A VEKTORSZKÓPRENDSZER ALKALMAZÁSA A KINEMATIKÁBAN

Farkas Zsuzsa
Szegedi Tudományegyetem,
Optikai és Kvantumelektronikai Tanszék

Ha a kinematika tanításánál kvantitatív kísérletet akarunk bemutatni, utat, sebességet, gyorsulást akarunk mérni, akkor lehetőségeink erősen korlátozottak és a módszerek nehézkesek. Ezért nagy segítség tanár és diák számára egyaránt egy olyan eszköz, amely egyszerűen teszi lehetővé a kvantitatív méréseket, megkönnyíti azok hosszadalmas és fáradtságos kiértékelését, emellett azonnali reprezentációját adja a vizsgált mozgásnak. Ez az eszköz a V-scope (továbbiakban vektorszkóp), amely az 1990-es Didaktikai Világkiállításon aranyérmet nyert (*1. ábra*). A vektorszkóp egy mikroszámítógép alapú rendszer, amely több test (maximum négy) térbeli mozgását tudja mérni, rögzíteni, majd elemezni egy időben. A rendszer távolságmérésen alapul, infravörös/ultrahang adó-vevők segítségével határozza meg a vizsgált test(ek) pillanatnyi helyzetét. A távolságadatokból a mikroszámítógép határozza meg a távolság–idő függvényt, majd ebből a sebesség–idő, a gyorsulás–idő függvényeket, és van lehetőség további származtatott fizikai mennyiségek, így a lendület, a mozgási energia definiálására is. A rendszer nagy előnye, hogy a hozzá kapcsolt számítógép képernyőjén folyamatosan nyomon követhetjük a vizsgált test(ek) mozgását és a származtatott mennyiségek változását, a számítógéphez illesztett nyomtatón pedig természetesen ki is nyomtathatjuk a megfelelő grafikonokat. Lehetőség van a kísérlet visszajátszására, a mért adatok mentésére és azok exportálására Windows-os alkalmazásokba (táblázatkezelő és grafikonszerkesztő). Az eszköz lehetőséget biztosít nemcsak 1-dimenziós, hanem 2-, illetve 3-dimenziós mozgások követésére is.

Az SZTE Optikai és Kvantumelektronikai Tanszékén már több mint tíz éve lehetőségünk van a *Kísérleti mechanika* előadások keretében az egyenes vonalú egyenletes, az egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló, az egyenes vonalú nem egyenletesen gyorsuló (pl. harmonikus rezgőmozgás) mozgások tárgyalásánál bemutatni ezt a rendszert a hallgatóknak. Az utóbbi években pedig egy hallgatói laboratóriumi gyakorlat kifejlesztése történt meg, amely a vektorszkópot használja a csatolt rezgések mozgásának tanulmányozásánál. A rendszerrel kényelmes módon és azonnal felrajzoltathatók a kitérés–idő grafikonok (a kitérés időbeli változása), a lebegési görbék, s ennek alapján meghatározhatók a sajátfrekvenciák, illetve az ezekhez tartozó periódusidők és a lebegési idő.

Az alábbi cikkben, amely egyben a hallgatói laboratóriumi gyakorlat feladatlapja is, bemutatom a vektorszkóprendszert, majd a csatolt ingák elméleti tárgyalása után ismertetem a mérési elrendezést és – egy adott elrendezésnél – a mérési eredményeket.

Csatolt ingák vizsgálata vektorszkóprendszerrel

Célkitűzés

- Vektorszkóprendszer megismerése
- Vektorszkóprendszer használata egy mechanikai probléma, a csatolt ingák vizsgálatára
- Csatolt ingák sajátrezgéseinek és lebegésének tanulmányozása
- Csatolási állandó számítása

A vektorszkóp számítógép által vezérelt rendszer, mellyel viszonylag kényelmes módon megmérhetők a csatolt rendszer normál- vagy sajátfrekvenciái (valójában az ehhez tartozó periódusidők) és a lebegési frekvencia (lebegési idő). Ezen mennyiségekből kiszámolható a csatoltinga-rendszer csatolási állandója. Mivel a csatolási állandót az inga geometriai paraméterei (rugóállandó, csatolási hossz, inga hossza, inga tömege) határozzák meg, ezért az azokból is kiszámítható.

A gyakorlat során megvizsgáljuk, hogyan kapható meg a lebegési idő és a csatolási állandó a sajátfrekvenciákhoz tartozó periódusidőkből, illetve hogyan függ a csatolási állandó a csatolás paramétereitől.

Elméleti összefoglaló

A vektorszkóprendszer

A vektorszkóprendszer a térben mozgó testek mozgását követi nyomon, mérve a testek (maximum négy testet tud követni) koordinátáit 1, 2 vagy 3 dimenzióban. Mindezt az idő függvényében ábrázolva megkapjuk a mozgás

1. ábra. A vektorszkóprendszer (mikroszámítógép, három torony, számítógép) egy inga mozgását figyeli, a mérőgomb az ingára van rögzítve.

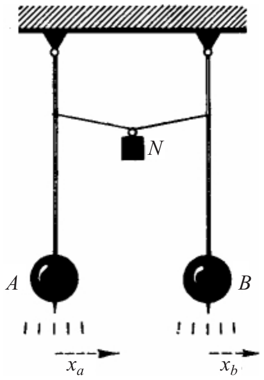
pályáját, azaz az $R(t) = [x(t), y(t), z(t)]$ vektort. Innen származik az eszköz elnevezése is. Az eljárás azonnali reprezentációját adja a vizsgált mozgásnak, a rendszerhez tartozó számítógép monitorján a méréssel egy időben kirajzolódik a helyvektor, a sebességvektor, vagy a gyorsulásvektor az idő függvényében.

A vektorszkóp egy mikroszámítógép alapú rendszer, amely a következő fő részekből áll: a gombok, a tornyok, a mikroszámítógép és a V-scope szoftver.

- *Gombok:* Elemmel működő adó-vevők, melyeket a mozgó tárgyhoz kell rögzíteni. Egy infravörös-vevő és egy vele szinkronizált ultrahang-adó található minden gombban. A rendszer valójában a gomb mozgását követi nyomon, a mérés pontos helye a gomb ultrahang-adójának mértani középpontja. (A gombok állandó működése mellett az elemek hamar lemerülnének, ezért a gombok alaphelyzetben inaktívak, a tornyok infravörös-jele aktiválja a működésüket.)
- *Tornyok:* A rendszerhez három torony tartozik, lehetővé téve a háromdimenziós mérést. Mivel a csatolt ingák mozgása egy dimenzióban történik, egy tornyot használunk. Minden torony egy infravörös-adóból és egy ultrahang-vevőből áll. A tornyok kódolt infravörös-jelet adnak ki, melyek aktiválják a kívánt gombot, és fogadják a válaszjelet. Az ultrahang vételét a kísérlet teljes ideje alatt biztosítani kell a gombok és a torony között. Ennek érdekében a gomboknak a torony sugárzási tengelyétől számított ±80°-os szögön belül kell elhelyezkednie, ugyanígy a tornyoknak is ±80°-os szögön belül kell lenniük a gombok sugárzási tengelyéhez képest. A legjobb kommunikáció érdekében érdemes mindkét szöget ±30°-nál kisebbre választani. A torony és a gombok optimális távolsága 70–90 cm.
- *Mikroszámítógép:* A tornyok és a számítógép közötti kapcsolatot biztosítja. Ellenőrzi a tornyok működését, utasítja a tornyot az infravörös-jel kibocsátására, fogadja és feldolgozza a beérkező jeleket. Ezekből meghatározza a torony és a gombok távolságát, mindezt az idő függvényében, azaz az $R(t) = [x(t), y(t), z(t)]$ függvényt, majd ezt továbbítja a számítógép felé. A további fizikai mennyiségeket, így a sebességet, a gyorsulást matematikai műveletekkel a számítógép származtatja a mért $R(t)$ helyvektorértékekből.

A rendszer működési elve

A mérés kezdetén a mikroszámítógép elektromos jele aktiválja a tornyot, mely rövid szinkronizált infravörös-jelet bocsát ki. Ez a jel aktiválja a gomb vagy gombok ultrahang-adóját, melyek szelektív válaszjellel reagálnak. A torony érzékeli a válaszjelet, és elektromos impulzussá átalakítva továbbítja a mikroszámítógépnek. A válaszjel a torony–gomb távolságtól függő időkéséssel érkezik meg a toronyba és így a mikroszámítógépbe is. A mikroszámítógép a megfelelő toronyhoz tartozóan a jelkibocsátás és a vétel között eltelt időt, azaz az „időkésést” megszorozza a levegőben mért hangsebességgel, így megkapja a gombok pillanatnyi távolságát a tornyoktól. Ezt az adatot továbbítja a számítógép memóriájába, majd a művelet periodikusan megismétlődik. Az így kapott távolságértékek határozzák meg a test mozgását leíró $[x(t), y(t), z(t)]$ függvényt. A mintavételi periódust 10–100 ms között állíthatjuk be. A tornyokban elhelyezett hőmérsékletmérők lehetővé teszik a hangsebesség hőmérsékleti korrekcióját.



2. ábra. Csatolt inga

Több mozgó test esetén több gombot kell használnunk, melyet a kísérletező a színük (piros, sárga, kék, zöld), a mikroszámítógép a hozzájuk tartozó kód alapján különbözteti meg. A rendszer sorra letapogatja a gombokat előre meghatározott periódus alapján. Több gomb esetén a hatékony mintavételi periódus az alap mintavételi periódus megszorozva a gombok számával.

Zavaró hatások

Mint minden kísérletben, a vektorszkóp használata közben is előfordul, hogy a mért adatok zajosak. Ennek oka lehet:

– Az infravörös-jel érzékelését zavarja a napfény vagy más, a vektorszkóp infravörös-jelével azonos jelet kibocsátó fényforrás.

– Az ultrahang-jel érzékelését zavarja bármely, a vektorszkóp ultrahang-jelével azonos jelet kibocsátó hangforrás, például légpárnás asztal.

Zavaró hatások kiküszöbölése

– A hang- és fényvisszaverő felületek eltávolítása a mérés környezetéből.

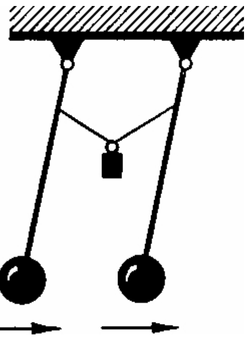
– A befolyásoló környezeti tényezők (hőmérséklet-, légnyomásváltozás) kiküszöbölése.

– Ne érje a gombokat közvetlen infravörös- és ultrahang-sugárzás.

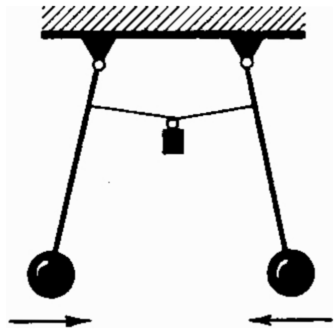
A csatolt ingák mozgása

Csatolt ingán két egyenlő lengésidejű fizikai ingát értünk, amelyek között valamilyen csatolóelem – könnyű csavarrugó vagy kis nehezék (N) – összeköttetést biztosít az *2. ábrá*n látható módon.

Ha az A ingát lengésbe hozzuk, a kezdetben nyugvó B inga is lengésbe jön. Miközben az A inga amplitúdója csökken, a B ingáé növekszik, majd az A inga megáll. Ekkor a B inga amplitúdója maximális. A folyamat ezután a két inga szerepének felcserélődésével játszódik le. A lengés során a két inga között az energia periodikusan kicserélődik. Ezt a jelenséget lebegésnek nevezzük. Mindkét inga kitérés–idő görbéje úgynevezett lebegési görbe, azaz mindkét inga lebegést végez. Erősebb csato-



3. ábra. Csatolt inga azonos fázisban



4. ábra. Csatolt inga ellentétes fázisban

lás esetén az energiaátadás gyorsabb, azaz kevesebb számú lengés alatt végbemegy. Ilyenkor a lebegés ν_{leb} frekvenciája megnő, periódusideje lecsökken. A lebegés frekvenciája és a sajátrezgések frekvenciája között a $\nu_{leb} = \nu - \nu_0$ kapcsolat áll fenn, ahol ν és ν_0 az alább ismertetendő sajátrezgések frekvenciái.

Sajátrezgések

1. Azonos fázis

Ha a két ingát azonos nagyságú és irányú kitéréssel indítjuk, nem tapasztalunk lebegést, mindkét inga ugyanolyan ν_0 frekvenciájú rezgést végez. ν_0-t a rendszer egyik sajátfrekvenciájának nevezzük, a rezgés periódusideje T_0, $\nu_0 = 1/T_0$. A csatolásnak ebben az esetben nincs szerepe (*3. ábra*).

2. Ellentétes fázis

Ha a két ingát azonos nagyságú, de ellentétes irányú kitéréssel indítjuk, lebegést ekkor sem tapasztalunk, a két inga azonos ν frekvenciával harmonikus rezgést végez, ami nagyobb ν_0-nál, mivel a csatolás az egyensúlyi helyzetbe visszatérítő erőt növeli. ν a csatolt rendszer másik sajátfrekvenciája, a rezgés periódusideje T, $\nu = 1/T$ (*4. ábra*).

Az azonos és ellentétes fázisú sajátrezgések frekvenciái a rendszer normál- vagy sajátfrekvenciái. Az ingák rezgése csak a sajátrezgések esetén harmonikus rezgés. A csatoltinga-rendszer minden rezgése – így a lebegés is – előáll ezen sajátrezgések szuperpozíciójaként.

A csatolt ingák mozgásának matematikai tárgyalása

Az *5. ábrán* látható fizikai ingák – melyek a P_1 és P_2 ponton átmenő, az ábra síkjára merőleges tengely körül, az ábra síkjában forgómozgást végeznek – mozgásegyenletei az alábbi összefüggéssel adhatók meg:

$$M = \Theta\beta = \Theta\ddot{\varphi},$$

ahol M a forgatónyomaték (vagy forgatónyomatékok eredője), Θ az inga forgástengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka, φ az egyensúlyi helyzettől való szögkitérés, β pedig a szöggyorsulás.

Az *5. ábra* alapján a bal oldali inga P_1 pontjára vonatkozó eredő forgatónyomaték $\varphi_0 \sim 0$ feltételezésével:

$$\Theta\ddot{\varphi}_1 = M_1 = -m g L \sin\varphi_1 - D l^2 \left(\sin\varphi_1 - \sin\varphi_2\right), \qquad (1)$$

ahol az 1. inga egyensúlyi helyzettől való tetszőleges φ_1 szögű kitérése esetén $-mgL\sin\varphi_1$ az ingára ható nehézségi erő forgatónyomatéka, $-Dl^2(\sin\varphi_1 - \sin\varphi_2)$ a csatolásból származó forgatónyomaték.

Az *5. ábra* alapján L az inga hossza, l a csatolási hossz, D a rugó állandója, m az inga tömege és φ_0 a nyugalmi helyzet szögeltérése a függőlegestől, ami elhanyagolhatóan kicsi.

Ugyanígy felírható a 2. inga tetszőleges φ_2 szögű kitérése esetén az alábbi egyenlet:

$$\Theta\ddot{\varphi}_2 = M_2 = -m g L \sin\varphi_2 \quad D l^2 \left(\sin\varphi_2 - \sin\varphi_1\right), \qquad (2)$$

Ha φ_1, illetve φ_2 szögkitérések kicsik, akkor $\sin\varphi_1 \approx \varphi_1$, $\sin\varphi_2 \approx \varphi_2$, így az (1) és (2) egyenletekből az alábbi egyenletek adódnak:

$$\Theta\ddot{\varphi}_1 = M_1 = -m g L \varphi_1 - D l^2 \left(\varphi_1 - \varphi_2\right),$$

$$\Theta\ddot{\varphi}_2 = M_2 = -m g L \varphi_2 - D l^2 \left(\varphi_2 - \varphi_1\right),$$

Bevezetve a következő jelöléseket:

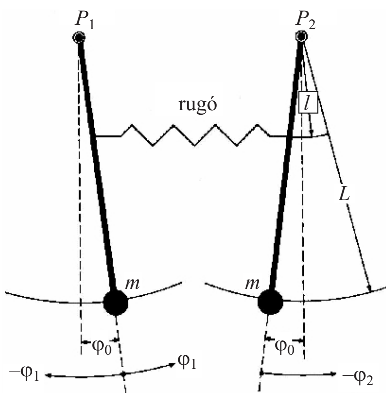
$$\omega_0^2 = \frac{m g L}{\Theta}, \qquad \Omega^2 = \frac{D L^2}{\Theta},$$

az alábbi egyenletek adódnak:

$$\ddot{\varphi}_1 = -\omega_0^2 \varphi_1 - \Omega^2 \left(\varphi_1 - \varphi_2\right) = -\omega_0^2 + \Omega^2 \left(\varphi_2 - \varphi_1\right),$$

$$\ddot{\varphi}_2 = -\omega_0^2 \varphi_2 - \Omega^2 \left(\varphi_2 - \varphi_1\right).$$

5. ábra. Csatolt fizikai inga



Új koordináták bevezetésével a csatolás megszűnik, így számolásunk egyszerűbbé válik:

$$x_1 = \varphi_1 - \varphi_2, \tag{3}$$

$$x_2 = \varphi_1 + \varphi_2, \tag{4}$$

ekkor:

$$\ddot{x}_1 = \ddot{\varphi}_1 - \ddot{\varphi}_2 = -\omega_0^2\left(\varphi_1 - \varphi_2\right) + 2\,\Omega^2\left(\varphi_2 - \varphi_1\right)$$
$$= -\left(\omega_0^2 + 2\,\Omega^2\right) x_1,$$
$$\ddot{x}_2 = \ddot{\varphi}_1 + \ddot{\varphi}_2 = -\omega_0^2\left(\varphi_1 + \varphi_2\right) = -\omega_0^2\, x_2.$$

Az így kapott egyenletekről felismerhető, hogy harmonikus rezgőmozgás differenciálegyenletei, ezért x_1-et, illetve x_2-t a következő alakban írhatjuk fel:

$$x_1 = a_1 \cos\omega\, t + b_1 \sin\omega\, t, \tag{5}$$

$$x_2 = a_2 \cos\omega_0\, t + b_2 \sin\omega_0\, t, \tag{6}$$

ahol

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 + 2\,\Omega^2}\,.$$

Az a_1, a_2, b_1, b_2 konstansok a kezdeti feltételekből az alábbi módon határozhatók meg.

Külön vizsgáljuk az azonos, illetve ellentétes fázisban lengő és a lebegést végző ingák egyenleteit.

1. Azonos fázis

$t = 0$ időpillanatban mindkét ingát azonos nagyságú és irányú szögkitéréssel indítjuk, azaz $\varphi_1 = \varphi_2$. Jelöljük φ_A-val ezt a maximális szögkitérést: $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_A$. A kezdeti időpontban a szögsebességek nullák:

$$\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_A = 0.$$

Ezekből a kezdeti feltételekből a mozgásegyenletek megoldásai az alábbiak:

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{2\,\varphi_A \cos\omega_0\, t}{2} = \varphi_A \cos\omega_0\, t \\ \varphi_2 &= \frac{2\,\varphi_A \cos\omega_0\, t}{2} = \varphi_A \cos\omega_0\, t \end{aligned}\right\} \Rightarrow \dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2.$$

A φ_1-re és φ_2-re kapott összefüggésekből látható, hogy mindkét inga harmonikus rezgést végez ω_0 körfrekvenciával – ω_0 a rendszer egyik saját(kör)frekvenciája – a szögkitérések és sebességek iránya és nagysága minden időpillanatban megegyezik a lengés során.

2. Ellentétes fázis

$t = 0$ időpillanatban mindkét ingát azonos nagyságú és ellentétes irányú kitéréssel indítjuk, azaz $\varphi_1 = -\varphi_2$, a továbbiakban $\varphi_1 = -\varphi_2 = \varphi_A$. A kezdeti időpontban a szögsebességek nullák:

$$\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_A = 0.$$

A mozgásegyenlet megoldása:

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{2\,\varphi_A \cos\omega\, t}{2} = \varphi_A \cos\omega\, t \\ \varphi_2 &= \frac{-2\,\varphi_A \cos\omega\, t}{2} = -\varphi_A \cos\omega\, t \end{aligned}\right\} \Rightarrow \dot{\varphi}_1 = -\dot{\varphi}_2,$$

ahol

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 + 2\,\Omega^2}\,.$$

Eredményeink azt mutatják, hogy mindkét inga harmonikus rezgést végez ω körfrekvenciával – ω a rendszer másik saját(kör)frekvenciája – a szögkitérések és sebességek nagysága minden időpillanatban megegyezik a lengés során, irányuk mindvégig ellentétes.

3. Lebegés

$t = 0$ időpillanatban úgy hozzuk lengésbe a rendszert, hogy az egyik ingát kitérítjük az egyensúlyi helyzethez képest φ_A szöggel, a másik nyugalomban van. Ekkor $\varphi_1 = \varphi_A$, $\varphi_2 = 0$. A kezdeti időpontban a szögsebességek nullák:

$$\dot{\varphi}_1 = 0, \quad \dot{\varphi}_2 = 0.$$

Az új koordinátákra való áttéréssel, a konstansok kiszámolása után a mozgásegyenlet megoldása

$$\varphi_1 = \varphi_A \cos\left(\frac{\omega + \omega_0}{2}\, t\right) \cos\left(\frac{\omega - \omega_0}{2}\, t\right),$$
$$\varphi_2 = -\varphi_A \sin\left(\frac{\omega + \omega_0}{2}\, t\right) \sin\left(\frac{\omega - \omega_0}{2}\, t\right),$$

ahol

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 + 2\,\Omega^2}\,.$$

A kapott φ_1, φ_2 függvények alapján láthatjuk, hogy gyenge csatolás esetén (azaz, ha $\omega - \omega_0 \ll \omega + \omega_0$) a rendszer valóban lebegést végez, mely során az amplitúdó φ_A és 0 között lassan változik $(\omega - \omega_0)/2$ körfrekvenciával. A lebegés körfrekvenciája az ismert képlet alapján: $\omega_{leb} = \omega - \omega_0$.

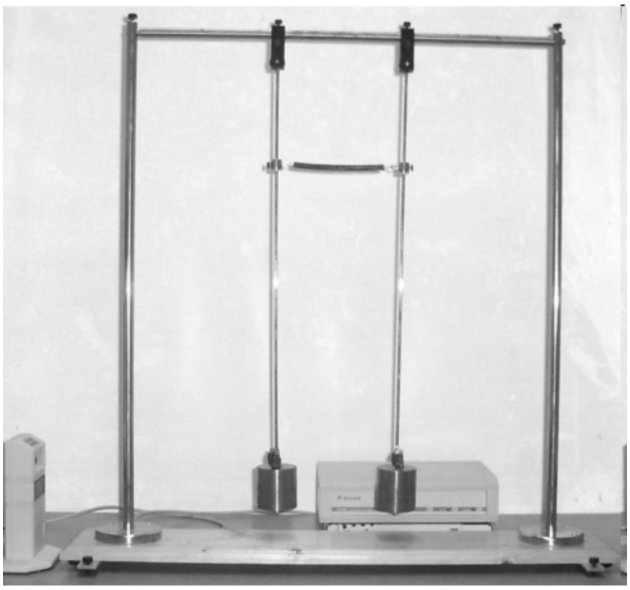
Mivel a sajátfrekvenciákat az alábbi mennyiségek adják meg:

$$\omega_0^2 = \frac{m\,g\,L}{\Theta}, \qquad \Omega^2 = \frac{D\,L^2}{\Theta}, \tag{*}$$

valójában a csatolt rezgések minden típusában a geometriai adatok határozzák meg a rezgést, így az ingák tömege (m), az ingák hossza (L), a rugóállandó (D) és a csatolási hossz (l).

Az irodalomban definiálnak egy *csatolási állandót* az alábbi összefüggés szerint:

$$K = \frac{D\,l^2}{m\,g\,L + D\,l^2}\,.$$



6. ábra. Az alkalmazott csatoltinga-rendszer. Az inga hossza (tömegközéppontjának helye a felfüggesztéstől) L = 62,3 cm. Az ingák tömege egyenként, a gombokkal együtt 1,692 kg, az ingát tartó rúd tömege 0,139 kg. A rugóállandó D = 53,3 N/m, a csatolás helye l = 15 cm.

A csatolási állandó a kölcsönhatás erősségét jellemzi. Minél nagyobb az értéke, (erősebb rugó, „mélyebb” csatolás) annál gyorsabban cserélődik az energia a két inga között, azaz annál nagyobb a lebegés frekvenciája és kisebb a lebegés periódusideje.

Azonos átalakítás, majd a fenti (*)-gal jelölt összefüggéseket felhasználva:

$$K = \frac{\frac{D\,l^2}{\Theta}}{\frac{m\,g\,L}{\Theta} + \frac{D\,l^2}{\Theta}} = \frac{\Omega^2}{\omega_0^2 + \Omega^2}. \tag{7}$$

Átalakítás után a csatolási állandó a sajátfrekvenciákkal is kifejezhető:

$$K = \frac{\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2}}{\omega_0^2 + \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2}} = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega^2 + \omega_0^2}. \tag{8}$$

Tehát a (7) és (8) egyenletekből látható, hogy a csatolási állandó kiszámolható az inga geometriai adataiból is és meghatározható a saját(kör)frekvenciák megmérésével is.

Mérési eljárás

A mérés során „egydimenziós” vektorszkópot használhatunk, mert az ingamozgás kis kitérések esetén harmonikus rezgésként vizsgálható, és a mozgás egy egyenes mentén történik. A kísérleti elrendezésben (lásd *6. ábra*) változtatható a csatolási hossz, az ingák hossza, a rugóállandó (a két inga között rugó biztosította a csatolást) és az ingák tömege.

A méréssorozatban először a csatolási hosszt, majd az inga hosszát kell/lehet változtatni.

A rugóállandó (D), az inga hossza (L) és a csatolási hossz (l) adott értékeinél határozzuk meg a sajátfrekvenciákhoz tartozó periódusidőket (azonos fázisban: T_0, ellentétes fázisban: T).

Azonos fázisban lengő ingák esetén T_0 meghatározásához elegendő csak az egyik ingát lengésbe hozni, mivel a csatolás itt nem játszik szerepet. A vektorszkóp által a számítógép képernyőjén megjelenített kitérés–idő grafikonról olvassunk le 30 lengésnek megfelelő időt (4 tizedesjegy pontossággal), majd ezekből átlagolással számítsuk ki az inga (ingák) periódusidejét.

Ellentétes fázisban azonos nagyságú, ellentétes irányú kitéréssel kell indítani az ingákat. A számítógép képernyőjén két, azonos periódusidejű harmonikus rezgés görbéje jelenik meg különböző színnel, az ingákhoz rögzített gomboknak megfelelően. Olvassunk le mindkét grafikonról 30 lengésnek megfelelő időt többször, különböző helyen, majd ezekből átlagolással számítsuk ki az ellentétes fázisú rezgéshez tartozó periódusidőt (T).

T és T_0 ismeretében kiszámítható a lebegési idő:

$$\nu_{leb} = \nu - \nu_0 \Rightarrow \frac{1}{T_{leb.szám}} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \Rightarrow T_{leb.szám} = \frac{T_0\,T}{T_0 - T}.$$

Ezek után állítsunk elő lebegést. Egyik ingát kis kitéréssel indítsuk el, miközben a másik inga nyugalomban van. A vektorszkóp által kirajzolt lebegési görbéről olvassuk le a lebegés periódusidejét, (szintén több leolvasás átlagolásával), majd az így kapott értéket vessük össze a számolt lebegési idővel, ezután számoljunk relatív eltérést.

T_0 és T felhasználásával kiszámítható a csatolási állandó is az alábbi módon:

$$K_{mért} = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega^2 + \omega_0^2} = \frac{\frac{4\pi^2}{T^2} - \frac{4\pi^2}{T_0^2}}{\frac{4\pi^2}{T^2} + \frac{4\pi^2}{T_0^2}} = \frac{T_0^2 - T^2}{T_0^2 + T^2}.$$

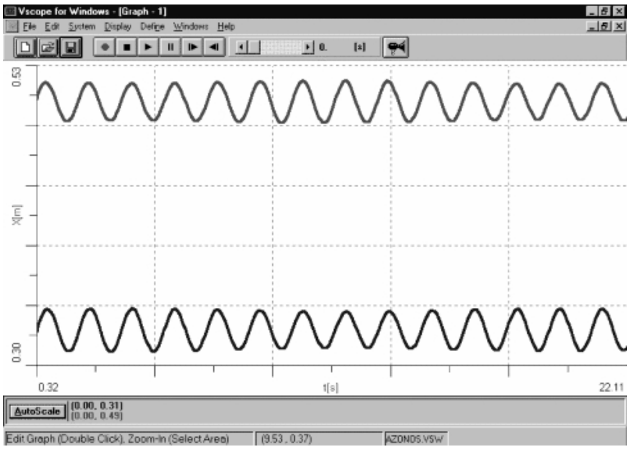
A kapott értékeket vessük össze a

$$K_{szám} = \frac{D\,l^2}{m\,g\,L + D\,l^2}$$

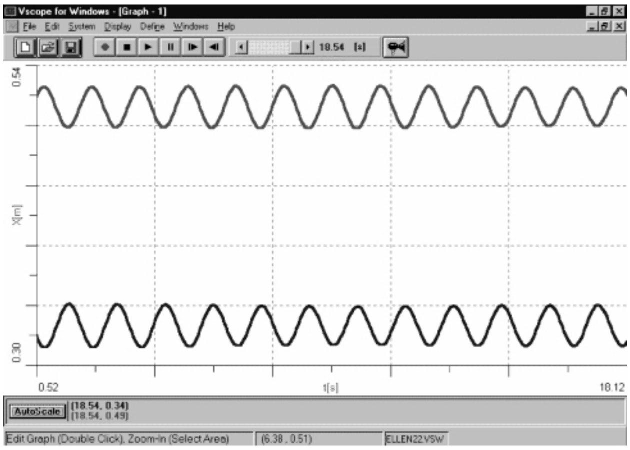
összefüggésből, a geometriai adatok alapján kiszámítható csatolási állandó értékekkel, majd számoljunk relatív eltérést.

Feladatok

1. Tanulmányozza a kísérleti elrendezést.
2. Ismerkedjen meg a vektorszkóprendszer szoftverével.
3. Állítson be l_1 = 0,15 m csatolási hosszt. Az inga hossza (tömegközéppontjának helye a felfüggesztéstől) L_1 = 62,3 cm. Az ingák tömege egyenként, a gombokkal együtt: 1,692 kg, a rúd tömege 0,139 kg. A csatolást létesítő kiadott rugó rugóállandója: 53,3 N/m. Mérje meg a csatoltinga-rendszer sajátrezgéseihez tartozó periódusidőket. Ennek alapján számolja ki a lebegés periódusidejét.



7. ábra. Kitérés–idő grafikonok azonos fázisban lengő ingák esetén, l = 15 cm-es csatolásnál. Az inga hossza (tömegközéppontjának helye a felfüggesztéstől) L = 62,3 cm. Az ingák tömege egyenként, a gombokkal együtt 1,692 kg, az ingát tartó rúd tömege 0,139 kg. A rugóállandó D = 53,3 N/m.



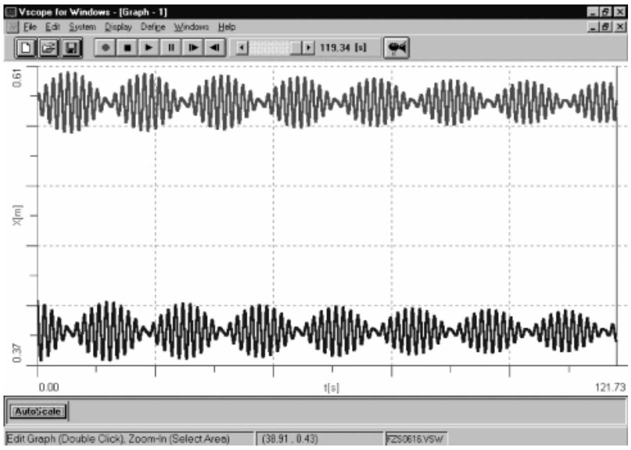
8. ábra. Kitérés–idő grafikonok ellentétes fázisban mozgó ingáknál, l = 15 cm-es csatolásnál. Az inga hossza (tömegközéppontjának helye a felfüggesztéstől) L = 62,3 cm. Az ingák tömege egyenként, a gombokkal együtt: 1,692 kg, az ingát tartó rúd tömege 0,139 kg. A rugóállandó D = 53,3 N/m.

4. Mérje meg a lebegés periódusidejét a lebegési görbe alapján. Számolja ki a számolt és a mért lebegési periódusidők relatív eltérését.

5. Számolja ki a csatolási állandót a geometriai adatokból.

6. Számolja ki a csatolási állandót a sajátfrekvenciákhoz tartozó periódusidőkből. Számolja ki a számolt és mért csatolási állandók relatív eltérését.

7. Mutassa be, hogyan függ a csatolt rendszer lebegési ideje és a csatolási állandó az inga geometriai adataitól.



9. ábra. l = 15 cm-es csatolásnál mért lebegési görbék. Az inga hossza (tömegközéppontjának helye a felfüggesztéstől) L = 62,3 cm. Az ingák tömege egyenként, a gombokkal együtt: 1,692 kg, az ingát tartó rúd tömege 0,139 kg. A rugóállandó D = 53,3 N/m.

Ismételje meg az előbbi mérést úgy, hogy változtatja a csatolás hosszát (l_2 = 0,2 m, l_3 = 0,25 m). Ezután állítson be 0,2 m-es csatolási hosszt, és ennél változtassa meg az inga hosszát (pl.: L_2 = 0,5 m, L_3 = 0,4 m), vagy használjon más rugóállandójú rugót.

Mérési eredmények

Tájékozódásul bemutatok egy-egy kitérés–idő grafikont azonos fázisú és ellentétes fázisú mozgásban (*7., 8. ábra*), egy lebegési görbét (*9. ábra*) és l változtatásával egy mérési sorozatot (*táblázat*), amely öt mérés átlaga.

A táblázatban a $T_{leb.szám}$ a lebegési idők számított, illetve a $T_{leb.mért}$ a mért értékeit, $K_{szám}$ a csatolási állandó geometriai adatokból számított, $K_{mért}$ a mért sajátfrekvenciákhoz tartozó periódusidőkből meghatározott értékeit jelenti. Az 5. és 8. oszlopban a relatív eltérések szerepelnek.

$$\frac{\Delta T_{leb}}{T_{leb.mért}} = \frac{\left| T_{leb.szám} - T_{leb.mért} \right|}{T_{leb.mért}}.$$

A mérési eredményekből jól látható, hogy l növekedésével nő a csatolás erőssége, (szorosabb lesz a csatolás), ezért az energia kicserélődése a két inga között gyakoribbá válik, amit a lebegési idő csökkenése és a csatolási állandó növekedése jelez. A tapasztalt relatív eltérések, azaz az egyenletek alapján a geometriai adatokból meghatározott és a vektorszkóppal mért mennyiségekből számított értékek közötti különbség okaként elsősorban azt kell megemlítenünk, hogy az elkészített kísérleti eszköz csak modellezi az alkalmazott egyenletek szerinti csatolinga-rendszert. Gondoljunk arra, hogy a fizikai inga állványa maga is csatoló elemként szerepel, az ingatest tartórúdjának tömege nem elhanyagolható az ingatest tömegéhez képest, hibával mérhető a nem pontszerűség miatt a csatolás helye

táblázat

A csatolt inga paramétereinek változása a csatolás l hosszának függvényében

l (m)	T (s)	$T_{leb.szám}$ (s)	$T_{leb.mért}$ (s)	$\Delta T_{leb}/T_{leb.mért}$ (%)	$K_{szám}$ (10^{-2})	$K_{mért}$ (10^{-2})	$\Delta K/K_{szám}$ (%)
15	1,4382	16,178	15,820	2,3	9,66	9,21	4,7
20	1,3534	9,4497	9,4999	0,5	15,98	15,33	4,1
25	1,2710	6,5076	6,4037	1,6	22,89	21,55	5,9

Egyéb paraméterek: D = 53,3 N/m, L = 0,623 m, T_0 = 1,5794 s, az értékek 5–5 mérés átlagát mutatják.

és az inga hossza, a súrlódás nem küszöbölhető ki teljesen (ez utóbbi okozza a *9. ábra* lebegési maximális amplitúdóinak kis mértékű folyamatos csökkenését), s az ingák kisszögű kitérése is korlátozottan valósítható meg.

Ennek ellenére a vektorszkóp eredményesen és hiánypótlóan alkalmazható a csatolt ingák vizsgálatában, s a tapasztalatok alapján a laboratóriumi gyakorlat elnyerte a hallgatók tetszését is.

Irodalom

Budó Ágoston: *Kísérleti fizika I.* – Nemzeti Tankönyvkiadó, 1997

Budó Ágoston: *Mechanika* – Nemzeti Tankönyvkiadó, 1988

H.J. Pain: *The Physics of Vibrations and Waves* – John Wiley and Sons Ltd., London, 1970

Eshed Robotec Ltd.: V-scope System – User's Manual 1995.

PHYWE series of publications: University Laboratory Experiments – Physics

M. Ronen, A. Lipman: *A vektorszkóp* – Fizikai Szemle *45/11* (1995)

BESZÁMOLÓ A HATVANI ISTVÁN-FIZIKAVERSENYRŐL

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat Hajdú-Bihar megyei Csoportja a 2004/2005. iskolai évben 24. alkalommal hirdeti meg a „magyar Faust”-ról, *Hatvani István*ról elnevezett fizikaversenyét. Ezen minden, határainkon inneni és túli, fizikát magyar nyelven tanuló 7–10. osztályos tanuló indulhat. A versenyzőnek csak egyetlen feltételt kell teljesítenie: a Verseny 23 éve alatt kialakult, hosszú ideje véglegessé vált formai előírásait, a Versenyfelhívásban foglaltakat maradéktalanul be kell tartania.

A Verseny szervezésével és lebonyolításával kapcsolatos tudnivalókat ismertetjük a továbbiakban, támaszkodva a 2004. május 1. napon zárult 23. szakasz konkrét tapasztalataira.

A Verseny *ingyenes:* indokolt és indokolatlan jogcímeken nevezési díjat sem szedünk az indulóktól. Egyetlen anyagi teher a megoldások beküldésével kapcsolatban felmerülő postaköltség lehet.

A Versenyfelhívást minden Hajdú-Bihar megyei általános és középiskola szeptember első napjaiban megkapja. Mellettük az elmúlt években indult, vagy indulási szándékukat jelző megyénken kívüli, illetve határainkon túli iskoláknak eljuttatjuk azt. Tavaly 114 iskolából 383 tanuló nevezett. Közülük 145 általános iskolai (7. és 8. osztályos „kicsi”) és 238 középiskolás (9. és 10. osztályos „nagy”) volt. Egy év alatt közülük csupán 42 versenyző adta fel a versenyt.

A feladatok kijelölésénél megpróbáljuk figyelembe venni az egyes iskolatípusok tantervi követelményeit. Ez azonban napjainkban egyre nagyobb gondot jelent. Minthogy a megoldások során mindenféle személyi és tárgyi segítség igénybe vehető, ezért elég ritkán fordul elő reklamáció a kitűzött feladatokkal kapcsolatban.

A feladatok egy része olyan, hogy megoldásuk (elsősorban könyvtári) utánajárást, búvárkodást igényel. Például a tavalyi 4.5. feladat a következő volt:

„A Nobel-díjak odaítélésével kapcsolatban elég sok mendemondáról lehet hallani. Nem ezekkel akarunk foglalkozni, csupán egy újabb érdekességre kívánjuk felhívni a figyelmet az alábbiakkal.

Szinte hihetetlen, de majdnem ugyanazon felfedezésért fizikai és kémiai Nobel-díjat is odaítéltek, ráadásul ugyanabban az évben.

Az egyik tudós gázok sűrűségeinek meghatározása során érdekes – és számára megmagyarázhatatlan – megfigyelésre jutott: a levegőből kinyert nitrogén sűrűsége nagyobb volt, mint a nitrogéntartalmú vegyületekből előállított nitrogén sűrűsége. (Ugyanakkor az oxigén sűrűségét mindig azonosnak találta, bárhonnan is származott az.) A másik kutatóval való tanácskozás után egy új elemet nyert ki a levegőből.

A másik tudós később a levegőből további elemeket különített el.

A két tudós életének összehasonlításakor állapíthatjuk meg a következőket:

- *Mindketten szigetállam szülöttei.*
- *Az egyik bárói címet örökölt, a másik lovagi címet kapott.*
- *Mindketten tagjai voltak a Royal Society-nek.*
- *A Magyar Tudományos Akadémia külső tagjaivá választották őket.*

a) Melyik két Nobel-díjas tudósról van szó? Milyen nemzetiségűek, mikor születtek és hunytak el?

b) Miért kapták a legmagasabb tudományos elismerést?

c) Egyikőjük halálát egy fertőző betegség okozta – a közvélemény szerint. Ennek a betegségnek ő volt az első áldozata. Miért téves a kutató halálát okozó betegség előző diagnózisa?”

Vannak olyan feladataink, amelyek természeti (azaz napjaink) jelenségeinek megfigyelését és magyarázatát kérik a versenyzőktől. Ilyen volt például a tavalyi 4.6. feladat:

„A gázüzemű személygépkocsikkal nem lehet mélygarázsban parkolni. Mi lehet ennek az oka? Hasonló, de kellő körültekintés esetén kevésbé veszélyes jelenséggel találkozhatunk. Vajon hol?”

A feladatok többségének a megoldásánál számolni kell. Például a tavalyi 1.3. feladat:

„A kerékpárversenyen a hegycsúcs felé halad az üldöző csoport és az előtte 2,5 km-re lévő »szökevény« állandó, 25 km/h sebességgel. Az adott pillanatban a szökevény 3 km-re van a hegy csúcsától.

a) Hány perc előnye van a szökevénynek?

b) Mennyi idő elteltével jut fel a csúcsra a szökevény?

c) Mennyi lesz az országúton mért távolság a szökevény és az üldözők között az eredeti helyzettől számítva 10 perc múlva? A csúcson túl, a lejtőn lefelé 65 km/h átlagsebességgel képesek hajtani.”