

Többtámaszú öszvértartók elemzése képlékeny tartományban az EUROCODE 4 szerint

Plastic Analysis of the Composite Continuous Girders According to EUROCODE 4

Dr. MOGA Petru, Dr. KÖLLŐ Gábor, GUȚIU Ștefan, MOGA Cătălin
Kolozsvári Műszaki Egyetem

Abstract

In this paper the design methodology of the composite steel-concrete beams using plastic analysis, according to EC4 is presented. The presented methodology is exemplified to evaluate the load carrying capacity of a composite steel-concrete industrial platform.

1. Bevezető

Ebben a tanulmányban a többtámaszú öszvértartók számítását mutatjuk be az EC4 szabvány szerint.

Az EC4 által javasolt módszert egy gyakorlati tervezési feladaton keresztül mutatjuk be: egy hengerelt IPE240 acélból és monolit vasbetonlemezről kialakított főtartó (15×10m) számításán keresztül. A képlékeny tartományban történő tervezéskor a többtámaszú öszvértartók esetében is az acél-beton keresztmetszet igénybevételei tartalékait jobban kihasználjuk.

Figyelembe vesszük, hogy a támaszok fölött a beton repedezett, tehát a nyílás 15%-nak megfelelő hosszúságon a támaszok fölött csak az acéltartóra és az aktív betonszélességben elhelyezett betonvasra lehet számítani az igénybevételek átvételekor.

2. Többtámaszú tartók képlékeny tartományban

2.1. A hajlítónyomaték számítása

A többtámaszú öszvértartók teherbírása függ a keresztmetszet osztályától valamint a keresztmetszet elfordulási lehetőségétől.

A keresztmetszeti osztály, a hajlítónyomaték elosztása, a keresztmetszetet igénybevevő legnagyobb nyomaték közötti összefüggéseket az 1. táblázatban mutatjuk be.

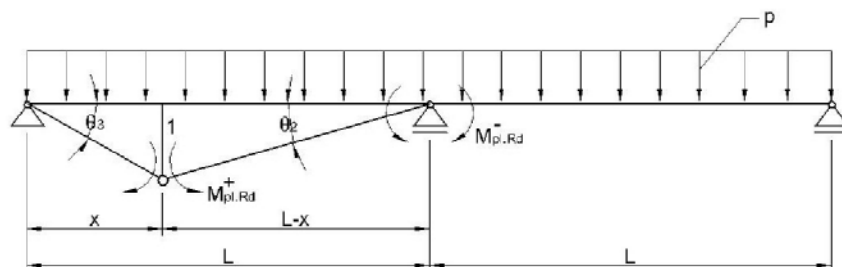
Keresztmetszeti osztály	Analízis	Keresztmetszet teherbírása
1	Merev test – képlékeny csuklók kialakulása Rugalmas tartomány – nyomatékok újraelosztása	M_{plRd}
2	Rugalmas tartomány – nyomatékok újraelosztása	M_{plRd}
3,4	Rugalmas tartomány – nyomatékok újraelosztása	$M_{pl,Rd,eff}$

A képlékeny tartományban történő számításakor a következő feltételezésekkel dolgozunk.

- a keresztmetszetnek a függőleges tengelye szimmetriatengely
- a keresztmetszet kialakítása nem teszi lehetővé a nyomott acélöv kihajlását
- képlékeny csuklók keresztmetszetében az aktív öszvérkeresztmetszet 1. osztályú kell legyen
- a képlékeny csukló melletti nyílások kielégítik:
 - szélsőnyílás esetén: $L_1 \leq 1,15 L_2$
 - közbelső nyílás esetén: $L_2 - L_1 \leq 0,50 L_1$

A tönkremenetelt előidéző terhelés

Az 1. ábrán látható tartón, egyenletes terhelés hatására először a közbenső támasznál alakul ki a képlékeny csukló, majd ha a terhelést növeljük, kialakul a második csukló is az első nyílásban.



1. ábra

Energetikai módszert alkalmazva:

$$W_{\text{int}} + W_{\text{ext}} = 0 \quad (1)$$

ahol

$$W_{\text{int}} = - \left[M_{pl,Rd}^- \cdot \theta_2 + M_{pl,Rd}^+ (\theta_2 + \theta_3) \right] \quad (2a)$$

$$W_{\text{ext}} = \frac{p \cdot L \cdot 1}{2} \quad (2b)$$

behelyettesítve

$$\theta_2 = \frac{1}{L-x}; \quad \theta_3 = \frac{1}{x} \quad \text{a (2a) és (2b) összefüggésekbe és jelölve } \beta = \frac{M_{pl,Rd}^+}{M_{pl,Rd}^-},$$

majd behelyettesítve az (1) összefüggésbe, kapjuk

$$p = \frac{2 M_{pl,Rd}^-}{L} \frac{x + \beta L}{x(L-x)} \quad (3)$$

A szélső értékeket megkapjuk, ha: $\frac{dp}{dx} = 0$,

Az x-et behelyettesítve a (3) összefüggésbe, megkapjuk: p_{rd}

$$x = L \left[\sqrt{\beta^2 + \beta} - \beta \right] \quad (4)$$

2.2. Számítás nyíróerőre

A keresztmetszet igénybevételét nyíróerőre az EC3 szerint számítjuk:

$$V_{Sd} \leq V_{pl,Rd} \quad (5)$$

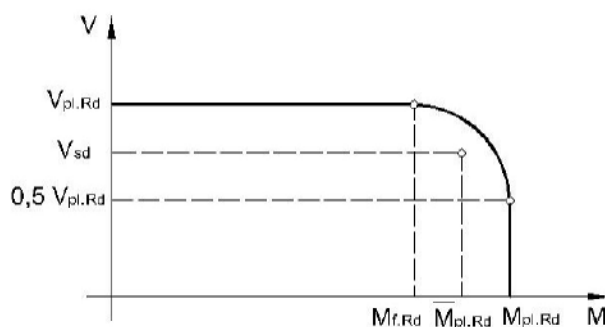
ahol $V_{pl,Rd}$ a gerinclemez igénybevehető nyíróerő

$$V_{pl,Rd} = A_v \frac{f_y}{\sqrt{3}} \frac{1}{\gamma_a} \quad (6)$$

$$V_{Sd} \geq 0,5 V_{pl,Rd} \quad (7)$$

ha

A nyomaték (képlékeny nyomaték) és a nyíróerő összefüggését a 2. ábrán mutatjuk be



2. ábra

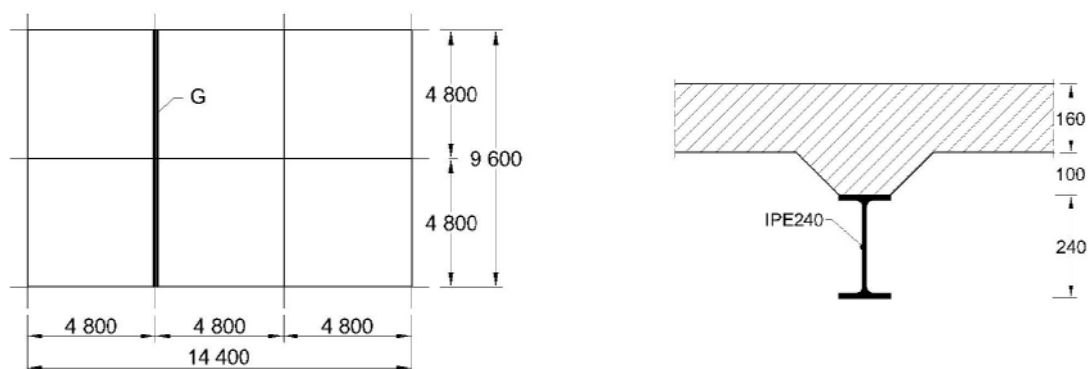
A csökkentet képlékeny nyomaték:

$$\bar{M}_{pl,Rd} = M_{f,Rd} + (M_{pl,Rd} - M_{f,Rd}) \left[1 - \left(\frac{2 V_{Sd}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right) \right] \quad (8)$$

Ahol $M_{f,Rd}$ – az öszvérkeresztmetszet képlékeny nyomatéka, anélkül, hogy figyelembe vennénk a keresztmetszet gerinclemezét.

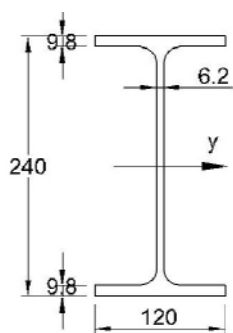
3. Alkalmazás

A 3. ábrán látható födém-elem számítása képlékeny tartományban



3. ábra

Felhasznált anyagok: IPE 240, S235 acél (4. ábra)



- $f_y = 235 \text{ N/mm}^2$
- $f_u = 360 \text{ N/mm}^2$
- $E_a = 210\,000 \text{ N/mm}^2$
- $I_y = 3\,892 \text{ cm}^4$
- $W_y = 324 \text{ cm}^3$
- $A = 39.1 \text{ cm}^2$

4. ábra

Beton C 20/25

$$f_{ck} = 20 \text{ Mpa}$$

$$E_{cm} = 29 \text{ kN/mm}^2$$

Beton acél Fe 350

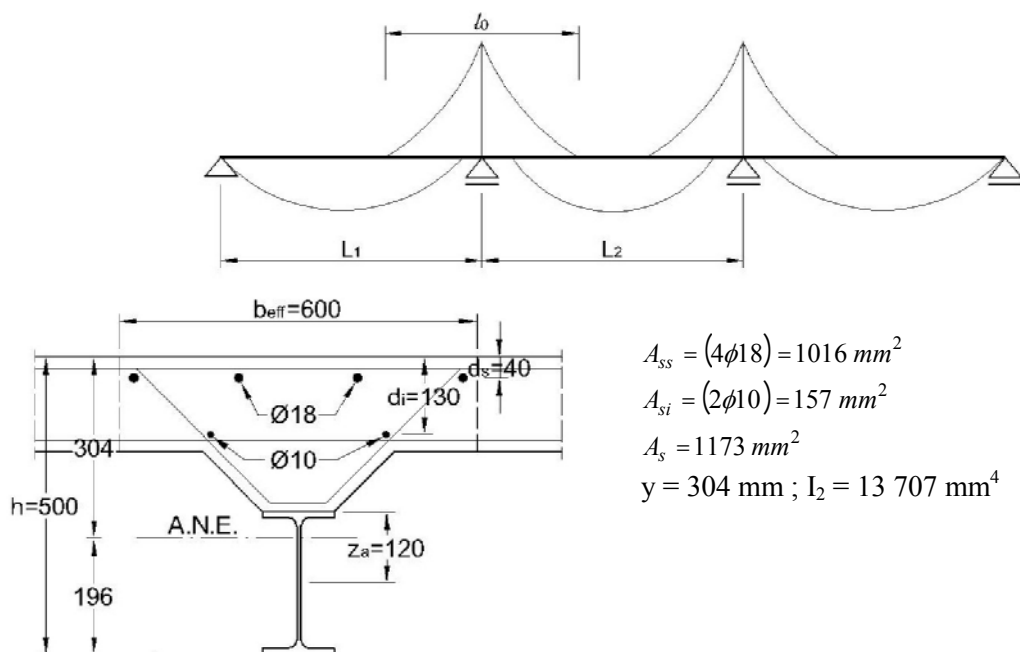
$$f_{sk} = 350 \text{ N/mm}^2$$

Terhelés

$$q_k = 10 \text{ kN/m}^2$$

3.1. Tervezési adatok

Az aktív lemezszélesség (5. ábra)



$$A_{ss} = (4\phi 18) = 1016 \text{ mm}^2$$

$$A_{si} = (2\phi 10) = 157 \text{ mm}^2$$

$$A_s = 1173 \text{ mm}^2$$

$$y = 304 \text{ mm} ; I_2 = 13\,707 \text{ mm}^4$$

5. ábra

Terhelési adatok:

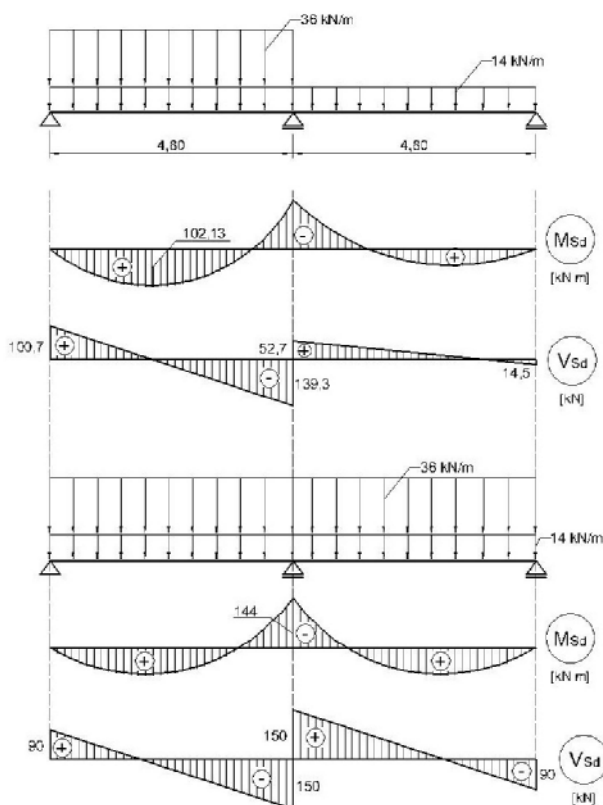
Állandó terhelés:

- acéltartó súlya $G_{k1} = 30,7 \text{ daN/m}$
- betonlemez súlya $G_{k2} = 1\,005 \text{ daN/m}$
- összterhelés $G_k = G_{k1} + G_{k2} = 1\,036 \text{ daN/m}$

Változó intenzitású terhelés: $Q_k = 0,5 \frac{1\,000 \cdot 4,8^2}{4,8} = 2\,400 \text{ daN/m}$

Mértékadó terhelés: $G_d = \gamma_G G_k + \gamma_Q Q_k = 1,35 \cdot 1\,036 + 1,50 \cdot 2\,400 = 5\,000 \text{ daN/m}$

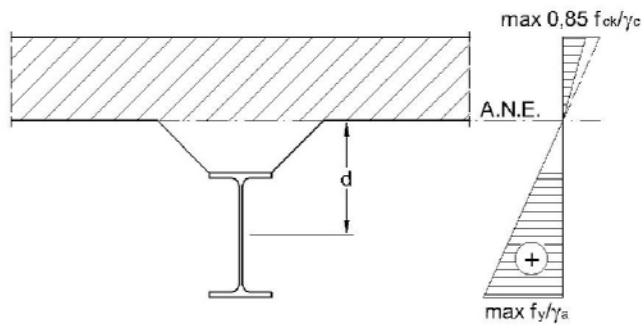
A tartó igénybevétele: (6. ábra)



6. ábra

A tartó keresztmetszete:

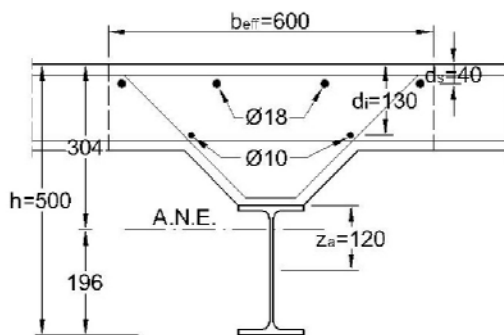
- alsó övlemez $c/t_f = 60/9,8 = 6,12 < 10\varepsilon = 10 \Rightarrow 1$ osztályú keresztmetszet
- gerinclemez $d/t_f = 190,4/6,2 = 30,7 < 33\varepsilon = 33 \Rightarrow 1$ osztályú keresztmetszet
- keresztmetszetek a 7., 8., 9. és 10. ábrákon láthatók



7. ábra

$$I_1 = 31\,688 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$

$$\Rightarrow M_{el.Rd}^+$$



8. ábra

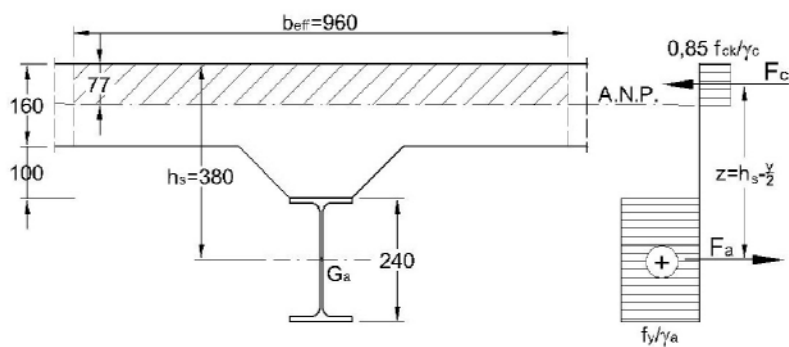
$$A_{ss} = (4\phi 18) = 1016 \text{ mm}^2$$

$$A_{si} = (2\phi 10) = 157 \text{ mm}^2$$

$$A_s = 1173 \text{ mm}^2$$

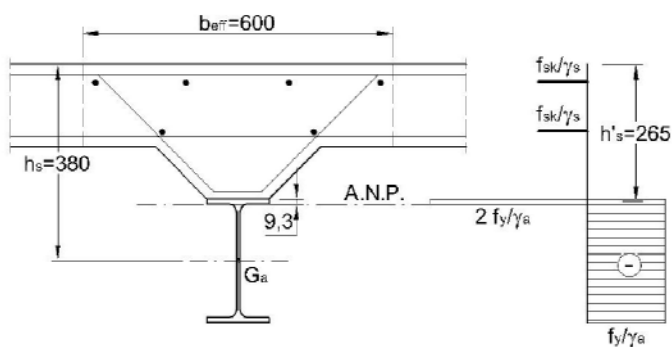
$$I_2 = 13\,707 \text{ mm}^4$$

$$\Rightarrow M_{el.Rd}^-$$



9. ábra

$$\Rightarrow M_{pl.Rd}^+$$



10. ábra

$$\Rightarrow M_{pl.Rd}^-$$

A nyomatékok a 2. táblázatban találhatóak:

Nyomaték (kN-ban)	Jelölés	Hely	
		Támaszköz	Támasz
Rugalmas	$M_{el.Rd}$	200.2	149.4
Képlékeny	$M_{pl.Rd}$	285.6	162

3.2. Képlékeny számítás

A tönkremenetelt előidéző terhelés

$$P_{rd} = \frac{2 \cdot 162}{4,80} \frac{2,13 + 1,76 \cdot 4,80}{2,13 (4,80 - 2,13)} = 125,5 \text{ kN/m}$$

A nyíróerő hatása:

$$V_{pl.Rd} = 1548 \frac{235}{\sqrt{3}} \frac{1}{1,1} 10^{-3} = 191 \text{ kN}$$

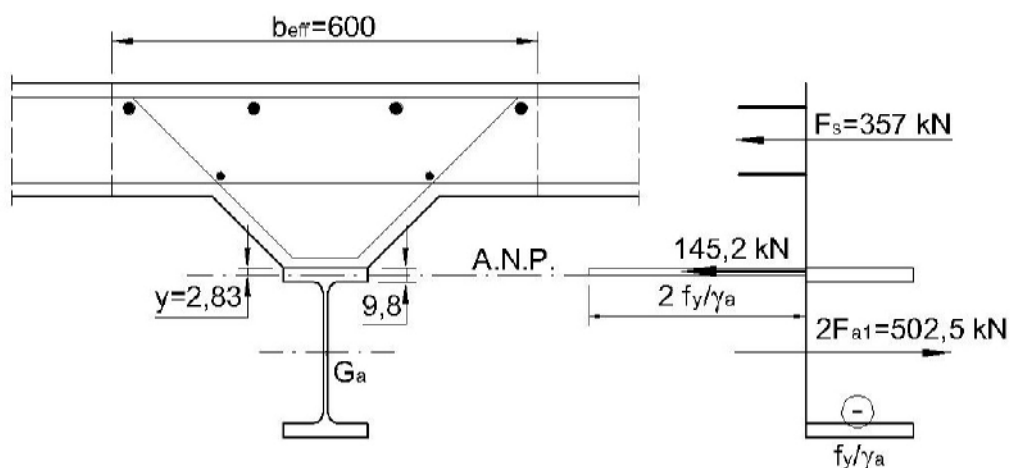
A gerinclemez kihajlása: $A_v = 1.04 \cdot h \cdot t_w = 1\,548 \text{ mm}^2$

$$\frac{d}{t_w} = 30,7 < 30 \varepsilon \sqrt{k_\tau} = 30 \cdot 1 \cdot \sqrt{5,34} = 69,3,$$

A nyíróerő hatása a képlékeny nyomatéokra:

$$V_{Sd} = 150 \text{ kN} > 0,5 V_{pl.Rd} = 0,5 \cdot 191 = 95,5 \text{ kN}$$

Meghatározzuk $M_{Rd} - t$, csak az övlemezeket véve figyelembe (IPE240)



11. ábra

Meghatározzuk:

$$F_s = A_s \frac{f_{sk}}{\gamma_s} = 1173 \frac{350}{1,15} 10^{-3} = 357 \text{ kN}$$

$$2 F_{a1} = 2 \cdot 120 \cdot 9,8 \frac{235}{1,1} 10^{-3} = 502,5 \text{ kN}$$

$$y = \frac{(502,5 - 357) 10^3}{120 \cdot 2 \cdot 235 / 1,1} = 2,83 \text{ mm}$$

$$M_{f.Rd} = (357 \cdot 300 + 142,2 \cdot 118) 10^{-3} = 124,2 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\bar{M}_{pl.Rd} = 124,2 + (162 - 124,2) \left[1 - \left(\frac{2 \cdot 150}{191} - 1 \right)^2 \right] = 149,5 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\bar{\beta} = 1,91; \quad x = 4,8 \left[\sqrt{1,91^2 + 1,91} - 1,91 \right] = 2,15 \text{ m}$$

A tönkrementelt előidézõ terhelés:

$$p_{rd}^{red} = \frac{2 \cdot 149,5}{4,80} \frac{2,15 + 1,91 \cdot 4,80}{2,15(4,80 - 2,15)} = 124 \text{ kN} / \text{m}$$

Következtetés

Az itt bemutatott számítás esetén jobban kihasználható a keresztmetszet teherbírása. Szükséges a nyíróerõ figyelembevétele a keresztmetszetet igénybevevõ nyomaték számításánál.

Felhasznált irodalom

*** EUROCODE 4. Design of composite concrete – steel constructions. EN 1994.

*** Calculul structurilor mixte din oțel – beton . Eurocode 4. Exemple de calcul. Tempus Project 01198. 1997.

Megjelent Prof. Dr. Kopenetz Lajos *Gondolatok statikusoknak* című könyve.

„A tartószerkezet, vagy röviden szerkezet, az építmények teherviselő része, amely a mérnöki mérlegelés alapján jön létre...”

Olvasmányos műszaki könyvet vesz a kezébe az, aki a *Gondolatok statikusoknak* című könyvet emeli le a könyvespolcra. Érdekes megközelítések, egyszerű magyarázatok, sok példával, így jellemezhető Kopenetz Lajos professzor könyve, amely bepillantást nyújt a statika, stabilitás és dinamika kérdéskörébe. Mindazoknak, akiket érdekelnek a fent említett témakörök, diákoknak és mérnököknek ajánlom elolvasásra ezt a 2006-ban, az *OPUS könyvek* sorozatban megjelent kiadványt.

Dr. Köllő Gábor