

MERZA ÁDÁM–LONDON ANDRÁS–KISS ISTVÁN
MÁRTON–PELLE ANITA–DOMBI JÓZSEF–NÉMETH TAMÁS

A világkereskedelem hálózatelméleti vizsgálatának lehetőségeiről

Tanulmányunkban a világkereskedelmi rendszer vizsgálatának egy, az utóbbi időben egyre népszerűbb hálózatelemzésen alapuló, elsősorban gráfelméleti módszereket alkalmazó megközelítését mutatjuk be a szakirodalom és szemléletes példák alapján. Olyan komplex hálózatos modelleket kívánunk ismertetni, amelyekkel vizsgálni lehet a nemzetközi kereskedelmi rendszer – mint komplex hálózat – belső tulajdonságait és fejlődését. Áttekintjük a rendszer lehetséges gráfos reprezentációit, ismertetünk néhány hálózatelemzési módszert, amelyek segítségével vázoljuk az információkinyerés lehetőségeit.

Journal of Economic Literature (JEL) kód: C02, C38, C53.

Az utóbbi években mind a technológiai, mind a társadalmi komplex rendszerek vizsgálata fontos kutatási és alkalmazási területté vált.¹ A kisvilág-tulajdonságú gráfok matematikai leírása jelentős mértékben hozzájárult a hálózatokkal való modellezési szemlélet kialakulásához (*Albert–Barabási* [2002]). A hálózatos megközelítés nem pusztán az adatok hatékony vizualizációjára szolgál, de segít megtalálni egy rendszer legfontosabb szereplőit, legfontosabb interakcióit, megkönyvíti a rendszer strukturális tulajdonságainak vizsgálatát, illetve keletkezésének és működésének megértését. Egy komplex rendszer gyakran egy gráffal, azaz pontokból és köztük haladó élekből álló matematikai objektummal (vagy más terminológiában hálózattal) reprezentálható, amelynek pontjai a rendszer egyes entitásai, élei pedig a köztük lévő kapcsolatokat írják le. *Newman* [2003] megközelítése szerint beszélhetünk technológiai, társadalmi, biológiai és információs hálózatokról. Csupán néhány példát említve, technológiai hálózatok a közlekedési hálózatok: út,

¹ Néhány átfogó tanulmány például *Newman* [2003], *Csermely* [2005], *Boccaletti és szerzőtársai* [2006].

Dombi József, SZTE Informatikai Tanszékcsoport.

Kiss István Márton, SZTE Interdiszciplináris Tudásmenedzsment Kutatóközpont.

London András, SZTE Informatikai Tanszékcsoport (e-mail: london@inf.u-szeged.hu).

Merza Ádám, SZTE Informatikai Tanszékcsoport.

Németh Tamás, SZTE Informatikai Tanszékcsoport.

Pelle Anita, SZTE Pénzügyek és Nemzetközi Gazdasági Kapcsolatok Intézet.

A kézirat első változata 2015. július 20-án érkezett szerkesztőségünkbe.

DOI: <http://dx.doi.org/10.18414/KSZ.2016.1.79>

vasút, légi közlekedés, tömegközlekedés stb. (lásd például *Von Ferber és szerzőtársai* [2009]) és az internet (*Faloutsos és szerzőtársai* [1999]). Társadalmi háló többek között a Facebook (*Lewis és szerzőtársai* [2008]) vagy a Wikipedia (*Brandes és szerzőtársai* [2009]); a biológiai hálózatok közé tartoznak a fehérje–fehérje kölcsönhatási hálók (*Maslov–Sneppen* [2002]) vagy a metabolikus reakcióhálózatok (*Jeong és szerzőtársai* [2000]). Információs hálózatok pedig többek között a WWW (*Broder és szerzőtársai* [2004]) és a tudományos publikációk közötti citációk hálózata (*Egghe–Rousseau* [1990]). A komplex hálózatok vizsgálata nem csak a tudományos világban van jelen, rengeteg alkalmazása megtalálható az iparban a gyógyszergyártó cégek adatelemzési kutatásaitól egészen az online közösségi média modellezéséig. A komplex hálózatokkal való modellezés elterjedése természetesen nem maradt el a gazdaság, valamint a gazdasági folyamatok vizsgálatában sem (lásd például *Corso és szerzőtársai* [2003], *Dinya–Domán* [2004], *Lublóy* [2006], *Benedek és szerzőtársai* [2007], *Gay* [2007], *Reyes és szerzőtársai* [2010], *Gelei* [2009], *Easley–Kleinberg* [2010], *Bargigli és szerzőtársai* [2013]).

A világkereskedelem elemzése és a kereskedelmi rendszerek vizsgálata a modern nemzetközi közgazdaság-tudomány egyik nagy területe. E vizsgálatok számára fontos mutató az országok világkereskedelmi rangsora, amely nem pusztán az egyes országok gazdagságát mutatja, hanem információt adhat egy ország kereskedelmi hálózatának hatékonyságáról. A rangsor egy lehetséges felállítása a dollárban kifejezett import-, illetve exportjavak értéke alapján történik (<http://data.worldbank.org>). Ebben a megközelítésben a fejlett és gazdag országok találhatók a lista elején, mivel ezen országok aktívan részt vesznek a nemzetközi kereskedelmi és pénzügyi folyamatokban. Az ő kereskedelmi hálózatuk széles körű, így relatíve hatékony és versenyképes. A statisztikák kialakításához szolgáló éves kereskedelmi adatok nyilvánosan hozzáférhetők (<http://comtrade.un.org/data>).

A leggyakrabban használt statisztikai elemzések általában objektív képet festenek az egyes országok külkereskedelmi viszonyairól, ugyanakkor a nemzetközi kereskedelem mint folyamatosan változó gazdasági rendszer összképéről, fejlődéséről, illetve az egyes országok egymáshoz képesti relatív helyzetéről nem sok információt nyújtanak. Ahhoz, hogy a kereskedelmi rendszerekről átfogó képet és fejlődési dinamikát lássunk, egy lehetséges megközelítés komplex hálózatként tekinteni rájuk. A kereskedelmi hálózatokat egy leegyszerűsített (de a rendszer komplexitását megőrző) modellben vizsgálhatjuk, ahol az eredeti kereskedelmi rendszer országait tekintjük a hálózat elemeinek (pontjainak), míg két ország egymással való kereskedelmi viszonyát az adott országoknak megfelelő pontok közötti éllel reprezentáljuk az importból, illetve exportból származó pénzáramokon keresztül. Az így kapott hálózati modellek matematikai értelemben úgynevezett irányított és súlyozott gráfok, ahol az él iránya a pénzmozgás irányát, súlya a nagyságát mutatja. A korai tanulmányokban a *világkereskedelmi hálózattal* mint irányítatlan, statikus gráffal dolgoztak (kezdeti eredmények például *Serrano–Boguná* [2003], *Garlaschelli–Loffredo* [2004]), de a legújabb eredmények már irányított, folyamatosan változó hálózat elemzéséről szólnak (lásd például *Arribas és szerzőtársai* [2009], *Garlaschelli–Loffredo* [2005], *Fagiolo és szerzőtársai* [2009], *De Benedictis–Tajoli* [2011], *Ermann–Shepelyansky* [2013]).

Összefoglaló írásunk célja hogy néhány mintapéldán keresztül bemutassuk a modern hálózateleméleti módszerek használatának lehetőségeit az Európai Unió kereskedelmi hálózatán. Az elmúlt években tanúi lehettünk az európai külkereskedelmi termékforgalom igen jelentős szerkezeti változásának és növekedésének. Ezen nagyfokú emelkedés háttérében a globális gazdaság integrációjának fokozatos előrehaladása áll, amely folyamatokon belül az Európai Unió bővítései játszottak meghatározó szerepet. Így nemcsak hazánkban, de minden csatlakozott országban a külkereskedelmi tevékenység alanyi joggá vált, ennek következtében a külkereskedelmet folytatók száma folyamatosan bővül (www.ksh.hu). A kelet-közép-európai új tagállamok külkereskedelmi szerkezete már EU-csatlakozásuk előtt nagymértékben hasonlónak vált az EU-15 országokéhoz (*Éltető* [2003]). Napjainkra mindezek egyik következménye, hogy minden európai uniós ország és vállalat egy egyre inkább egységes globális piacon versenyez egymással, még ha vannak is olyan régiók, amelyek bizonyos hátrányokkal küszködnek. Az EU kereskedelmi hálózatának változásait szemléletesen lehet nyomon követni hálózatelemzési módszerekkel, ezáltal betekintést ajánlva az olvasó számára a hálózat kutatás alapjaiba és fundamentális eszköztárába.

A tanulmány szerkezete a következőképpen alakul. Először bemutatjuk a *nemzetközi kereskedelmi hálózat* vizsgálatának néhány fontos eredményét. Majd áttekintjük a hálózatelemélet legfontosabb fogalmait és matematikai háttérét – koncentrálna elsősorban az alapvető eszközökre (közösségkeresés és rangsorolás). Sorra vesszük és illusztráljuk néhány hálózat kutatási, illetve hálózatalapú adatbányászati eszköz alkalmazási lehetőségeit az EU kereskedelmi hálózatán. Végül összegezzük tanulmányunkat, illetve megemlítünk néhány lehetséges jövőbeli kutatási irányt.

Kapcsolódó tanulmányok

Az utóbbi évtizedben ugrásszerűen megnőtt az „adatvezérelt” tudományos kutatások jelentősége – köszönhetően az óriási és rendkívül részletre menő adatfelhalmozásnak. E kutatások elsődleges célja számítógépes elemzésből adódó hipotézisállítást, majd a hipotézisek elméleti és alkalmazott vizsgálata, általában statisztikai eszközökkel. A gazdaságtudományon belül is számos szakterület vonta be kutatási eszköztárába az átfogó adatelemzést, ezzel együtt a különböző komplex gazdasági rendszerek matematikai modellezését. A hálózatos modellekkel való megközelítés igen hatékonynak bizonyult több gazdasági rendszer vizsgálatára is, aminek egyik legjobb példája a világkereskedelmi hálózat tanulmányozása.

Az utóbbi időben sokan, többféle nézőpont szerint vizsgálták e hálózat változásait, összefüggéseit. Az egyik nagy kutatási irány a „*globalizálódik vagy regionalizálódik-e a világ*” kérdésre keresi a választ, illetve hogy milyen jelenségek állnak e folyamatok háttérében. A kérdéskör létjogosultságát jól mutatja, hogy az elmúlt két évtizedben tanúi lehettünk a fokozott globalizáció, illetve a regionalizáció megjelenésének is a nemzetközi kereskedelemben. Előbbi azt támasztja alá, hogy elfogulatlan, szabad versenyen alapuló kereskedelmi kapcsolatok alakultak ki különböző

országok között, míg utóbbi rámutat a regionális kereskedelmi megállapodások és kisebb szabadkereskedelmi területek létrejöttére. Empirikus vizsgálatok (*Mansfield–Milner* [1999], *Chortareas–Pelagidis* [2004]) gyakran feltételezik, hogy a globalizáció és regionalizáció egymással ellentétes gazdasági folyamatok. *Hummels* [2007] azt állítja, hogy erős bizonyítékok vannak a globalizációra, ugyanakkor többen rámutatnak ellentétes irányú, illetve a globalizációval együtt jelen lévő folyamatokra (*Tzekina és szerzőtársai* [2008], *Arribas és szerzőtársai* [2009], *Piccardi–Tajoli* [2012]). *Caldarelli és szerzőtársai* [2014] közösségek és közösségi magok felderítésével vizsgálja a globális és regionális dinamikát a világkereskedelmi hálózat fejlődésében. Az ázsiai és csendes-óceáni térség kereskedelmi adatainak hálózatelméleti vizsgálata segítségével arra a következtetésre jut, hogy a kereskedelmi hálózat globális alakulásai szoros összefüggésben vannak a hálózat regionális szintű változásaival

Kereskedelmi hálózatok szerkezeti vizsgálatával *Ermann–Shepelyansky* [2013] erőteljes hasonlóságot vélnek felfedezni az ökológiai hálózatok és a világkereskedelmi hálózat strukturális tulajdonságai között. Az ökológiai rendszerekben az egyes fajok és a közöttük zajló kölcsönhatások egy egységes hálózatot alkotnak, amelynek egyik fontos jellemzője az erős strukturáltság (*Pascual–Dunne* [2005]). Intenzíven vizsgálták, hogy növények és beporzó rovarjaik közötti, úgynevezett mutualista² hálózatok hogyan alakulnak ki (*Bascompte és szerzőtársai* [2003], *Vázquez–Aizen* [2004], *Rezende és szerzőtársai* [2007]). Az ilyen típusú rendszereket magas fokú egymásba ágyazottság (*nestedness*)³ mutató jellemez (*Olesen és szerzőtársai* [2007], *Saavedra és szerzőtársai* [2011]). Matematikai modellekkel megmutatták, hogy ez a fajta struktúra minimálisra csökkenti a fajok közti versenyt, ugyanakkor növeli a biológiai sokféleséget (*Bastolla és szerzőtársai* [2009]). Később rámutattak, hogy különböző társadalmi rendszerek esetén is megjelennek az ilyenfajta hálózatok, például a textilruházati iparban (*Saavedra és szerzőtársai* [2011]), a bankszektorban, továbbá a világkereskedelmi rendszerben is (*May és szerzőtársai* [2008], *Haldane–May* [2011], *Ermann–Shepelyansky* [2013]).

A vizsgálatok során több strukturális hasonlóságot mutattak ki az országok közötti kereskedelmi, valamint a növénybeporzó hálózatok között. Ebben a megközelítésben a világkereskedelmi hálózatban szereplő országok felelnek meg az ökológiai hálózat növényeinek, míg kereskedelmi termékeik a beporzó rovaroknak, a hálózat két pontja közötti súlyozott él pedig az adott ország adott termékének import- vagy exportmennyiségét mutatja. Ez a szemlélet új színben mutatja be a világkereskedelmi hálózatot, újraértelmezve az országok, valamint az egyes termékek világkereskedelemben betöltött szerepét.

² Az ökológiában mindkét populáció számára előnyös kölcsönhatásokat nevezik mutualizmusnak. A növények és beporzó rovarok közti hálózatok esetén az élek létezését az egyes fajok közti tényleges interakció (beporzás) fennállása határozza meg.

³ Az ökológiai rendszerekben használt mérőszám, amely a beágyazottság mérésére szolgál. Ez leegyszerűsítve azt jelenti, hogy a kevés interakcióban részt vevő fajok jellemzően a sok kapcsolatban részt vevő fajokkal állnak kapcsolatban. Gráfos terminológiában a mutató azt méri, hogy az egyes pontok szomszédságai mennyire tartalmazzák egymást, azaz a szomszédságok mennyire alkotnak lánc típusú halmazrendszert. A beágyazottság (*nestedness*) lehetséges számolásairól egy összefoglaló írás például *Ulrich és szerzőtársai* [2009] és *Csermely és szerzőtársai* [2013].

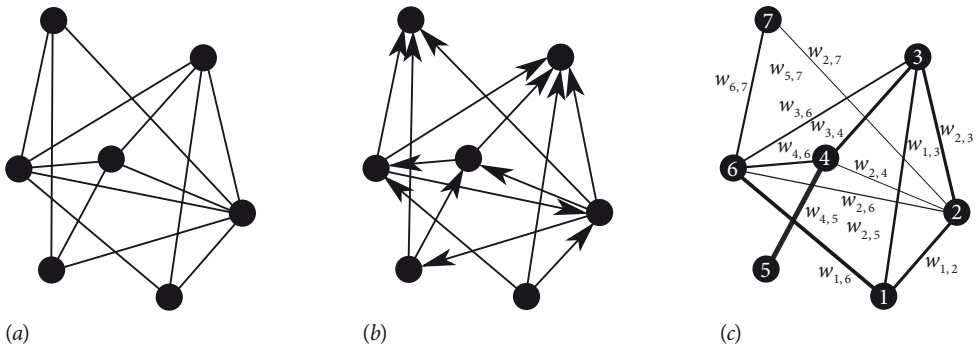
Hálózatelméleti alapok

Gráfok

A gráfelmélet a matematika, ezen belül a kombinatorika egyik ága, mely a komplex hálózatok leírásának matematikai hátterét is részben szolgáltatja. Egy *irányítatlan (irányított) gráf* $G = (N, L)$ két halmazból (N és L) áll, ahol $N \neq \emptyset$ és L az N rendezetlen (rendezett) elempárjaiból áll. Az $N = \{n_1, n_2, \dots, n_N\}$ halmaz elemeit a G gráf *pontjainak* (vagy csúcsainak), míg az $L = \{l_1, l_2, \dots, l_K\}$ elemeit a gráf *éleinek* nevezzük. Az élek a pontok közti kapcsolódásokat reprezentálják. Egy irányítatlan gráfban egy kapcsolatot az i és j rendezetlen pontpárral definiálunk és (i, j) -vel jelöljük; irányított gráf esetén a pontpár rendezett, ekkor (i, j) azt jelenti, hogy i -ből megy j -be egy irányított él. A gráf *súlyozott*, ha minden élhez egy valós számot mint súlyt rendelünk $[(i, j)$ él súlya $w_{i,j}]$, különben *súlyozatlan* (1. ábra). Egy pont szomszédjai azon pontok halmaza, amelyekkel a pont össze van kötve éllel. A szomszédság elemszámát a pont fokának nevezzük. Súlyozott esetben a pont (súlyozott) foka a ráilleszkedő éleken lévő súlyok összege. Irányított esetben megkülönböztethetjük egy pont *be-*, illetve *kifokát*.

1. ábra

Irányítatlan (a), irányított (b), súlyozott irányítatlan (c) gráf, $N=7$ csomóponttal és $K=14$ éllel



Forrás: Bocaletti és szerzőtársai [2006] 2.1. fejezet.

Kisvilág-típusú gráfok

Kisvilág-típusú gráfnak nevezzük az olyan gráfokat, amelyekben a pontok szomszédsága általában kicsi, ugyanakkor a legtöbb pont csupán néhány lépésből elérhető bármely másik pontból, ha a lépéseket pont-él-, pont-él- ... sorozatnak tekintjük. Egy „kisvilág” esetén jellemző, hogy a pontok közti átlagos távolság kicsi, illetve léteznek benne nagy szomszédságú pontok. Ezenfelül fontos karakterisztikája, hogy ha (i, j) és (i, k) létező élek, akkor nagy valószínűséggel a (j, k) él is létezik, azaz nagy a háromszögek száma a kisvilág-tulajdonságú gráfok esetén.

Watts–Strogatz [1998] nevéhez fűződik az első algoritmus – ebben egy N ponttal rendelkező gráfból, amelyben minden pont foka azonos, az élek bizonyos valószínűséggel történő újracsatlásával kisvilág-gráfokat származtatnak. A modell által kapott gráfot összehasonlítva a valóságban jelen levő hálózatokkal, mérhetővé válik, hogy az adott valós rendszer mennyire kisvilág-tulajdonságú. Kiderült, hogy a kisvilág-tulajdonság számos fontos hálózatra jellemző, például a legtöbb társadalmi hálóra, az internetre, illetve biológiai és technológiai hálózatokra egyaránt (számos példa található hivatkozásokkal együtt például *Boccaletti és szerzőtársai* [2006] 2.2. fejezetében).

Skálafüggetlen hálózatok

Sokáig a hálózattudományban a szokásos megközelítés a hálózatok homogenitásának feltételezése volt. A homogenitás az interakciós struktúrában azt jelenti, hogy szinte minden pont topológiailag egyenértékű, azaz a szomszédságok mérete közel azonos, illetve az átlagos távolságok is azonosak az egyes pontokból indulva (lásd például a *szabályos rács*, ahol minden pont foka négy, vagy az *Erdős–Rényi-gráf*, ahol minden él egy azonos $0 < p < 1$ valószínűséggel létezik – *Erdős–Rényi* [1960]).

Amikor a kutatók valós hálózatok tanulmányozását kezdték a rendelkezésre álló adatbázisokból, az volt az elképzelésük, hogy a fokszámoszlás az átlagos érték környékén mozog, egy jól definiált négyzetes ingadozás átlagértékkel. Várakozásaikkal szemben azonban azt kapták, hogy a valóságban megjelenő legtöbb hálózat hatványfüggvény-alakú fokszámoszlást mutat, azaz annak a valószínűsége, hogy egy pont fokszáma éppen k , nagyságrendileg $k^{-\lambda}$, ahol λ jellemzően 2 és 3 közötti fix érték. Az ilyen hálózatokat skálafüggetlen hálózatoknak nevezik (*Albert–Barabási* [1999]), utalva arra, hogy a fokszámoszlásnak nincsen jól meghatározható átlaga, illetve nem skálázható. A skálafüggetlen hálózatok egyik legfontosabb tulajdonsága, hogy rendkívül inhomogén fokszámoszlásúak, azaz egyszerre teljesül, hogy néhány pont foka óriási, míg számos pont mindössze csupán néhány más ponttal kapcsolódik.

Közösségek, klaszterek

A közösség fogalmát és első hálózatos definícióját először a társadalomtudományokban javasolták (*Wasserman* [1994]). Ha adott egy $G = (N, L)$ gráf, a közösség (vagy klaszter, vagy összetartó alcsoport) egy $G' = (N', L')$ részgráf,⁴ amelynek pontjai között szignifikánsan több él fut, mint ezen pontokból a gráf többi pontjába. Mivel G csúcspontjainak szerkezeti egysége többféleképpen számszerűsíthető, ezért a közösségi struktúráknak is többféle definíciójuk alakult ki. A legszűkebb definíció megköveteli, hogy a közösségen belül minden pontnak mindenki szomszédja legyen, azaz a

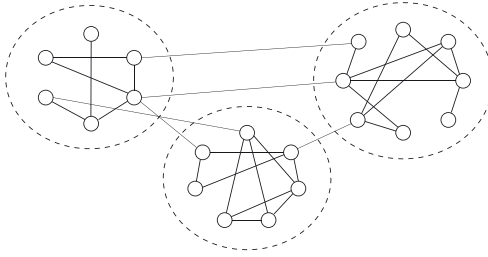
⁴ Egy gráf részgráfja egy olyan gráf, amely pontjai és élei az eredeti gráf pontjainak, illetve éleinek egy részalmazát alkotják, azaz $N' \subseteq N, L' \subseteq L$.

közösség úgynevezett klikket alkotson (Alba [1973]). A definíciók egy másik osztálya az élek relatív gyakoriságán alapul. Ebben az esetben a közösségeket olyan pontok csoportjaként tekintik, amelyeken belül a kapcsolatsűrűség nagy, és amelyek között a kapcsolatok ritkábbak (Girvan–Newman [2002], 2. ábra).

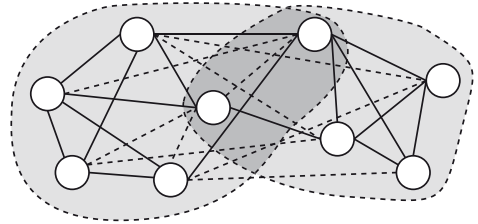
2. ábra

Közösségek hálózatos definíciója

a) Közösségek mint csúcspontok csoportjai



b) Két átfedő közösség



Megjegyzés: a közösségeket definiálhatjuk csúcspontok csoportjaiként is aszerint, hogy nagyobb az élsűrűség a csoportokon belül, mint a közösségeket alkotó részgráfok között. Az ábrán szaggatott körök jelölik a három közösséget.

Megjegyzés: a sötétszürkével jelölt részgráf két közösséghez is tartozhat.

Forrás: Girvan–Newman [2002].

Az egyik legelterjedtebb módszer közösségkeresésre az úgynevezett modularitás függvény⁵ maximalizálása (Newman [2006]). A módszer alapötlete, hogy az eredeti gráfot egy úgynevezett véletlen, nullamodellű gráffal hasonlítja össze, amelyben az egyes pontok fokszámai megegyeznek az eredetiével, de az éleket véletlenszerűen hozza létre. Az algoritmus egy klaszterbe vesz két pontot, ha a köztük lévő él létezik, de a véletlen modellű gráfban kicsi a valószínűsége ezen él létezésének, így növelve lépésről lépésre a modularitás függvény értékét. A szakirodalomban megtalálható számos közösségkereső eljárásról egy magyar nyelvű összefoglalót nyújt például Bartalos–Pluhár [2012].

Rangsorolás hálózatokban

A szereplők, entitások rangsorolása az élet számos területén rendkívül fontos szerepet játszik. A közgazdaságtanban és a társadalomtudományokban számos rangsort ismerünk, amelyek különböző, országokra jellemző mutatókon és indexeken

⁵ A Newman-féle modularitás függvény definíció szerint $Q = \frac{1}{2K} \sum_{i,j} (a_{ij} - p_{ij}) \delta(C_i, C_j)$, ahol $a_{ij} = 1$,

ha (i, j) él létezik, és 0 különben, p_{ij} annak a valószínűsége, hogy (i, j) él létezik a véletlen nullamodell-gráfban, $C_{i,j}$ jelöli azt a közösséget, ahová az i pont tartozik, $\delta(C_i, C_j)$ pedig pontosan akkor 1, ha i és j ugyanabba a közösségbe tartozik, különben 0.

alapulnak. A különböző mutatók szerinti globális rangsorolások mellett az egyik legnépszerűbb eljáráscsalád a páronkénti összehasonlításokon alapuló módszerek. Ilyen például sportolók és csapatok rangsorolása a lejátszott mérkőzések, eredmények alapján. Az internetes keresők rangsorolják a világháló oldalait hiperlinkszerkezetük alapján. A szociológusok az egyes egyének szerepét a társadalmi rendszerekben társadalmi kapcsolataik alapján értékelik. A hálózatalapú rangsorolások lényege, hogy az entitások kapcsolat- vagy hasonlóságstruktúrája alapján definiált gráf pontjait rangsoroljuk a gráfban betöltött szerepük, gráfbeli tulajdonságaik alapján. Egy ilyen módszerre épült például a Google-keresőmotor (*Brin–Page* [1998]). Később számos területen alkalmazták a társadalomtudományi vizsgálatoktól a technológiai (közlekedés, elektromos ellátó rendszerek) hálózatok optimalizálási problémáin át sportolók rangsorolásáig (*Ermann és szerzőtársai* [2014]).

PageRank és HITS

A világháló gráfszerkezetét vizsgálva, Sergey Brin és Larry Page kulcsötlete az volt, hogy azok a weboldalak, amelyekre azonos számú hivatkozás mutat (azaz azonos a befokszámuk), nem feltétlenül tekinthetők hálózati értelemben egyformának (*Brin–Page* [1998]). Hasonlóan, például sportversenyek esetén a győzelem egy magasan rangsorolt versenyző ellen általában értékeesebb, mint egy gyengébb ellenféllel szemben. Általánosan kijelenthető, hogy azok a bejövő kapcsolatok, amelyek sok kapcsolattal rendelkező pontokból érkeznek, sokkal inkább növelik a szóban forgó pont centralitását (fontosságértékét), mint azok a kapcsolatok, amelyek kevés kapcsolattal rendelkező pontból érkeznek. E feltevés alapján egy pont fontossága egy rekurzív formula szerint számolható.⁶ Az így kapott értékelés számos valós rendszer esetén igen hatékonyan bizonyult a tényleges viszonyok és rangsorok kialakításában (*Ermann és szerzőtársai* [2014]).

Kleinberg [1999] – függetlenül a *Brin–Page*-szerzőpárostól – egy alternatív megoldást, a hiperlinken alapuló téma szerinti keresés (*Hyperlink-Induced Topic Search, HITS*) algoritmusát javasolta egy hálózat pontjai fontosságának mérésére. A módszer lényege, hogy megkülönböztet úgynevezett *központi (hub)* és *mértékadó (authority)* típusú pontokat, és feltevése szerint egy jó központi pont olyan, amelyből sok mértékadó pontba fut él, míg a jó mértékadó pontok olyanok, amelyekbe a nagy központiségértékű pontokból mennek élek. Ezek az értékek egyszerű rekurzióval fejezhetők ki, és egy finomabb értékelését adja a hálózat pontjainak. Az algoritmust eredetileg a hiperhivatkozások hálózatának vizsgálatára és a keresések optimalizálásának céljából alkotta meg *Kleinberg*. Egy keresési példával szemléltetve: központi

⁶ A PageRank-értékek iteratív számítása a következő: $PR(i) = (1-\lambda)\frac{1}{n} + \lambda \sum_{j:j \rightarrow i} \frac{PR(j)}{k_j^{\text{out}}}$, ahol $\lambda \in [0, 1]$

szabad paraméter, általában 0,6 és 0,8 között, k_j^{out} pedig a j pont kifoka. A második kifejezés egyszerűen kifejezi, hogy minden i csúcs értéke rekurzívan kiszámítható azon csúcsok PageRank-értékéből, melyekből van él az i pontba. Az első tag technikai szempontból fontos, hogy a csúcsok PageRank-értékei konvergáljanak az iterációs szám növelésével.

egy olyan oldal, amely sok hivatkozást tartalmaz például nagy autógyárak oldalaira, és ebben az esetben mértékadó egy olyan autógyár oldala, amelyre sok autós témával foglalkozó weblap hivatkozik.

„Fertőzések” terjedése hálózatokban

Mint ahogy korábban láttuk, a hálózattudomány alkalmazása számos területen jelentős sikereket ért el. Az egyik ilyen például az epidemiológia, amely fertőzések és járványok terjedésének vizsgálatával foglalkozik. A kisvilág-gráfok felfedezése és modellszerű leírása a klasszikus járványterjedés vizsgálatának újragondolásához vezetett. A kisvilág-típusú gráfokban lévő viszonylag kevés él, a közösség szerkezete, valamint a sűrűsödések korlátozhatják egy vírus terjedését, azonban a pontok közötti átlagosan kis távolságok miatt valójában gyorsan elérhet bárkit egy fertőzés.

Hasonló tanulságokat vonhatunk le a marketing területéről is, ahol egy termék vagy egy fogyasztói szokás mint „fertőzés” elterjedéséről lehet szó. Megfigyelhető, hogy bizonyos vásárlási szokásokra a média és a reklámok hatnak, míg másokat erősen befolyásolnak az ismerősök, barátok ajánlásai. Összességében elmondható, hogy az online közösségi hálózatok megjelenésével a hálózatalapú fertőzésterjedési modellek használata az utóbbi években egyre jelentősebbé vált (Subramani–Rajagopalan [2003]). Az egyik legkorábbi modell a Granovetter-féle úgynevezett *lineáris küszöb* (*linear threshold*) modell (Granovetter [1978]). A modell lényege, hogy a hálózat pontjaira a szomszédjai vannak közvetlen fertőzési hatással, aminek a mértéke a két pont közti kapcsolaterősségtől függ, továbbá minden pontjához tartozik egy fertőzési küszöbérték. Ha egy adott pontra a fertőzési összehatás eléri a pontra vonatkozó küszöbértéket, a pont aktívvá válik, és ő is képes fertőzni. Egy másik modell, az úgynevezett *független kaszkád* (*independent cascade*) modell Domingos és Richardson nevéhez fűződik (Domingos–Richardson [2001]). A modell szerint, amikor egy pont aktív fertőzővé válik, akkor minden szomszédjával kapcsolatban kap egy egyszeri lehetőséget, hogy azt egy adott, például a kapcsolat erősségétől függő valószínűség szerint megfertőzze. Az ilyen típusú modellek vizsgálatának egyik legfontosabb kérdése, hogy mely pontok kezdeti fertőzöttsége esetén lesz a teljes hálózati hatás maximális.

Az európai kereskedelmi hálózat szerkezete és fejlődése

A világkereskedelemnek a világ gazdaság fejlődésében betöltött alapvetően fontos szerepe szintén indokolja a világkereskedelmi hálózat mélyebb, átfogóbb vizsgálatának szükségességét. A hangsúly a hálózatban szereplő országokra és a közöttük megvalósuló kereskedelmi kapcsolatokra helyeződik. A hálózat kutatás célja az országok mint a hálózati pontok közötti kapcsolatok – ezzel a komplex rendszer egészének – felépítése és elemzése.

Az éves kereskedelmi adatok nyilvánosan hozzáférhetők az ENSZ árukereskedelmi adatbázisában (<http://comtrade.un.org>). Ezen adatbázis napjainkban szinte

minden ország adatait tartalmazza. A komplex hálózati modellben a világ országai a gráf pontjai, az egymással kereskedő országok közötti pénzáramokat a gráf élei reprezentálják. Tételizzük fel, hogy egy adott i -edik ország importál néhány terméket egy j -edik országból egy adott t -edik évben. Ekkor adódik egy (i, j) kapcsolat (él) a gráfban, amely a kereskedelmi volumen által az adott t -edik év kereskedelmi import–export viszonyát mutatja a két ország között.⁷ Az országok közötti kereskedelem ebben a modellben egy irányított hálózat, ahol a kapcsolat irányát a pénzeszközök áramlási iránya határozza meg. Természetesen adódik a komplex hálózatos megközelítés, a hálózattudomány modern módszereinek alkalmazása a világkereskedelmi hálózat tulajdonságainak vizsgálatára. A következőkben néhány konkrét hálózatelemzési eredményt mutatunk be a nemzetközi kereskedelmi hálózatot az Európai Unió országaira korlátozva.

A kereskedelmi rangsor lehetséges megállapításai

A hálózatokban szereplő pontok, vagyis az országok rangsorát a világkereskedelmi hálózatban betöltött szerepük alapján tudjuk rangsorolni, az előzőkben már bemutatott PageRank-, valamint a HITS-algoritmusok segítségével. Ezekkel az eljárásokkal megpróbáltunk egy olyan rangsort létrehozni, amelyben az Európai Unió országait a kereskedelemben betöltött szerepük alapján rangsoroljuk. A két eljárás eredményei összhangban vannak. Először a PageRank-algoritmussal rendeltünk értékeket a gráf csúcsaihoz. A hálózat pontjaihoz rendelt PageRank-értékek skálafüggetlen fokszámoszlást mutatnak, ami tulajdonképpen a Pareto-elv egy újabb bizonyítéka a kereskedelmi hálózat export- és importvolumeninek eloszlására. E szerint az Európai Unió összexportja mennyiségének jelentős részét az európai uniós tagállamok kis hányada teszi ki: Németország, Belgium, Hollandia, Olaszország, Franciaország és az Egyesült Királyság. A maradék összexport mennyiséget (alig több, mint 20 százalékot) a többségben lévő, kisebb európai uniós gazdaságok alkotják. A PageRank-adatok a GDP-adatokkal összevetve árnyalják az adott nemzetgazdaságok európai kereskedelemben vett fontosságának rangsorát. Azokban az országokban, amelyek PageRank-rangsorbéli értéke alacsonyabb a GDP-rangsorbéli értéküknél, a nemzetgazdaságok fontosabb szerepet töltenek be az exporthálózatban, mint amire pusztán a GDP-érékükből következtethetnénk. Ebből a szempontból például Csehország és Magyarország szerepe jelentősebb Európa kereskedelmében, mint amit a bruttó hazai össztermékeik értéke sejtet (3. ábra).

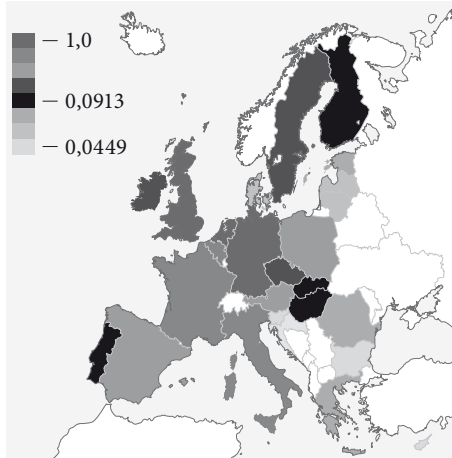
Ezután a HITS-algoritmust alkalmaztuk, amely hasonló a PageRankhez, de fő különbség, hogy minden egyes csúcshoz egy központi, valamint egy mértékadó értéket rendel. A modellünkben a központi értékek az exportértékeknek azt a jellegét mutatják, hogy mennyire nagy importáló országba exportálnak, míg a mértékadó értékek azt,

⁷ Megjegyezzük, hogy lehetőség van lényegesen finomabb hálózatos modellek felállítására is, ahol minden egyes terméket az export és az import volumenével együtt figyelembe veszünk (lásd például *Ermann–Shepelyansky* [2013]). A tanulmány összefoglaló jellege miatt az ilyen modellekre nem térünk ki részletesen.

3. ábra

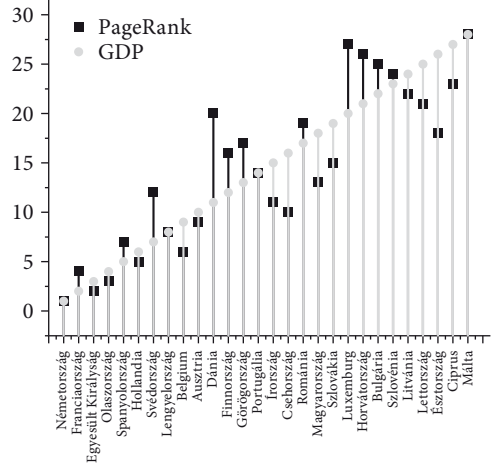
PageRank-értékek alapján rajzolt „hőterkép” (a) és az egyes országok GDP, illetve PageRank szerinti rangsora (b), 2013

A PageRank-értékek alapján rajzolt „hőterkép”



A GDP és a PageRank szerinti rangsor

Rangsor



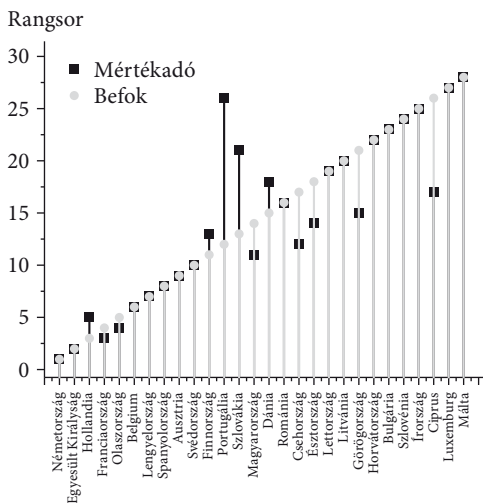
hogyan az import jellemzően mennyire jelentős exportőr országokból érkezik. A HITS által kapott értékek jól mutatják a gazdasági hálózat egymásba ágyazott jellegét, szintén alátámasztva a kereskedelmi és ökológiai rendszerek strukturális hasonlóságát. Ugyanakkor, összevetve a mértékadó (*befok*), illetve a központi (*kifok*) értékek szerint kapott rangsorokat a következő egyszerű megállapításokat tehetjük (amelyek további, mélyebb vizsgálatok lehetőségét vetik fel). A *kifok* (azaz a GDP-arányos exporthányad) és a központiság rangsorértékeinek összevetése alapján azok az államok, amelyek esetében a központiság rangsora előnyösebb, mint a *kifok* értéke, az Európai Unió vezető hatalmai (Németország, Egyesült Királyság, Franciaország), illetve jellemzően a balti és a kelet-közép-európai államok (köztük Magyarország).

A 4. ábrán ezek a gazdaságok helyezkednek el a *kifok*-rangsorbeli értékek alatti térben. Az EU három legnagyobb gazdasága esetében a magas központisági értékek az egymással, és más nagy európai gazdaságokkal folytatott aktív kereskedelemnek köszönhetőek, hiszen ezek a gazdaságok méretüknél és exportvolumenüknél fogva egyszerre központi és mértékadó pontjai a gráfnak. Azok a kis gazdaságok, amelyeknek előkelőbbek a központiság értékei, mint amilyen arányban termékeiket külső piacokon értékesítik, magasabb arányban képesek a nagy importgazdaságok irányába folytatni kereskedelmet, tehát erős és meghatározó partnerekkel képesek kapcsolatokat fenntartani, ami gazdasági növekedés esetében fokozott előnnyel járhat. Azok a gazdaságok, amelyek központiság értéke a *kifok* esetében előnytelenebb, exporttermékeiket kevésbé központi gazdaságoknak értékesítik. Ez a lista elején álló gazdaságoknál természetes jelenség lehet, hiszen nagyon nagy *kifok* esetében érdemes diverzifikálni a kereskedelmi partnereket, a lista végén álló országok számára azonban veszélyeket rejt magában az alacsony exporthányad és az alacsony presztízsű kereskedelmi partnerek kombinációja.

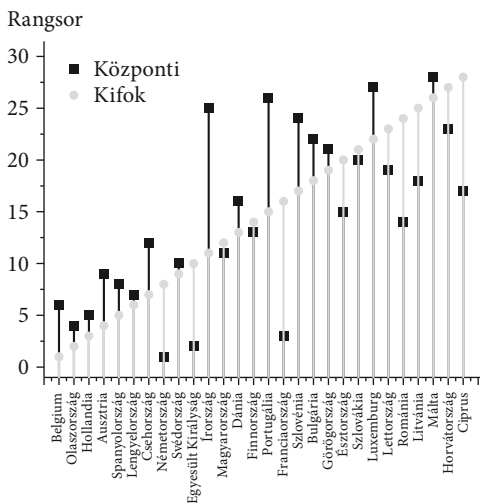
4. ábra

A mértékadó pontok (a) és a központi pontok (b) szerint kapott rangsorok

a) A GDP-arányos importvolumen (befok) és a mértékadó pontok



b) A GDP-arányos exportvolumen (kifok) és a központi pontok szerint kapott rangsorok



Összegezve a kezdeti tapasztalatokat, különféle rangsoroló algoritmusok használatával beláthatjuk, hogy Pareto-elv vagy más néven a „80–20-as” szabály érvényesül a hálózatra, amely szerint az EU összexportjának, illetve összimportjának jelentős részét csupán néhány ország bonyolítja. Ezt, a gravitációs modell következtetéseihez (lásd *Nello* [2009]) hasonlóan, természetes jelenségnek tekinthetjük, ám eredményeink ezúttal is azt jelzik, hogy azon országok külkereskedelmi függése a nagyoktól nagymértékben determinált, amelyek exportjának súlya a világkereskedelemben kicsi, de GDP-arányosan jelentős. Megemlítjük, hogy a tanulmányunkban használt rangsoroló algoritmusok mellett több más, hatékony és érdekes módszer található az irodalomban (példaként említve a lobbindexet, *Korn és szerzőtársai* [2009]), amelyek összehasonlítása a korábban használt rangsorolókkal egy érdekes jövőbeli kutatás tárgya lehet.

Közösségek a kereskedelmi hálózatban

A valóságban megfigyelhető hálózatok többsége inhomogén szerkezetű, ennek az a legátlakodóbb jele, hogy a hálózatban csomósodások találhatók, azaz néhány pont foka nagy, míg a legtöbb pontnak csak alig van szomszédja. Fontos jellemzőjük a közösség-szerkezet (gyakran klasztereknek, csoportoknak, moduloknak nevezik a közösségeket), vagyis a hálózat olyan „sűrű” részgráfok uniója, amelyeken belül az elemek (csúcsok) kapcsolatrendszere sűrűbb, míg a hálózat többi részéhez kevesebb éllel kötődnek. A hálózatok funkciója, illetve dinamikája szempontjából meghatározó szerepük van a csoportosulásoknak. Gondoljunk például az emberi kapcsolat hálózatára, ahol a járványok és a hírek egy-egy csoportosuláson belül nagyon gyorsan terjednek, hiszen

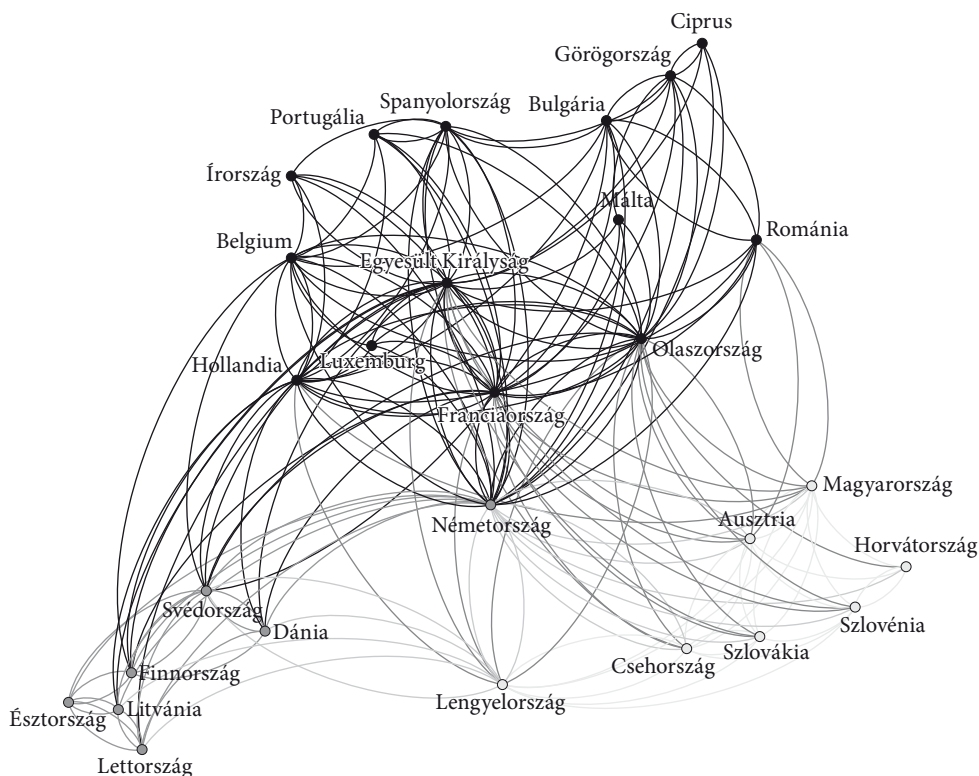
olyan individuumokról van szó, akik között gyakoriak az interakciók, míg a közösségeken kívüli kapcsolatok száma és intenzitása jóval alacsonyabb.

Amikor a világkereskedelmet a hálózatelemzési módszerekkel vizsgáljuk, változó méretű klasztereket vélünk felfedezni, amelyek folyamatosan alakulnak, hol szűkülnek, hol bővülnek. Ezekbe a közösségekben olyan országok tartoznak, amelyek egymás közti kereskedelme arányaiban jóval nagyobb, mint amit a közösségen kívüli országokkal bonyolítanak le. Ezen csoportosulások kialakulásában történelmi, földrajzi, társadalmi és gazdasági okok is fontos szerepet játszanak. A közösségeket és azok időbeli változásait különféle közösségkereső algoritmusok segítségével mutathatjuk ki. Egyik ilyen a *Newman–Girvan* [2004] által bevezetett modularitásoptimalizálási módszer. Jól megfigyelhetők különböző közösségek az Európai Unió kereskedelmi hálózatán belül is.

Közösségkereső algoritmusok használatakor olyan csoportosulások is megtalálhatók, amelyekben egyszerre több közösséghez is tartozó csomópontok léteznek (2. ábra). Az ilyen klasztereket átfedő klasztereknek, csoportosulásnak nevezzük. Ez alól a világkereskedelmi hálózat sem kivétel, hiszen felfedezhetők benne olyan csomópontok, amelyek több közösséghez tartozhatnak, ez a jelenség jól megfigyelhető az 5. ábrán.

5. ábra

Az Európai Unió kereskedelmi hálózata 2013. évi adatok alapján

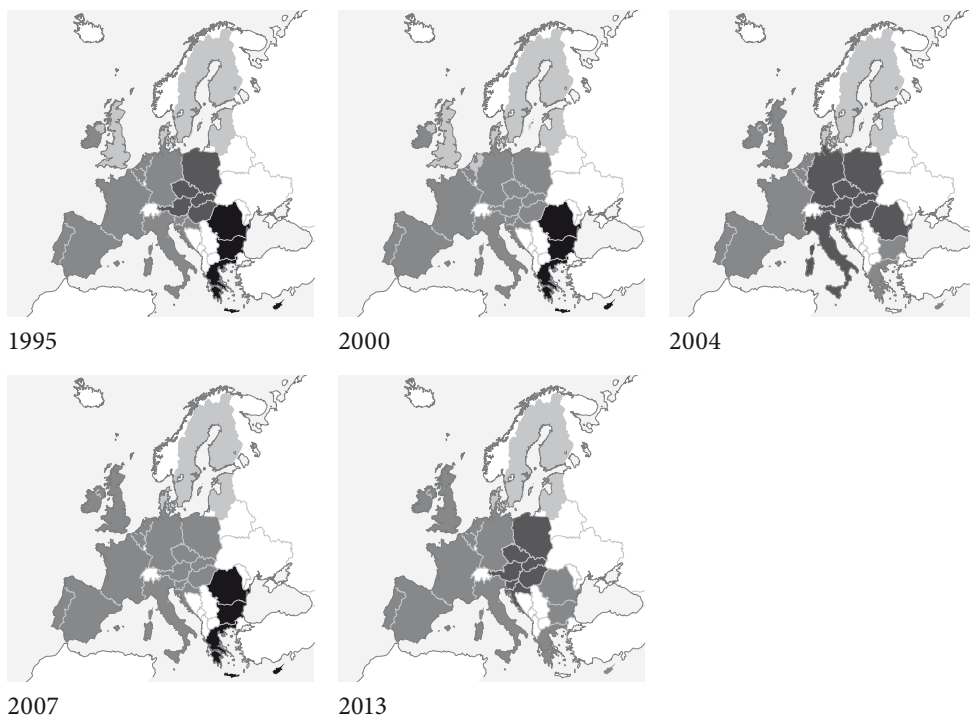


Megjegyzés: jól elkülöníthető a három különböző közösség, látható, hogy a nyilakkal jelölt országok, Hollandia, Olaszország, Lengyelország egyszerre több közösséghez is tartozik.

Példánkban öt vizsgált évet vettünk alapul a 1995–2013-as időszakból, amelyek főként az Európai Unió tagbővítéseire korlátozódnak. A vizsgált évek adataiból felépített hálózatok, majd a rajtuk futatott közösségkereső algoritmusok eredményeit térképen ábrázoltuk (6. ábra), amelyből jól kivehető az európai kereskedelem szorosabb közösségeinek időben történő változásai.

6. ábra

Az Európai Unió közösségei, 1995, 2000, 2004, 2007, 2013



Megjegyzés: a különböző színek az egy közösséghez tartozó országokat jelöli.

Forrás: saját összeállítás.

A tagbővítések öt évét tekintve általánosan elmondható, hogy minden hálózatban legalább három, legfeljebb négy jól elkülöníthető klasztert lehet felfedezni, amelyek a nyugati, a keleti, az északi, valamint déli vagy balkáni közösségek. Ezekben a közösségekben a legtöbb ország állandó, de vannak olyanok, amelyek egyik klaszterből a másikba „vándorolnak”, sőt maguk a klaszterek is beolvadhatnak, összeolvadhatnak vagy szétválhatnak.

A skandináv és a balti országok által alkotott északi közösség a legstabilabb. Ebben a leglényegesebb változás, hogy az Egyesült Királyság 2000 és 2004 között kikerült belőle. A nyugati klaszter már nagyobb fluktuációt mutat, amelynek Írország, Franciaország, a Benelux államok, Spanyolország és Portugália a stabil tagjai. Az Egyesült Királyság az ezredforduló után kerül át ebbe a klaszterbe, míg a 2004-es bővítési hullámhoz köthetően Olaszország és Németország annyira

megélénkítette kereskedelmét a keleti blokk országaival, hogy ideiglenesen önálló klaszterre olvadtak azokkal.

A volt KGST-tag- és társult országok, Ciprus és Görögország nem képesek tartósan a klaszterhez csatlakozni. Az ideiglenesen eltűnő, majd újra különváló keleti és a balkáni közösségek jól példázzák az őket alkotó országok történelmi hagyatékait. Míg a keleti a Habsburg Birodalom, majd az Osztrák–Magyar Monarchia országait tömöríti, addig a balkánit az Oszmán Birodalom által a 19. századig uralt államok alkotják (*Éltető* [2003], [2014]). Ez utóbbi esetben külön figyelemre méltó, hogy bár Görögország már 1981-ben csatlakozott az Európai Unióhoz, azonban Bulgáriával, Romániával és Ciprussal alkot egy közösséget. Eme klaszterek ideiglenes beolvadása, majd ismételt különválása a nyugati klasztertől jól példázza ezeknek a térségeknek az integrációs kihívásait, illetve alátámasztja a történelmi és földrajzi adottságok által meghatározott regionalizációs hatások fontosságát, amelyeket a vámunió és az európai integrációs törekvések sem voltak képesek (eddig legalábbis) nyom nélkül felülírni.

Lehetséges fertőzési modellek a kereskedelmi hálózatokban

Legjobb tudomásunk szerint fertőzési modelleket közvetlenül még nem alkalmaztak a világkereskedelmi hálózat elemzésére, ugyanakkor számos jelenség hatása modellezhető lenne fertőzések vizsgálatával. Ahogyan az epidemiológiai vizsgálatokban a betegségek, a világkereskedelmi hálózat esetében a gazdasági sokkok terjedésének vizsgálata jelentheti a fertőzésmodellek legjelentősebb alkalmazási területét. Ennek alapvető módja lehet, ha krízisszituációt feltételezünk egy nemzetgazdaságban, aminek hatására annak vásárlóereje bizonyos mértékben gyengül. Következésképpen a vele kapcsolatban álló gazdaságok nettó exportbevételei is visszaesnek, ami a bruttó hazai össztermék csökkenéséhez vezet. A fertőzés terjed a hálózaton, hiszen nemcsak az epicentrum, hanem annak kereskedelmi partnerei is visszaesést szenvedtek el, ami újabb gazdaságok krízisét eredményezheti.

Ez a modell amellett, hogy rendszerszinten azonosítani tudná, hogy mely nemzetgazdaságok megroppanása idézheti elő a legnagyobb hálózati szintű veszteségeket, a közvetlen és közvetett hálózati hatásokon keresztül egyes gazdaságok sérülékenységét is megadhatja adott epicentrumok bizonyos mértékű fertőzései esetén.

Komplexebbé tehető a modell, ha a hálózatban feltételezzük a gyógyulást, azaz a keletkező exportfelesleg új piacokon történő értékesítését, valamint ha az exportkapcsolatokat iparági bontásban vizsgáljuk. Be lehetne vonni a modellbe a külföldi működőtőke- és portfólióbefektetéseket is, amelyek az adott pont válságnak való kitettségét távozó (vagy éppen érkező) tőkével is korrigálhatják (*Haberly–Wójcik* [2014]). A gráf pontjainak önmagával való kapcsolata (hurokél) ebben az esetben reprezentálhatja a belső fogyasztást, amely a hazai piac és a kormányzati megrendelések kiigazító hatását képes mérhetővé tenni. Egy ehhez hasonló fertőzésmodell akár egy alternatív kockázatelemzési módszer alapjául is szolgálhat.

Összegzés

Az utóbbi évtizedben az „adatvezérelt” tudományos kutatások száma ugrásszerű növekedést mutat. Ezek fő célja az adatbányászaton alapuló hipotézisállítás, amit a folyamatosan generálódó és egyre nagyobb mennyiségben elérhető adatok tesznek lehetővé. A hálózatkutatás mint adatbányászati és -elemzési módszer az elmúlt években számos tudományágban megjelent a társadalomtudományoktól a műszaki és természettudományokon át az orvostudományig. Tanulmányunkban a nemzetközi kereskedelmi hálózatot mutattuk be, amelyet természetes módon lehet reprezentálni komplex hálózatos modellekkel. Idetartoztak a rangsoroló, valamint a közösségkezeső algoritmusok, az egyszerű strukturális elemzések, valamint a fertőzésterjedések és a hálózat időbeli változásainak vizsgálata.

Mintapéldánk az ENSZ árukereskedelmi adatbázisából származó adatok alapján felépített európai uniós kereskedelmi hálózat volt, ahol a hálózat pontjai a tagországokat reprezentálják, élei pedig a közöttük zajló kereskedelmi kapcsolatokat. A különböző évekre vonatkozó adatok alapján felépített hálózatokon jól látszódik az EU-n belüli kereskedelmi közösségek alakulása, amelyek hol bővülnek, hol szűkülnek, eltűnnek, majd újra felbukkannak, továbbá felfedezhetünk olyan országokat, amelyek egyszerre több közösséghez is tartozhatnak. Ezek kialakulása főként földrajzi, társadalmi és gazdasági okokra vezethető vissza. A PageRank, valamint a HITS gráfalapú rangsoroló algoritmusok segítségével gráfunk pontjai között olyan rangsorokat tudunk kialakítani, amelyek megmutatják az EU-tagországok kereskedelemben betöltött szerepét, egyszerre figyelembe véve az interakciók összességét, amire az egyszerű statisztikai mutatók nem képesek. Ezekből az adatokból kimutatható többek közt, hogy az európai kereskedelmi volumen néhány ország kezében összpontosul, és láthatóvá teszi számos ország jelentős kereskedelemgazdasági függőségét tőlük.

Közeljövőben tervezett célunk a világkereskedelmi hálózat vizsgálata dinamikus modellek segítségével: melyik országot hogyan érintette a válság kereskedelmi hálózata szempontjából, átrendezte-e a válság a kereskedelmi és gazdasági erőviszonyokat. További lehetőség a fertőzési modell algoritmizálása és alkalmazása a kereskedelmi hálózatra. A kereskedelmi hálózatok finomabb szerkezetének vizsgálatába szeretnénk bevonni az egyes kereskedelmi ágazatokra, illetve az egyes termékekre lebontott kereskedelmi kapcsolatokat is.

Hivatkozások

- ALBA, R. D. [1973]: A graph-theoretic definition of a sociometric clique. *Journal of Mathematical Sociology*, Vol. 3. No. 1. 113–126. o. <http://dx.doi.org/10.1080/0022250x.1973.989826>.
- ALBERT RÉKA–BARABÁSI ALBERT-LÁSZLÓ [2002]: Statistical mechanics of complex networks. *Reviews of modern physics*, Vol. 74. No. 1. 47. o. <http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.74.47>.

- ARRIBAS, I.–PEREZ, F.–TORTOSA-AUSINA, E. [2009]: Measuring globalization of international trade: theory and evidence. *World Development*, Vol. 37. No. 1. 127–145. o. <http://dx.doi.org/10.1016/j.worlddev.2008.03.009>.
- BARABÁSI ALBERT–LÁSZLÓ ALBERT RÉKA [1999]: Emergence of scaling in random networks. *Science*, Vol. 286. No. 5439. 509–512. o. <http://dx.doi.org/10.1126/science.286.5439.509>.
- BARGIGLI, L.–LIONETTO, A.–VIAGGIU, S. [2013]: A statistical equilibrium representation of markets as complex networks. arXiv preprint arXiv:1307.0817.
- BARTALOS ISTVÁN–PLUHÁR ANDRÁS [2012]: Közösségek és szerepük a kisvilág gráfokban. *Alkalmazott Matematikai Lapok*, 29. évf. 55–68. o. <http://real-j.mtak.hu/id/eprint/1025>.
- BASCOMPTE, J.–JORDANO, P.–MELIÁN, C. J.–OLESEN, J. M. [2003]: The nested assembly of plant–animal mutualistic networks. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, Vol. 100. No. 16. 9383–9387. o. <http://dx.doi.org/10.1073/pnas.1633576100>.
- BASTOLLA, U.–FORTUNA, M. A.–PASCUAL-GARCÍA, A.–FERRERA, A.–LUQUE, B.–BASCOMPTE, J. [2009]: The architecture of mutualistic networks minimizes competition and increases biodiversity. *Nature*, Vol. 458. No. 7241. 1018–1020. o. <http://dx.doi.org/10.1038/nature07950>.
- BENEDEK GÁBOR–LUBLÓY ÁGNES–SZENES MÁRK [2007]: A hálózatelmélet banki alkalmazása. *Közgazdasági Szemle*, 54. évf. 7. sz. 682–702. o.
- BOCCALETTI, S.–LATORA, V.–MORENO, Y.–CHAVEZ, M.–HWANG, D. U. [2006]: Complex networks: Structure and dynamics. *Physics reports*, Vol. 424. No. 4. 175–308. o. <http://dx.doi.org/doi:10.1016/j.physrep.2005.10.009>.
- BRANDES, U.–KENIS, P.–LERNER, J.–VAN RAAIJ, D. [2009]: Network analysis of collaboration structure in Wikipedia. Megjelent: *Proceedings of the 18th international conference on World wide web*. ACM, New York, 731–740. o. <http://dx.doi.org/10.1145/1526709.1526808>.
- BRIN, S.–PAGE, L. [1998]: The anatomy of a large-scale hypertextual Web search engine. *Computer networks and ISDN systems*, Vol. 30. No. 1. 107–117. o. [http://dx.doi.org/10.1016/s0169-7552\(98\)00110-x](http://dx.doi.org/10.1016/s0169-7552(98)00110-x).
- BRODER, A.–KUMAR, R.–MAGHOUL, F.–RAGHAVAN, P.–RAJAGOPALAN, S.–STATA, R.–WIENER, J. [2000]: Graph structure in the web. *Computer networks*, Vol. 33. No. 1. 309–320. o. [http://dx.doi.org/10.1016/s1389-1286\(00\)00083-9](http://dx.doi.org/10.1016/s1389-1286(00)00083-9).
- CHORTAREAS, G. E.–PELAGIDIS, T. [2004]: Trade flows: a facet of regionalism or globalization? *Cambridge Journal of Economics*, Vol. 28. No. 2. 253–271. o. <http://dx.doi.org/10.1093/cje/28.2.253>.
- CORSO, G.–LUCENA, L. S.–THOMÉ, Z. D. [2003]: The small-world of economy: a speculative proposal. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 324. No. 1. 430–436. o. [http://dx.doi.org/10.1016/s0378-4371\(02\)01883-6](http://dx.doi.org/10.1016/s0378-4371(02)01883-6).
- CSERMELY PÉTER [2005]: A rejtett hálózatok ereje. *Mi segíti a világ stabilitását?* Vince Kiadó, Budapest.
- CSERMELY PÉTER–LONDON ANDRÁS–WU, L. Y.–UZZI, B. [2013]: Structure and dynamics of core/periphery networks. *Journal of Complex Networks*, Vol. 1. No. 2. 93–123. o. <http://dx.doi.org/10.1093/comnet/cnt016>.
- DE BENEDICTIS, L.–TAJOLI, L. [2011]: The world trade network. *The World Economy*, Vol. 34. No. 8. 1417–1454. o.
- DINYA LÁSZLÓ–DOMÁN SZILVIA [2004]: Gazdasági hálózatok tanulmányozásának módszertani kérdései. Megjelent: *Czagány László–Garai László (szerk.): A szociális identitás, az információ és a piac*. SZTE Gazdaságtudományi Kar közleményei, Szeged, JATEPress, 127–150. o.

- DOMINGOS, P.–RICHARDSON, M. [2001]: Mining the Network Value of Costumers. Megjelent: Proceedings of the 7th International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. ACM, New York, 57–66. o. <http://dx.doi.org/10.1145/502512.502525>.
- EASLEY, D.–KLEINBERG, J. [2010]: Networks, crowds, and markets: Reasoning about a highly connected world. Cambridge University Press. <http://dx.doi.org/10.1017/CBO9780511761942>.
- EGGHE, L.–ROUSSEAU, R. [1990]: Introduction to informetrics: Quantitative methods in library, documentation and information science. Elsevier, Amszterdam. <http://dx.doi.org/10.1086/602337>.
- ÉLTETŐ ANDREA [2003]: Versenyképesség a közép-kelet-európai külkereskedelemben. Közgazdasági Szemle, 50. évf. 3. sz. 269–281. o.
- ERDŐS PÁL–RÉNYI ALFRÉD [1960]: On the evolution of random graphs. Magyar Tudományos Akadémia Matematikai Kutató Intézet Közleményei, 5. 17–61. o.
- ERMANN, L.–FRAHM, K. M.–SHEPELYANSKY, D. L. [2014]: Google matrix analysis of directed networks. Reviews of Modern Physics, Vol. 87. No. 1261. arXiv preprint: arXiv:1409.0428.
- ERMANN, L.–SHEPELYANSKY, D. L. [2013]: Ecological analysis of world trade. Physics Letters A, Vol. 377. No. 3. 250–256. o. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physleta.2012.10.056>.
- FAGIOLO, G.–REYES, J.–SCHIAVO, S. [2009]: World-trade web: Topological properties, dynamics, and evolution. Physical Review E, Vol. 79. No. 3. 036115. <http://dx.doi.org/10.1103/physreve.79.036115>.
- FALOUTSOS, M.–FALOUTSOS, P.–FALOUTSOS, C. [1999]: On power-law relationships of the internet topology. In ACM SIGCOMM Computer Communication Review, Vol. 29. No. 4. 251–262. o. <http://dx.doi.org/10.1145/316194.316229>.
- GARLASCHELLI, D.–LOFFREDO, M. I. [2004]: Patterns of link reciprocity in directed networks. Physical Review Letters, Vol. 93. No. 26. 268701. <http://dx.doi.org/10.1103/physrevlett.93.268701>.
- GARLASCHELLI, D.–LOFFREDO, M. I. [2005]: Structure and evolution of the world trade network. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Vol. 355. No. 1. 138–144. o. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2005.02.075>.
- GAY, B. [2007]: How can innovation economics benefit from complex network analysis? No. 12. Groupement de Recherches Economiques et Sociales, <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1634107>.
- GELEI ANDREA [2009]: Hálózat – a globális gazdaság kvázi szervezete. Vezetéstudomány, 40. évf. 1. sz. 16–33. o.
- GIRVAN, M.–NEWMAN, M. E. [2002]: Community structure in social and biological networks. Proceedings of the National Academy of Sciences, Vol. 99. No. 12. 7821–7826. o. <http://dx.doi.org/10.1073/pnas.122653799>.
- GRANOVETTER, M. [1978]: Threshold models of collective behavior. American Journal of Sociology, Vol. 83. No. 6. 1420–1443. o. <http://dx.doi.org/10.1086/226707>.
- HABERLY, D.–WÓJCIK, D. [2014]: Regional blocks and imperial legacies: Mapping the global offshore FDI network. Economic Geography, Vol. 91. No. 3. 251–280. o. <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2346091>.
- HALDANE, A. G.–MAY, R. M. [2011]: Systemic risk in banking ecosystems. Nature, Vol. 469. No. 7330. 351–355. o. <http://dx.doi.org/10.1038/nature09659>.
- HUMMELS, D. [2007]: Transportation costs and international trade in the second era of globalization. The Journal of Economic Perspectives, Vol. 21. No. 3. 131–154. o. <http://dx.doi.org/10.1257/jep.21.3.131>.

- JEONG, H.–TOMBOR, B.–ALBERT, R.–OLTVAI, Z. N.–BARABÁSI, A.-L. [2000]: The large-scale organization of metabolic networks. *Nature*, Vol. 407. No. 6804. 651–654. o. <http://dx.doi.org/10.1038/35036627>.
- KLEINBERG, J. M. [1999]: Authoritative sources in a hyperlinked environment. *Journal of the ACM*, Vol. 46. No. 5. 604–632. o. <http://dx.doi.org/10.1145/324133.324140>.
- KORN ANDRÁS–SCHUBERT ANDRÁS–TELCS ANDRÁS [2009]: Lobby index in networks. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 388. No. 11. 2221–2226. o. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2009.02.013>.
- LEWIS, K.–KAUFMAN, J.–GONZALEZ, M.–WIMMER, A.–CHRISTAKIS, N. [2008]: Tastes, ties, and time: A new social network dataset using Facebook.com. *Social Networks*, Vol. 30. No. 4. 330–342. o. <http://dx.doi.org/10.1016/j.socnet.2008.07.002>.
- LUBLÓY ÁGNES [2006]: Topology of the Hungarian large-value transfer system. *MNB Occasional Papers*, No. 57.
- MANSFIELD, E. D.–MILNER, H. V. [1999]: The new wave of regionalism. *International Organization*, Vol. 53. No. 3. 589–627. o. <http://dx.doi.org/10.1162/002081899551002>.
- MASLOV, S.–SNEPPEN, K. [2002]: Specificity and stability in topology of protein networks. *Science*, Vol. 296. No. 5569. 910–913. o. <http://dx.doi.org/10.1126/science.1065103>.
- MAY, R. M.–LEVIN, S. A.–SUGIHARA, G. [2008]: Complex systems: Ecology for bankers. *Nature*, Vol. 451. No. 7181. 893–895. o. <http://dx.doi.org/10.1038/451893a>.
- NELLO, S. [2009] *The European Union: Economics, Policies and History*. McGraw Hill, Maidenhead.
- NEWMAN, M. E. [2003]: The structure and function of complex networks. *SIAM Review*, Vol. 45. No. 2. 167–256. o. <http://dx.doi.org/10.1137/S003614450342480>.
- NEWMAN, M. E. [2006]: Finding community structure in networks using the eigenvectors of matrices. *Physical Review E*, Vol. 74. No. 3. 036104. <http://dx.doi.org/10.1103/physreve.74.036104>.
- NEWMAN, M. E.–GIRVAN, M. [2004]: Finding and evaluating community structure in networks. *Physical Review E*, Vol. 69. No. 2. <http://dx.doi.org/10.1103/physreve.69.026113>.
- OLESEN, J. M.–BASCOMPTE, J.–DUPONT, Y. L.–JORDANO, P. [2007]: The modularity of pollination networks. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, Vol. 104. No. 50. 19 891–19 896. o. <http://dx.doi.org/10.1073/pnas.0706375104>.
- PASCUAL, M.–DUNNE, J. A. (szerk.) [2005]: *Ecological networks: linking structure to dynamics in food webs*. Oxford University Press.
- PICCARDI, C.–TAJOLI, L. [2012]: Existence and significance of communities in the world trade web. *Physical Review E*, Vol. 85. No. 6. 066119. <http://dx.doi.org/10.1103/physreve.85.066119>.
- REYES, J.–SCHIAVO, S.–FAGIOLO, G. [2010]: Using complex networks analysis to assess the evolution of international economic integration: The cases of East Asia and Latin America. *The Journal of International Trade and Economic Development*, Vol. 19. No. 2. 215–239. o. <http://dx.doi.org/10.1080/09638190802521278>.
- REZENDE, E. L.–LAVABRE, J. E.–GUIMARÃES, P. R.–JORDANO, P.–BASCOMPTE, J. [2007]: Non-random coextinctions in phylogenetically structured mutualistic networks. *Nature*, Vol. 448. No. 7156. 925–928. o. <http://dx.doi.org/10.1038/nature05956>.
- SAAVEDRA, S.–STOUFFER, D. B.–UZZI, B.–BASCOMPTE, J. [2011]: Strong contributors to network persistence are the most vulnerable to extinction. *Nature*, Vol. 478. No. 7368. 233–235. o. <http://dx.doi.org/10.1038/nature10433>.
- SERRANO, M. Á.–BOGUÑÁ, M. [2003]: Topology of the world trade web. *Physical Review E*, Vol. 68. No. 1. 015101. <http://dx.doi.org/10.1103/physreve.68.015101>.

- SUBRAMANI, M. R.–RAJAGOPALAN, B. [2003]: Knowledge-sharing and influence in online social networks via viral marketing. *Communications of the ACM*, Vol. 46. No. 12. 300–307. o. <http://dx.doi.org/10.1145/953460.953514>.
- TZEKINA, I.–DANTHI, K.–ROCKMORE, D. N. [2008]: Evolution of community structure in the world trade web. *The European Physical Journal B*, Vol. 63. No. 4. 541–545. o. <http://dx.doi.org/10.1140/epjb/e2008-00181-2>.
- ULRICH, W.–ALMEIDA-NETO, M.–GOTELLI, N. J. [2009]: A consumer's guide to nestedness analysis. *Oikos*, Vol. 118. No. 1. 3–17. o. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1600-0706.2008.17053.x>.
- VÁZQUEZ, D. P.–AIZEN, M. A. [2004]: Asymmetric specialization: a pervasive feature of plant-pollinator interactions. *Ecology*, Vol. 85. No. 5. 1251–1257. o. <http://dx.doi.org/10.1890/03-3112>.
- VON FERBER, C.–HOLOVATCH, T.–HOLOVATCH, Y.–PALCHYKOV, V. [2009]: Public transport networks: empirical analysis and modeling. *The European Physical Journal B*, Vol. 68. No. 2. 261–275. o. <http://dx.doi.org/10.1140/epjb/e2009-00090-x>.
- WASSERMAN, S. [1994]: *Social network analysis: Methods and applications*. Vol. 8. Cambridge University Press, <http://dx.doi.org/10.1017/cbo9780511815478>.
- WATTS, D. J.–STROGATZ, S. H. [1998]: Collective dynamics of 'small-world' networks. *Nature*, Vol. 393. No. 6684. 440–442. o. <http://dx.doi.org/10.1038/30918>.
- ZHU, Z.–CERINA, F.–CHESSA, A.–CALDARELLI, G.–RICCABONI, M. [2014]: The rise of China in the international trade network: a community core detection approach. *PloS One*, Vol. 9. No. 8. e105496. <http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0105496>.