

SIMONOVITS ANDRÁS

## Hogyan tervezzük a nyugdíjjaradék-függvényt, ha a halandóság a kereset csökkenő függvénye?

A nyugdíjrendszerek tervezésénél általában figyelmen kívül hagyják, hogy minél jobban keres valaki, annál tovább él (annál inkább csökken a halandósági ráta), és gyakran annál később megy nyugdíjba. Mivel a magasabb és az alacsonyabb jövedelműek élettartama közötti különbség egyre nő, egyre kevésbé tartható az e jelenséggel szembeni közömbösség, különösen a befizetéssel meghatározott (*notional defined contribution, NDC*) eszmei nyugdíjszámlánál. Három egyszerű nyugdíjmodellel elemezzük, hogyan lehet a rövidebb életű szegényebektől a hosszabb életű jobbmódúakhoz áramló transzfereket csökkenteni vagy megfordítani. Az NDC mellé alapnyugdíjat keverve vagy a nyugdíjmelés bérindexálási súlyát csökkentve, ez megvalósítható. Nyitott kérdés, hogy a figyelmen kívül hagyott viselkedési reakciók (a feltételezett alapnyugdíj mellett kisebb súlyú NDC miatt kisebb munkakínálat és nagyobb jövedelemeltitkolás) és az időnként előálló bérrobbanások hogyan hatnak a jólétre.\*

Journal of Economic Literature (JEL) kód: D10, H55.

Amikor a kormányzat eltervezi vagy újratervezi a tb-nyugdíjrendszert, két feladatot kell figyelembe vennie: az időskorban kieső jövedelem pótlását és az időskori szegénység csökkentését. Az első feladatot jól látja el a befizetéssel meghatározott (*defined contribution, DC*) nyugdíjrendszer, míg a második ellátása az alapnyugdíjra (vagy annak módosításaira) hárulhat. A két feladat között a legegyszerűbb kompromisszum a két tiszta rendszer megfelelő lineáris kombinációja (lásd *Augusztinovics–Matits* [2010]). A nyugdíjtervezők általában figyelmen kívül hagyják, hogy a halandóság csökkenő, a nyugdíjazáskor várható élettartam pedig növekvő függvénye az életpálya-keresetnek, ezért túlbecsülik a befizetéssel meghatározott, NDC-rész optimális súlyát. Az utóbbi években azonban egyre nagyobb

\* Hálás vagyok *Robert Holzmann*-nak a téma felvetéséért és *Nicholas Barr*-nak, *Borza Gábornak*, *Hans Fehr*-nek, *Halpern Lászlónak*, valamint *Lackó Máriának* a korábbi változatokhoz nyújtott segítségükért. Köszönettel nyugtázom az OTKA K 108668. számú pályázat támogatását.

figyelmet kap ennek az elhanyagolt összefüggésnek az erősödése, amely sokunkat a nyugdíjtervezés újragondolására készítet.

A cikkben játszott központi szerepe miatt külön szólunk a keresetarányos rendszer egyik legfontosabb változatáról, a befizetéssel meghatározott eszmei számláról, angol rövidítése alapján NDC-ről (*notional defined contribution*). Az eszmei számla egy olyan tb-nyugdíjrendszer, amelyben az éves nyugdíj közelítőleg (a kamatozásban alkalmazott technikai reálkamatlábát nullának véve) az életpálya-járulék és a nyugdíjba vonuláskor várható hátralévő élettartam hányadosa. Első megközelítésben a rendszer méltányos és hatékony:

- méltányos, mert *a*) ugyanazt az éves járadékot adja két olyan dolgozónak, akik közül az egyik kétszer annyit keres, de feleannyi ideig dolgozik, mint a másik; *b*) és minden pluszév továbbdolgozásakor a munkás a járadék számlálóján keresztül kisebb és a nevezőjén keresztül nagyobb többletet kap; 40 éves szolgálat és 63 éves nyugdíjba vonulási életkor esetén (20 év hátralévő élettartamot feltételezve) 1 év többletmunka a számlálót 2,5 százalékkal emeli, a nevezőt 4-5 százalékkal csökkenti;

- hatékony is, mert *a*) nem ad kitüntetett szerepet az általános korhatárnak, és *b*) amíg a népesség öregszik, a dolgozó vagy tovább dolgozik, vagy a helyettesítési aránya (a nyugdíj és a nettó kereset hányadosa) csökken.

Ismert, hogy az OECD-országokban egymástól jelentősen különböző nyugdíjrendszerek működnek, amelyek az időben is változnak. Több országban domináns a keresetarányos tb-nyugdíjrendszer (például Németországban, Franciaországban és Magyarországon is 2011 óta), míg más országokban kisebb és *degresszív* (gyakran alap-) tb-nyugdíjrendszerek működnek,<sup>1</sup> amelyeket jelentős magánpillér egészít ki (például az angolszász országokban és Svájcban). Bár általában a tőkésített nyugdíjrendszerekben nem kell életjáradékot venni, de vannak magánrendszerek, amelyekben kötelező, és vannak olyanok, amelyekben választható. Ezekben az országokban a fentiekben felvetett kérdés (hány évig él a nyugdíjas) szintén lényeges lehet.

Amikor a különféle nyugdíjrendszerekben végbemenő jövedelem-újraelosztást vizsgáljuk, figyelembe kell vennünk, hogy a várható élettartam függ a jövedelemtől, különösen azért, mert ez az összefüggés egyre erősebbé válik. Nyilvánvaló, hogy a látszólag arányos nyugdíjrendszer valójában torz újraelosztást valósít meg a várhatóan rövidebb élettartamúak terhére és a várhatóan hosszabb élettartamúak javára.<sup>2</sup> Hasonló a helyzet a látszólag *degresszív* rendszerekben, amelyek a valóságban inkább *semlegesek* (hiszen a kisnyugdíjas havi relatív többlet nyugdíját az átlagosnál várhatóan rövidebb ideig élvezzi).<sup>3</sup>

Két további bonyodalom lép fel. Az első a már említett kontraszelekció: azonos kereseti osztályon belül az egészségesebbeknek hosszabb a várható élettartamuk, és később

<sup>1</sup> Definíció szerint adott népességben az éves kezdő nyugdíj százalékosan lassabban emelkedik, mint az átlagos életpálya-jövedelem (amit magyarul *degresszív* rendszernek nevezünk, azt angolul *progressive*-nek nevezik).

<sup>2</sup> Azzal, hogy *várható* élettartamot írunk, átlagértéket számoltunk, és ezzel már kiszűrtük a minden biztosítási rendszerben fellépő statisztikus ingadozásokat.

<sup>3</sup> A kisnyugdíjas a keresetarányosnál például 20 százalékkal nagyobb nyugdíjat kap, de az átlagosnál 20 százalékkal rövidebb ideig van nyugdíjban, akkor  $1,2 \times 0,8 = 0,96$  miatt nagyjából a pénzénél van.

mennek nyugdíjba. Minden olyan járadékfüggvény (számla), amely közös várható élettartamra épül, jutalmazza a továbbszolgáltatást és bünteti a korai nyugdíjba vonulást, méltánytalanul kedvez a továbbszolgáltólknak, az NDC-rendszer ilyen.

A második bonyodalom a már megállapított nyugdíjak indexálásával kapcsolatos. Különbséget teszünk a kezdeti és a már megállapított nyugdíjak között, s a köztük kapcsolatot teremtő indexálást vizsgáljuk. Két tiszta indexálási forma létezik: a már megállapított nyugdíjak *bér-* és *árindex*álása. Az első a jövedelempótlási feladatnak felel meg, a második a szegénységtől mentesít. Kettőjük között folytonosan helyezkednek el a különféle kombinációk. Reálértékekkel számolva csak az az érdekes, hogy a reálbér-indexálás súlya mekkora. Feltéve, hogy a kezdő nyugdíjakat úgy számítják ki, hogy átlagos halandóság esetén egyensúlyba hozza az életpálya be- és kifizetéseit, egy harmadikféle jövedelem-újraelosztás valósul meg (lásd később a 3. MODELLT): a rövidebb élettartamú dolgozók „nyernek” az *árindex*álással (nagyobbak a kezdő nyugdíjak), a hosszabb élettartamúak veszítenek (lassabban nőnek a már megállapított nyugdíjak). A *bérindex*álásnál pedig fordítva.

Az eredmények bemutatása előtt rátérünk az idevágó szakirodalom rövid ismertetésére. *Pestieau–Ponthiere* [2016] a halandósági különbségek és a jóléti állam kapcsolatát tekinti át. Talán *Buchanan* [1968] javasolta elsőként az eszmei számlát, amely valódi pénztőke felhalmozása nélkül is „utánozza” a tőkésített magánnyugdíjrendszert. Azóta több országban (elsőként Svédországban) bevezették az NDC-rendszert (vö. *Holzmann–Palmer* (szerk.) [2006], *Holzmann és szerkesztőtársai* [2012]).

*Whitehouse–Zaidi* [2008], *National Academies of Sciences, Engineering, and Medicine* [2015], *Molnár–Hollósiné* [2015] és *Auerbach és szerzőtársai* [2017] nyomatékosan hangsúlyozza, hogy a várható élettartam keresettől való függőségét egyre kevésbé lehet figyelmen kívül hagyni: statisztikailag a magasabb keresetűek később halnak meg, mint a kisebb keresetűek; sőt e tendencia az évtizedek során élesen erősödött. Ekkor az életpálya-járulék és az évi járadék közti szoros kapcsolatot létesítő modellek (például az NDC) optimalitása kérdéses. *Ayuso és szerzőtársai* [2016] sugallta jelen cikkünkben három módosítást vizsgálunk: a hagyományos NDC-járadékfüggvény A) jelzésű zsugorítását, majd ennek B) és C) jelzésű módosítását. A B) esetben az eredeti járadékot a hozzá tartozó várható élettartammal korrigáljuk, a C) esetben pedig alapnyugdíj hozzákeverésével módosítjuk.

Vélhetően *Liebmann* [2002] volt az első, aki a tb-nyugdíjrendszerben az éves degressziót és az életpálya-degressziót összehasonlította. Empirikusan igazolta, hogy az Egyesült Államok tb-rendszere távolról sem olyan degresszív, mint ahogy az éves nyugdíj és a valorizált életpálya-kereset erősen degresszív képlete alapján gondolnánk (vö. 3. lábjegyzet). *Diamond–Ország* [2004] ezen az alapon védte az azóta is működő amerikai tb-rendszert. *Fehr és szerzőtársai* [2013] a német gazdaság gondosan kalibrált, dinamikus, általános egyensúlyi modelljében határozta meg az optimális tb-rendszer degresszivitását, ahol az átmenet során a már nyugdíjazottak veszteségét központi forrásból fedezik.

*Sánchez-Romero–Prskawetz* [2017] az Egyesült Államok tb-nyugdíjrendszerének állandósult állapotú, kalibrált általános egyensúlyi modelljében vizsgálta a problémát,

ahol a kereseti különbségeket az emberitőke-felhalmozás magyarázza; a kereseti és halandósági különbségek csak korrelálnak egymással, de egyik nem határozza meg a másikat, és a kezdő nyugdíj képlete szakaszonként lineáris.

Többen vizsgálták az NDC-rendszer elméleti problémáit (vö. *Legros* [2006] és *Barr–Diamond* [2008] 3. fejezet). Alapprobléma: miért kellene rögzíteni a járulékkulcsot egy gyorsan öregedő népesség esetén? Cikkünk szempontjából további három problémát említünk.

Az első probléma a korábban már említett különbség a járadékfüggvény éves degressziója és az életpálya-degresszió között. Ez az NDC-nél is fellép.

Kevésbé fontos, de nem lényegtelen probléma az eszmei számlával kapcsolatban a nyugdíjba vonulási kor választásánál fellépő kontraszelekció (*Diamond* [2003], *Eső–Simonovits* [2003], *Cremer és szerzőtársai* [2004], *Eső és szerzőtársai* [2011] és *Simonovits* [2012]): akiknek hosszabb a várható élettartamuk, később mennek nyugdíjba, és ezért nyernek az NDC révén, mivel ez a rendszer átlagos várható élettartamra épül.

A már megállapított nyugdíjak indexálása meglehetősen elhanyagolt kérdés az irodalomban (kivéve *Simonovits* [2003] 14. fejezet, *Legros* [2006] és különösen *Barr–Diamond* [2008] 5.1.4. pont, amely megkülönbözteti a magyar szakirodalomban valorizálásnak nevezett fogalmat a kezdő és a már megállapított nyugdíjakat összekapcsoló indexálástól). A problémák fenti leírását *Barr–Diamond* [2008]-ból vettük át. *Feldstein* [1990] meglehetősen nagy szabadságot engedett meg magának, amikor az életpálya-nyugdíjtömeg életkor szerinti eloszlását elméletileg optimalizálta. *Weinzierl* [2014] viszont az egymástól csupán kicsit eltérő amerikai árindexek hatását vizsgálta a nyugdíjasok jólétére.

Az említett források általában elhanyagolták a női és férfiélettartam különbsége és az uniszex tb-nyugdíj közti ellentmondást. Bár van olyan ország (Chile), amelynek kötelező nyugdíjrendszere (tőkésített magánrendszer) külön férfi- és női életjáradékokat számít, de kötelezővé teszi a családosoknak a kombinált életjáradékot. Az általánosan elterjedt özvegyi nyugdíj figyelembevétele jelentősen módosítja a képet (Svédországban viszont az özvegyi nyugdíj már megszűnt).

A jelen dolgozattal csatlakozunk az említett trendhez, és három egyszerű és egymáshoz kapcsolódó nyugdíjmodellel elemezzük a kérdéskört. Mivel el szeretnénk kerülni az optimális munkakínálat (beleértve a nyugdíjba vonulási kor) és az optimális megtakarítási pálya meghatározását, önkényes magatartási szabályokkal dolgozunk. (A *Függelékben* – az 1.\* MODELLEN – azonban közelítőleg kiszámítjuk az alapmodellben az optimális megtakarítási pályát, és ennek figyelembevételével tanulmányozzuk a társadalmi jólétet optimalizáló kombinációt.) A tárgyalást egyszerűsítendő, nemcsak azt tesszük fel, hogy a népesség stabil, de azt is, hogy stacioner. A keresetfüggő élettartamtól eltekintve modellcsaládunkban nincs halandósági kockázat. A járulékkulcs adott. Mindegyik modellt számpéldán szemléltetjük.

Eredményeink a következők. Az 1. MODELLTŐL kezdve együtt élő korosztályokat vizsgálunk, ahol egy adott korosztály dolgozói életpálya-keresetükben különböznek ( $w$ ), és minden dolgozó  $S$  évig fizet járulékot, és a hátralévő  $T(w)$  évig élvez változatlan reálértékű nyugdíjat. A nyugdíjrendszernek két pillére van: az arányos,

befizetéssel meghatározott (NDC) és az alapnyugdíj. A hagyományos NDC-elv három módosítását mérleljük: *A*) a keresetek és a nyugdíjban töltött időszak hosszának pozitív korrelációja miatt a hagyományos NDC-t módosítani kell: minden nyugdíjat egy olyan 1-nél kisebb együtthatóval kell zsugorítani, amely helyreállítja a rendszer egyensúlyát; *B*) az NDB-nyugdíj nevezőjébe az átlagos várható nyugdíjtartam  $[ET(w)]$  helyett a *keresettől függő* nyugdíjtartamot  $[T(w)]$  írunk; *C*) a zsugorítás mellett bevesszük az alapnyugdíjat is.

A 2. MODELLEN figyelembe vesszük, hogy a jobban keresők gyakran később mennek nyugdíjba, azaz  $S(w)$  szolgálati idő is növekvő függvény, s ezért a hagyományos NDC-beli újraelosztás erősödik.

A 3. MODELLEN visszatérünk a közös nyugdíjba vonulási korhoz, csak a zsugorítás mellett bevezetjük a tartós reálbérnövekedést és a részleges bérindexálást.

Jelen modelljeinkben nincs optimalizálás (leszámítva a *Függelékben* szereplő 1.\* MODELLET, ahol legalább a kiegészítő megtakarításukat optimalizálják a dolgozók). Önkényes paraméterértékekkel dolgozunk, a várható élettartam a kereset (növekvő) függvénye. Ez az egyszerűsítés a *Sánchez-Romero–Prskawetz* [2017]-hez képest nemcsak az érthetőséget növeli, de új vonások figyelembevételét is lehetővé teszi: a 2. MODELLEN a nyugdíjkorhatár nő a keresettel, a 3. MODELLEN a bérindexálás is szerepet kap.

A bevezetés végére érve, négy nyitott kérdést fogalmazunk meg: 1. Hogyan befolyásolja a kötelező és az önkéntes magánrendszer léte a tb-pillér működését? (A *Függelék* szerény kísérlet ebbe az irányba: a magánmegtakarítások reagálnak a jövedelem-újraelosztásra, de a munkakínálat és a keresetbevallás nem.) 2. Milyen mennyiségi kapcsolat van az indexálási súly és az optimális nyugdíjba vonulási kor között? (*Simonovits* [2018b] óvatos kísérletet tett ennek megválaszolására.) 3. Hogyan változik az alapnyugdíj optimális súlya, ha figyelembe vesszük, hogy a munkakínálat csökkenő függvénye az alapnyugdíj méretének? 4. Hogyan tompítható a bérrobbanás hatása az egymás utáni évjáratok nyugdíjára?

## Időben és korban invariáns reálkeresetek, közös nyugdíjba vonulási kor (1. MODEL)

Az idő- és korfüggő adatok mindvégig állandó árszinten szerepelnek. A következőkben azzal a speciális feltevéssel élünk, hogy az adott évben született dolgozók teljes (szuperbruttó) keresete különböző, de reálértékben időben/korral nem változik. Elsősorban arra vagyunk kíváncsiak, hogy miképpen hat a keresetek és a tőlük függő várható élettartamok heterogenitása a nyugdíjakra.

Feltesszük, hogy az éves keresetek ( $w$ ) eloszlásfüggvénye  $F(w)$ . Jelölje a járulékkulcsot  $\tau$  ( $0 \leq \tau < 1$ ), a nyugdíjba vonulási kort  $R$ , és a munkába állás korát  $L$ . A megfelelő hátralévő várható élettartam  $e_R(\cdot)$ , amely nő a keresettel.<sup>4</sup> Szükségünk lesz a(z éves) járadékfüggvényre:  $b(w, R)$  és az életpálya-egyenlegre:

<sup>4</sup> Az  $R$  alsó index igazából csak a 2. MODELLEN kap szerepet.

$$z = \tau w(R - L) - b(w, R)e_R(w). \quad (1)$$

A hátralévő várható élettartam átlaga [ $e_R = E_w e_R(w)$ ] szerepel a hagyományos NDC-járadékban (az  $N$  jelölés az eszmei számla angol kezdőbetűjére utal):

$$b^N(w, R) = \frac{\tau w(R - L)}{e_R}. \quad (2N)$$

Behelyettesítve (2N)-t (1)-be, adódik a keresetfüggő NDC-egyenleg:

$$z^N(w, R) = \tau w(R - L) - \frac{\tau w(R - L)}{e_R} e_R(w) = \frac{\tau w(R - L)}{e_R} [e_R - e_R(w)].$$

Újra figyelembe véve a (2N) képletet, adódik az 1. TÉTEL.

**1. TÉTEL** • A hagyományos, (2N) jelzésű NDC-ben a keresetfüggő életpálya-egyenleg a járadék és az átlagos, illetve a specifikus várható élettartam különbségének a szorzata:

$$z^N(w, R) = b^N(w, R)[e_R - e_R(w)]. \quad (3N)$$

Szimmetrikus (vagy más speciális) eloszlásokra definiálhatjuk a  $w(R)$  *elkülönítő keresetet*, amelynél a speciális élettartam egyenlő az átlagossal:  $e_R[w(R)] = e_R$ . Könnyű belátni, hogy  $e_R(w) < e_R[w(R)]$ , ha  $w < w(R)$ ;  $e_R(w) > e_R[w(R)]$ , ha  $w > w(R)$ .

Speciális esetekben a  $w(R)$  mennyiség független lehet az  $R$  nyugdíjba vonulási kortól, és megegyezhet az átlagkeresettel:  $w(R) = Ew = 1$ . Az 1. TÉTELBŐL adódik a KÖVETKEZMÉNY.

**KÖVETKEZMÉNY** • a) A hagyományos NDC-ben az átlag alatti várható élettartamú dolgozókra az életpálya-egyenleg pozitív (vesztesek), az átlag feletti várható élettartamú dolgozókra az életpálya-egyenleg negatív (nyertesek).

b) A várható életpálya-egyenleg negatív.

**BIZONYÍTÁS** • a) Lásd a (3N) képletet.

b) Osszuk két részre a kereseteloszlást az *elkülönítő* bér segítségével. Mivel  $b^N(\cdot, R)$  növekvő függvény, helyettesíthető  $b[w(R), R]$ -rel a következő becslésben. Ezzel ugyanis növeljük  $z^N(w, R)$ -t a pozitív értékekre, és csökkentjük a negatív értékekre, azaz

$$Ez \leq b[w(R), R]Ee_R(w) = 0. \quad \blacksquare$$

Évekkel ezelőtt Peter Diamond (személyesen) azt tanácsolta, hogy a legegyszerűbb az átlagos veszteséget úgy eltüntetni, hogy a (2N) járadékot minden keresetre azonos  $\gamma$  szorzóval csökkentjük (arányosan zsugorítjuk), ez az A) módosítás:

$$b^A(w, R) = \frac{\gamma^A \tau w(R - L)}{e_R} = \gamma^A b^N(1, R)w. \quad (2A)$$

Behelyettesítve (2A)-t az (1)-be, az új egyenleg

$$z^A(w, R) = b^N(1, R)w[e_R - \gamma e_R(w)]. \quad (3A)$$

Várható értéket veszünk, és 0-val egyenlővé tesszük az eredményt:

$$0 = \mathbf{E}z^A(w, R) = b^N(1, R)\mathbf{E}\{w[e_R - \gamma e_R(w)]\},$$

$$\text{innen} \quad \gamma^A = \frac{e_R}{\mathbf{E}[we_R(w)]}. \tag{4A}$$

Figyeljük meg, hogy még ha az  $e_R(w)$  növekvő voltát azzal az általánosabb feltevéssel helyettesítjük, hogy  $w$  és  $e_R(w)$  korrelációja pozitív ( $\mathbf{E}w = 1$  miatt), akkor is igaz, hogy  $\mathbf{E}[we_R(w)] > e_R$ , azaz  $\gamma^A < 1$ .

1.A) TÉTEL • *Az arányosan zsugorított (2A) jelzésű ANDC- (kiigazított, adjusted NDC) járadéknál az életpálya-egyenleg az eredeti járadék és az átlagos, illetve a megfelelően zsugorított specifikus várható élettartam szorzata [(3A)], ahol  $\gamma^A$  értékét (4A) adja.*

Követve Ayuso és szerzőtársai [2016]-ot, két további módosítást tanulmányozunk, amely csökkenti vagy akár meg is fordítja az újraelosztást. A B) módosítás egyszerűen  $e_R(w)$ -vel osztja el az életpálya-járulékot  $e_R$  helyett:

$$b^B(w, R) = \frac{(R-L)w}{e_R(w)} \quad \text{és} \quad z^B(w, R) = 0. \tag{2B}$$

Ekkor a zsugorító tényező a keresettől függ:  $\gamma^B(w) = e_R(w)/e_R$ , de ezt a megoldást nehéz lenne politikailag érvényesíteni.

A C) módosítás lineárisan kombinálja az NDC-t és az alapnyugdíjat, ahol ez utóbbi  $\gamma b^\circ = \gamma b(1, R)$ , és a relatív súlyok  $\alpha > 0$  és  $1 - \alpha > 0$ . A keverék:

$$b^C(w, R) = \gamma \alpha b^N(w, R) + (1 - \alpha)\gamma b^\circ, \quad 0 \leq \alpha \leq 1, \quad b^\circ = b^N(1, R). \tag{2C}$$

Behelyettesítve (2C)-t az (1)-be:

$$z^C(w, R) = b^\circ we_R - [\alpha \gamma b^\circ w + (1 - \alpha)\gamma b^\circ]e_R(w).$$

Megint várható értéket képezünk, és 0-vá tesszük az eredményt:

$$0 = \mathbf{E}_w z^C(w, R) = b^\circ e_R - \alpha \gamma b^\circ \mathbf{E}[we_R(w)] - (1 - \alpha)\gamma b^\circ e_R.$$

Ekkor az  $\alpha$ -tól függő zsugorító  $\gamma^C$  együttható képlete:

$$\gamma^C = \frac{e_R}{(1 - \alpha)e_R + \alpha \mathbf{E}[we_R(w)]}. \tag{4C}$$

Vegyük észre, hogy  $\alpha = 1$  esetén a (2C)–(4C) képletsor (2B)–(4B)-re egyszerűsödik. Az  $\alpha$  értékét csökkentve, az újraelosztást csökkenthetjük, és irányát meg is fordíthatjuk.

1.B) TÉTEL • *A (2B) járadékszabály eltünteteti a keresettől függő élettartam miatti újraelosztást. A (2C)–(4C) járadékszabály gyengíti vagy meg is fordítja a torz újraelosztást.*

A következőkben végletesen egyszerű számpéldán szemléltetjük az elmondottakat. (Más cikkünkben, például Simonovits [2017]-ben reális számpéldákat alkalmaztunk,

de itt nincs erre szükség.) A típusok száma:  $n = 3$ , súlyuk:  $1/3$ , a járulékkulcs:  $\tau = 0,25$ . Kezdő és záró kor:  $L = 20$ ,  $R = 60$  év. Az NDC súlya a C)-ben  $\alpha = 0,5$ . Az 1. táblázat 1. és 2. oszlopa közli a típusok keresetét és nyugdíjazáskori várható élettartamát. Figyeljük meg, hogy a kiigazított eszmei számlában (ANDC) a zsugorítási tényező  $\gamma^A = 0,952$ ; és a kiskeresetű veszteségének abszolút értéke kisebb, mint a nagykeresetű nyeresége:  $z_1 < |z_3|$ . A B) módosításnál a kiskeresetű nyugdíja nő, a nagykeresetűé csökken, és az átlagosé változatlan marad. Végül a C) módosítás  $\gamma^C = 0,976$  zsugorítással tovább növeli a kiskeresetű járadékát, és csökkenti a nagykeresetűét, az előbbi veszteségét nyereséggé, az utóbbi nyereségét veszteséggé téve.

### 1. táblázat

NDC-változatok

Kereset	LEXP nyugdíjazáskor	Módosított NDC				
		A járadék	A egyenleg	B járadék	C járadék	C egyenleg
$w_i$	$e_i$	$b_i^A$	$z_i^A$	$b_i^B$	$b_i^C$	$z_i^C$
0,5	17	0,238	0,952	0,294	0,366	-1,220
1,0	20	0,476	0,476	0,500	0,488	0,244
1,5	23	0,714	-1,429	0,652	0,610	0,976

LEXP = várható élettartam,  $L = 20$ ,  $R = 60$ ,  $\tau = 0,25$ ,  $\alpha = 0,5$ ,  $z_1^B = z_2^B = z_3^B = 0$ .

## Heterogén nyugdíjba vonulási kor (2. MODELL)

Most rátérünk egy másodlagos, de mégiscsak fontos kérdésre: mi történik, ha az  $R(w)$  nyugdíjba vonulási kor szintén heterogén? Elkerülve az életpálya-hasznossági függvény bonyolult maximalizálását, különösen akkor, ha a kormányzat nem ismeri vagy nem használja fel az egyedi várható élettartamokat (vö. *Diamond* [2003] stb.), egyszerűen feltesszük, hogy minél tovább él egy dolgozó, annál később megy nyugdíjba:  $R(w)$  növekvő függvény.<sup>5</sup> Meg kell ismételnünk az előző számításokat.

A hagyományos NDC-vel kezdve,

$$b^N[w, R(w)] = \frac{\tau w [R(w) - L]}{e_{R(w)}}, \quad (5N)$$

ahol  $e_{R(w)}$  az átlagos várható élettartam az  $R(w)$  életkorban, függetlenül attól, hogy a dolgozó keresete  $w$  vagy sem. Mivel a hosszabb életű és jobban fizetett dolgozók feltevése szerint később mennek nyugdíjba, az (5N)-ben a nyugdíj még inkább növekvő függvénye a keresetnek. Ezért a következmény általánosítható, és az átlagos veszteség fennmarad. A módosított NDC-képletek közül először A) módosítással (a zsugorított eszmei számla) kezdjük.

<sup>5</sup> Ez a feltevés nem teljes információ alapul, és még teljes információ esetén is lehetnek más (például családi vagy egészségügyi) okok, amelyek meghatározzák a nyugdíjba vonulási életkort.



$$b^A[w, R(w)] = \frac{\gamma\tau w[R(w) - L]}{e_{R(w)}}. \tag{5A}$$

Ezzel szemben a  $w$  keresetű és  $R(w)$  évesen nyugdíjba vonuló dolgozó várható hátralévő élettartama  $e_{R(w)}(w)$ , ahol a keresetfüggés explicit. (5A)-t behelyettesítve (3A)-ba:

$$z^A[w, R(w)] = \frac{\tau w[R(w) - L]}{e_{R(w)}} [e_{R(w)} - \gamma e_{R(w)}(w)]. \tag{6A}$$

Ismét várható értéket véve, majd nullázva:

$$0 = \mathbf{E}z^A[w, R(w)] = \tau \mathbf{E} \left\{ \frac{w[R(w) - L]}{e_{R(w)}} [e_{R(w)} - \gamma e_{R(w)}(w)] \right\},$$

azaz  $\gamma$  meghatározható a következő egyenletből:

$$\mathbf{E} \left\{ w[R(w) - L] \right\} = \gamma^A \mathbf{E} \left\{ \frac{w[R(w) - L]}{e_{R(w)}} e_{R(w)}(w) \right\}. \tag{7A}$$

Az előzőkhöz hasonlóan, ismét ugyanazzal a két módosítással csökkenthetjük vagy fordíthatjuk meg az újraelosztást: a  $B$ ) szabály az életpálya-járulékot  $e_{R(w)}$  helyett  $e_{R(w)}(w)$ -vel osztja:

$$b^B(w, R) = \frac{\tau w[R(w) - L]}{e_{R(w)}(w)} \quad \text{és} \quad z^B[w, R(w)] = 0. \tag{5B}$$

Ismét nehezen elfogadtatható módosítást kaptunk, és inkább keverjük a zsugorított eszmei számlát (ANDC) az alapnyugdíjjal.  $\alpha$  súlyt adva NDC-nek ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ), a  $C$ ) módosítás:

$$b^C(w, R) = \alpha \frac{\gamma\tau w[R(w) - L]}{e_{R(w)}} + (1 - \alpha)\gamma b^\circ, \quad b^\circ = b^N[1, R(1)]. \tag{5C}$$

Behelyettesítve (5C)-t (1)-be:

$$z^C[w, R(w)] = \tau w[R(w) - L] - \alpha \frac{\gamma\tau w[R(w) - L]}{e_{R(w)}} e_{R(w)}(w) - (1 - \alpha)\gamma b^\circ e_{R(w)}(w).$$

Átlagot véve és lenullázva az átlagot:

$$0 = \tau \mathbf{E} \left\{ w[R(w) - L] \right\} - \alpha \gamma \tau \mathbf{E} \left\{ \frac{w[R(w) - L] e_{R(w)}(w)}{e_{R(w)}} - (1 - \alpha)\gamma b^\circ \mathbf{E} e_{R(w)}(w) \right\},$$

azaz

$$\tau \mathbf{E} \left\{ w[R(w) - L] \right\} = \gamma^C \left\{ \alpha \tau \mathbf{E} \left\{ \frac{w[R(w) - L] e_{R(w)}(w)}{e_{R(w)}} - (1 - \alpha)b^\circ \mathbf{E} e_{R(w)}(w) \right\} \right\}. \tag{6C}$$

Az újraelosztás mértékétől függő  $\gamma^C$  (6C)-ből egyértelműen meghatározható. Felhívjuk a figyelmet, hogy  $\alpha = 1$  esetén a (6C) képlet (6A)-ra egyszerűsödik. Az  $\alpha$  súly értékét csökkentve, csökken az újraelosztás, sőt az iránya meg is fordulhat.

2. TÉTEL • *Heterogén nyugdíjba vonulási kor esetén az (5A)–(7A) szabályok eltüntetik az átlagos veszteséget. (5B)–(6B) eltünteti az újraelosztást. (5C)–(6C) csökkenti a torz újraelosztást, vagy meg is fordíthatja az irányját.*

Végül ismét számpéldán szemléltetjük eredményeinket. Heterogén nyugdíjba vonulási kor esetén az  $e_{60}(w) = 20 + 6(w - 1)$  függvény legegyszerűbb általánosítása  $e_R(w) = 80 - R + 6(w - 1)$ .

Feltéve, hogy minden dolgozó felnőtt életének 2/3 részét tölti munkával,  $R_1 = 58$ ,  $R_2 = 60$  és  $R_3 = 62$  év.

A 2. táblázat bemutatja az új eredményeket. A második (nyugdíjba vonulási kor) heterogenitása miatt a  $\gamma^A$  zsugorítási tényező 0,952-ről 0,939-re csökken, de az egyenlegek kilengése csökken.  $z_1^A$  0,952-ről 0,897-re mérséklődik. Az aktív és passzív életszakaszok rögzített aránya miatt a B) módosításkor  $b_i^B = 0,5w_i$  fennáll. A C) módosításkor a  $z_1^C$  veszteség -1,22-ről +1,89 nyereségre ugrik, míg a  $z_3^C$  nyereség -0,976-ről 1,654 veszteségre vált.

## 2. táblázat

NDC-változatok – heterogén  $R$

Kereset	Nyugdíjba vonulási kor	LEXP( $R$ )	Módosított NDC				
			A járadék	A egyenleg	B járadék	C járadék	C egyenleg
$w_i$	$R_i$	$e_{R_i}(w_i)$	$b_i^A$	$z_i^A$	$b_i^B$	$b_i^C$	$z_i^C$
0,5	58	19	0,203	0,897	0,25	0,349	-1,890
1,0	60	20	0,470	0,609	0,50	0,488	0,236
1,5	62	21	0,822	-1,506	0,75	0,671	1,654

Megjegyzés: lásd az 1. táblázat alatti jegyzetet és  $R_i - L = 2(D_i - L)/3$ ,  $i = 1, 2, 3$ .

## A nyugdíjak részleges bérindexálása (3. MODELL)

Eddig elhanyagoltuk a teljes reálkeresetek hosszú távú emelkedését és a már megállapított nyugdíjak indexálásában fellépő ellentmondást a fogyasztás kisimítása és az újraelosztás csökkentése között. Most rátérünk erre a kérdésre, de közben visszatérünk a közös nyugdíjba vonulási kor feltevéséhez. Feltesszük, hogy a keresetek reálértékben évente egyenletesen  $g > 1$  tényező szerint nőnek. A már megállapított nyugdíjak azonban reálértékben általában ennél lassabban emelkednek.<sup>6</sup>

Tekintsünk egy adott évben született dolgozót, akinek a kezdő keresete  $w_L$ ,  $R$  évesen megy nyugdíjba, és záró keresete  $w_{R-1} = w_L g^{R-L-1}$ . A kezdő nyugdíj kiszámításakor valorizálják az egyes évek keresetét, emiatt a dolgozó NDC-vagyona

<sup>6</sup> A 2016–2018 közti hazai reálbérrobbanás az árindexálás miatt hatalmas feszültségeket fog kelteni az adott időszakban nyugdíjba vonuló évjáratok között. Talán mégis vissza kellene térni a bérindexáláshoz, vállalva a kezdő nyugdíjak népszerűtlen csökkentését?

$W_R = \tau(R-L)w_{R-1} = \tau(R-L)w_L g^{R-L-1}$ . A már megállapított nyugdíjak idősora  $b_j$ ,  $j = R, \dots, D-1$ . Az NDC keresztmetszeti várományát tagonként és évente viszont  $g$ -vel leszámítoljuk:

$$B_R = \sum_{j=R}^{D-1} g^{-j+R} b_j,$$

ahol  $D = R + e_R$  a születéskor várt élettartam.

Vezessünk be egy 0 és 1 közötti  $\iota$  skalárt, a bérindex súlyát. Ekkor az egymást követő évek nyugdíja:<sup>7</sup>

$$b_j = b_{j-1} g^\iota, \quad \text{ahol } j = R+1, \dots, D-1.$$

Behelyettesítve e képletet az előzőbe:

$$\tau(R-L)w_{R-1} = b_R \sum_{j=R}^{D-1} g^{-(1-\iota)(j-R)}.$$

Felesleges esetsztévválasztást  $\iota = 1$  és  $0 \leq \iota < 1$  között elkerülendő, vezessük be a következő jelöléseket:

$$e_R^{(1)} = e_R, \quad \text{vagy} \quad e_R^{(\iota)} = \frac{1 - g^{-(1-\iota)e_R}}{1 - g^{-(1-\iota)}}, \quad \text{ha } 0 \leq \iota < 1.$$

Ekkor a hagyományos NDC-járadék:

$$b^N(w_{R-1}, R) = \frac{\tau(R-L)w_{R-1}}{e_R^{(\iota)}}. \tag{8N}$$

Figyeljük meg, hogy minél nagyobb a bérindex  $\iota$  súlya, annál nagyobb az indexált  $e_R^{(\iota)}$  élettartam, és annál kisebb a  $b^N(w_{R-1}, R)$  kezdő nyugdíj.

A várható élettartamok heterogenitását figyelembe veendő,  $w_{R-1}$  záró bér eloszlásfüggvényét tekintjük adottnak, és kizárjuk az életkorral járó béremelkedést. Normalizálva:  $Ew_{R-1} = 1$ .

A felesleges ismétlést elkerülendő, csak az A) módosítást vizsgáljuk.

$$b^A(w_{R-1}, R) = \gamma^A \frac{\tau(R-L)w_{R-1}}{e_R^{(\iota)}}. \tag{8A}$$

Bevezetve az  $e_R^{(1)}(w_{R-1}) = e_R(w_{R-1})$ ,  $e_R^{(\iota)}(w_{R-1}) = \frac{1 - g^{-(1-\iota)e_R(w_{R-1})}}{1 - g^{-(1-\iota)}}$ , ha  $0 \leq \iota < 1$

jelölést, az életpálya-egyenleg most:

$$\begin{aligned} z^A(w_{R-1}, R) &= \tau(R-L)w_{R-1} - \gamma b^N(w_{R-1}, R) e_R^{(\iota)}(w_{R-1}) = \\ &= b^N(1, R) w_{R-1} \left[ e_R^{(\iota)} - \gamma^A e_R^{(\iota)}(w_{R-1}) \right]. \end{aligned} \tag{9A}$$

<sup>7</sup> A valóságban a nyugdíjak növekedési tényezője  $\iota g + 1 - \iota = (g-1)\iota + 1$ .

Megint várható értéket képezve és azt nullának véve:

$$0 = \mathbf{E}z^A(w_{R-1}, R) = b^N(1, R)\mathbf{E}w_{R-1}\left[e_R^{(\iota)} - \gamma^A e_R^{(\iota)}(w_{R-1})\right]. \quad (10A)$$

Innen

$$\gamma^A = \frac{e_R^{(\iota)}}{\mathbf{E}\left[w_{R-1}e_R^{(\iota)}(w_{R-1})\right]} < 1. \quad (11A)$$

3. TÉTEL • *Indexált járadékok esetén a (8A) módosítás mellett a zsugorítási együtthatót (11A) adja.*

Ezt a részt is számpéldával zárjuk. Legyen a három záró kereset  $w_{R-1}(i) = 0,5, 1, 1,5$ . A 3. táblázat három indexálást szemléltet  $g = 1,02$  éves növekedés esetén. Bérindexálás:  $\iota = 1$ ; bér-ár-indexálás (vegyes, svájci indexálás):  $\iota = 0,5$  és árindexálás:  $\iota = 0$ . A megfelelő zsugorítási együtthatók 0,952 és 0,963 között ingadoznak. Ahogy csökken a bérindex súlyja, úgy nő a kezdő nyugdíj mindhárom típusra (és úgy csökkennek a 3. táblázatból kihagyott záró nyugdíjak). Figyelemre méltó, hogy bérindexáláskor nemcsak a várhatóan rövid életű, de az átlagos élettartamú dolgozó is hozzájárul a várhatóan hosszú életű dolgozó nyugdíjához. Árindexáláskor fordított a helyzet.

### 3. táblázat

A járadékok indexálásának hatása a kezdő nyugdíjakra és az egyenlegekre (A)

Kereset	Hátralévő LEXP	Bér		Bér-ár		Ár	
				indexálás			
		járadék	egyenleg	járadék	egyenleg	járadék	egyenleg
$w_{i,R-1}$	$e_i$	$b_{i,R-1}^1$	$z_{i,R-1}^1$	$b_{i,R-1}^{0,5}$	$z_{i,R-1}^{0,5}$	$b_{i,R-1}^0$	$z_{i,R-1}^0$
0,5	17	0,238	0,952	0,263	0,870	0,289	0,791
1,0	20	0,476	0,476	0,525	0,420	0,577	0,369
1,5	23	0,714	-1,429	0,788	-1,290	0,866	-1,161

Megjegyzés: lásd az 1. táblázat alatti jegyzetet és  $g = 1,02$ .

## Következtetések

Három összefüggő NDC-nyugdíjmodellt elemeztünk a hagyományos befizetéssel meghatározott NDC-járadék háromféle módosításával. Az 1. MODELLEN a dolgozók csak keresetükben és várható élettartamukban különböztek egymástól, de mindnyájan azonos életkorban mentek nyugdíjba. A keresetük és a várható élettartamuk közti pozitív korreláció miatt a hagyományos NDC-nyugdíj erős jövedelemátcsoportosítást hajt végre a rövid várható élettartamú szegényektől a hosszú várható élettartamú gazdagok felé.

A 2. MODELLEN EZ a torz újraelosztás erősödik azáltal, hogy a várhatóan hosszabb életűek később is mennek nyugdíjba. Mindkét modellben nemcsak eltüntettük

a hagyományos NDC-rendszer túlzott újraelosztását, de explicit jövedelem-újraelosztással kísérleteztünk.

A 3. MODELLEN visszatértünk a közös nyugdíjba vonulási korhoz, de a módosításokban figyelembe vettük a tartós reálbérnövekedést és a már megállapított nyugdíjak részleges bérindexálását. A legfontosabb nyitott kérdés: hogyan befolyásolja az alapnyugdíj súlya a munkavállalási és járulékfizetési hajlandóságot.

### Hivatkozások

- AUERBACH, A. ÉS SZERZŐTÁRSAI [2017]: How the Growing Gap in Life Expectancy may Affect Retirement Benefits and Reforms. NBER WP, 23329. Cambridge, MA, <https://doi.org/10.3386/w23329>.
- AUGUSZTINOVICS MÁRIA–MATITS ÁGNES [2010]: Pontrendszer és alapnyugdíj (NYp+a) – öregségnyugdíj-reform. Megjelent: *Holtzer Péter* (szerk.): Jelentés a Nyugdíj és Időskor Kerekasztal tevékenységéről. Miniszterelnöki Hivatal, Budapest, 234–246. o.
- AYUSO, M.–BRAVO, J. M.–HOLZMANN, R. [2016]: Addressing Longevity Heterogeneity in Pension Scheme Design and Reform. IZA Discussion Paper, 10378.
- BARR, N.–DIAMOND, P. [2008]: Reforming Pensions: Principles and Policy Choices. Oxford University Press, Oxford, <https://doi.org/10.1017/s0144686x09990730>.
- BUCHANAN, J. [1968]: Social Insurance in a Growing Economy: A Proposal for Radical Reform. *National Tax Journal*, Vol. 21. No. 4. 386–395. o.
- CREMER, H.–LOZACHMEUR, J.-M.–PESTIEAU, P. [2004]: Social Security, Variable Retirement and Optimal Income Taxation. *Journal of Public Economics*, Vol. 88. No. 11. 2259–2281. o. <https://doi.org/10.1016/j.jpubeco.2003.10.003>.
- DIAMOND, P. [2003]: Taxation, Incomplete Markets and Social Security. Munich Lectures. MIT Press, Cambridge, MA.
- DIAMOND, P. A.–ORSZAG, P. [2004]: Saving Social Security: A Balanced Approach. Brookings Institution, Washington, D. C.
- ESŐ PÉTER–SIMONOVITS ANDRÁS [2003]: Optimális járadékfüggvény tervezése rugalmas nyugdíjrendszerre. *Közgazdasági Szemle*, 50. évf. 12. sz. 1100–1112. o.
- ESŐ PÉTER–SIMONOVITS ANDRÁS–TÓTH JÁNOS [2011]: Designing Benefit Rules for Flexible Retirement: Welfare and Redistribution. *Acta Oeconomica*, Vol. 61. No. 1. 3–32. o.
- FEHR, H.–KALLWEIT, M.–KINDERMANN, F. [2013]: Should Pensions be Progressive? *European Economic Review*, Vol. 63. 94–116. o. <https://doi.org/10.1016/j.eurocorev.2013.07.004>.
- FELDSTEIN, M. S. [1985]: The Optimal Level of Social Security Benefits. *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 100. No. 2. 302–320. o. <https://doi.org/10.2307/1885383>.
- FELDSTEIN, M. S. [1990]: Imperfect Annuity Markets, Unintended Bequest, and the Optimal Age Structure of Social Security Benefits. *Journal of Public Economics*, Vol. 41. No. 1. 31–43. o. [https://doi.org/10.1016/0047-2727\(92\)90055-k](https://doi.org/10.1016/0047-2727(92)90055-k).
- HOLZMANN, R.–PALMER, E. (szerk.) [2006]: Pension Reforms: Issues and Prospects of Non-financial Defined Contribution (NDC) Schemes. World Bank, Washington, D. C. <https://doi.org/10.1596/978-0-8213-6038-5>.
- HOLZMANN, R.–PALMER, E.–ROBALINO, D. (szerk.) [2012]: Nonfinancial Defined Contribution Schemes in a Changing World. World Bank, Washington, D. C. <https://doi.org/10.1596/978-0-8213-9478-6>.

- LEGROS F. [2006]: NDCs: A Comparison of the French and German Point Systems. Megjelent: *Holzmann–Palmer* (szerk.), 203–222. o.
- LIEBMANN, J. B. [2002]: Redistribution in the Current U.S. Social Security System. Megjelent: *Feldstein, M. A.–Liebmann, J. B.* (szerk.): *The Distributional Aspects of Social Security and Social Security Reform*. Chicago University Press, Chicago, 11–48. o. <https://doi.org/10.7208/chicago/9780226241890.003.0002>.
- MOLNÁR, D. LÁSZLÓ–HOLLÓ SINÉ MAROSI JUDIT [2015]: Az öregségi nyugdíjasok halandósága. *Közgazdasági Szemle*, 62. évf. 12. sz. 1258–1290. o. <https://doi.org/10.18414/ksz.2015.12.1258>.
- NATIONAL ACADEMIES OF SCIENCES, ENGINEERING, AND MEDICINE [2015]: *The Growing Gap in Life Expectancy by Income: Implications for Federal Programs and Policy Responses*. The National Academics Press, Washington, D. C. <https://doi.org/10.1111/j.1728-4457.2015.00099.x>.
- PESTIEAU, P.–PONTIERE, G. [2016]: Longevity Variation and the Welfare State. *Journal of Economic Demography*, Vol. 82. No. 2. 207–239. o. <https://doi.org/10.1017/dem.2016.4>.
- SÁNCHEZ-ROMERO, M.–PRSKAWETZ, A. [2017]: Redistributive Effects of the US Pension System among Individuals with Different Life Expectancy. *The Journal of the Economics of Aging*, Vol. 10. 51–74. o. <https://doi.org/10.1016/j.jeoa.2017.10.002>.
- SIMONOVITS ANDRÁS [2003]: *Nyugdíjrendszerek. Tények és modellek*. Typotex, Budapest.
- SIMONOVITS ANDRÁS [2012]: Még egyszer az eszmei számla elvi hibájáról. *Sigma*, 42. évf. 3–4. sz. 145–161. o.
- SIMONOVITS ANDRÁS [2017]: A nyugdíjtól függő halandóság és a nyugdíjkiadások hosszú távú előrejelzése. *Statistikai Szemle*, 95. évf. 4. sz. 423–431. o. <https://doi.org/10.20311/stat2017.04.hu0423>.
- SIMONOVITS ANDRÁS [2018a]: Hogyan értékelte alá a tb-nyugdíj optimális szintjét Feldstein 1985-ben? *Közgazdasági Szemle*, 65. évf. 1. sz. 66–73. o. <https://doi.org/10.18414/ksz.2018.1.66>.
- SIMONOVITS ANDRÁS [2018b]: Merevség és rugalmasság a magyar nyugdíjrendszerben. *Sigma*, 59. évf. 1. sz. 1–10. o.
- WEINZIERL, M. [2014]: Seesaws and Social Security Benefits Indexing. *Brookings Papers on Economic Activity*, Fall, 137–196. o. <https://doi.org/10.1353/eca.2014.0014>.
- WHITEHOUSE, E.–ZAIDI, A. [2008]: Socioeconomic Differences in Mortality: Implications for Pension Policy. *OECD Social, Employment and Migration Working Papers*, 70. OECD, Párizs, <https://doi.org/10.1787/231747416062>.

## Függelék

### *Optimális kombináció és újraelosztás (1.<sup>o</sup> MODELL)*

Az alábbiakban az NDC-rendszer és az alapnyugdíj társadalmilag optimális kombinációját egy nagyon kezdetleges modellben vizsgáljuk. Definiálnunk kell a dolgozók egyéni életpálya-hasznossági függvényét, amelyeket az egyének optimálisan választott magánmegtakarításukkal maximalizálnak. Az egyszerűség kedvéért eltekintünk ez utóbbiak évenkénti változásától.

Legyen  $s$  nem negatív való szám egy  $w$  keresetű dolgozó éves megtakarítása, és legyen  $\rho(w) \geq 1$  a megfelelő kamatoskamat-tényező. Közelítésként feltesszük, hogy a munka során felhalmozott megtakarítások a folyamat közepére koncentrálnak,

és felhasználásuk a nyugdíjas életszakasz felezőpontjára esik. Ezért a kamatoskamattényező az éves kamattényező ( $\rho[1]$ ) függvényében:<sup>8</sup>

$$\rho(w) = \rho[1]^{\lfloor R-L+e_R(w) \rfloor / 2}.$$

Ekkor az éves fiatalkori és időskori fogyasztási függvények:

$$c = (1 - \tau)w - s \quad \text{és} \quad d = b(w) + \mu(w)^{-1} \rho(w)s, \quad \text{ahol} \quad \mu(w) = \frac{e_R(w)}{R-L}.$$

Az optimális megtakarítás meghatározásához szükségünk lesz egy életpálya-hasznossági függvényre:

$$U(w, c, d) = (R - L) \log c + e_R(w) \delta(w) \log d,$$

ahol a  $\delta(w)$  halmozott leszámítási tényezőt szintén közelítjük:

$$\delta(w) = \delta[1, w]^{\lfloor R-L+e_R(w) \rfloor / 2},$$

és az éves  $\delta[1, w]$  leszámítási tényezőt a kereset növekvő függvényének vesszük. (Ez jól megfelel az empirikus megfigyeléseknek, vö. *Simonovits* [2018a].)

Behelyettesítve a fogyasztási egyenletpárt a hasznosságfüggvénybe:

$$U[w, s] = (R - L) \{ \log [(1 - \tau)w - s] + \mu(w) \delta(w) \log [b(w) + \mu(w)^{-1} \rho(w)s] \}.$$

A lokális optimum elsőrendű feltétele szerint

$$U'_s[w, s] \approx -\frac{1}{(1 - \tau)w - s} + \frac{\delta(w) \rho(w)}{b(w) + \mu(w)^{-1} \rho(w)s} = 0.$$

Kifejezve az optimális megtakarítást és kizárva a negatív értéket:

$$s(w) = \frac{[\delta(w)(1 - \tau)w - b(w) \rho(w)^{-1}]_+}{\mu(w)^{-1} + \delta(w)},$$

ahol a + alsó index a számláló pozitív értékét jelöli.

*Feldstein* [1985] jóléti megközelítését javítva *Simonovits* [2018a] társadalmi jóléti függvénye leszámítolás nélkül veszi figyelembe az időskori jólétet:

$$V[\alpha, \tau] = (R - L) \mathbf{E} \{ \log [(1 - \tau)w - s(w)] + e_R(w) \log [b(w) + \rho(w)s(w)] \}.$$

Mivel a jólét számszerű értéke érdektelen, érdemes helyette az úgynevezett relatív hatékonysággal számolni. Ez az az érték ( $\varepsilon$ ), amellyel egységesen beszorozva a transzfer nélküli rendszer béreit, az így adódó új jólét értéke egyenlővé válik az eredeti bérek melletti transzferrendszer jólétével. Képletben:

$$V(\alpha, \tau, 1) = V(0, 0, \varepsilon).$$

Kihasználva a logaritmikus hasznosságfüggvény sajátosságát,

<sup>8</sup> Felhívjuk a figyelmet arra, hogy *Pestieau-Ponthiere* [2016] eltekintett  $\rho(w)$  és  $R - L + e_R(w)$  kapcsolatától.

$$V(0, 0, \varepsilon) = V(0, 0, 1) + (R - L + e_R) \log \varepsilon,$$

$$\text{azaz } \varepsilon = \exp\{[V(\alpha, \tau, 1) - V(0, 0, 1)]/[R - L + e_R]\}.$$

Végül az újraelosztás mértékét az egyenleg szórásával definiáljuk:  $Dz = \sqrt{Ez^2}$ .

A szokásos számszerű szemléltetéshez szükségünk van a típusfüggő éves leszámítási tényezőkre:  $\delta[w_1, 1] = 0,9$ ,  $\delta[w_2, 1] = 0,95$ ,  $\delta[w_3, 1] = 1$ , valamint az éves kamattényezőre:  $\rho[1] = 1,02$ . Ez utóbbi értéket úgy választottuk, hogy a korábban önkényesen választott járulékkulcs maximalizálja a jölétet:  $\tau^* = 0,25$ , szerencsénkre ez független az NDC súlyától,  $\alpha$ -tól.

Az *F1. táblázat* alapján látható, hogy egyszerű számítógépes számolással adódik, hogy ahogy  $\alpha$  1-ről 0-ra csökken, úgy nő a relatív hasznosság 1,394-ről 1,488-re. Tehát számpéldánkban a tiszta alapnyugdíj adja a társadalmi optimumot. Vegyük azonban figyelembe, hogy az egyenlegek szórása 1,029-ről gyorsan 0,26-ra csökken ( $\alpha = 0,75$ -nél, közel a minimumhoz), majd újra megnő, és ez csökkentheti a munkavállalást és a járulékbevallást.

#### *F1. táblázat*

Az újraelosztás hatása

Az NDC súlya $\alpha$	Relatív hatékonyság $\varepsilon$	Az egyenlegek szórása $Dz$
1,00	1,394	1,029
0,75	1,424	0,260
0,50	1,448	0,913
0,25	1,470	1,867
0,00	1,488	2,858

*Megjegyzés:*  $\tau = 0,25$ .