Közgazdasági Szemle, LII. évf., 2005. július–augusztus (732–742. o.)

GÖMÖRI ANDRÁS

Nyugdíjrendszer és játékelmélet

Megjegyzések Mészáros József cikkéhez

Mészáros József A társadalombiztosítási nyugdíjrendszerek mint közjószágok című, Közgazdasági Szemlében megjelent cikkének második részében állításokat fogalmaz meg a nyugdíjrendszerre (részben a politikai rendszerre) vonatkozóan. Ezeket az állításokat arra a fogalmi apparátusra, illetve tételekre alapozza, amelyeket cikkének első részében felvonultat. A bemutatott apparátus egyes helyeken pontatlan, máshol téves, az erre épülő fő állítások (amellett, hogy szintén pontatlanok) nem a megcélzott bizonyítások révén, hanem távoli és homályos (jóllehet nem feltétlenül téves) asszociációkon keresztül kapcsolódnak a matematikai apparátushoz és a tételekhez. Észrevételeim a szóban forgó apparátusra és annak a nyugdíjrendszerrel kapcsolatos állításokhoz fűződő viszonyára, nem pedig ez utóbbi állítások tartalmára vonatkoznak.*

Journal of Economic Literature (JEL) kód: C72.

Játékelméleti alapfogalmak

Már a vitatott cikk[1] rezüméjében sem túl szerencsés az a megfogalmazás, hogy a „…nyugdíjrendszerek többszörös fogolydilemma-játék típusú helyzetben vannak”. Néhány sorral lejjebb pedig az áll, hogy a „… nyugdíjrendszerek közjószágként viselkednek”. A szerző a matematikai apparátus bemutatását így kezdi (275–276. o.):

„A játékelméletben szokásos módon jelölje

$N = \{1, \ldots, n\}$ a játékosok számát

$S = \{S_1 \times \ldots \times S_n\}$ a stratégiahalmazt”

Az első objektum nyilván nem a játékosok száma, hanem a játékosok halmaza. Némi értetlenséggel megkérdezhetnénk, ha a második objektum a stratégiahalmaz, vajon kié. De ne értetlenkedjünk, nyilvánvaló, hogy ez a stratégiahalmazok Descartes-szorzata, azaz a stratégiaprofilok halmaza. Ehhez persze először meg kellene adni a játékosok stratégiahalmazait.

A következőkben megismerkedhetünk a G-vel jelölt, n-személyes játék normálalakjával, amely a szerző szerint: $G = \{N, S_i, u_i\}$. Vagyis a játék a játékosok halmazából, továbbá az i-edik játékos stratégiahalmazából és kifizetőfüggvényéből áll. Ismét megkérdezhetnénk: a többi játékos hova lett? De kérdés helyett adjuk meg helyesen: $G = \{N, \{S_i\}_{i \in N}, \{u_i\}_{i \in N}\}$.

* A tartalmi kritikát illetően lásd *Németh* [2005].

[1] *Mészáros József:* A társadalombiztosítási nyugdíjrendszerek mint közjószágok. Közgazdasági Szemle, 2005. 3. sz. 275–288. o.

Gömöri András Budapesti Corvinus Egyetem, matematikai közgazdaságtan és gazdaságelemzés tanszék.

Az ezután bevezetett három fogalomról (a játékos biztos nyeresége, biztonsági stratégiája, illetve a lényegtelen játék) annyit mondhatunk, hogy a cikk e helyen definiálja ezeket, majd soha többé nem használja semmire.

A Nash-egyensúly definíciója viszont a $G(N,S,(\succeq))$ módon megadott játékra hivatkozik. Ez a megadás azonban máshogyan építkezik, mint az előző. Ha valahonnan rájövünk, hogy a $\succeq$ szimbólum preferenciarendezésre utal, akkor már tudjuk is, hogy ennek az építkezésnek így kell kezdődnie: legyen $\succeq_i$ az *i*-edik játékos preferenciarendezése a stratégiaprofilok halmazán. Ezután megadhatjuk a játék normálalakját (persze helyesen): $G(N,S,\{\succeq_i\}_{i\in N})$. A két megadás megfelelő feltételek mellett ekvivalens, de arra a kérdésre, hogy a szerző miért indul el az egyik úton, ha a másikon akar továbbmenni, nem tudunk válaszolni.

Ezután a legjobb válasz fogalmának definíciója következik, jelölése $BR_i(s_{-i})$, majd a szerző bejelenti: „a *BR*-t ekkor az *i*-edik legjobbválasz-függvénynek nevezzük." Ez sajnos semmit sem mond, hiszen sem *BR*-ről, sem az *i*-edik legjobbválasz-függvényről nem tudunk meg semmit. Amiről szó van, az az *i*-edik játékos legjobbválasz-függvénye (leképezése), amely a többi játékos minden stratégiaprofiljához az *i*-edik játékos legjobb válaszát rendeli. Így jelölésében utalni kellene a játékosra. Arról nem beszélve, hogy ezt a fogalmat helyes lett volna a Nash-egyensúly fogalma előtt bevezetni, mivel az utóbbi erre épül.

A többszemélyes fogolydilemma definíciója csaknem hibátlan. Mindössze a 2. sorban a kifizetőfüggvények argumentumának utolsó elemét kellene *N* helyett *n*-nel indexelni. Ezt a sort egyébként így írnám: $\forall i\in N$ esetén $U_i(s_i^d, s_{-i}) > U_i(s_i^k, s_{-i})$, $\quad \forall s_{-i}$, mert ebből kiderül, hogy a dezertálás stratégia legjobb válasz a többi játékos bármely stratégiaprofiljára, azaz domináns.

A többszemélyes fogolydilemmát egy példa illusztrálja, amely igen izgalmas feladat elé állítja a fejtörőket kedvelő olvasót:

„**Példa.** Legyen $m \subset N$ s_i^k $\forall$ $i \in \{m\}$ jel $x = m/N$. Ekkor $u_k(x)$ és $u_d(x)$ a kifizetések: $u_d(x) > u_k(x)$ és $u_k(1) > u_d$ (0)."

Ha az olvasó valahonnan kitalálta, hogy *m* a „kooperálás" stratégiát játszó játékosok részhalmaza, akkor arra már igazán rájöhet, hogy *x* nem – mint írva van – két halmaz hányadosa (mit is kellene ezen érteni?) hanem $x = \frac{|m|}{|N|}$ a kooperáló játékosok aránya. Ezután már csak arra kell rájönni, hogy $u_k(x)$ egy kooperáló játékos kifizetése (a kooperálók arányának függvényében), feltéve, hogy ez minden játékosra azonos, hasonlóan $u_d(x)$ egy dezertáló játékos kifizetése. [Arról csak zárójelben emlékezzünk meg, hogy az $u_k(x)$, $u_d(x)$ jelölések tévesek, mert a kifizetőfüggvény argumentuma nem a játékosok halmazának egy részhalmaza (*x*), hanem egy stratégiaprofil.]

Lehet persze azt állítani, hogy az említett hibák mindegyike apró elírás, pontatlanság – vagy azt, hogy „úgyis tudjuk, miről van szó". Ez utóbbi annál is inkább igaz, minthogy a játékelmélet – kézikönyvek tömegében (helyesen) leírt – alapfogalmairól van szó.[2] (Miért is nem elégedett meg a szerző az ezekre való hivatkozással?) De a pontatlanságnak ez a mértéke nemcsak udvariatlanság az olvasóval szemben, de komolyan veszélyezteti a cikk olvashatóságát. Gondoljunk arra az olvasóra, akit érdekel a nyugdíjrendszer, a játékelméletben kevéssé járatos, de szívesen elolvas egy – ha nem is didaktikusan, de világosan kifejtett – formális apparátust. Az ő helyzete szinte reménytelen, s ez a cikk továbbolvasásával sem javul.

[2] Kivétel talán a szerző játékelmélet könyve, amely nem szűkölködik az említettekhez – és a még említendőkhöz – hasonló hibákban.

Játékelméleti tételek

A játékelméleti alapfogalmak ismertetését három tétel kimondása (és kettő bizonyítása) követi. Ezek igen fontos szerepet játszanak a cikk szerkezetében, hiszen a három tétel rendre egymásra épül, a cikk négy fő állítása közül pedig kettő a harmadik tételen alapul, egy további állítás pedig felhasználja a harmadik tételt. Ugyanakkor a tételekkel (és bizonyításokkal) kapcsolatos tisztánlátást számos jelölési és szóhasználati következetlenség, a tévességig rossz megfogalmazás, hibás utalások, strukturális-logikai hibák nehezítik. Próbáljuk meg ezeket (ha nem is valamennyit) lefejteni a tételekről, hogy mibenlétükre fény derüljön!

Mindenekelőtt meglepő a tételek elhelyezése a cikk gondolatmenetében. Az előző oldalon a szerző részletesen ismerteti az egyszerű (nem ismételt) játékok elméletének alapfogalmait, majd egyszer csak kimond három tételt – az ismételt játékokra vonatkozóan. Nem világos: a szerző azt feltételezi, hogy az olvasó járatos a játékelméletben, de akkor miért van szükség az alapfogalmak bemutatására, vagy azt, hogy nem járatos, akkor pedig miért nem ismerteti éppen azokat a játékokat, amelyekre a tételek vonatkoznak. Ezt ugyanis nem lehet elintézni a 275. oldal utolsó néhány mondatával, amelyek szerint az ismételt játék bizonyos elemeit az eredeti játékból származtatjuk. Egyáltalán nem mindegy, hogy pontosan mit értünk egy ismételt játékban egy játékos stratégiáján és stratégiahalmazán, hogy kifizetése vajon az elemi játék kifizetéseinek összege, összegének jelenértéke vagy átlaga stb., vagy, hogy mit jelent egy ilyen játék részjátéka, egyensúlya és megoldása.

A tételek vizsgálatát kezdjük néhány formai kérdéssel! A bizonyítások mind az ismétlések számát, mind egy adott sorszámú ismétlés sorszámát is ugyanazzal a szimbólummal jelölik. Ráadásul ez a szimbólum az első tétel bizonyításában T, a másodikéban t.

Azt az egyensúlyfogalmat, amelynek az elnevezése az angol nyelvű játékelmélet irodalomban *subgame perfect*, az első tétel részjáték-*tökéletes*nek, a második részjáték-*kielégítő*nek mondja. Azt a játékot, amelynek ismétlésével az ismételt játék előáll, az első tétel „elemi játéknak”, a második és harmadik pedig „alapjátéknak” nevezi. A három tétel közül az első „véges ismételt játékra”, a második „véges ismétlődésű játékra”, a harmadik pedig „véges ismétlődéses játékra” vonatkozik. Számon kérhetnénk a szerzőn, hogy miért nem adja meg e három különböző játéktípus definícióját, ha komolyan gondolnánk, hogy különböző játéktípusokról van szó, de inkább azt gondoljuk, hogy ez *egy* játék, három különböző elnevezéssel. Elismerve, hogy azokon a szakterületeken, amelyek eredeti terminológiája angol nyelvű, sokszor nem könnyű a megfelelő magyar kifejezést megtalálni, annyi mégis megkövetelhető, hogy egyetlen szerző, egyetlen cikkének ugyanazon az oldalán, ugyanazon fogalom megjelölésére ugyanazt a kifejezést használja.

Ha a szerző szem előtt tartaná annak a játékstruktúrának a mibenlétét, amelyre a tételek vonatkoznak, nem használna olyan megfogalmazásokat, amelyek nem egyszerűen zavarók, de helyenként tévesek, és csaknem lehetetlenné teszik a tételek megértését. Csak illusztrációként említek néhány példát.

Az első tétel második mondata azt állítja, hogy *„az elemi játék Nash-egyensúlya részjáték-tökéletes Nash-egyensúlya G-nek”* (ahol G az ismételt játék). Nyilvánvaló, hogy az alapjáték egyensúlya (amely egy stratégiaprofil) nem lehet az ismételt játék egyensúlya (amely egy stratégiaprofil-sorozat). A második tétel bizonyításában ezt olvassuk: „Ez az egyensúly legjobb válasz az alapjátékban…”. Természetesen egy egyensúly nem legjobb válasz, hanem a kölcsönösen legjobb válaszokat tartalmazó stratégiaprofil. A harmadik tétel egyetlen mondata így fest: *„Ha véges ismétlődéses játék alapjátékának van egyértelmű egyensúlya, akkor ez az egyensúly a játék megoldása minden periódusban.”* A mondat egészében értelmetlen, mert egyrészt azt állítja, hogy az alapjáték egyensúlya az ismételt játék megoldása, ami tévedés. Másrészt az ismételt játék megoldásáról beszél minden periódusban, noha ezt a megoldást a játék egészére értjük, és nem periódusonként.

Ha mindezektől a problémáktól eltekintünk, akkor érdemes a tételeket és bizonyításokat tartalmi szempontból szemügyre venni. Mindhárom tétel egy véges sokszor ismételt játékra vonatkozik, amelynek alapjátékában egyetlen Nash-egyensúly van. Az első tétel az ilyen játék részjáték-tökéletes egyensúlyának létezését, a második az egyensúly egyértelműségét állítja, a harmadik pedig azt, hogy az egyértelmű egyensúly a játék megoldása.

Ezek után világos, hogy valójában egyetlen, közismert tételről van szó, amely nagyjából így fest.

Ha a $G(T)$ ismételt játék G alapjátékának egyetlen Nash-egyensúlya az $a^* = (a_1^*, \ldots, a_i^*, \ldots, a_n^*)$ stratégiaprofil, akkor minden $T < \infty$ esetén a $G(T)$ játék egyetlen részjáték-tökéletes egyensúlyában valamennyi $i = 1, 2, \ldots, n$ játékos az a_i^* stratégiáját játssza, valamennyi $t = 1, 2, \ldots, T$ periódusban, a játék addigi történetétől függetlenül. (A tétel és bizonyítása megtalálható például *Fudenberg–Tirole* [1991], 111. és 165–166. o., *Osborne–Rubinstein* [1994] 157–158. o., *Vega-Redondo* [2003] 306. o., magyar nyelven, bizonyítás nélkül *Gibbons* [2005] 74. o.)

Az első és második tétel bizonyítása finoman szólva nehezen követhető. Nem világos, hogy a szerző miért nem az ilyen bizonyítások szokásos metódusát, a visszagöngyölítést, vagy más néven fordított indukciót *(backward induction)* választotta, amelynek során először azt látjuk, be, hogy az utolsó lejátszásban a szóban forgó stratégiaprofil egyensúlyi, majd így haladunk visszafelé.

A második tételben olvasható „folklór” kifejezés arra enged következtetni, hogy az a játékelméletben *néptétel (folk theorem)* vagy *közös tétel* néven ismert tételek valamelyike.[3] Ennek azonban – bizonyos értelemben – éppen az ellenkezőjéről van szó. A szóban forgó játék ugyanis azon ritka játéktípusok egyike (ha nem az egyetlen), amelyre a néptétel-típusú állítások egyike sem érvényes. Némi pontatlansággal azt is mondhatnánk, hogy a néptétel tagadásáról van szó. Így már csak az a kérdés, mire vonatkozik a tételben a „folklór” utalás. (Mellékesen megjegyezzük, hogy ha itt valóban néptétel-típusú tételről lenne szó, akkor szükség lenne a korábban definiált biztos nyereség- stb. fogalmakra, így azonban nincs.)

A harmadik tétel a szóban forgó játékra és annak egyensúlyára vonatkozóan azt állítja, hogy az egyértelmű egyensúlyt megoldásnak tekintjük. Ez azonban a megoldáskeresés logikájának megfelelően az első egyensúlyfogalom megkonstruálása óta bevett gyakorlat. (Mi mást tehetnénk?) A tételre így egyszerűen semmi szükség, azt pedig talán mondani sem kell, hogy semmi köze Seltenhez. Ezúttal talán nem véletlen, hogy a szerző a tételt nem bizonyítja, miközben a cikkben egyetlen Selten-műre történő hivatkozás sincs. Minden jel arra utal, hogy a Selten-tételnek nevezett állítás egyszerűen nem létezik. Mindez azért sem lényegtelen, mert a cikk négy fő állítása közül kettő bizonyítása a szóban forgó tételre való hivatkozásból áll, és egy további állítás a tételt felhasználja.

[3] *Gibbons* [2005] könyvében (fordította: Csorba Gergely) a *folk theorem* fordítása *közös tétel.* Az elnevezést az indokolta, hogy az ötvenes években játékelmélettel foglalkozó kutatók körében közismert és használt volt, miközben senki sem tudta, hogy kitől származik. Ma már több publikált változata ismert.

A nyugdíjrendszer mint közjószág

Úgy vélem, a szerző a nyugdíjrendszerre vonatkozó állításait jelentős részben arra alapozza, hogy a nyugdíjrendszer közjószág, így egyes szereplőinek viselkedése a közjavakkal kapcsolatos viselkedés egyes szabályosságait követi. E feltevés vizsgálatához mindössze a közjószág fogalmát kell tisztázni, továbbá meg kell válaszolni azt a kérdést, hogy mi az a nyugdíjrendszer.

Kétségtelen, hogy a közjószág fogalmának megszületése óta számos törekvés irányult a fogalom általánosítására, ezek némelyike a fogalom tartalmának elhomályosításával járt. Tovább ronthatja a helyzetet, hogy különböző – elsősorban bevezető jellegű – kézikönyvek a fogalom saját tárgyuk szempontjából legfontosabbnak ítélt vonásait emelik ki. Mindez sem feledtetheti azonban, hogy az egyszerű közjószág fogalmának van érvényes és világos definíciója. Ez a definíció Samuelsontól származik (*Samuelson* [1954]). Úgy vélem, a szerző által felsorolt számtalan körülírás és tulajdonság nem mond semmivel többet, mint Samuelson definíciója, amely viszont világos és egyszerű.

Jóval nehezebb pontos képet nyerni arról, mit ért a szerző nyugdíjrendszeren, amit azután közjószágnak tart. Vajon a rendszert leíró szabályok (törvények) együttesét? Vagy azokat is, akik e szabályokat megalkotják (például az országgyűlési képviselők)? Vagy azokat, akik e szabályoknak megfelelően a rendszert működtetik (különböző állami szervezetek, illetve azok egyes szervezeti egységei, például minisztériumi osztályok stb.) Ide tartoznak-e a magánnyugdíjpénztárak és összes alkalmazottjuk, egyáltalán mindenki, aki a rendszer szereplője, beleértve a postást, aki kiviszi a nyugdíjat az eldugott falvakba? Aligha gondolhatjuk, hogy mindezeket a szerző közjószágnak tekinti. Ésszerűbb lenne közjószágnak tekinteni azt a pénzösszeget, amely valamely időszakban rendelkezésre áll a nyugdíjak kifizetéséhez. Csakhogy ebből az összegből csak az részesülhet, aki eleget tett járulékfizetési kötelezettségeinek, ráadásul befizetései függvényében részesülhet ellátásban. Mindent összevetve, úgy vélem, nagyon nehéz a nyugdíjrendszert úgy meghatározni, hogy az közjószág legyen. Ráadásul a szerző cikkének Nyugdíjrendszer mint közjószág című fejezetében tovább árnyalja ugyan a közjószág fogalmát, két saját definíciót is ad, arról azonban egy szót sem ejt, vajon miért lenne a nyugdíjrendszer közjószág.

Olson tétele és a tétel bizonyítása(i)

Minthogy a cikk *1. állítása* (282. o.) – a szerző szerint – Olson tételének alkalmazása, érdemes ezt a tételt is alaposabban szemügyre venni. A tétel a következő (280. o.):

„**Tétel (Olson).** *A közjószág kínálata a kívánatosnál mindig kisebb.*” Tekintve, hogy a tétel semmilyen feltételt nem tartalmaz, azt kell gondolnunk, a szerző minden korlát nélkül érvényesnek véli. Azt azonban nem könnyű eldönteni, hogy mit is állít a tétel, a „kívánatos” kifejezés meglehetősen homályos tartalma miatt. Vajon, ha a kifejezés helyett azt írnánk: elegendő, megfelelő, szerencsés, ideális, vonzó, ajánlatos, szükséges stb., az állítás tartalma ugyanaz maradna? Szerencsére a szerző a függelékben (286–287. o.) megadja a tétel bizonyítását. Induljunk ki tehát ebből, és próbáljuk megállapítani, mi az az állítás, amelyet a bizonyítás megmutat!

Ehhez először ismét meg kell tisztítani a bizonyítást néhány technikai hibától.

Az első optimumfeladat felírásában a jobb oldalról hiányzik a maximalizálásra utaló szimbólum, így az egyenlőség nem áll fenn. A második optimumfeladatban a döntésiváltozó-vektor utolsó elemének indexe helyesen n és nem N. A célfüggvényben szereplő különbség első tagja nem $u(\Gamma)$, hanem $U(\Gamma)$. Az optimum elsőrendű feltételében a bal oldalon szereplő Σ jel alatt helyesen i szerepel, nem pedig j.

Haladjunk óvatosan a tartalmi problémák felé! A bizonyítás elején megtudjuk, hogy ha egy csoport *i*-edik tagja egy közjószág γ_i mennyiségét állítja elő, ennek költsége számára $c_i(\gamma_i, \Gamma_{-i})$ úgy, hogy $\frac{\partial c_i}{\partial \gamma_i} > 0$, $\frac{\partial c_{-i}}{\partial \Gamma_{-i}} < 0$ és $c'' > 0$. (Legjobb talán rögtön túlesni azon, hogy a legutóbbi reláció értelmetlen, hiszen a költségfüggvény kétváltozós, a relációból viszont semmit sem tudunk meg arról, hogy melyik változó szerinti második deriváltja pozitív.) A költségfüggvény változói közül Γ_{-i} aligha jelenthet mást, mint a többiek által előállított közjószág összes mennyiségét. Azonnal felmerül a kérdés, vajon az *i*-edik szereplő termelési költsége miért függ a többiek által termelt mennyiségtől, és főleg hogyan. Ha a második relációban szereplő c_{-i} jelölést komolyan vesszük, akkor ez a többiek költségfüggvényvektora. Ekkor azonban a probléma megoldott, hiszen ha a többiek költsége az általuk előállított jószágmennyiségben csökkenő, miközben az *i*-edik szereplőé növekvő, akkor legjobb, ha a teljes mennyiséget a többiek állítják elő. Inkább gyanakodhatunk ismét elírásra, és arra, hogy a reláció helyesen: $\frac{\partial c_i}{\partial \Gamma_{-i}} < 0$. Ekkor azonban felsejlik a szerző sajátos közjószágfelfogása, ami számos zavar okának tűnik. A technikai hibák okozta zavarosság miatt nehéz biztosat mondani, de úgy látszik, hogy a szerző szerint a közjószágjelenség abban áll, hogy a jószág valamennyi termelőjének költsége a többiek által termelt mennyiségben csökkenő. Ez azonban nem a közjószág, hanem a termelési externália jelensége. A közjószágjelenség lényege – mint arra hamarosan utalunk – nem a termelésben, hanem a fogyasztásban van. Valamennyire reménykeltő, hogy a költségfüggvények említett tulajdonságait a bizonyítás sehol sem használja ki.

A fenti hibák kiszűrése után foglalkozhatunk tartalmi kérdésekkel.

A bizonyítás szerkezete a következő: a szerző felír két optimumfeladatot, majd ezek megoldásait egybevetve jut az eredményre. Arról ugyan semmit sem tudunk meg, vajon miért ilyen módon lehet a szóban forgó állítást bizonyítani. A két feladat közötti átvezető szöveg: „Ez az olsoni modell igen egyszerű, ezért jól elemezhető” sem ad túl sok eligazítást. Tekintsük tehát a két optimumfeladatot:

$$\max_{\gamma_i}\{u_i(\Gamma) - c_i(\gamma_i)\} \tag{1}$$

$$\max_{\gamma_i,\dots,\gamma_n}\{U(\Gamma) - \sum_i c_i(\gamma_i)\} \tag{2}$$

A célfüggvények alakja ugyan helyes, de csak bizonyos feltételek mellett írhatók így, amelyek ugyan szokásosak, de említés nélkül hagyni őket, talán mégsem egészen helyénvaló.

Az első kérdés az, hogy ha az *i*-edik szereplő egy közjószág γ_i mennyiségét állítja elő, vajon miből. A termelés ugyanis átalakítás vagy transzformáció, valamit termelni csak valamiből lehet. Mije van tehát a szóban forgó szereplőnek, aminek felhasználásával közjószágot állít elő, és főleg mennyi van ebből? Akárhogy is, rendelkeznie kell legalább egy jószág rögzített mennyiségével. Ennek viszont két következménye van. Egyrészt nem termelhet több közjószágot, mint amennyire a rendelkezésére álló másik jószág mennyisége elég. Vagyis az optimumfeladatnak van egy erőforráskorlátja. Másrészt, ha a gazdaságban van még egy, a döntéshozó által felhasználható jószág, akkor ennek mennyiségét argumentumként szerepeltetni kell a döntéshozó hasznosságfüggvényében. Ennek viszont az lesz a következménye, hogy a közjószág keresett, individuálisan optimális mennyisége függni fog a másik jószág rendelkezésre álló mennyiségétől (az indulókészlettől). Ezt úgy szokás megoldani, hogy feltesszük: a hasznosságfüggvény kvázilineáris, ekkor az említett hatás zérus. Így az optimumfeladat már megfelelő, csak az említett néhány feltevést kellett volna hozzátenni.

Hasonló hiányok mutatkoznak a második optimumfeladatban is. A társadalmi jóléti függvényben – mert erről van szó – ugyanis a közjószág előállításának (társadalmi) költségfüggvényét kell szerepeltetni, amely nem feltétlenül azonos az egyes termelők költségeinek összegével. Jelölje az előbbit $c(\Gamma)$ azaz $c\left(\sum_i \gamma_i\right)$! A kettő egyenlősége: $c\left(\sum_i \gamma_i\right) = \sum_i c_i(\gamma_i)$ egyetlen speciális esetben áll fenn, ha a közjószág termelési technológiája állandó mérethozadékú. Ezzel két probléma van. Egyrészt nehezen egyeztethető össze a már említett termelési externália jelenlétével, másrészt a gondolatmenet érvényességét a javak egy egészen szűk osztályára korlátozná. Ez utóbbi nehézséget úgy szokás megoldani, hogy feltesszük: a gazdaságban jelen levő másik jószág az ármércejószág vagy pénz. Ennek az a következménye, hogy az *1.* optimumfeladat döntéshozói valójában arról döntenek, hogy magáncélokra használható pénzkészletük mekkora részét fordítják egy közjószágra (vagyis, hogyan allokálják a pénzüket). Ennek hiányában semmi sem garantálja, hogy a *2.* formában felírt optimumfeladat megoldása Pareto-optimumot ad (noha, mint látni fogjuk, erre van szükség).

Ha az említett feltételekkel világossá tesszük a két optimumfeladat tartalmát, akkor valóban megtehetjük, amit a szerző is megtesz, összehasonlíthatjuk megoldásaikat és – most már tudva, hogy mit hasonlítunk össze – a szerzőéhez hasonló eredményre jutva, levonhatjuk a következtetést: *egy közjószág piaci egyensúlyi mennyisége kisebb, mint Pareto-optimális mennyisége*. (Ez az összefüggés közismert, helyes megfogalmazása és bizonyítása számos kézikönyvben olvasható, lásd például *Mas-Colell és szerzőtársai* [1995] 360–361. o.) Érdemes a kapott állítást egybevetni azzal, amelyet a szerző Olson tételének nevez, és amelyet bizonyítani kívánt. Látható, hogy két különböző állításról van szó. Az egyikben a kívánatos, a másikban a Pareto-optimális mennyiségről van szó, a különbség legkevesebb annyi, hogy az utóbbiról tudjuk, hogy mit jelent. Ugyanakkor az eredeti állításban a *kínált* mennyiség, míg a helyes állításban az *egyensúlyi* mennyiség szerepel. A kínált mennyiségről már csak azért sem helyes beszélni, mert ez elfedi, hogy a közjószágjelenség nem a termelés, illetve a kínálati viselkedés, hanem a fogyasztás, így a keresleti viselkedés sajátossága. Nem véletlenül beszél Samuelson már idézett cikkében „kollektív fogyasztási javakról”. Képzeljünk el ugyanis – az egyszerűség kedvéért – egy tökéletes versenypiacot, amelyen árelfogadó, profitmaximalizáló vállalatok valamely homogén jószágot termelnek! E vállalatok a profitmaximalizáló mennyiséget termelik (amely mellett az ár egyenlő a határköltséggel) függetlenül attól, hogy a jószág közjószág, vagy sem. Durván szólva, a vállalatokat egyáltalán nem érdekli, hogy az általuk termelt és eladott terméket ki és hogyan fogyasztja. Ezzel szemben, amikor egy fogyasztó – egybevetve a jószág határhasznát az árával – a vásárolni kívánt mennyiségről dönt, nem számol azzal, hogy – közjószág esetén – az általa fogyasztott mennyiség valamennyi fogyasztó hasznosságát növeli. Ez áll a mondott eredmény hátterében, nem pedig az „alulkínálat”. (Egész más helyzet az, amelyben azt vizsgáljuk, hogy egy csoport tagjai hogyan látják el magukat valamely közjószággal. A Mészáros-cikk függelékében bizonyított állítás azonban nem erre vonatkozik, mint arra még kitérek.)

Végül a tétellel kapcsolatban meg kell említeni, hogy sem a szövegben kimondott, sem a függelékben bizonyított állításnak semmi köze Olsonhoz. Egyrészt azért, mert a bizonyított összefüggés már jóval Olson híres könyvének megjelenése előtt ismert volt. A problémára először valószínűleg Wicksell mutatott rá a 19. század végén (*Wicksell* [1896]). Ismert megoldást adott rá Lindahl több cikkében, először 1919-ben (*Lindahl* [1919]).[4] Samuelson már idézett, 1954-es cikkében miután felírja a Pareto-optimalitás feltételét,

[4] Mind Wicksell, mind Lindahl írásának nagy része olvasható angol fordításban a *Musgrave–Peacock* [1958] kötetben, a 72–118., illetve a 168–176. oldalakon.

nagyjából így fogalmaz (388. o.): semmilyen decentralizált árrendszer (azaz piac) nem biztosítja a kollektív fogyasztás (azaz közjószág) optimális mennyiségét. Ezután több mint tíz évvel, 1965-ben jelent meg Olson ismert, a szerző által hivatkozott könyve.

Másrészt Olson könyvében egészen mást állít. Nem kívánom gondolatmenetének lényegét megismételni, azt bárki elolvashatja (*Olson* [1997] különösen 29–32. o.). Azonban illusztrációként megemlítek egy, Olson által is használt példát.

Egy Cournot-iparágban, amelyben a vállalatok egy homogén jószágot költségmentesen termelnek, az ár emelkedése (csökkenésének elkerülése) a vállalatok számára közjószág, hiszen mindegyikük élvezi az ebből származó profitelőnyöket, akár tett érte valamit, akár nem. Mármost Olson kérdése az, hogy mikor fog egy vállalat önként, a többiektől függetlenül tenni valamit valamely áremelkedés érdekében. Legyen egy vállalat termelése y_i, az iparág összes termelése Y, az inverz keresleti függvény $p(Y)$. Ekkor az i-edik vállalat profitmaximum-feladatának elsőrendű feltétele

$$p(Y) + \frac{dp(Y)}{dY} y_i = 0.$$

Átalakítva kapjuk a jól ismert formulát

$$p(Y)\left[1 - \frac{\frac{y_i}{Y}}{\varepsilon}\right] = 0,$$

ahol ε a kereslet árrugalmasságának abszolút értéke. Mivel nyilván $p(Y) \neq 0$, így $\frac{y_i}{Y} = \varepsilon$.

Azaz: egy vállalat akkor fogja termelését önként csökkenteni – ezzel a többiek számára is előnyt jelentő áremelkedést előidézve –, ha piaci részesedése nagyobb, mint a kereslet árrugalmasságának abszolút értéke (illetve akkor nem fogja termelését növelni, ezzel az árcsökkenést elkerülve, ha a fenti egyenlőség fennáll). Ha tehát egy helyzetben a kereslet árrugalmassága 1/4, és a vállalatok között van olyan, amelynek piaci részesedése ennél nagyobb, akkor számíthatunk arra, hogy a vállalat csökkenti termelését, és az ár nőni fog. Ha azonban ugyanebben a helyzetben a piacon öt egyforma vállalat van, akkor ilyesmire nem számíthatunk. Ebből vonja le Olson következtetését: *minél nagyobb és minél inkább homogén egy csoport, annál kevésbé valószínű, hogy tagjai közül bárki is önként tenni fog valamit egy közjószág megvalósítása érdekében.* Állítását Olson könyvének további részeiben a szervezetek és társadalmi nagycsoportok viselkedésének elemzésére használja. Az azonban világos, hogy állítása nem azonos sem a cikkben megfogalmazott tétel állításával, sem pedig a függelékben bizonyított állítással, ezért tévedés bármelyiket Olson-tételnek nevezni.

A függelék második része az *Olson tételének átfogalmazása* címet viseli, amiből arra következtethetünk, hogy vagy a cikkben említett tétellel, vagy a függelékben bizonyított állítással ekvivalens állításról van szó. De hogy valójában miről van szó, azt ismét nem könnyű megállapítani. A szereplők száma itt n', ami vagy azt jelenti, hogy más, mint eddig, vagy ismét elírás. Még meglepőbb, hogy az i-edik játékos kifizetőfüggvénye: $u_i = (s_1,\ldots,s_n) \in \mathbf{R}^{2n}$, vagyis a kifizetőfüggvény a játékos számára minden stratégiaprofilhoz egy $2n$ elemű vektort rendel, ami alighanem magyarázatra szorulna. Ennél még meglepőbb, hogy a továbbiakban használt kifizetőfüggvény nem a stratégiaprofilokon, hanem a közjószág mennyiségein van értelmezve, azaz egy egészen más függvény. De még ez is megoldható lenne, ha a szerző megadna egy összefüggést, amely minden stratégiaprofilhoz egy közjószágmennyiséget rendel. Mivel ez hiányzik, ettől kezdve valójában a nem tudhatjuk, miről is van szó. Zavarunkat csak fokozza, hogy a továbbiakban az indexelések kibogozhatatlanul össze vannak keverve. Ha a leírástól független ismereteinkre építünk, rájöhetünk, hogy a szerző egy közjószág realizálásával kapcsolatos fogolydilemmát kíván leírni, kevés sikerrel. A leírni kívánt jelenség – a közjavakkal kapcsolatos potyautas-magatartás – jól ismert, elemi kézikönyvekben olvasható (például *Varian* [2001] 651–653. o.). Szempontunkból az a fontos, hogy a jelenséget leíró állítás nem azonos sem a szövegben szereplő tétellel, sem a függelék első részében bizonyított állítással. Ez utóbbi arra a kérdésre ad választ, hogy mi történik, ha egy közjószág potenciális fogyasztói *nem kalkulálnak egymás viselkedésével*, a potyautas-magatartásra vonatkozó állítás pedig arra, hogy mi történik, ha *kalkulálnak*. A két állítás egyike sem „átfogalmazása" a másiknak.

Mindent egybevetve, a szerző cikkében megfogalmaz egy tételt, majd bizonyításaként egy más állítást bizonyít, végül az utóbbi átfogalmazásaként bemutat egy harmadikat, miközben mindhármat – tévesen – Olsonnak tulajdonítja.

*

A cikk második részében megfogalmazott négy állítás az első részben felvonultatott eszköztárra támaszkodik. Úgy vélem, hogy az előzőkben kellő részletességgel rámutattam, hogy ez az eszköztár eléggé hibás ahhoz, hogy semmilyen állítást ne lehessen biztonsággal ráépíteni. Ezért a négy állítás bizonyításának részletes elemzését mellőzöm, pusztán illusztrációként utalok néhány mozzanatra.[5]

A *3.* és *4. állítás* bizonyítása a következő: „**Bizonyítás.** Következik Selten tételéből." Mint rámutattam, a cikk szövegében Seltennek tulajdonított tétel annyit állít, hogy ha egy játéknak egyetlen egyensúlya van, akkor ezt elfogadjuk megoldásként. Nyilvánvaló, hogy ebből a szóban forgó állítások nem következnek. A *2. állítás* bizonyítása nem több az állítás megismétlésénél. A bizonyítás annyit mond, hogy ha a döntéshozó mérlegeli döntési alternatíváit, akkor az állítás szerinti alternatívát választja, mert minden bizonnyal ez a legjobb. (Az *1. állításra* még kitérek.)

Nyomatékosan hangsúlyozom, hogy nem az állítások tartalmával vitatkozom. Csupán azt állítom, hogy a felvonultatott apparátus segítségével az állítások nem bizonyíthatók. Ettől még lehetnek helytállóak is, ezzel a kérdéssel azonban nem foglalkozom.

Az előzőknél – ha lehetséges – van nagyobb baj is. Nem csekély – és kevéssé megtérülő – erőfeszítés árán az olvasó kitalálhatja: a szerző alapgondolata az, hogy a nyugdíjrendszert egy véges sokszor ismételt fogolydilemma-típusú játékként írja le, majd e játék tulajdonságaival magyarázza a nyugdíjrendszer működését. Ez az elgondolás több ponton téves.

A nyugdíjrendszer szereplői az egymást követő generációk, vagyis mindig mások. Ezzel szemben egy ismételt játék szereplőinek halmaza állandó, vagyis a játékosok minden lejátszás során ugyanazok. Ha nem így lenne, akkor nem ismételt játékról, hanem egymást követő, több különböző játékról lenne szó.

Fel kell tennünk, hogy a „nyugdíjjátékban" egy játékos stratégiahalmaza a járulékként befizethető összegek halmaza. Ha ekkor – több generáció élete során – a nyugdíjrendszerben bármilyen, a szereplők számára előre nem látható változás történik, ez azt jelenti, hogy

[5] Nem tartottam volna illendőnek, hogy észrevételeim terjedelme meghaladja a szóban forgó cikk terjedelmét, ezért néhány kevésbé lényeges kérdés (például a reputáció vagy a járadékvadászat) tárgyalását mellőztem.

a játékosok nem ismerik saját kifizetőfüggvényeiket. Ez egyrészt súlyos akadályokat állít a játék megoldása elé, másrészt az ismételt fogolydilemma biztosan nem ilyen.

Arról, aki a nyugdíjrendszer működését véges sokszor ismételt játékként modellezi, fel kell tételeznünk, hogy információi vannak a nyugdíjrendszer belátható időn belüli teljes megszűnéséről. Egyébként miért gondolná, hogy az egymást követő generációk száma véges?

Többek között ezek a modellezni kívánt helyzet azon vonásai, amelyek a véges sokszor ismételt fogolydilemmát alkalmatlanná teszik, hogy a szituáció helyes modellje legyen. Így a felvonultatott – és részleteiben hibás – játékelméleti apparátus egyszersmind fölösleges is.

Mindent összevetve úgy vélem, hogy a szerző rossz módszert választott mondandójának kifejtésére. Nyilvánvalóan megfontolásra érdemes közlendője van a nyugdíjrendszerre vonatkozóan. Ezek meggondolása során azonban homályos gondolattársításai támadtak a közgazdaságtan különböző elméleteivel (a közjavak elmélete, az ismételt játékok elmélete stb.) kapcsolatban, és úgy vélte, hogy e tisztázatlan asszociációk elegendők állításai igazolásaként.

Tanulságos ebből a szempontból az *1. állítás* bizonyítása. Némi fejtörés után ugyanis az olvasó sejtheti, hogy az állítás és bizonyítása valójában egy javaslatot rejt. A szerző alighanem azt kívánja javasolni, hogy a nyugdíjjogosultságot valamely minimális gyermekszámhoz kellene kötni. A magam részéről a legkevésbé sem kívánom még érinteni sem azt a kérdést, hogy a javaslat helyes-e, vagy sem, pusztán kifejtésének módját tartom – finoman szólva – sajátosnak. A szerző ahelyett, hogy formába öntené javaslatát, megfogalmaz egy állítást a csökkenő gyermekszámról, majd a bizonyításban reménytelenül összekeveri, hogy a gyermekek generációja közjószág vagy a nyugdíjrendszer. Ezután hivatkozik egyrészt Selten tételére (ennek tévességére aligha kell ismét kitérni), másrészt arra az Olson-tételre, amely a cikkben – mint rámutattam – legalább három különböző állítást jelent.

Úgy vélem, a cikk szövegéből is kiderül, de egyébként is sejthetjük, hogy a szerzőnek komoly (és nem feltétlenül szívderítő) tapasztalatai vannak a nyugdíjrendszer működéséről. Az ezeket hasznosító álláspontját kifejthette volna egy sodró erejű esszében, amely egészen más argumentációs eszköztárat használ, mint egy definíciókra, tételekre és bizonyításokra épülő gondolatmenet. Így valódi hangsúlyt kaphattak volna – véleményem szerint – fontos gondolatai, például az, hogy a politikai osztály fedezetlen ígéretei erősítik az állampolgárok benyomását: a nyugdíjak nagysága nem a befizetésektől, hanem a politikai osztály akaratától függ. Ez a vélekedés pedig értelmessé teszi a befizetések minimalizálására irányuló, egyébként is fennálló törekvést.

Egy ilyen kifejtés minden bizonnyal nagyobb hasznára lett volna mind az olvasónak, mind a szerzőnek, de talán még a nyugdíjrendszernek is.

Hivatkozások

Fudenberg, D.–Tirole, J. [1991]: Game Theory. MIT Press, Cambridge (MA).

Gibbons, R. [2005]: Bevezetés a játékelméletbe. Nemzeti Tankönyvkiadó Rt., Budapest.

Lindahl, E. [1919]: Die Gerechtigkeit der Besteuerung. Lund.

Mas-Colell, A. –Whinston, M. D.–Green, J. R. [1995]: Microeconomic Theory. Oxford University Press, New York, Oxford.

Musgrave, R. A.–Peacock, A. T. (szerk.) [1958]: Classics in the Theory of Public Finance. Macmillan, London.

Németh György [2005]: Közjószágok-e a társadalombiztosítási nyugdíjrendszerek? Közgazdasági Szemle, 6. sz.

Olson, M. [1997]: A kollektív cselekvés logikája. Osiris, Budapest.

Osborne, M. J.–Rubinstein, A. [1994]: A Course in Game Theory. MIT Press, Cambridge (MA).

Samuelson, P. A. [1954]: The Pure Theory of Public Expenditure. Review of Economics and Statistics. 37. 387–389. o.

Varian, H. R. [2001]: Mikroökonómia középfokon. KJK–Kerszöv, Budapest.

Vega-Redondo, F. [2003]: Economics and the Theory of Games. Cambridge Univ. Press, Cambridge.

Wicksell, K. [1896]: Finanztheoretische Untersuchungen. Gustav Fischer, Jéna.