A lánchajtás geometriai méretezése

Bogdán Antal, Bogdán Etele-Huba

Kézdivásárhely

Abstract

The presented work describes the application of the acurate evolvent function for chain lenght calculation. This evolvent function is simpler than the approximating formula used for chain lenght calculation.

As the example show, in practice the approximating chain leght cannot be used. This gives as result longer distance between the shafts and shorter chain lenght.

Also the approximating formula is not suitable for the gear pair's teeth number calculation.

A dolgozat a közelítő összefüggéseknél egyszerűbb, pontos evolvensfüggvényes lánchosszképlet gyakorlati alkalmazását ismerteti.

A számpéldák kimutatják, hogy a gyakorlatban a közelítő lánchosszképlet nem használható. Ez a szükségesnél sokkal hosszabb tengelytávot és rövidebb láncot eredményez.

A használható fogszámpárok meghatározására sem alkalmas.

A szíjhossz evolvensfüggvényes kifejezése

Az 1. ábrán látható O_2MO_1 derékszögű háromszög kis befogóját kifejezve írhatjuk:

$$D\text{-}d=2A\cos\varepsilon\ , \tag{1}$$

ahol $k\cos\varepsilon=1$

A szíj félhosszát kifejező összefüggés az 1. ábra szerkesztéséből is következik. Ezt átírjuk az átmérőkkel:

$$L=\pi D+\varphi(D\text{-}d) \tag{2}$$

A szíjtárcsákról, mint alapkörökről lefejtett evolvensek a C pontban érintik egymást, ahol az alapkörök közös érintői metszik a központokat összekötő egyenest. A C ponti ε lefejtőszög a kiskerék érintési (átfogási) félszöge is. A C pont φ helyszöge az ε evolvensszöge:

$$inv\varepsilon = \varphi = \tan\varepsilon - \varepsilon = \rho - \arctan\rho = \sqrt{k^2-1} - \arccos\frac{1}{k} \tag{3}$$

A C ponti ρ görbületi sugár és a k evolvenssugár (rádiuszvektor) kielégítik a (3) egyenletet ha az alapkör sugara egységnyi.

A lánchosszképlet

A lánckerekek forgó húrsokszögeinek lánclengető-feszítgető hatásától eltekintve, az előbbi kifejezéseket alkalmazzuk a következő közelítő átmérőkkel:

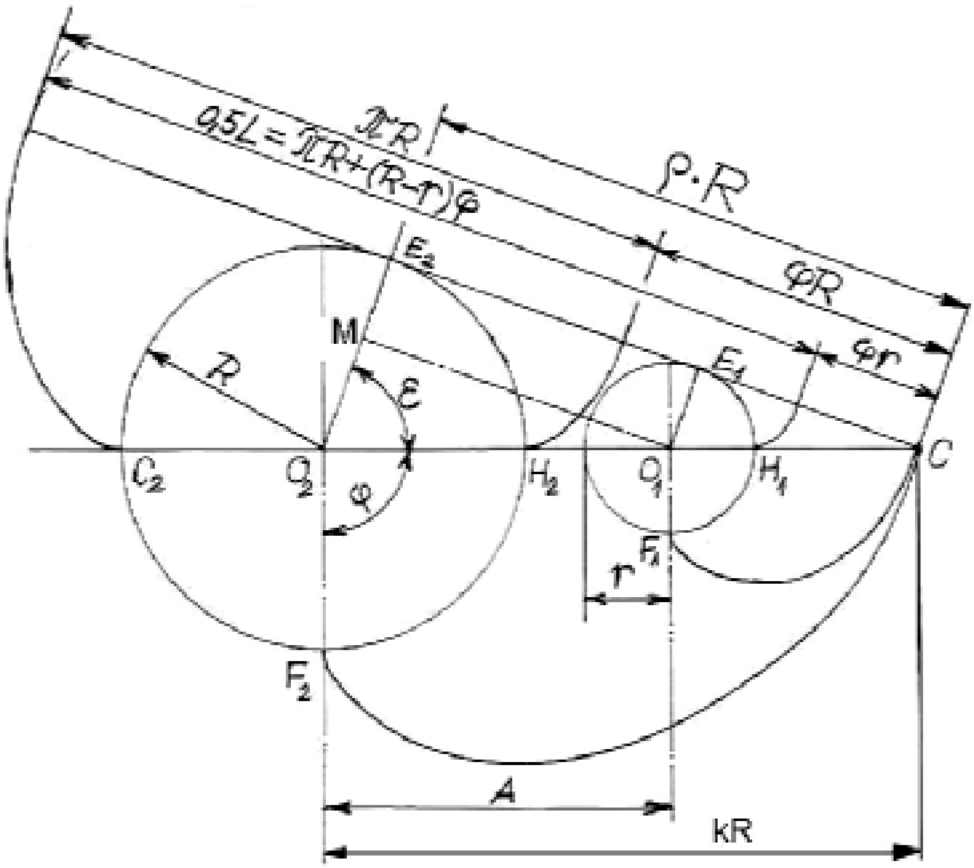
$$\pi d=pz_1\ ; \tag{4}$$

$$\pi D=pz_2 \tag{5}$$

Ezekkel az átmérőkkel az (1) és (2) kifejezések alkalmassá válnak a lánchajtás méretezésére:

$$2\pi A=k(Z_2-Z_1)p \qquad (6)$$

$$\frac{L}{p}=Z_L=Z_2+\varphi\frac{Z_2-Z_1}{\pi} \qquad (7)$$



1. ábra

A tengelytáv számítása

1. Példa

A lánc Z_L=114 láncszemből áll. A lánckerekek fogszámai Z_1=14 és Z_2=108. A közelítő másodfokú egyenlettel a tengelytáv a következő:

$$B=Z_L-\frac{Z_1+Z_2}{2}=114-\frac{14+108}{2}=53$$

$$Z_A=\frac{A}{p}=\frac{B}{4}\left[1+\sqrt{1-2\left(\frac{Z_2-Z_1}{\pi\cdot B}\right)^2}\right]=\frac{53}{4}\left[1+\sqrt{1-2\left(\frac{94}{\pi\cdot 53}\right)^2}\right]=21{,}22829886$$

p=19,05 mm-es láncosztásnál $A=pZ_A$=404,3991 mm

A (7) kifejezéssel: $\varphi = \pi \dfrac{Z_L - Z_2}{Z_2 - Z_1} = \pi \dfrac{114-108}{108-14} = \dfrac{3\pi}{47} = 0{,}20052719$

Az f=φ+0,5π segédfüggvény: f=1,771323517

A k evolvenssugár közelítő értéke: $k_1^{\,2} = f\left(f^4 - 4f^2 + \dfrac{14}{3} - \dfrac{1{,}6}{f^2}\right)^{0{,}25} = 1{,}944024054$

A közelítő görbületi sugár: $\rho_1 = \sqrt{k_1^{\,2} - 1} = 0{,}971609002$

Az első iterálással pontosított görbületi sugár:

$$\rho_2 = \rho_1 - \left(1 + \frac{1}{\rho_1^{\,2}}\right)(\rho_1 - \arctan\rho_1 - \varphi) = 0{,}971438973$$

A második iterálási lépés: $\rho_3 = \rho_2 - \left(1 + \dfrac{1}{\rho_2^{\,2}}\right)(\rho_2 - \arctan\rho_2 - \varphi) = 0{,}971438958$

Ez megfelel, mert $\rho_3 - \arctan\rho_3 = 0{,}20052719 = \varphi$; ε=arctanρ3=0,770911768
1/k=cosε=0,717275657

A (6) kifejezéssel számítjuk a tengelytávot

$$\frac{A}{p} = k\frac{Z_2 - Z_1}{2\pi} = 1{,}39416414\frac{94}{2\pi} = 20{,}85748275$$

$A = pZ_A$=19,05.20,8575=397,335 mm ΔA=404,399-397,335=7,064 mm
Látható hogy a közelítő tengelytávra nem lehet legyártani a hajtóművet, mivel ez a szükségesnél 7 mm-el nagyobb.

A lánchajtásoknál használható fogszámpárok

Ebben az esetben az ismert tengelytáv és láncosztás mellett keressük a megvalósítható fogszám-viszonyokat, vagyis a fogszámpárokat.

2. Példa

A=400 mm p=19,05 mm és 25,4 mm

A legnagyobb fogszámösszeg: $\Sigma z = z_1 + z_2 = 2\pi\left(\dfrac{A}{p} - 1{,}5\right) = 2\pi\dfrac{A}{p} - 9{,}5$

A legnagyobb fogszámkülönbség: $\Delta Z = Z_2 - Z_1 = \Sigma Z - 2Z_{1\min}$

Mindenik Δz fogszámkülönbségből kiszámítjuk a k evolvenssugarat és a φ evolvensszöget:

$$k = \frac{2\pi}{\Delta Z}\frac{A}{p}; \rho = \tan\left(\arccos\frac{1}{k}\right); \varphi = \rho - \arctan\rho \qquad (6)$$

A (6) és (7) egyenletekből a láncszemek ú.n. kis törtszáma a következő:

$$Z' = \frac{L}{p} - Z_2 = 2Z_A\frac{\varphi}{k} = \frac{\Delta Z}{\pi}\varphi = Z_0 - e \qquad (7)$$

Használható az a fogszámkülönbség amelyik a Z' kis törtszámot az egész Z_0-ra felkerekítő e értéket 0,25-nél kisebbre adja: 0<e<0,25
A számokat az (1) táblázat szemlélteti

Használható fogszámpárok ha A=400 mm , p=19,05 mm és p=25,4 mm 1. táblázat.

ΔZ $Z_2 - Z_1$	Z' $\frac{\varphi}{\pi}\Delta Z$	$\frac{Z_{1\min}}{Z_{2\min}}$	$Z_0 + Z_2$ $Z_{L\min}$	$\frac{Z_{1\max}}{Z_{2\max}}$	$Z_0 + Z_{2\max}$ $Z_{L\max}$	e $Z_0 - Z'$	ΔL ep mm
	p=19,05				$\Sigma z \leq 122$		
91	6,95364	14/105	112	16/107	114	0,0464	0,883
80	9,9835	14/94	104	21/101	111	0,0165	0,314
53	18,9314	14/67	86	34/87	106	0,0686	1,308
40	23,94	14/54	78	41/81	105	0,06	1,14
35	25,9814	14/49	75	43/78	104	0,0186	0,354
19	32,931	14/33	66	51/70	103	0,069	1,315
	p=25,4				$\Sigma z \leq 90$		
62	6,9105	14/76	83	14/76	83	0,0895	2,273
52	9,955	14/66	76	19/71	81	0,045	1,143
46	11,9653	14/60	72	22/68	80	0,0347	0,881
35	15,9878	14/49	65	27/62	78	0,0122	0,31
30	17,9551	14/44	62	30/60	78	0,0449	1,141

A táblázat a használható fogszámkülönbségekből csak néhányat tartalmaz. Tehát bármilyen tengelytáv és láncosztás esetében, ritka kivétellel a kívánt z_1/z_2 fogszámviszony megközelíthető valamelyik használható fogszámpárral.

A táblázati példát követve kiszámítjuk A=400 mm p=19,05 és z_2-z_1=108-14=94 esetében a lánchosszat pontosan és közelítve.

$$k = \frac{2\pi}{\Delta z}\frac{A}{p} = \frac{2\pi}{94}\frac{400}{19{,}05} = 1{,}403514895 \qquad \varphi = \sqrt{k^2 - 1} - \arccos\frac{1}{k} = 0{,}207065643$$

$$\frac{L}{p} - Z_2 = \frac{\varphi}{\pi}\Delta Z = \frac{0{,}207065643}{\pi}94 = 6{,}1956379; \qquad L = 19{,}05 \cdot 114{,}1956379 = 2175{,}427 mm$$

Közelítve:

$$\frac{L}{p} = \frac{2A}{p} + \frac{Z_1 + Z_2}{2} + \frac{p}{A}\left(\frac{Z_2 - Z_1}{2\pi}\right)^2 = \frac{2 \cdot 400}{19{,}05} + \frac{14 + 108}{2} + \frac{19{,}05}{400}\left(\frac{94}{2\pi}\right)^2 = 113{,}6541$$

$$L = 19{,}05 \cdot 113{,}6541 = 2165{,}111 mm$$

Vagyis a közelítő lánchossz 10,3 mm-el rövidebb a szükségesnél, nem szerelhető.