

Ortotrop lemezes hídfelépítmény számításának, stabilitásának és kialakításának néhány kérdése

P. Moga, Köllö G., St. Gutiu, C. Moga
Kolozsvári Muszaki Egyetem, Románia

Abstract

A steel bridge with an orthotropic deck represents an integral structure, where the orthotropic deck serves as a load distributing deck plate as well as a tension or compression flange of the main girders. The buckling checking procedure of the orthotropic deck and a numerical example are presented in this paper.

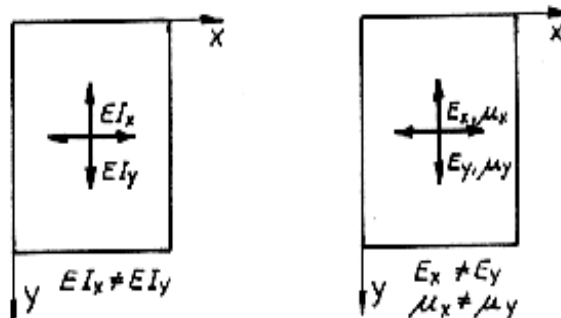
1. Bevezeto

Az ortotrop lemezfelépítmény egy folytonos, 12–20 mm vastagságú acéllemez, amelyet két irányban merevített hosszbordák és keresztbordák segítségével alakítanak ki.

A hosszbordák surubbek, a keresztbordák merevebb keresztmetszetűek.

A hossz- és keresztbordák különböző keresztmetszete miatt az ortotrop lemez különböző merevségű a két fő irányban: $EI_x \neq EI_y$

Az 1-es ábrán két anizotrop lemezt mutatunk be:



1. ábra

a) Szerkezeti anizotrópia

b) Természetes anizotrópia

A hegesztési technológiák bevezetése után a hídepítészetben az ortotrop lemezeket széles körben kezdtek alkalmazni, főleg azért, hogy a számítógépek alkalmazása lehetővé tette ezen szerkezetek pontosabb számítását.

Az ortotrop lemezek alkalmazásának az előnyei a „klasszikus” szerkezetekkel szemben a következők:

- ? gazdaságosabb
- ? kisebb saját tömeg
- ? üzemi kivitelezhetőség
- ? nagyobb merevség azonos anyagfelhasználásnál
- ? könnyű összeszerelhetőség
- ? esztétikus megjelenés

Ortotrop lemez alkalmazható gerenda főtartójú híd, rácsszerkezetű híd, kerethíd, ívhíd valamint függőhidak esetében.

2. Az ortotrop lemezszerkezetek kialakítása

Az ortotrop lemezek hosszbordáinak és keresztbordáinak a hajlítási és csavarási merevsége szerint ezeket három csoportba sorolhatjuk:

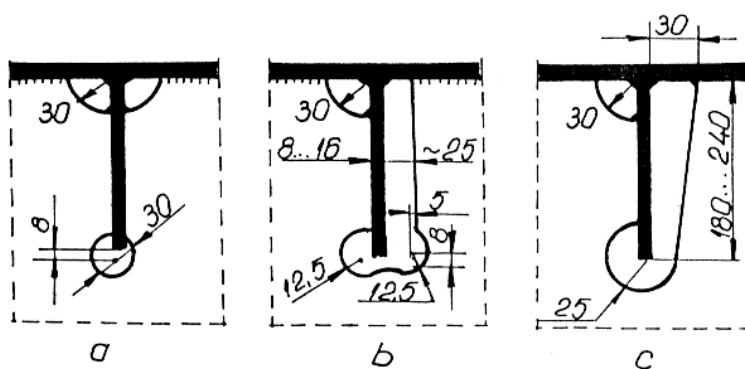
- ? csavarásra rugalmas hosszbordájú lemezek
- ? merev hosszbordájú és csavarásra rugalmas keresztbordájú lemezek
- ? csavarásra merev hossz és keresztbordájú lemezek

Csavarásra rugalmas hosszbordájú ortotrop lemezek

A hosszbordákat akkor alakítjuk ki úgy, hogy csavarásra rugalmasak legyenek ha a keresztbordák közötti távolság elég kicsi (kb. 1800 mm).

Ebben az esetben a hosszbordák kialakíthatók lemezekből (téglalap), szögvasakból (L, T) vagy hegesztett lemezekből kialakított T keresztmetszetű tartókból.

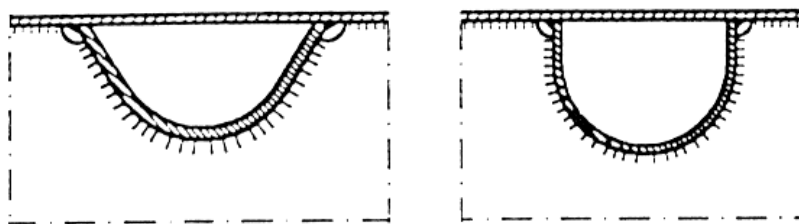
A hosszbordák folytonosak és át vannak vezetve a keresztbordákban kialakított üregeken, és két vagy több hegesztési varrattal ezekhez vannak erősítve (2. ábra).



2. ábra

Merev hosszbordájú és csavarásra rugalmas keresztbordájú ortotrop lemezek

A csavarásra merev hosszbordákat zárt keresztmetszettel alakítják ki, amelynek a felső öve a folytonos lemez. (3. ábra)



3. ábra

Ezek a hosszbordák vékony falú zárt keresztmetszetű tartók. A keresztbordák távolsága ebben az esetben megnövekszik $a=(12...30)b$ ahol b a hosszbordák közötti távolság.

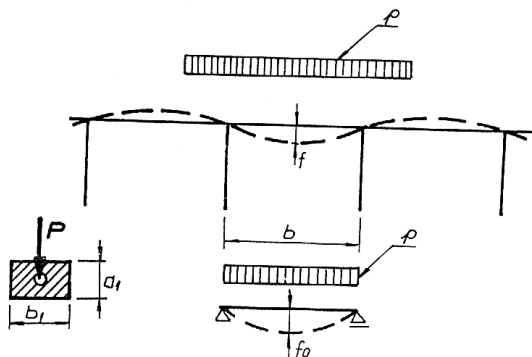
Csavarásra merev hosszú keresztbordájú ortotrop lemezek

Ezek a lemezfelépítmények a legmerevebbek. A keresztbordák közötti távolság $a=(20...40)b$.

Ezeknél a lemezeknél a keresztbordák folytonosak. A hosszbordákat megszakítják a keresztbordáknál. Ebben az esetben tudjuk biztosítani a legkisebb szerkezeti magasságot.

3. Az ortotrop lemezhidak méretezése

A méretezés során kiválasztjuk a folytonos lemez vastagságát, a hossz- és keresztbordák méreteit valamint az ezek közötti távolságot. Ugyancsak most kell meghatározni a hossz- és keresztbordákkal együttdolgozó acéllemez szélességét. Az acéllemez vastagsága a megengedett lehajlásból határozható meg. (4. ábra)



4. ábra

A megengedett lehajlás $\frac{1}{300}$ (hosszbordák közötti távolság).

Feltételezve, hogy a folytonos lemez lehajlása f , kb. $1/6$ -a a kéttámaszú lemez lehajlásának f_0 :

$$f \approx \frac{1}{6} f_0 \approx \frac{1}{6} \cdot \frac{5pb^4}{384EI_{pl}} \quad (1)$$

ahol:

$$p \approx \frac{P}{a_1 \cdot b_1} \text{ – egyenletes terhelés, amelyet a } P \text{ jármuteher okoz}$$

$$I_{pl} \approx \frac{1}{12} t^3 \text{ – a lemez tehetetlenségi nyomatéka}$$

Következik tehát, hogy t lemezvastagság

$$t \approx 2 \cdot b \cdot \sqrt[3]{\frac{P}{E}} \quad (2)$$

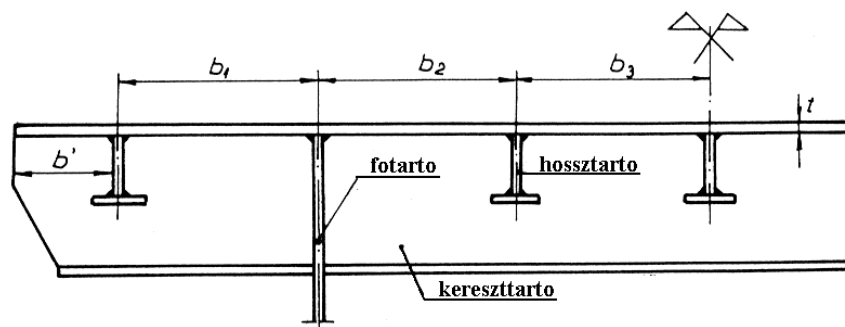
Továbbá javasolják a következő feltételek teljesülését:

$$\left. \begin{aligned} t &\approx 2.5 \cdot b \cdot \sqrt[3]{\frac{p}{2E}} \\ t &\approx \frac{b}{25} \\ t &\approx 12 \text{ mm} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

A lemezbordák közötti távolság

Ismerve a lemezvastagságot (t), a lemezbordák közötti távolságot (b_1) a következő feltételekből határozzuk meg (5. ábra):

$$\left. \begin{array}{l} \frac{b_i}{t} \approx 70 \quad \text{OL37} \\ \frac{b_i}{t} \approx 60 \quad \text{OL52} \\ \frac{b'}{t} \approx 9.1 \sqrt{\frac{2400}{\sigma_c}} \end{array} \right\} \quad (4)$$



5. ábra

A hosszbordák keresztmetszete

A merevítő hosszbordák keresztmetszetét úgy kell megválasztani, hogy a következő karcsúsági feltételek fennálljanak:

$$\left. \begin{array}{l} c_r \approx 12 \sqrt{\frac{2400}{\sigma_c}}, \sigma_{\max} \approx 0.5 \sigma_c \\ c_r \approx 20 \sqrt{\frac{2400}{\sigma_c}}, \sigma_{\max} \approx 0.5 \sigma_c \end{array} \right\} \quad (5)$$

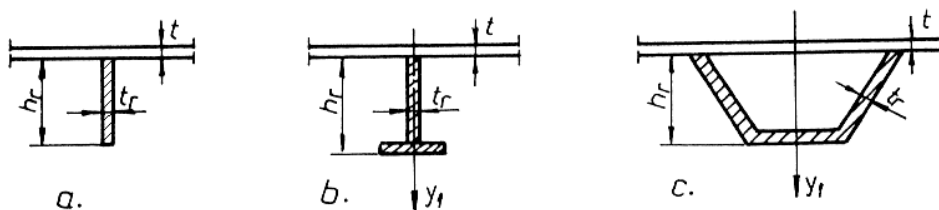
ahol:

σ_{\max} – maximális normál nyomó feszültség az acéllemezben a hosszborða keresztmetszetében

$c_r \approx \frac{h_r}{1.5 t_r} \approx \frac{b}{12 t}$ – lemez merevítés esetén (6a. ábra)

$c_r \approx \frac{h_r}{1.35 t_r + 0.56 i_{ry}} \approx \frac{b}{12 t}$ – T vagy zártkeresztmetszet esetén (6b, 6c. ábra)

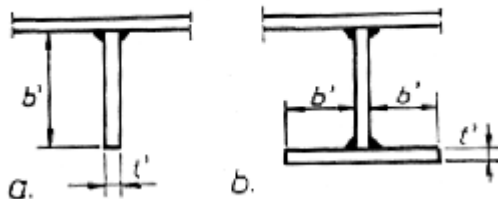
i_{ry} – inerciasugár (hosszmerevítés (hosszborða) a felső együttdolgozó acéllemez nélkül)



6. ábra

A szélso hosszborða esetén (7. ábra) a következõ összefüggés kell, hogy teljesüljön:

$$\frac{b'}{t'} \geq 15 \sqrt{\frac{2400}{\sigma_c}} \quad (6)$$



7. ábra

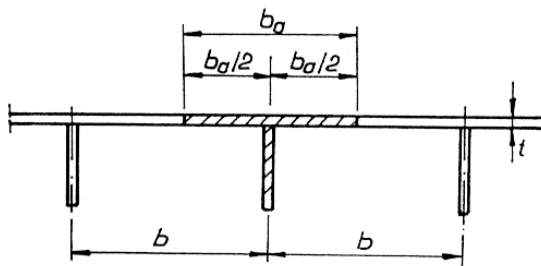
Együtdolgozó lemezszélesség (aktív lemezszélesség)

Az együtdolgozó lemezszélesség hozzátartozik a lemezborda keresztmetszetéhez (8. ábra).

$$\left. \begin{aligned} b_a &\geq b, \quad \frac{b}{t \sigma_c} \geq 0.424 \\ b_a &\geq b \sqrt{1.474 + 1.119 \frac{b}{t \sigma_c}}, \quad 0.424 \geq \frac{b}{t \sigma_c} \geq 0.781 \\ b_a &\geq \frac{b}{2.73} \sqrt{\frac{t \sigma_c}{b}}, \quad \frac{b}{t \sigma_c} \geq 0.781 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

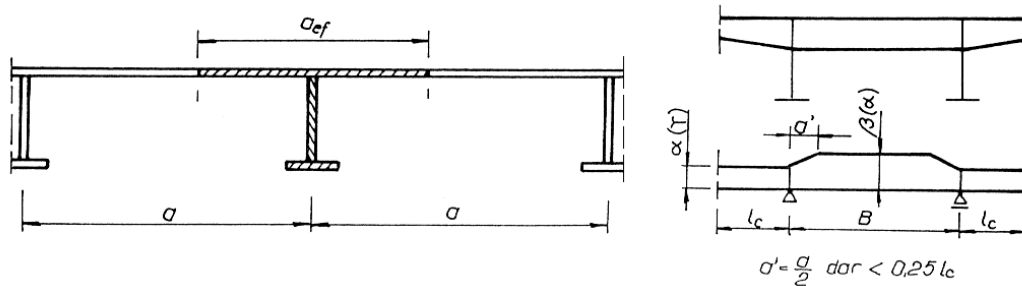
ahol:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{E}{\rho_c}}$$



8. ábra

A keresztbordával együtdolgozó lemezszélességet a 9. ábra szerint határozhatjuk meg.



9. ábra

α Az együttdolgozó szélesség a keresztborda igénybevétele esetén
 $a_{ef} = \alpha a$ – a kereszttartók nyílásában
 $a_{ef} = \alpha a$ – a kereszttartók konzoljában

(8. a)

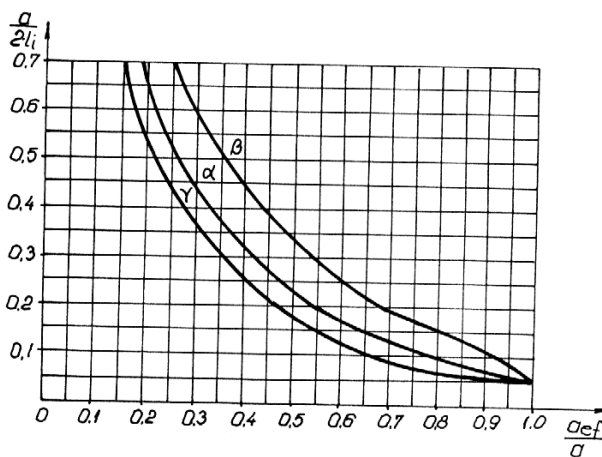
α Az együttdolgozó szélesség a szilárdságtani ellenőrzések és stabilitási ellenőrzések esetén.
 $a_{ef} = \alpha a$ – a kereszttartók nyílásában
 $a_{ef} = \alpha a$ – a kereszttartók konzoljában

(8. b)

Az α , α' , β együtthatók meghatározhatók az $\frac{a}{2l_i}$ függvényében, ahol l_i -t a 10. ábra szerint kell meghatározni.

$l_i = B$ (keresztbordák nyílása)

$l_i = l_c$ (keresztbordák konzolja)



10. ábra

4. Az ortotrop lemezes hídfelépítmény számítása

Az ortotrop lemez egyenletét (M.T. Huber) a 9. összefüggés adja meg:

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x, y) \tag{9}$$

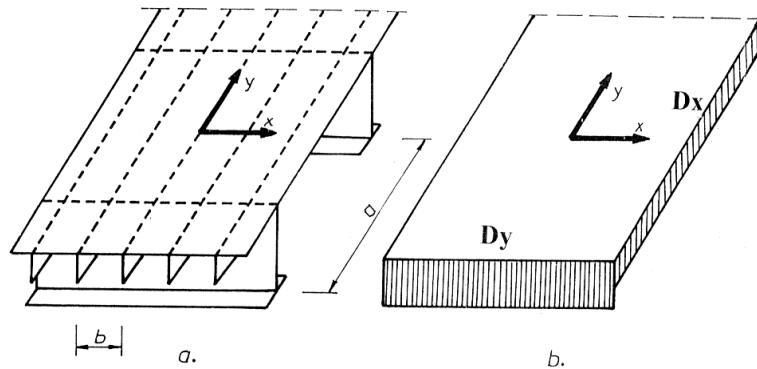
ahol:

w – a lemez lehajlásai

$p(xy)$ – a lemez középsíkjának a terhelése

D_x, D_y, H – a merevségi állandók az x és y tengely irányában valamint a csavarási merevségi állandó.

A 11. ábrán bemutatjuk az ortotrop és a „sima” lemez megfeleltetését.



11. ábra

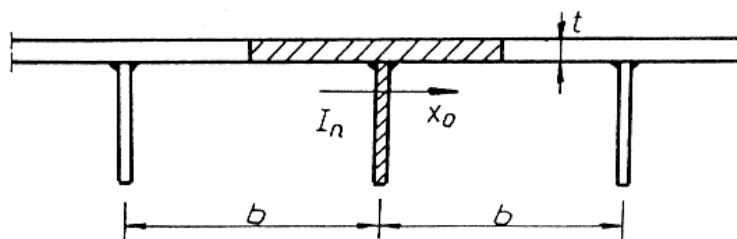
A 9. egyenletben:

D_x – a lemez merevsége az X–X irányában

$$D_x = \frac{EI_n}{b} \left(1 + \frac{b_a}{b} \right) \frac{Et^3}{12(1 - \nu_x \nu_y)} \quad (10. a)$$

ahol

I_n – egy hosszborða tehetetlenségi nyomatéka (12. ábra)



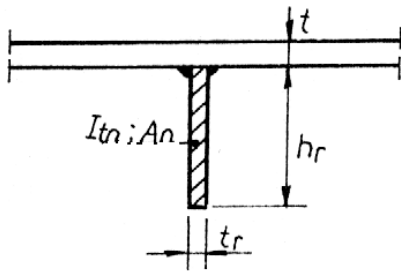
12. ábra

b_a/b az együttdolgozó lemezszélesség állandója $b_a/b = 1$

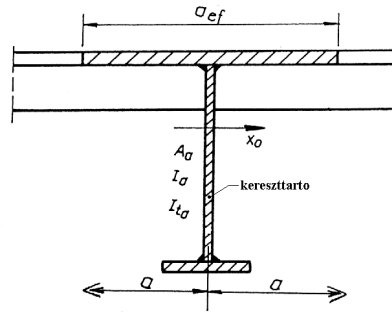
$$\mu_x, \mu_y = \nu_x = 0.3 \frac{a t}{A_a} \quad \nu_y = 0.3 \frac{b t}{A_n} \quad \text{Poisson állandó}$$

A_n – a hosszborða területe felsőlemez nélkül (13. ábra)

A_a – a keresztborða területe együttdolgozó felső acéllemezzel (14. ábra)



13. ábra



14. ábra

D_y – a lemez merevsége Y–Y irányban

$$D_y = \frac{EI_a}{a} + \frac{Et^3}{12(1-\nu_x\nu_y)} \quad (10. b)$$

ahol:

I_a – a keresztborda tehetlenségi nyomatéka az X_0 tengelyhez viszonyítva (a súlypontján átmenő tengely) (14. ábra)

H – az ortotrop lemez csavarási együtthatója

$$H = \frac{1}{2} \left(\frac{D_x}{D_y} + \frac{D_y}{D_x} \right) - \frac{Gt^3}{6} \left(\frac{G}{2b} - \frac{I_m}{a} \right) \quad (10. c)$$

ahol:

I_m – a hosszborða tehetlenségi nyomatéka (felső lemez nélkül)

I_{ta} – a keresztborda csavarási tehetlenségi nyomatéka a felső aktív lemezszélességgel

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

A 9-es számú egyenlet megoldása a 10. a, b, c együtthatók behelyettesítésével megadja a $W(x,y)$ lehajlásokat amelyek függvényében meghatározhatók a forgató, csavaró nyomatékok valamint a vágóerők.

$$M_x = D_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (11. a)$$

$$M_y = D_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (11. b)$$

$$M_{xy} = D_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (11. c)$$

$$T_x = D_x \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + D_{xy} \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \quad (11. d)$$

$$T_y = D_y \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + D_{xy} \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \quad (11. e)$$

A 9-es differenciálegyenlet megoldása nagyon nehéz feladat, ezért gyakorlati feladatoknál Fourier sorokat, vagy a véges elem módszerét szokták alkalmazni.

Ezen módszerek mellett a gyakorlatban egyszerűsített módszereket is alkalmaznak mint:

- ? a Pelikan–Esslinger módszer
- ? a Fisher módszer
- ? a síkbeli tartórácsok módszerét

Ezek a számítási módszerek megtalálhatók a szakirodalomban [1]; [2]; [4]

5. Az ortotrop lemezek stabilitása

A felső acéllemez kihajlása a következő esetekben fordulhat elő:

- a) két hossz- és két keresztborda által meghatározott lemezmezőben $b < a$?
 - b) együtt a hossz- és keresztbordákkal a főtartók és a keresztbordák által meghatározott lemezmezőben $b < a$?
 - c) a hossz- és keresztbordákkal a főtartók és a felfekvésnél (alátámasztás) található keresztbordák közötti lemezmezőben $B < L$?
- a) Ha a hossz- és keresztbordák nem szenvednek alakváltozást, akkor a kihajlott lemezmező $b < a$ lesz.

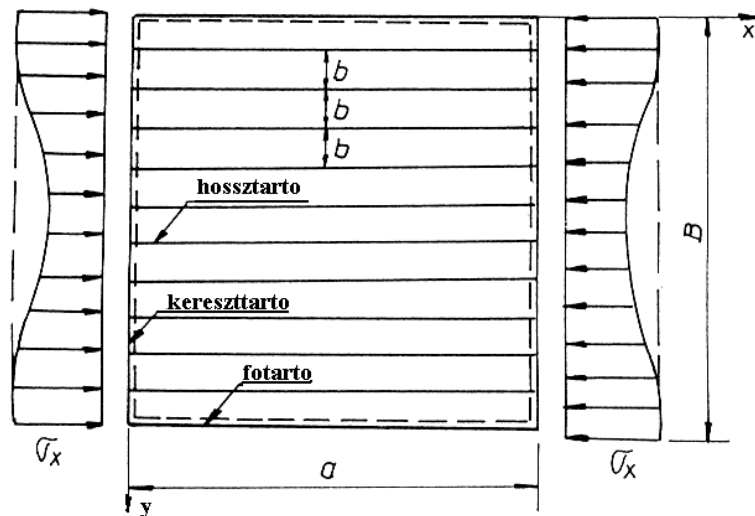
$$\sigma_{cr}^{(1)} = 758 \frac{100 t^2}{b^2} \quad (\nu = 0.1) \quad (12. a)$$

kritikus feszültség

$$\sigma_{cr}^{(2)} = \frac{E I_n}{a^2 t b_a A_n} \quad (12. b)$$

- b) Peremen csuklósan kapcsolódó és két oldalon összenyomott lemez esetén a kritikus nyomófeszültség a 15. ábra szerint

$$\sigma_{cr} = \frac{E D_x}{B^2 t_{echiv}} \left(\frac{D_x}{2H} + D_y \right)^2 \quad (13)$$



15. ábra

Ahol a D_x , D_y és H -t a 4. pont szerint határozhatjuk meg.

L_s – a kihajlási hullám fele

t_{echiv} – a lemeznek megfelelő vastagság (ekivalens vastagság)

A legkisebb kritikus feszültséget a következő összefüggésből számíthatjuk

Ha

$$a \approx L_s, \quad \sigma_{cr} \approx \frac{2\sigma^2}{B^2} \sqrt{D_x D_y} \approx H \quad (14)$$

Ha $L_s \approx a$ akkor $L_s \approx a$ és $\sigma \approx a/B$ és alkalmazható a (13) összefüggés
A lemez merevsége az Y-Y irányában:

$$D_y \approx \frac{E t^3}{12(1 - \nu_x \nu_y)}$$

c) Feltételezve, hogy ha a két szembenfekvő oldal egyenletes nyomásnak van kitéve, a stabilitási ellenőrzést a következő összefüggésekkel végezzük:

$$\sigma \approx \frac{L_s}{B}; \quad L_s \approx B \sqrt{\frac{D_x}{D_y}}$$

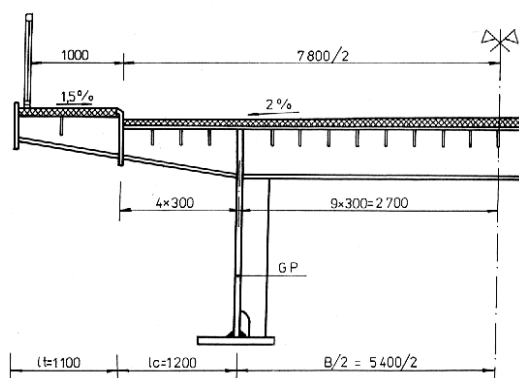
Ahol:

D_y – a merevségi állandó Y–Y irányban

H – a csavarási merevségi állandó (10. összefüggés)

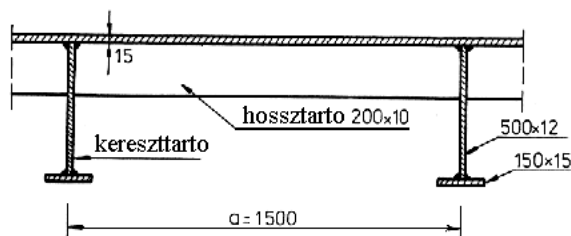
6. Számpélda egy ortotrop lemez stabilitási számítására

Ellenorizzuk a 16. ábrán látható $L=60\text{m}$ nyílású és 10m szélességű ortotrop pályalemezt. Az 5.pont szerint végezzük el a számításokat.



16. ábra

a) A 17. ábra szerint:



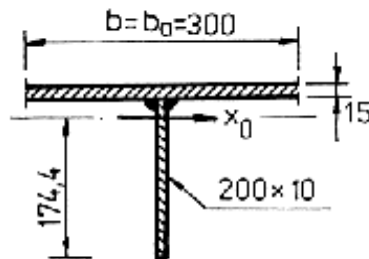
17. ábra

$$\sigma_{cr}^{(1)} \approx \frac{4\sigma^2 D}{t b^2} \approx 758 \frac{100 t}{b} \approx 18950 \text{ daN/cm}^2 \approx \sigma_c \approx 2400 \text{ daN/cm}^2$$

ahol:

$$D = \frac{E t^3}{12(1 - \nu^2)}$$

A kritikus feszültség egy hosszbordára és a hozzátartozó lemezre (18. ábra) a következőképpen számítható:



$$I_n = 2275 \text{ cm}^4$$

$$A_n = 20 \text{ cm}^2$$

18. ábra

$$\sigma_{cr}^{(2)} = \frac{\sigma_c^2 E I_n}{a^2 t b A_n} = 32241 \text{ daN/cm}^2 \quad \sigma_c = 2400 \text{ daN/cm}^2$$

ahol:

$$b_a = b:$$

$$\frac{b}{t \sigma_c} = \frac{30}{1,5 \cdot 92,88} = 0,21 < 0,424$$

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{E}{\sigma_c}} = \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^6}{2400}} = 92,88$$

Tehát a lemez stabilitása biztosítva van.

b) A B-a? lemezmezo stabilitása.

A lemez két oldalon csuklósan kapcsolt és egyenletesen összenyomott a szembenlevo oldalakon.

$$\sigma_{cr} = \frac{\sigma_c^2}{B^2 t_{echiv}} \frac{D_x}{\sigma_c^2} = 2H \sigma_y \frac{\sigma_c^2}{\sigma_c^2}$$

$$t_{echiv} = t \frac{A_n}{b} = 1,5 \frac{20}{30} = 2,16 \text{ cm}$$

$$D_x = \frac{E I_n}{b} \frac{b_a}{b} \frac{E t^3}{12(1 - \nu^2)} = \frac{E I_n}{b} = 159,25 \cdot 10^6 \text{ daN cm}$$

$$D_y = \frac{E I_a}{a} \frac{a_{ef}}{a} \frac{E t^3}{12(1 - \nu^2)}$$

$$= \frac{2,1 \cdot 10^6 \cdot 81534}{150} \frac{105}{150} \frac{2,1 \cdot 10^6 \cdot 1,5^3}{12(1 - 0,207)} = 1141 \cdot 10^6 \text{ daN cm}$$

A 19. ábra szerint:

a_{ef} a keresztartó (borda) nyílása.

$$\frac{a}{2l_i} = \frac{a}{2B} = \frac{150}{2 \cdot 540} = 0,138 \approx 0,7$$

$$a_{ef} = 0,7 \cdot 150 = 105 \text{ cm.}$$

$$H = \frac{1}{2} \cdot D_y = \frac{1}{2} \cdot D_x = \frac{Gt^3}{6} = \frac{G}{2} \cdot \frac{I_{in}}{b} = \frac{I_{ta}}{a}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 0,145 \cdot 1141 \cdot 10^6 = 0,207 \cdot 159,25 \cdot 10^6 = \frac{0,808 \cdot 10^6 \cdot 1,5^3}{6}$$

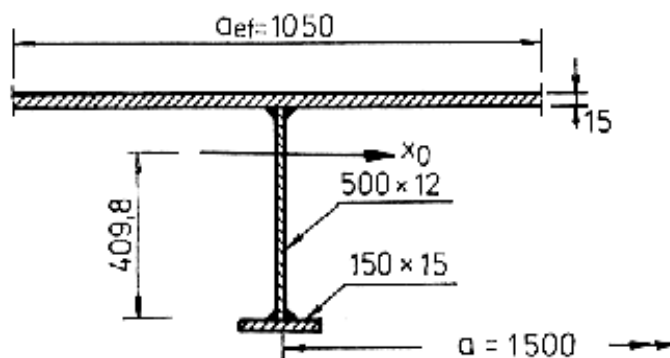
$$= \frac{0,808 \cdot 10^6}{2} \cdot \frac{6,66}{30} = \frac{163,8}{150} = 85,29 \cdot 10^6 \text{ daN} \cdot \text{cm}$$

$$I_{in} = \frac{1}{3} \cdot 20 \cdot 1^3 = 6,66 \text{ cm}^4;$$

$$I_{ta} = \frac{1}{3} \cdot 15 \cdot 105^2 \cdot 1,5^3 = 50 \cdot 1,2^3 = 163,8 \text{ cm}^4.$$

$$\eta = \sqrt[4]{\frac{D_x}{D_y}} = \sqrt[4]{\frac{159,25 \cdot 10^6}{1141 \cdot 10^6}} = 0,34$$

$$L_s = B \cdot \eta = 540 \cdot 0,34 = 183,6 \text{ cm} \approx a = 150 \text{ cm.}$$



$$I_a = 81\,534 \text{ cm}^4$$

$$A_n = 240 \text{ cm}^2$$

$$A_{ef} = 105 \text{ cm}$$

19. ábra

A (13) összefüggésben

$$\eta = \frac{L_s}{B} = \frac{a}{B} = \frac{150}{540} = 0,277; \eta^2 = 0,077$$

$$D_x = 159,25 \cdot 10^6 \text{ daN} \cdot \text{cm}$$

$$D_y = \frac{Et^3}{12(1-\nu_x\nu_y)} = 0,573 \cdot 10^6 \text{ daN}\cdot\text{cm}$$

$$H = 2,49 \cdot 10^6 \text{ daN}\cdot\text{cm}.$$

$$\sigma_{cr} = 3176 \text{ daN/cm}^2 > \sigma_c = 2400 \text{ daN/cm}^2.$$

A lemez stabilitása biztosítva van.

c) A $B \times L$ lemezmezo stabilitása

$$a_s = 10a = 10 \cdot 1,5 = 15 \text{ m}.$$

$$L_s = B \sqrt[4]{\frac{D_x}{D_y}} = 5,4 \sqrt[4]{\frac{159,25 \cdot 10^6}{1141 \cdot 10^6}} = 1,84 \text{ m} < 10a = 15 \text{ m}.$$

$$\begin{aligned} \sigma_{cr} &= \frac{2\alpha^2}{B^2 \eta_{equiv}} \sqrt[4]{D_x D_y} \cdot H \\ &= \frac{2\alpha^2}{540^2 \cdot 2,16} \sqrt[4]{159,25 \cdot 10^6 \cdot 1141 \cdot 10^6} \cdot 85,29 \cdot 10^6 \\ &= 6797 \text{ daN/cm}^2 > \sigma_c = 2400 \text{ daN/cm}^2. \end{aligned}$$

Az ortotrop lemez stabilitása biztosítva van.

7. Következmények

Elonyei miatt az utóbbi idoben egyre szélesebb körben alkalmazzák a hídépítésben az ortotrop lemezeket.

A modern számítástechnika lehetővé tette ezen hídlemezek pontosabb számítását, ami nagymértékben megkönnyíti a tervezői tevékenységet.

Nagy gondot kell fordítani az ortotrop lemezek stabilitásának a biztosítására.

Felhasznált szakirodalom

- [1] Jantea, C., Varlam, F.: Poduri metalice. Casa de Editura Venus. Iasi, 1996
- [2] Jantea, C., Varlam, F., Comisu, C., C.: Poduri metalice. Suprastructuri cu platalaj ortotrop. Exemplu de calcul. Casa de Editura Venus. Iasi, 2000
- [3] Buca, I., Opran, O., Muhlbacher, R., Popa, N.: Poduri metalice. Exemple de proiectare. E.D.P. Bucuresti, 1981
- [4] Moga, P.: Poduri metalice. Alcatuirea si calculul elementelor. U.T.C.-N. 2000
- [5] *** STAS 1844-75. Poduri metalice de sosea. Prescriptii de proiectare
- [6] *** SR 1911-98. Poduri metalice de cale ferata. Prescriptii de proiectare
- [7] *** Inquiry into the Basis of Design and Method of Erection of Steel Box Girder Bridges. Part I, II, III, IV. London, 1974