

nünk beléjük, meg kell győznünk őket, hogy van értelme az erőfeszítésnek, a munka folytatásának.

A felkészülés időszakában nagyon emlékezetes, szép délutánokat töltöttünk a gyerekekkel. Minden tanuló megtalálta helyét a munka során, egyenrangú, egymásra figyelő, egy közös célért küzdő lelkes csapat kovácsolódott össze. A sok kísérlet kapcsán olyan ismeretek birtokába jutottak, amelyeket semmilyen tankönyv nem tud jobban közvetíteni a számukra. Nekem, pedagógusnak is nagy segítség a mindennapi munkában, hiszen a kéthetenkénti 3 órában fizikát hatékonyan tanítani lehetetlenség, főleg sok-sok kísérlettel fűszerezve egy-egy órát. A gyereket pedig elsősorban ez érdekelné, főleg, ha ő is kipróbálhatná. Hiszem, hogy a mai gyerekek így lehet megszerettet-

ni ezt a tárgyat. Hiszen a törvények, fogalmak egy-egy dolgozat erejéig a fejükben maradnak – ha megtanulják –, de utána szinte teljesen törlődnek. Így hosszabb távon emlékeznek a jelenségekre és magyarázatukra.

Irodalom

- Öveges József: *Kísérletezzünk és gondolkozzunk*. Gondolat kiadó, Budapest, 1979.
- Öveges József, Molnár Ottó: *Játékos kísérletek az elektronnal*. Móra Ferenc Könyvkiadó, Budapest, 1981.
- Kísérletek könyve. 150 egyszerű kísérlet*. Tessloff és Babilon kiadó, Budapest, 1994.
- 150 kísérlet. Egyszerűen elvégezhető kísérletek gyerekeknek, a tudomány és technika világának megismeréséhez*. Cser kiadó, Budapest, 2004.
- Vida József: *Kedvenc kísérleteim*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1995.

DÍJAZOTT KÍSÉRLETEIM

Zátonyi Sándor
Szent-Györgyi Albert Gimnázium, Szakközépiskola
és Kollégium, Békéscsaba

A Magyar Nukleáris Társaság 2006 óta minden évben pályázatot hirdet fizikatanárok számára, amelyen az iskolai munka során felhasználható új kísérletek kidolgozásával lehet indulni. Az *Öveges József-díjat*¹ az kapja, akinek az adott évben a legtöbb pontja van. A díjat nem nyert pályázók pontjaikat továbbvizik a következő évre, de 2013-tól a korábbi években szerzett pontszámok évente feleződnek.

Az utóbbi három évben beadott pályamunkáim² alapján 2013-ban én kaptam meg ezt a díjat. Ez a cikk a 2011-ben és 2012-ben készült két pályázatomból rövidített anyagát tartalmazza. A 2013. évi pályázat (magfizikához is kapcsolódó) kísérleteit ismertető írás várhatóan a Magyar Nukleáris Társaság által kiadott *Nukleon* című folyóiratban³ jelenik meg.

Mérések lézeres távmérővel (2011)

Az SI szerint a hosszúság mértékegysége a méter. A *Bay Zoltán* javaslata és kutatásai alapján 1983-ban elfogadott definíció szerint egy méter az a távolság, amelyet a fény vákuumban $1/299\,792\,458$ másodperc alatt tesz meg. Elvileg tehát hosszúságméréskor megmérjük, mennyi Δt idő alatt teszi meg a fény vákuumban a mérendő távolságot, majd az $l = c \cdot \Delta t$ alapján meghatározzuk a keresett l távolságot.


Bár a mindennapokban még nem így mérünk hosszúságot, de már 1969-ben az Apollo-11 (majd az Apollo-14 és az Apollo-15) űrhajósai egy-egy lézere-

tükröt vittek a Holdra, amely 100 db fényvisszaverő hármasszögletet tartalmazott. Ma a még mindig üzemképes lézertükrök segítségével a fény futásideje néhány pikoszekundum pontossággal megmérhető, így a *Föld–Hold-távolság milliméter pontossággal meghatározható*.

A geodéziában már mintegy két évtizede léteznek olyan lézeres távolságmérő berendezések (mérőállomások), amelyek a fény futásidejének mérése alapján határozzák meg a mérendő távolságokat. A beépített célszámítógép a mért idő alapján kiszámítja és a mérőberendezés kijelzőjén megjeleníti a mért távolságot. (A mérés ilyenkor ugyan levegőben történik, de a beépített számítógép figyelembe is veszi ezt az eltérést.)

Néhány éve megjelentek ezen eszközök kézi változatai is, amelyek egy lézerdíóda fényének futásidejét mérik, és LCD kijelzőjükön közvetlenül a mért távolságot írják ki akár milliméteres pontossággal. Ma ezen eszközök 30 ezer forint körüli ára olyan alacsony, hogy szerepet kaphatnak a középiskolai fizikatanításban. A továbbiakban ezen eszközök iskolai alkalmazását és a velük végezhető kísérleteket, méréseket mutatom be.

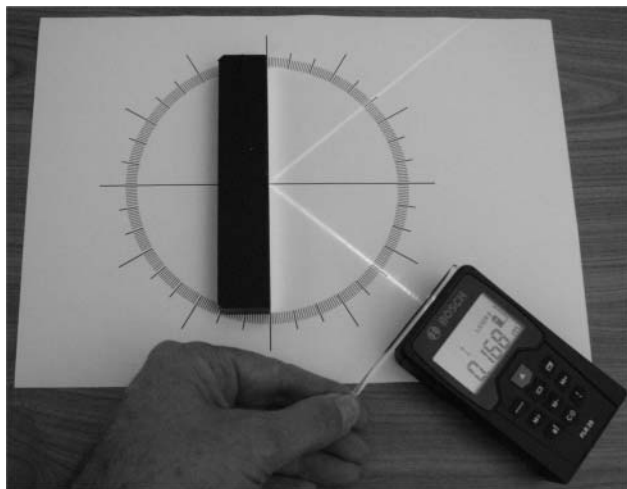
A kísérletekhez, illetve mérésekhez egy Bosch gyártmányú, PLR 25 típusjelű kézi lézeres távmérőt használtam, de a kísérletek más hasonló távmérővel is elvégezhetőek. A PLR 25 távmérő mérési tartománya 0,05–25 m, tipikus mérési pontossága $\pm 2,0$ mm, legkisebb kijelvezhető egység 1 mm, a lézertény hullámhossza 635 nm.

Használatát nagymértékben megkönnyíti, hogy akár egy kézzel is kezelhető, továbbá távolságméréskor gyakorlatilag csak a  jelű működtető gombot kell használni. További előny, hogy nem drága, speciális elemekkel, hanem közönséges 1,5 V-os, AAA

¹ Részletek a díjról a Magyar Nukleáris Társaság honlapján, a <http://nuklearis.hu/oveges-dij> címen.

² Mindhárom pályázat anyaga (a mellékletekkel együtt) elérhető a <http://www.fizkapu.hu/fiztan/fiztan05.html> címen.

³ <http://nuklearis.hu/nukleon/cikkek>



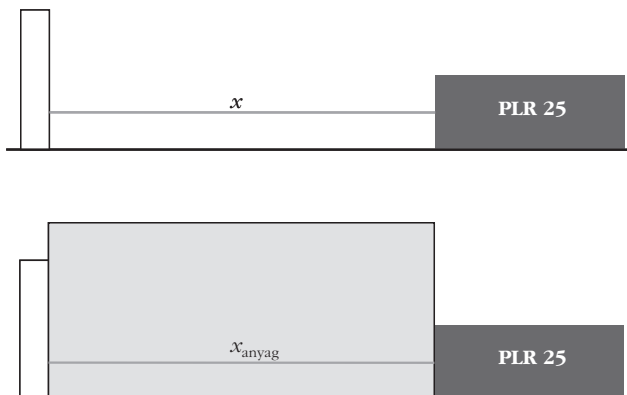
1. ábra. A fényvisszaverődés vizsgálata.

méretű galvánelemekkel működik, illetve ha nem használják (nincs gombnyomás), akkor 5 perc elteltével automatikusan kikapcsol.

A fizikaórákon számos helyen használhatjuk az eszközt a vonalzóval vagy mérőszalaggal végzett *bagyományos távolságmérések kiváltására*. Különösen nagyobb távolságok mérésekor előnyös, hogy nem kell segítség a mérőszalag végének rögzítéséhez. Előnyösen használható akkor is, ha nehezen megközelíthető helyeken, illetve akadályok (például padok) között kell mérni. Az eredeti pályázatban szereplő IV. táblázat tartalmazza azokat a témakörök-kísérleteket – szabadesés, sűrűség, légnyomás, leképezési törvény –, amelyekben a távmérő közvetlen távolságmérésre használható.

Az eszközt több kísérletben használhatjuk a szokásos *lézeres mutatópálcák helyett*. Előnyös, hogy a működtetőgombot nem kell állandóan nyomva tartani. A gomb egyszeri megnyomásakor a távmérő lézere 20 másodpercen át – folyamatos mérési módba váltva – világít. Az eszköz csúszásmentes alja biztosítja, hogy az a kísérlet közben külön befogás nélkül se mozduljon el. (A többnyire hengeres lézeres mutatópálcákat valahogy rögzíteni kell.) Az eredeti pályázati anyagban szereplő III. táblázat tartalmazza azokat a témakörök-kísérleteket, amelyekben a távmérő fényforrásként használható: fényterjedés homogén közegben

2. ábra. A fénysebességmérés elve.



és a fényugár, fényvisszaverődés, -törés, -interferencia, elhajlás rácson, polarizáció. Az 1. ábra egy ilyen mérést mutat.

A távmérő segítségével egyszerűen és látványosan szemléltethető a GPS működése is. Ennek részletes leírása, illetve az ehhez kapcsolódó kiegészítő anyagok (Excel-táblázat, illetve számítógépes program) szintén az eredeti pályázati anyagban érhető el.

A fénysebesség különféle anyagokban történő mérésénél abból az alapgondolatból indulhatunk ki, hogy ha a fény adott s útszakaszon levegő helyett a vizsgált anyagban halad, akkor ehhez általában⁴ hosszabb időre van szüksége. A távmérőbe épített célszámítógép azonban továbbra is a levegőben mérhető fénysebességgel számol, ezért mindezt az előzőleg levegőben mért s útnál nagyobb s_{anyag} útként érzékeli (és jelzi). Ebből levezethető, hogy a vizsgált anyagban a fénysebesség:

$$c_{\text{anyag}} = \frac{s}{s_{\text{anyag}}} \cdot c_{\text{levegő}}, \quad (1)$$

illetve az adott anyag levegőre vonatkoztatott törésmutatója:

$$n_{\text{anyag, levegő}} = \frac{c_{\text{levegő}}}{c_{\text{anyag}}}. \quad (2)$$

A következő mérésekben a fenti összefüggéseket felhasználva lehet a vizsgált anyagokban a fénysebességet, illetve ennek alapján az adott anyag levegőre vonatkozó törésmutatóját meghatározni.

Ha a távmérővel végzett mérésnél a fény mindvégig levegőben, illetve mindvégig az adott anyagban halad, akkor a 2. ábra alapján egyszerűen belátható, hogy a távmérő által jelzett x és x_{anyag} távolságokra teljesülnek az $s = 2 \cdot x$ és az $s_{\text{anyag}} = 2 \cdot x_{\text{anyag}}$ összefüggések. A fény ugyanis mindkét esetben kétszer futja be az adott x , illetve x_{anyag} távolságot. Ezeket az (1), illetve a (2) összefüggésbe helyettesítve adódik, hogy

$$c_{\text{anyag}} = \frac{x}{x_{\text{anyag}}} \cdot c_{\text{levegő}}, \quad (3)$$

illetve

$$n_{\text{anyag, levegő}} = \frac{x_{\text{anyag}}}{x}. \quad (4)$$

Így megmérhetjük a fénysebességet, illetve a törésmutatót minden olyan átlátszó testben, amelynek van két párhuzamos lapja, és ezek a lapok legalább 5 cm-re⁵

⁴ Kivételek azok az anyagok (gázok), amelyek abszolút törésmutatója a levegőénél kisebb, a levegőt azonban ezeknél az anyagoknál is használható. (A műszer korlátozott pontossága egyébként sem teszi lehetővé a gázokban mérhető fénysebességek közti eltérések kimutatását.)

⁵ Ennél kisebb távolságot (levegőben) nem lehet mérni a távmérővel. A megadottnál kisebb laptávolságoknál más eljárást kell alkalmazni.



3. ábra. Fénysebesség mérése üvegvázában.

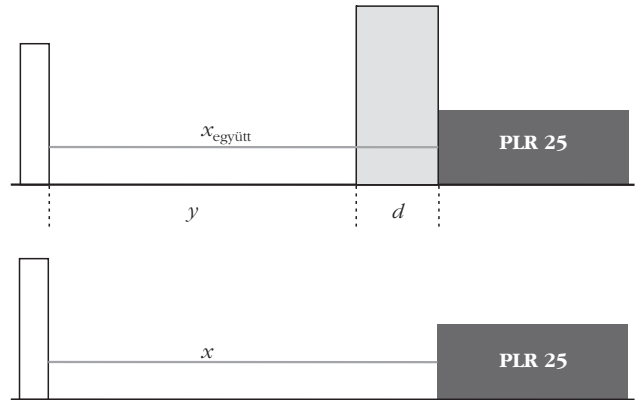
vannak egymástól. Erre a célra például jól használhatók különféle *üveghasábok*, illetve hasáb alakú, *vastag aljú üvegvázák* (3. ábra).

A mérés elvégzéséhez állítsuk be a vonatkoztatási síkot a távmérő elejéhez! Helyezzük az üveghasáb két szemközti lapjának egyikéhez a távmérő érzékelős oldalát úgy, hogy érintkezzen az üveghasábbal! A hasáb szemközti lapjához szorítsunk egy fehér, fényvisszaverő lapot (például bútorlapdarabot vagy kartonlapot)! Először az üvegen keresztül mérjük meg a távmérővel a két lap x_{anyag} távolságát! Ezt követően távolítsuk el a távmérő és a visszaverő lap közül az üveghasábot úgy, hogy se a távmérő, se a visszaverő felület ne mozduljon el, majd mérjük meg az x távolságot levegőben! E két adatból a (3) képlet alapján a meghatározható a fénysebesség az adott üvegben.

A tíz mérés átlaga alapján az *üvegváza anyagában a fénysebesség* $1,97 \cdot 10^8$ m/s, az *üvegváza anyagának levegőre vonatkozó törésmutatója* 1,52. A mérésről készült videofelvétel megtalálható az eredeti pályázati anyagban.

A mérés előnye, hogy nem igényel számottevő előkészítő munkát, maga a mérés gyorsan elvégezhető, és más iskolai kísérletekhez képest meglepően pontos eredményeket ad. A mérés lényegének megértéséhez csupán általános iskolai fizikai ismeretek (egyes vonalú egyenletes mozgás, fénysebesség levegőben) szükségesek, és komolyabb matematikai ismeretekre sincs szükség. További előny, *hogy a mérés közvetlen módon történik*, azaz a fénysebességet nem közvetett módon (a fénytörésre vagy a teljes visszaverődésre alapozva), komoly elméleti és matematikai háttérrel alkalmazva határozzuk meg.

Ha a vizsgálandó minta laptávolsága 5 cm-nél kisebb, akkor módosítsuk a fenti mérési eljárást a kö-



4. ábra. Fénysebesség mérése lemezben.

vetkezőképpen! Helyezzük el a távmérőt és a visszaverő felületet egymástól mintegy 20-30 cm távolságra! Helyezzük közvetlenül a távmérő elé a vizsgált anyagból készült plánpárhuzamos lemezt (például vastagabb üveglapot, plexilemezt)! Állítsuk be a vonatkoztatási síkot a távmérő elejéhez! Végezzünk el egy távolságmérést a lemezen (és levegőn) keresztül! Ezután a lemezt eltávolítva ismételjük meg a mérést a levegőn keresztül! Mérjük meg (tolómérővel) a lemez vastagságát is!

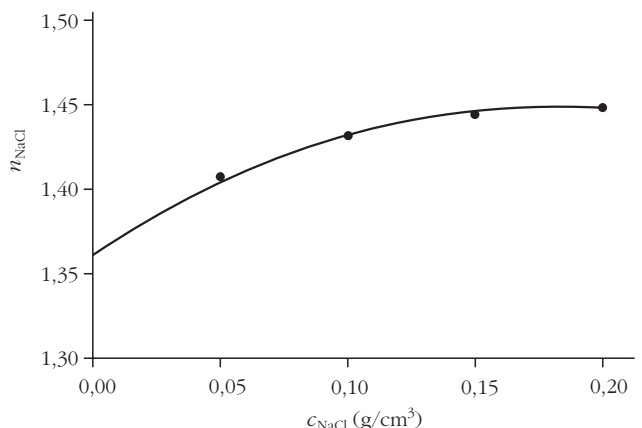
A 4. ábrának megfelelően jelölje a távmérő által jelzett két távolságot x_{egyutt} és x , a lemez vastagságát d ! A két mért érték különbsége: $\Delta x = x_{\text{egyutt}} - x$. Ezeket a jelöléseket használva a fénysebesség, illetve a törésmutató:

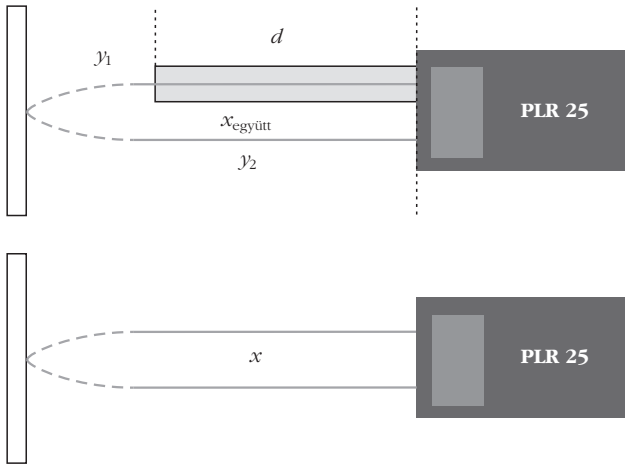
$$c_{\text{anyag}} = \frac{d}{d + \Delta x} \cdot c_{\text{levegő}}, \quad (5)$$

$$n_{\text{anyag, levegő}} = \frac{c_{\text{levegő}}}{c_{\text{anyag}}} = \frac{d + \Delta x}{d}. \quad (6)$$

Két különböző vastagságú plexilapon végzett tíz mérés átlaga alapján a *fénysebesség a plexiben* $1,95 \cdot 10^8$ m/s, a *plexi levegőre vonatkozó törésmutatója* 1,54. Bár ehhez a méréshez az adott anyagból csupán néhány centiméter vastag plánpárhuzamos lemez is elég, a vastagság csökkenésével együtt csökken a pontosság, hiszen a távmérő felbontása 1 mm, és a

5. ábra. A NaCl-oldatok törésmutatója.





6. ábra. Az „egyutas” mérés elve.

tolómérővel végzett vastagságmérés pontossága is befolyásolja a végeredmény pontosságát. Előnye viszont a gyors mérés lehetősége, és még viszonylag vékony lemezek esetén is nagyságrendileg helyes eredmények kaphatók.

Az előbbihez hasonló elrendezésben mérhető meg a fénysebesség, illetve a törésmutató *átlátszó kristályokban, folyadékokban*. Megvizsgálható, hogy sóoldatban miként függenek ezen mennyiségek az oldat töménységétől (5. ábra). E mérések leírása szintén megtalálható az eredeti pályázati anyagban.

Ha egy *vékony rúd* anyagának törésmutatóját kell meghatározni, akkor nem biztosítható, hogy a fény a visszaverődés után, visszafelé is a vizsgált mintában haladva jusson el a távmérő érzékelőjébe. Ilyenkor a 6. ábrán látható „egyutas” mérési elrendezést alkalmazhatjuk. A visszaverő lapot helyezük a minta végétől legalább 20-30 cm-re, így a távmérő érzékelője már „látja” a visszaverő felületre beeső lézertényt. Az ábra jelöléseit, illetve a $\Delta x = x_{\text{együtt}} - x$ jelölést használva levezethető, hogy

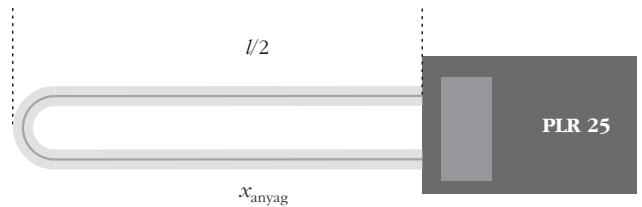
$$c_{\text{anyag}} = \frac{d}{d + 2 \cdot \Delta x} \cdot c_{\text{levegő}}, \quad (7)$$

illetve

$$n_{\text{anyag, levegő}} = \frac{d + 2 \cdot \Delta x}{d}. \quad (8)$$

Ezzel a módszerrel a TANÉRT (később Taneszköz Kft.) által forgalmazott elektrosztatikai készletben található, plexiből készült rúdban mértem meg a fény terjedési sebességét, illetve a törésmutatót. A mérésnél ügyelni kell arra, hogy a távmérőből kilépő fény lehetőleg végig a rúd közepén haladjon, és ne jöjjön létre teljes visszaverődés a rúdban. Az öt mérés átlaga alapján a *fénysebesség plexiben* $1,96 \cdot 10^8$ m/s, a *plexi levegőre vonatkozó törésmutatója* 1,53. Ez gyakorlatilag megegyezik a korábbi mérésben a plexilapokra kapott 1,54 értékkel.

A távmérő segítségével *optikai szálak belsejében* is megmérhetjük a szál anyagának a törésmutatóját. Mivel a köpeny anyagába bejutó fény kiléphet a köpeny határolófelületén, így nem jut el a meghajlított



7. ábra. Mérés optikai szálaban.

szál másik végére. A mért érték tehát a mag anyagának a levegőre vonatkozó törésmutatóját adja.

A mérést a 7. ábra szerinti elrendezésben végezhetjük el. A mérés elve hasonlít az első mérésnél leírtakhoz, de a fény az oda-vissza utat most a félbehajtott, eredetileg l hosszúságú optikai szálaban teszi meg, ezért $s = l$ és $s_{\text{anyag}} = 2 \cdot x_{\text{anyag}}$. Ezeket felhasználva a korábbi (1) képlet alapján a terjedési sebesség és a törésmutató:

$$c_{\text{anyag}} = \frac{l}{2 \cdot x_{\text{anyag}}} \cdot c_{\text{levegő}}, \quad (9)$$

$$n_{\text{anyag, levegő}} = \frac{2 \cdot x_{\text{anyag}}}{l}. \quad (10)$$

Ezzel a módszerrel egy audio berendezések összekötésére használt TosLink kábelben, illetve egy orvosi/kozmetikai eszközök gyártójától/forgalmazójától ajándékba kapott optikai szálaban mértem meg a fénysebességet, valamint a törésmutatót. A mérésnél ügyelni kell arra, hogy a távmérőből kilépő fény pontosan a szálabba lépjen, a szálabba be nem jutó fénysugarakat pedig kitakarjuk. Ezek ugyanis az érzékelőbe jutva meghamisítanák a méréseket. (A szál mérés közben tetszőleges alakú lehet, a 6. ábra szerinti alak csak a levezetést tette egyszerűbbé.) Az öt-öt mérés átlaga alapján a *fénysebesség mindkét optikai szálaban* $1,95 \cdot 10^8$ m/s, az *optikai szálak anyagának levegőre vonatkozó törésmutatója* 1,53 és 1,54 volt (az egyezés, illetve az eltérés a kerekítésekből adódik). A mérésről készült, már említett videofelvételen ez a mérés is megtalálható.

Ennél a mérésnél meg kell jegyezni, hogy – csak iskolai eszközök felhasználásával – *más módszerrel az optikai szálak anyagának törésmutatója nem határozható meg*. Ugyanakkor ismert törésmutatójú optikai szálabnál a módszer felhasználható a (felteker-cselt) *szál hosszának mérésére* is, feltéve, hogy a szál két vége elérhető a méréshez, és az x_{anyag} kisebb, mint a távmérő által mérhető maximális hosszúság.

A fentiekben ismertetett kísérletekhez és mérésekhez *kevés kiegészítőre van szükség*, ezek gyakorlatilag bármely iskolában megtalálhatók, illetve elkészíthetők. A mérőeszköz tanári eszközként történő beszerzése elvileg nem jelent(hetne) akadályt. A leírt kísérletek, mérések többségéhez *nem szükséges különösebb előkészítés*, beállítás. A mérések elvének megértése, a mérési eredmények kiértékelése általában *nem igényel komolyabb matematikai ismeretet*.

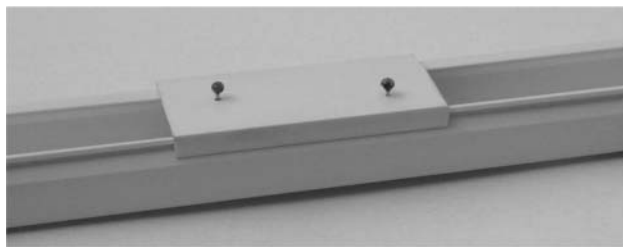
Elmozdulások összegzése (2012)

Az elmozdulások (és sebességek) összegzésének tanításakor gyakorlati példákra (folyón átkelő csónak^{6,7} vonaton haladó kalauz,⁸ villamos mellett haladó gyalogos,⁹ patakban „felfelé” úszó halak¹⁰ stb. szokás hivatkozni. Kísérletekre és mérésekre alapozott megközelítést idő és eszközhiány miatt csak elvétve alkalmazunk. A szakirodalomból csupán két kísérletet ismerek ehhez a tananyaghoz, ezek ismertetése megtalálható az eredeti pályázati anyagban. Ezen kísérletek (a mérőhengeres kísérletet leszámítva) viszonylag sok előkészületet igényelnek, és nehézkes az elmozdulások berajzolása, illetve a mérések elvégzése is. A mozgócsigás kísérlet eszközének elkészítése kissé bonyolult, tárolása pedig sok helyet igényel, különösen akkor, ha a jó láthatóság érdekében nagy elmozdulásokkal akarunk dolgozni.

Emiatt egy egyszerűbb és gyorsabban elkészíthető eszközt állítottam össze az elmozdulások összegzésének kísérleti bemutatására. Az új eszköz fő része egy kábelcsatorna alsó (falhoz simuló) részéből kialakított „sín”, amelyen két csúszka helyezkedik el (8. ábra). A két csúszkát a kábelcsatorna felső (fedő) részéből levágott, körülbelül 5 cm hosszú darabjaiból készíthetjük el. Az egyik csúszka első oldalát a jobb láthatóság érdekében vonjuk be színes öntapadó fóliával! Ezután mindkét csúszkára ragasztópisztollyal 2-2 nagy fejű, meghajlított gombostűt rögzítünk. Ehhez először egy fogóval a fejtől körülbelül 4-5 milliméterre derékszögben meghajlítjuk a gombostűket. Ezután a fogóval megfogva gázlángon felmelegítjük őket, majd átszúrjuk velük a csúszkát. A gombostűket a helyükre igazítjuk, és a hátoldalon ragasztópisztollyal rögzítjük (9. ábra).

A sín (kábelcsatorna) a belsejébe ragasztott erős mágnesekkel az iskolai fehér (vagy krétás) táblára rögzíthető. Mágnesként nem kell drága neodímium mágneseket vásárolni. A célnak megfelelő mágnesek találhatóak ugyanis a (rossz) merevlemez meghajtókban, ahol a fejmozgató motor egyik alkatrészeként szolgálnak. (A mágnes kiserelésével kapcsolatos javaslatok és fotók az eredeti pályázati anyagban megtalálhatók.) Ha nem akarunk a mágnesek kiserelésével bajlódni, akkor a mágnesek forgalmazásával foglalkozó internetes áruházak kínálatából rendelhetünk mágneseket.

A kiserelt (vagy vásárolt) mágneseket ragasztópisztollyal ragasszuk be a kábelcsatorna alsó (falhoz simuló) lapjának belső oldalára úgy, hogy ne akadá-



8. ábra. A sín az egyik csúszkával.



9. ábra. A gombostűk beragasztása.



10. ábra. A sínbe ragasztott tartómágnes.

lyozza a csúszkák mozgását (10. ábra)! Az általam készített körülbelül 1 méter hosszú eszközbe három mágneset ragasztottam, ezek kísérlet közben is kellő erővel rögzítik a táblán az eszközt.

Mozgó testként egy piros műanyaggolyót használunk. Ennek helyzete a mögötte lévő táblán filctollal megjelölhető. Az elmozdulások a jelek alapján berajzolhatók, majd a szükséges mérések egyszerűen elvégezhetők.

A merőleges elmozdulások összegződésének bemutatásához az eszközt helyezük el a táblán vízszintesen! A két csúszka a sín bal oldalán legyen, balra a fehér, jobbra a színes! A fonalat többféleképpen is átvezethetjük a csúszkákon (11. ábra). Belátható és méréssel is alátámasztható, hogy ha a jobb oldali csúszkát Δx távolsággal jobbra toljuk, akkor a golyó függőleges elmozdulása a fonalvezetés módjától függően rendre Δx , $2 \cdot \Delta x$ és $3 \cdot \Delta x$ lesz.

Függesztjük fel a testet a 11. ábra felső részén látható módon: a cernát a jobb oldali csúszkán átvezetve akasszuk fel a bal oldali csúszkára! Ha most jobbra toljuk a jobb oldali csúszkát, akkor a golyó egyidejű-

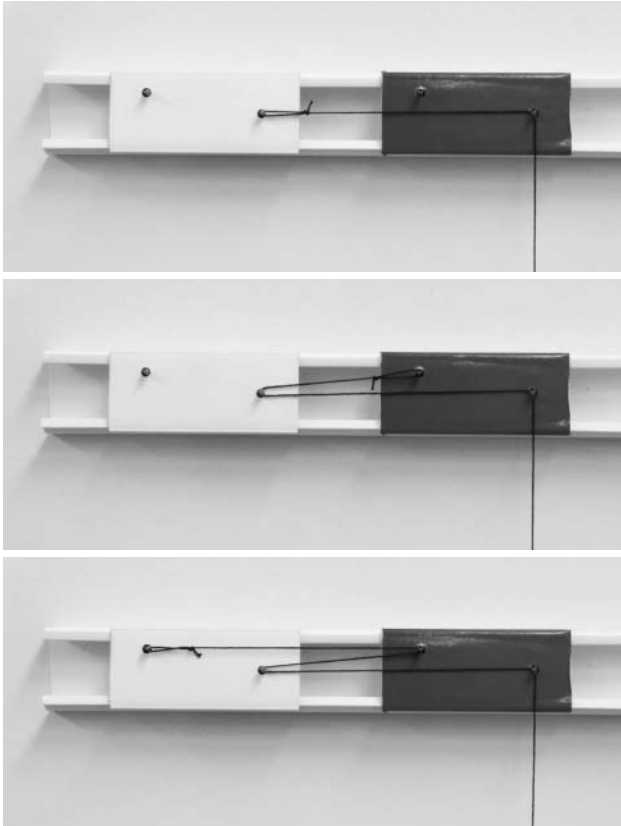
⁶ Paál T.: *Fizika I.* Tankönyvkiadó, Budapest (1978) ISBN 963-17-3187-1, 19–24. oldal.

⁷ Csajági S., Fülöp F.: *Fizika 9. Emelt szintű kiegészítésekkel.* Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest (2010) ISBN 978-963-19-6266-6, 19. oldal.

⁸ Ifj. Zátanyi S.: *Fizika 9.* Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest (2008) ISBN 978-963-19-6082-2, 58–62. oldal.

⁹ Nagy A., Mező T.: *Fizika 9.* Maxim Könyvkiadó, Szeged (2009) ISBN 978-963-2160-115, 19. oldal.

¹⁰ Video a patakban úszó pisztrángról. <http://www.youtube.com/watch?v=fp0UoZkV-O4>



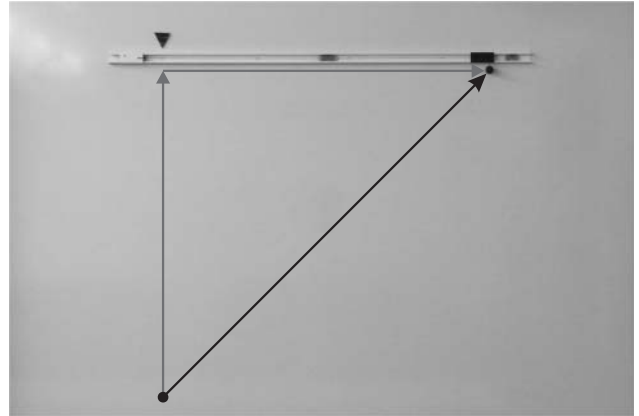
11. ábra. A fonalvezetés különféle módjai.

leg vízszintesen és függőlegesen is elmozdul. A két mozgás eredőjeként a test ferdén felfelé mozog. (A kísérletről készített fényképekből összeállított montázs az eredeti pályázati anyagban látható.)

A test elmozdulásának kezdő és végpontját a táblán megjelölve berajzolhatjuk az elmozdulásvektorokat. Belátható, hogy a test elmozdulása a vízszintes és a függőleges elmozdulás vektori összegével¹¹ egyezik meg. A kísérletet megismételve a tanulók megfigyelhetik, hogy a test mindvégig a berajzolt eredő elmozdulásvektor mentén mozog. Megfigyelhető az is, hogy ebben a kísérletben a vízszintes és függőleges elmozdulás ugyanakkora, azaz $\Delta y = \Delta x$. Emiatt az eredő elmozdulás ilyenkor 45° -os szöget zár be a vízszintes-sel (12. ábra).

Ha a fonalat a 11. ábra középső, illetve alsó részén látható módon vezetjük át a csúszkákon és így ismétljük meg a kísérletet, akkor hasonló eredményekhez jutunk: a két egyidejű mozgás eredményeként létrejövő elmozdulás megegyezik a két elmozdulás vektori összegével. Ilyenkor azonban a vízszintes és a függőleges elmozdulások eltérő hosszúak ($\Delta y = 2 \cdot \Delta x$, illetve $\Delta y = 3 \cdot \Delta x$). Ennek megfelelően az eredő elmozdulás 63° -os, illetve 72° -os szöget zár be a vízszintes-sel (13. ábra).

¹¹ A vektorok összegének megrajzolásánál célszerű a *báromszög-módszer*t használni. Ez ugyanis egyrészt minden esetben alkalmazható, másrészt több vektor összegzéséhez is általánosítható (sokszög módszer). A paralelogramma-módszer viszont nem használható két azonos, illetve két ellentétes irányú vektor összegzésénél, továbbá nem is általánosítható.



12. ábra. Az eredő elmozdulás ($\Delta y = \Delta x$).

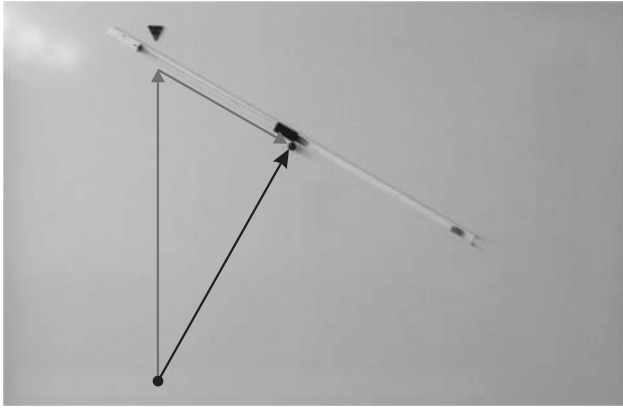


13. ábra. Az eredő elmozdulás ($\Delta y = 3 \cdot \Delta x$).

Az előző kísérletekben az elmozdulásvektor egyik összetevőjének (Δx) irányát a sín határozta meg, a másik összetevő (Δy) pedig mindig függőleges volt. Ha az eszközt ferdén helyezük el a táblán, akkor szemléltethető az olyan elmozdulások összegzése is, ahol a két elmozdulásvektor hegyesszöget vagy tompaszöget zár be egymással. Ezekben a kísérletekben az egyik összetevő irányát a csúszka elmozdulása (azaz a sín iránya) határozza meg, a másik összetevő iránya mindig függőleges.

Helyezzük el az eszközt például úgy, hogy a sín 30° -os szöget zárjon be a vízszintessel! A kiindulási helyzetben a két csúszka a sín bal oldali (felső) végénél legyen! A fonalat az előző kísérletekben látott módon vezetve elérhető, hogy az elmozdulás függőleges összetevőjének nagysága a sín irányába eső összetevő nagyságával megegyezzen, illetve annak kétszerese vagy háromszorosa legyen. (A 14. ábrán például a függőleges elmozdulás a *csúszka elmozdulásának* kétszerese.) Ezekben a kísérletekben is megfigyelhető, hogy a test eredő elmozdulása minden esetben a két elmozdulás vektori összegével egyezik meg.

Határeseteként az eszközzel szemléltethető az egyenesbe eső elmozdulások összegzése is. Ehhez az eszközt úgy kell elhelyezni a táblán, hogy a sín függőleges legyen. Azonos irányú elmozdulások összegzésénél a két csúszka kiindulási helyzetben a sín alsó végénél, ellentétes irányú elmozdulások összegzésénél a felső végénél legyen. A fonal megfelelő átveze-

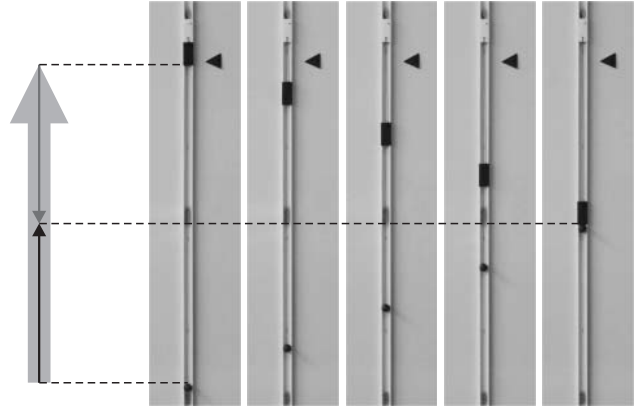


14. ábra. Az eredő elmozdulás 120° -ot bezáró elmozdulások összegzésekor ($\Delta r_1 = 2 \cdot \Delta r_2$).

tésével ilyenkor is elérhető, hogy a golyó csúszkához viszonyított elmozdulásának nagysága a csúszka elmozdulásának nagyságával megegyezzen, illetve annak kétszerese vagy háromszorosa legyen. (A 15. ábrán látható kísérletben például a golyó csúszkához viszonyított elmozdulása kétszer nagyobb a csúszka elmozdulásánál, de azzal ellentétes irányú.)

Az eredő elmozdulás kezdő és végpontját, valamint a csúszka kezdeti helyzetét a táblán megjelölve megrajzolhatjuk az elmozdulásvektorokat. (A 15. ábrán látható elrendezésnél az eredő elmozdulás ugyanakkora, mint a csúszka elmozdulása, de azzal ellentétes irányú. Érdekes a képet az eredeti pályázati anyagból letölteni.)

Az ismertetett eszköz alkalmas az elmozdulások összegzésének tanórán történő, kísérleteken alapuló szemléltetésére. A kísérletek eredménye könnyen meg-



15. ábra. Ellentétes irányú elmozdulások összegzése ($\Delta r_1 = 2 \cdot \Delta r_2$).

jeleníthető táblai rajzokon, ezek pedig segíthetik annak megerősítését és elmélyítését, hogy az elmozdulások vektorként (és nem skalárként) összegezhettek.

Továbbfejlesztési lehetőséget jelent, ha az eszközt egy fehér mágnestáblán használjuk, és közben projektorral egy rajzolóprogram képernyőképét vetítjük ki a táblára. Így az egérrel megjelölhetjük a golyó elmozdulásának kezdő- és végpontját, majd a rajzolóprogrammal megrajzolhatjuk az elmozdulásvektorokat. Hasonlóan használható az eszköz a digitális táblán is, ekkor a tábla mutatóeszközével dolgozhatunk.

A pályázat mellékletként tartalmaz egy PowerPoint bemutatót is. Ez az eszközről készített fényképek segítségével mutatja be az eszköz alkalmazási lehetőségeit. Ezt a bemutatót azonban *nem tanórai használatra* készítettem, hanem a tanároknak szántam, *kedvcsinálónak az eszköz elkészítéséhez*.

AZ EULER-FÉLE SZÁM VIZSGÁLATA

Simon Péter
PTE TTK Fizikai Intézet
Leőwey Klára Gimnázium, Pécs

A középiskolai tanulók a 11. évfolyam elején ismerkednek meg matematikaórán a törtkitevőjű hatványozással, majd az 1-nél kisebb, illetve 1-nél nagyobb hatványalapú exponenciális függvénnyel. Bár sem a közép-, sem az emelt szintű matematikaérettségien nem követelmény, mégis a legtöbb tankönyvben, illetve feladatgyűjteményben szerepel olyan feladat, amely e -alapú hatványt, vagy természetes alapú logaritmust tartalmaz. Érdekes, hogy ezekben a matematika-tankönyvekben igazából csak annyit tudunk meg erről az Euler-féle e -számról, hogy értéke körülbelül 2,718, irracionális szám, esetleg azt is, hogy transzcendens, mint a π . A tanév elején a legtöbb diák még igen érdeklődő, ennyi információ nem elégíti ki, faggatja tanárát, hogy mégis mi ez az e szám, mire jó. A felkészült matematikatanár legtöbbször még annyival szokta kiegészíteni a tankönyvi kevéske információt, hogy az e szám a fizikában majd elő fog fordulni, bizonyos természeti folyamatok leírásánál fontos. A

diákok kíváncsisága persze ezzel a hírrel sem lett kielégítve. A második félévben fizikaórán valóban előfordulhat az Euler-féle szám. A középszintű fizikaérettségien követelmény a bomlási törvény ismerete, emelt szinten egyszerű feladatok megoldásakor használni is kell. Bár nem követelmény, de a bomlási törvényt a bomlási állandó segítségével is felírhatjuk. Ekkor ismét előkerülhet az e alapú hatvány vagy logaritmus. A diákok többsége addigra már rég elfelejtette a tanév eleji igen csekély ismeretet, és ekkor a fizikatanár legtöbbször csak annyit mond, hogy „hát ezt matekból tanultátok, $e = 2,718\dots$ ”.

Ez a rövid írás arra vállalkozik, hogy ötletet adjon arra, hogyan lehet az Euler-féle számot elemi matematikai eszközökkel közelebb hozni diákjainkhoz. Többféle megközelítés létezik. Mi most azt az utat járjuk végig, amelyik a függvények vizsgálatát használja, hiszen a fizikai folyamatok leírásakor is függvényeket használunk.