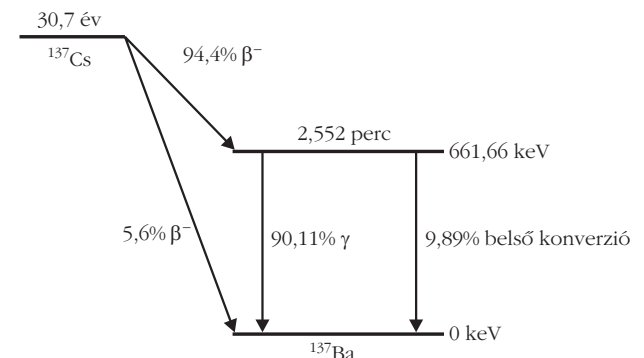
a mólok száma pedig:

$$\frac{10,363 \cdot 10^{23}}{6,02 \cdot 10^{23}} = 1,721 \text{ mól.}$$

### 3. feladat

kitűzte: *Kis Dániel*

A  $^{137}\text{Cs}$  izotóp egy instabil, tisztán  $\beta^-$ -bomló atommag (30,7 év felezési idővel), amely a negatív  $\beta^-$ -bomlás következtében 94,4%-ban a  $^{137}\text{Ba}$  egy 661,66 keV energiájú gerjesztett állapotába (ennek felezési ideje 2,552 perc), míg 5,6%-ban ugyanezen izotóp alapállapotába jut. A gerjesztett állapot 90,11% eséllyel  $\gamma$ -bomlással és 9,89%-os valószínűséggel belső konverzióval



az alapállapotra kerül (belső konverzió egy gerjesztett állapotban lévő atommag olyan bomlása, amikor az elektronehéjból elektront lök ki). Ha egy  $^{137}\text{Cs}$  mintát  $\gamma$ -detektorral mérünk, akkor 600 s alatt nettó 24 500 beütést tapasztalunk a 661,66 keV-os csatornában. A detektor hatásfoka ezen az energián 0,0042.

a) Hány darab  $^{137}\text{Cs}$  bomlott el a mérés alatt, mekkora a  $^{137}\text{Cs}$  aktivitása?

b) Hány darab elektron kilépése várható a mérés során (az elektron-elektron ütközésektől tekintsünk el)?

### Megoldás

Mivel a  $^{137}\text{Cs}$  felezési ideje jóval hosszabb, mint a  $^{137}\text{Ba}$  gerjesztett állapoté, ezért feltehető, hogy a mérés idejére már kialakult a radioaktív egyensúly, azaz a rövid felezési idejű gerjesztett állapotból időegység alatt ugyanannyi bomlik el, mint amennyi keletkezik.

A nettó beütésszámból és a detektor határfokából meghatározható a  $\gamma$ -bomlások száma a mérési idő alatt:

$$N = \frac{24500}{0,0042} = 5,833 \cdot 10^6.$$

Gamma-foton csak a gerjesztett  $^{137}\text{Ba}$  állapot bomlása révén keletkezik. Annak az esélye, hogy a  $\beta$ -bomlás  $\gamma$ -fotont eredményezzen:

$$p = 0,9011 \cdot 0,944 = 0,8506 = 85,06\%,$$

ennek megfelelően a tényleges  $^{137}\text{Cs}$  bomlások száma:

$$N_{\text{bomlás}} = \frac{N_{\gamma}}{p} = 6,858 \cdot 10^6.$$

Ebből a  $^{137}\text{Cs}$  aktivitása:

$$A = \frac{6,858 \cdot 10^6}{600 \text{ (s)}} = 1,143 \cdot 10^4 \text{ Bq} = 11,45 \text{ kBq}.$$

A konverziós elektron keletkezésének valószínűsége:

$$p_e = 0,0989 \cdot 0,944 = 0,09336 = 9,366\%.$$

Így a vizsgált időtartam alatt keletkező konverziós elektronok száma:

$$N_{\text{konv}} = N_{\text{bomlás}} \cdot p_e = 6,403 \cdot 10^5.$$

Ehhez természetesen hozzá kell adni a béta-bomlás miatt keletkező elektronok számát, tehát a kilépő elektronok teljes száma:

$$N_{\text{elektron}} = N_{\text{konv}} + N_{\text{bomlás}} = 7,498 \cdot 10^6.$$

### 4. feladat

kitűzte: *Papp Gergely*

$\gamma$ -foton Compton-szórás szenved egy elektronon. Az ütközés után melyik esetben lesz nagyobb a szórt  $\gamma$ -foton energiája:

- egy  $180^\circ$ -os szórás,
- két egymást követő  $90^\circ$ -os szórás?

### Megoldás

A Compton-szórás szenvedett  $\gamma$ -foton hullámhosszának változására legelterjedtebb formula a következő:

$$\lambda_f - \lambda_i = \Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\vartheta),$$

ahol  $\lambda_i$  és  $\lambda_f$  a bejövő és kimenő foton hullámhossza,  $h$  a Planck-állandó,  $m_e$  a nyugalmi elektrontömeg,  $c$  a

fénysebesség. Bár a kérdés megválaszolható hullámhossz-formalizmusban is, a kifejezést alakítsuk át energiára:

$$E_f = \frac{E_i}{1 + \frac{E_i}{m_e c^2} (1 - \cos\vartheta)},$$

ahol

$$E_i = h\nu_i = \frac{hc}{\lambda_i}$$

és hasonlóan

$$E_f = \frac{hc}{\lambda_f}.$$

Vezessük be a „normált” energiákat, azaz legyen

$$\varepsilon_i = \frac{E_i}{m_e c^2} \text{ és } \varepsilon_f = \frac{E_f}{m_e c^2}.$$

Ezzel a képlet alakja egyszerűbb lesz:

$$\varepsilon_f = \frac{\varepsilon_i}{1 + \varepsilon_i(1 - \cos\vartheta)}.$$

a)  $\cos 180^\circ = -1$ , ezt a fenti kifejezésbe helyettesítve kapjuk hogy

$$\varepsilon_a = \frac{\varepsilon_i}{1 + 2\varepsilon_i}.$$

b)  $\cos 90^\circ = 0$ , tehát az első  $90^\circ$ -os szórás után

$$\varepsilon_{b1} = \frac{\varepsilon_i}{1 + \varepsilon_i}.$$

Az első szórás követően az  $\varepsilon_{b1}$  energiájú foton szóródik újra  $90^\circ$ -ot, azaz

$$\varepsilon_b = \frac{\varepsilon_{b1}}{1 + \varepsilon_{b1}},$$

ami kifejtve:

$$\varepsilon_b = \frac{\varepsilon_{b1}}{1 + \varepsilon_{b1}} = \frac{\frac{\varepsilon_i}{1 + \varepsilon_i}}{1 + \frac{\varepsilon_i}{1 + \varepsilon_i}} = \frac{\varepsilon_i}{1 + 2\varepsilon_i} = \varepsilon_a.$$

Tehát az ütközés utáni energia azonos az a) és b) esetben. Megjegyezzük, hogy ez egy szándékosan választott speciális eset, és nem általánosan igaz, hogy két (vagy több) egymást követő Compton-szórás utáni energia egyenlő a szórási szögek összegével történő szórás utáni energiával.

*Folytatása következik.*

FROM TEACHERS  
FOR TEACHERS

MAGYAR SCIENCE ON STAGE FESZTIVÁL



SZEGED, 2018.  
OKTÓBER 5-7.

ÚJ UTAKON A DIGITÁLIS GENERÁCIÓHOZ



Természettudományos fesztivált és kiállítást rendez az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, az Informatika-Számítástechnika Tanárok Egyesülete, a Bolyai János Matematikai Társulat, a Magyar Kémikusok Egyesülete és a Magyar Biológiai Tanárok Országos Egyesülete 2018. október 5-7-ig Szegeden, a Szent-Györgyi Albert Agórában.

SCIENCE ON STAGE 2018  
SZEGED

THE EUROPEAN NETWORK OF SCIENCE TEACHERS

Szervezők:



„Tanároktól diákoknak, hallgatóknak és résztvevőknek, kicsiknek és nagyoknak”

Az Ericsson Magyarország Kft. **szeptember 28-án pénteken**, a Kutatók Éjszakáján, **15:45–23:45-ig** újra megnyitja kapuit, és szeretettel várja a kicsiket és nagyokat, diákokat és tanárokat és persze az egyéb résztvevőket. A helyszín a Rákóczi híd közelében nemrégiben birtokba vett új épület, **Ericsson Hungary Research and Development Center, 1117 Budapest, Magyar tudósok körútja 11.**

Az érdeklődők, diákok, tanárok megtekinthetik a laboratóriumokat, és megismerhetik a lelkes – Ericsson-díjas, vagy más rangos elismeréssel rendelkező – fizikatanárok legkedvesebb kísérleteit.

A laboratórium meglátogatása és az előadások ingyenesek. **A diákok saját maguk is kísérletezhetnek, részesei lehetnek az interaktív foglalkozásoknak.**

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat megbízásából, az Ericsson Magyarország Kft.-nek köszönhetően már hetedszer válhatunk Öveges József tanár úr utódaivá.

## Program

15:45–16:00	<b>Megnyitó – program felvezetése kísérletekkel</b>	Jarosievitz Beáta & Sükösd Csaba, Budapest
16:00–16:30	<b>Golyóálló mellény keményítőből?</b>	Seres István, Gödöllő
16:40–17:10	<b>Mikor kilocsant a víz Szirakuzában</b>	Kirsch Éva gyerekekkel, Debrecen
17:20–17:50	<b>Áramok, mágnesek kicsit másképpen; kölcsönösen és kézen fogva</b>	Jalovecki József, Baja
18:00–18:30	<b>Ne parázz, fizikázz!</b>	Bojtor Judit, Szentlőrinc
18:40–19:10	<b>Kerek a világ...</b>	Kirsch Éva, Debrecen
19:20–19:50	<b>Tanulás/kutatás mobillal</b>	Körösi Gábor, Zenta
20:00–20:30	<b>Nano, micro, mini, mega, uno – építsünk mikrokontrollerekkel!</b>	Barsy Anna, Budapest
20:40–21:10	<b>Húsító kísérletek</b>	Nagy Tibor & Nagyné Bíró Kornélia, Szolnok
21:20–21:50	<b>A gőz erejével</b>	Horváth Norbert Tamás, Budapest
22:00–22:30	<b>Hullámok ölén</b>	Fekete Attila, Sopron
22:40–23:00	<b>Nyíregyházi diákok a világhír küszöbén</b>	Zsigó Zsolt, Nyíregyháza
23:10–23:40	<b>LogB – Mérj bármit, bárhol és bármikor</b>	Sikó Dezső, Kecskemét

Műsorvezetők, programgazdák: Jarosievitz Beáta és Sükösd Csaba

Élő közvetítés: [www.galileowebcast.hu](http://www.galileowebcast.hu)

A korábbiak – és később ezen éjszaka – megtekintése: <http://sukjaro.eu/node/72>